

GIOVANNA ANGELA FRANCESCA FERRARA

PREVISIONE DELLA RISPOSTA SISMICA DI EDIFICI  
ASIMMETRICI MEDIANTE IL METODO STATICO  
NON LINEARE

TESI PER IL CONSEGUIMENTO  
DEL TITOLO DI DOTTORE DI RICERCA



**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA**  
DOTTORATO DI RICERCA IN INGEGNERIA DELLE STRUTTURE  
XXIV CICLO

10 DICEMBRE 2012

DOTTORATO DI RICERCA IN INGEGNERIA DELLE STRUTTURE  
XXIV CICLO

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE E AMBIENTALE  
VIALE ANDREA DORIA 6  
95125 CATANIA

TUTOR  
DR. ING. EDOARDO MICHELE MARINO

COORDINATORE  
PROF. ING. GIUSEPPE OLIVETO

# Indice

Introduzione.....	5
Capitolo 1.....	11
<b>METODI STATICI NON LINEARI PER SISTEMI ASIMMETRICI</b>	11
1.Introduzione.....	11
2.Il metodo N2.....	12
3.L'estensione al caso 3D del metodo N2.....	26
4.Metodi statici non lineari multimodali.....	30
5.Correzione in pianta con carico eccentrico.....	38
5.1.Monopiano: risposta sismica in campo elastico.....	40
5.2.Monopiano: risposta sismica in campo inelastico.....	41
5.3.Sistemi analizzati e modalità operative.....	42
5.4.Evoluzione del lavoro: sisma bidirezionale.....	44
5.5.Formulazioni analitiche.....	50
5.6.Validazione del metodo sugli schemi monopiano.....	61
Capitolo 2.....	75
<b>EDIFICI IRREGOLARI MULTIPIANO</b> .....	75
1.Introduzione.....	75
2.Necessità di studi sul multipiano.....	75
3.Confronto fra monopiano e multipiano.....	86
3.1.Sistema monopiano.....	87
3.2.Sistemi multipiano e centri di riferimento.....	92
3.3.Sistemi multipiano e asse dei centri elastici.....	100

3.4.Sistemi multipiano:edifici regolarmente asimmetrici.....	106
3.5.Sistemi multipiano:l'asse di torsione ottimale.....	107
Capitolo 3.....	123
DEFINIZIONE DEI SISTEMI STRUTTURALI.....	123
1.Caratteristiche generali.....	123
2.Edifici progettati per resistere ai soli carichi gravitazionali.....	125
3.Edifici progettati per resistere ad azione sismica.....	130
3.1.L'azione sismica di progetto.....	131
3.2.Modalità di progetto.....	135
3.3.Progetto delle armature.....	137
4.Ampliamento dell'insieme dei casi studio.....	144
4.1.Panoramica dei sistemi strutturali analizzati.....	148
5.Caratteristiche dinamiche dei sistemi analizzati.....	150
Capitolo 4.....	157
INPUT SISMICO.....	157
1.Caratteristiche generali.....	157
2.Generazione degli accelerogrammi artificiali.....	157
3.Selezione degli accelerogrammi naturali.....	164
4.Parametri di confronto.....	167
5.Indici per il confronto numerico dei risultati.....	181
Capitolo 5.....	185
MODELLAZIONE.....	185
1.Introduzione.....	185
2.Caratterizzazione degli elementi - asta.....	186
3.Legame uniassiale per calcestruzzo.....	201
4.Confinamento delle staffe.....	204
5.Legame uniassiale per acciaio.....	210
6.Proprietà meccaniche dei materiali.....	214
7.Discretizzazione della sezione in fibre.....	220
8.Dettagli per analisi numeriche.....	226
8.1.Dettagli per analisi dinamiche non lineari.....	226
8.2.Dettagli per analisi pushover.....	229



8.3.Dettagli per analisi lineari.....	230
8.4.Effetti P-Delta.....	230
9.Particolari problematiche di modellazione in OpenSees.....	233
9.1.Problematiche connesse all'uso di impalcati rigidi.....	233
9.2.Aspetti generali di modellazione.....	237
9.3.Sistema bilanciato.....	239
 Capitolo 6.....	 243
APPLICAZIONE DEL METODO AL MULTIPIANO.....	243
1.Introduzione.....	243
2.Definizione dei parametri-chiave.....	244
2.1.Eccentricità delle rigidezze e rapporto $\Omega_0$ .....	244
2.2.Rapporto $R_{\mu}$ .....	247
2.3.Eccentricità delle resistenze.....	248
3.Richiesta di spostamento del sisma sulla struttura.....	249
4.Modello di carico per analisi pushover.....	250
4.1.Profilo di carico per la previsione degli spostamenti assoluti.....	252
4.2.Profilo di carico per la previsione degli spostamenti di interpiano.....	257
5.Analisi richieste per lo studio del generico edificio.....	260
6.Sequenza operativa per lo studio del generico edificio.....	263
6.1.Esempio numerico: sequenza operativa.....	263
7.Automatizzazione della procedura operativa.....	288
7.1.L'input dei dati.....	289
7.2.Il programma principale (main).....	292
7.3.File input per OpenSees.....	294
7.4.Gli output del programma.....	299
 Capitolo 7.....	 303
RISULTATI.....	303
1.Introduzione.....	303
2.Applicazione del metodo agli edifici studio.....	304
3.Prima variante al metodo.....	325
4.Seconda variante al metodo.....	337

5.Terza variante al metodo.....	343
6.Confronto fra i metodi statici non lineari proposti.....	346
Conclusioni.....	369
Appendice A1.....	383
Appendice A2.....	453
Appendice A3.....	485
Appendice A4.....	517

## Introduzione

Il comportamento di un edificio in risposta al complesso di azioni nascenti durante un evento sismico in abbinamento ai carichi gravitazionali dovuti al peso proprio di elementi strutturali e non strutturali oltre che all'uso della fabbrica, è determinato dalle modalità di ripartizione delle sollecitazioni fra i vari suoi componenti e queste ultime sono diretta conseguenza della disposizione spaziale degli elementi resistenti con le loro proprietà meccaniche e dinamiche. Un basso livello di uniformità nella distribuzione all'interno della struttura di tali proprietà, quali masse, rigidità e resistenze, condiziona negativamente il funzionamento globale dell'intero complesso. Tale non uniformità di distribuzione costituisce il segno distintivo dei cosiddetti "edifici irregolari", in pianta, se la dislocazione di tali irregolarità avviene in piano a livello degli impalcati, o in altezza se le non uniformità si distribuiscono in elevazione. Il comportamento sismico di edifici planimetricamente irregolari è contraddistinto dalla contemporanea presenza di traslazioni e rotazioni dell'impalcato anche in risposta a un input sismico traslazionale. Effetto di tali rotazioni è una distribuzione non omogenea delle sollecitazioni fra i vari elementi resistenti (telai, pareti, ecc.), alla quale fanno seguito concentrazioni dei danneggiamenti e meccanismi di crisi locale

Pertanto non è possibile stimare la domanda sismica di queste strutture attraverso procedure di analisi semplificate, comunemente adottate per le strutture regolari, pervenendo ad un livello di accuratezza accettabile. La soluzione più accurata a tale problema è rappresentata dall'analisi dinamica non lineare. Tuttavia quest'ultima costituisce uno

strumento di non larga diffusione in ambito professionale, a causa della sua complessità e della difficoltà di controllo dei risultati: forte dipendenza dei risultati dalla scelta dell'input sismico e dalle assunzioni fatte circa il comportamento ciclico degli elementi strutturali.

Di sempre più largo uso sono invece i cosiddetti metodi statici non lineari, recentemente proposti in letteratura ed oggi recepiti da diverse normative antisismiche (Eurocodice 8, FEMA 356, ecc.). Essi congiungono semplicità di calcolo e possibilità di prevedere esplicitamente il comportamento della struttura in campo inelastico.

Tali metodi, inizialmente formulati per schemi strutturali piani, ne forniscono stime affidabili della domanda sismica. Essi tuttavia si rivelano carenti nella previsione della componente torsionale della risposta di edifici planimetricamente irregolari. Molti ricercatori hanno proposto delle strategie alternative per una estensione ai sistemi strutturali irregolari in pianta dei metodi statici non lineari. Ne è un esempio la estensione al caso tridimensionale del metodo N2 di Fajfar, che prevede "correzioni" al metodo N2, attraverso coefficienti di amplificazione da applicare opportunamente ai risultati del metodo statico e valutati mediante un'analisi modale elastica del modello tridimensionale. Tali correzioni sono però limitate agli schemi torsionalmente rigidi e forniscono una stima spesso molto cautelativa della risposta dinamica.

Sulla scorta di parecchi studi esistenti sull'argomento con riferimento al comportamento elastico, si è proposta, facendo riferimento ad un modello semplificato monopiano, una nuova modalità di applicazione dei metodi statici non lineari (Bosco et al., 2009a) che fa uso di "eccentricità correttive". Essa prevede l'esecuzione di due analisi pushover con forze applicate con altrettante eccentricità rispetto al centro di massa. Queste ultime sono state definite in modo che le due analisi statiche non lineari colgano i valori degli spostamenti dinamici dei due lati dell'impalcato e forniscano una stima cautelativa solo per gli spostamenti dei punti intermedi. Definiti una serie di parametri-chiave, che controllano la risposta dinamica in campo lineare e non lineare degli schemi monopiano, sono state determinate per via numerica tali eccentricità dapprima per sisma monodirezionale (Bosco et al., 2009a) e successivamente per sisma bidirezionale (Bosco et al., 2009b). Ciò a seguito

di un'estesa campagna di indagini su numerosi schemi strutturali monopiano, caratterizzati da un'ampia variabilità dei parametri-chiave e dunque da svariate tipologie di comportamento dinamico. Sono stati presi in esame sistemi strutturali torsionalmente rigidi e torsionalmente flessibili, con modesto e rilevante impegno plastico, a grande e piccola eccentricità. Una successiva evoluzione di questo approccio ha condotto ad una formalizzazione analitica completa delle eccentricità correttive in ragione dei parametri che governano il comportamento dinamico dei sistemi monopiano. Per la vasta gamma di sistemi strutturali distinti, analizzati in sede di calibrazione delle suddette eccentricità correttive, si ritiene che esse siano di applicabilità generale a sistemi contrassegnati da caratteristiche dinamiche anche molto diverse (Bosco et al., 2012). Una prima validazione del metodo su schemi monopiano si è articolata in due tempi successivi. Dapprima sono stati valutati gli errori percentuali sugli spostamenti in fissati punti dell'impalcato, segnatamente i suoi estremi, commessi con l'utilizzo del metodo proposto rispetto all'analisi dinamica non lineare. L'esito di queste prime indagini ha mostrato l'efficacia del metodo, rivelando una riduzione degli errori sulla stima degli spostamenti dinamici in caso di utilizzo di eccentricità correttive rispetto al caso di applicazione delle forze statiche direttamente in corrispondenza del centro delle masse come previsto dalla normativa. Obiettivo di successive verifiche è invece stata la valutazione del reale peso sulla determinazione della risposta sismica a mezzo del metodo proposto giocato da alcuni parametri, la cui influenza è stata trascurata in sede di taratura delle eccentricità correttive quali: tipo di dissimmetria dei sistemi analizzati (nelle masse o nelle rigidità), periodi traslazionali disaccoppiati del sistema bilanciato corrispondente al generico sistema asimmetrico, tipo di input sismico (accelerogrammi artificiali o naturali), percentuale di incrudimento degli elementi resistenti. Le eccentricità correttive si sono mostrate sostanzialmente indipendenti da questi parametri, rafforzando il giudizio positivo sul metodo proposto. D'altra parte recentemente si è sempre di più discusso sulle limitazioni del monopiano nel descrivere il comportamento di edifici reali a più piani (Alexopoulou et al., 2008), caratterizzati da più com-

plesse correlazioni tra rigidezze e resistenze e meccanismi dissipativi, nonché dall'influenza dei modi di vibrare superiori.

Si rende dunque necessaria una validazione dell'approccio proposto su più sofisticati schemi multipiano. Argomento della presente tesi è dunque l'estensione dell'approccio proposto ai sistemi multipiano. In particolare si è fissata l'attenzione su edifici a struttura intelaiata in cemento armato. Una tale generalizzazione non si presenta come una questione di immediata risoluzione in quanto pone molteplici problematiche di ordine differente, che in questo lavoro sono state affrontate. In primo luogo la definizione per i sistemi a più piani dei parametri-chiave, individuati come parametri sintetici che controllano la risposta dinamica dei sistemi monopiano. Per essi infatti non esistono dei diretti corrispondenti nel caso di edifici a più piani. Per alcuni di tali parametri, segnatamente quelli legati alla risposta inelastica delle strutture, è possibile fare riferimento a numerosi studi presenti in letteratura. Viceversa per i parametri legati alla risposta inelastica delle strutture mancano adeguati riferimenti bibliografici. Pertanto è stato necessario elaborarne una precisa strategia di definizione. Un secondo ordine di problemi è legato all'individuazione di un opportuno campione di edifici, tale da garantire una certa variabilità dei suddetti parametri, compatibilmente con le caratteristiche della tipologia strutturale prescelta. Tutti gli edifici utilizzati per questo studio sono stati appositamente progettati, modificando opportunamente la filosofia ed i criteri di progetto, in modo da assicurare una certa varietà dei suddetti parametri.

Altro genere di problematiche sono poi quelle connesse alla modellazione dei componenti strutturali e dell'edificio nel suo complesso. Per questo si è fatto uso del software OpenSees. I sistemi analizzati sono schemi tridimensionali dotati di impalcato rigido ai vari livelli. Gli elementi-trave sono modellati come travi con non linearità confinate nelle zone di estremità ed il cui comportamento è definito mediante modelli a fibre. I legami costitutivi utilizzati per i materiali sono differenziati per acciaio delle barre di armatura, calcestruzzo confinato e non confinato dalle staffe, e mettono in conto fenomeni meccanici quali il degrado di resistenza e rigidezza del calcestruzzo sotto carichi ciclici. La modellazione dunque è estremamente realistica. Infine una ulteriore problema-

tica affrontata in questo studio è la scelta di un opportuno modello di carico laterale da utilizzare nelle analisi pushover degli edifici.





## Capitolo 1

# METODI STATICI NON LINEARI PER SISTEMI ASIMMETRICI

### 1. Introduzione

Tradizionalmente, nell'ambito di un "progetto basato sulle forze", la risposta sismica delle strutture è sempre stata valutata a mezzo di metodi lineari di analisi quali l'analisi modale con spettro di risposta e l'analisi statica lineare. Esse sono realmente attendibili solo in caso di comportamento elastico della struttura e mettono in conto le escursioni in campo plastico solo in maniera semplificata attraverso una riduzione delle ordinate spettrali a mezzo di un fattore di struttura  $q$ . L'indagine del comportamento inelastico delle strutture pone l'esigenza di una valutazione esplicita dell'entità degli spostamenti e delle deformazioni plastiche, da cui il comportamento inelastico dipende. Si rende necessario un "approccio basato sugli spostamenti" che si concretizzi nel confronto tra la *capacità di spostamento* di una struttura, intesa come l'entità degli spostamenti e delle deformazioni plastiche da essa sopportabili prima del raggiungimento di un assegnato stato limite, e la *domanda di spostamento*, intesa come l'entità degli spostamenti e delle deformazioni plastiche dovuti al sisma. Uno strumento che consente di monitorare le deformazioni della struttura è certamente l'analisi dinamica non lineare, che fornisce la storia nel tempo della risposta strutturale ad un assegnato accelerogramma anche in campo inelastico. D'altra parte, pur costituendo lo strumento di indagine più preciso,

l'analisi dinamica non lineare comporta calcoli particolarmente onerosi e presenta alcune limitazioni quali la forte dipendenza dei risultati dalle assunzioni fatte circa l'input sismico ed il comportamento ciclico degli elementi strutturali: rimane pertanto uno strumento accessibile solo a pochi esperti operanti nel settore dell'Ingegneria Sismica. Sono dunque stati messi a punto e vanno oggi sempre più affermandosi i cosiddetti "Metodi Statici non lineari", in grado di fornire la risposta in campo inelastico in termini di sollecitazioni, spostamenti e deformazioni plastiche ad un evento sismico di assegnata intensità PGA, e dunque in grado di indagare il comportamento anelastico di una struttura con una semplicità ed una rapidità di calcolo nettamente superiore a quella delle analisi dinamiche al passo.

I principali metodi statici non lineari per la stima della risposta sismica delle strutture esistenti in letteratura sono il metodo delle spettro di capacità (Freeman et al., 1998) ed il metodo N2 (Fajfar & Gasperic, 1996; Fajfar, 1999). Questi metodi sono oggi stati recepiti da molte normative antisismiche quali l'Eurocodice 8, il FEMA 356, il DM 14/01/2008.

Essi manifestano una buona capacità di predizione del comportamento sismico nel caso di strutture regolari a comportamento prevalentemente traslazionale. Viceversa l'applicabilità di tali metodi ad edifici irregolari caratterizzati da un forte accoppiamento latero-torsionale è attualmente ancora oggetto di indagine a causa della loro scarsa capacità di predizione dell'entità delle rotazioni dell'impalcato. Vi sono vari contributi finalizzati a generalizzare i metodi di analisi statica non lineare al caso delle strutture asimmetriche in pianta: ad esempio, pur non essendo esente da incertezze e limitazioni, l'estensione al caso 3D del Metodo N2 di Fajfar (Fajfar et al., 2005), inizialmente formulato per sistemi piani (Fajfar, 1999).

## **2. Il metodo N2**

Caratteristica comune a tutti questi metodi statici non lineari è il riferimento a due distinti modelli strutturali, che nel caso del metodo N2 è esplicitamente richiamato nella sigla identificativa del metodo:

- 1) Un sistema a più gradi di libertà MDOF (*Multi Degree of Freedom*) che rappresenta la struttura reale di partenza;
- 2) Un sistema ad un solo grado di libertà ad esso equivalente SDOF (*Single Degree of Freedom*) che è di ausilio nella valutazione della domanda sismica inelastica del sisma sulla struttura.

L'articolazione del generico metodo statico non lineare si compie dunque in due tempi successivi:

- 1) Determinazione della *Curva di prestazione* ( $V_b - D$ ) che pone in relazione per il sistema MDOF il taglio alla base della struttura ed il suo spostamento in testa e risulta rappresentativa della evoluzione della sua risposta al crescere dell'intensità dell'evento sismico;
- 2) Individuazione sulla Curva di prestazione del *punto rappresentativo della risposta sismica inelastica* del sistema *in corrispondenza ad un assegnato valore della PGA*. È proprio a tal proposito che, come meglio dettagliato nel seguito, entra in gioco il sistema ad un grado di libertà.

Nel seguito si fa esplicito riferimento al metodo N2 per l'ampia diffusione che esso ha avuto. Il metodo è stato inizialmente messo a punto, come tutti i metodi statici non lineari, per lo studio di sistemi piani a comportamento traslazionale e dunque esenti dalle problematiche rotazionali che caratterizzano gli edifici irregolari in pianta. Si è successivamente cercato di estenderlo anche a sistemi spaziali, per i quali fosse necessaria un'analisi 3D, secondo le modalità in seguito esposte.

Un primo tentativo di applicare il metodo N2 ai sistemi tridimensionali si è concretizzato in una procedura semplificata 3D finalizzata ad indagare l'influenza delle rotazioni torsionali d'impalcato sul comportamento strutturale (Kilar e Fajfar, 1997). Il modello strutturale in tale studio utilizzato è un assemblaggio di macro-elementi piani, connessi a livello dell'impalcato da diaframmi rigidi e ciascuno caratterizzato da una relazione bilineare taglio alla base - spostamento in testa.

Si tratta di uno schema strutturale estremamente semplificato nel quale molti fenomeni come l'interazione fra i due piani di flessione a livello delle colonne sono stati trascurati. Le analisi pushover del modello così schematizzato sono state effettuate utilizzando una distribuzione di

forze lungo l'altezza triangolare inversa ed applicando a ciascun piano le forze in corrispondenza del centro delle masse CM di quel piano.

Si descrive qui il funzionamento del metodo N2 facendo per questo direttamente riferimento ad un telaio spaziale ad  $N$  impalcati rigidi e dunque  $3N$  gradi di libertà, due traslazioni ed una rotazione nel piano per ciascun impalcato

Per un sistema 3D l'analisi viene condotta separatamente per le due principali direzioni della pianta dell'edificio,  $x$  ed  $y$ , lungo le quali si applica il carico, e, per ciascuna di esse, di norma si valutano gli effetti ottenuti imponendo alle forze statiche unidirezionali entrambi i versi, ovvero entrambi i segni  $+$  e  $-$ , e valutando la corrispondente domanda sismica di spostamento per CM. Come valore effettivo di tale domanda sismica nella direzione considerata si assume il massimo fra i due valori così ottenuti. Nel seguito verrà descritta la procedura per passi, facendo riferimento alla generica direzione di carico e ad un sistema spaziale dotato di  $N$  impalcati rigidi e dunque  $3N$  gradi di libertà.

- 1) Determinazione della *curva di prestazione* ( $V_b - D$ ) o *curva pushover* in termini di taglio alla base e spostamento in testa nella direzione di carico considerata per la struttura reale MDOF, rappresentativa della evoluzione della sua risposta al crescere dell'intensità sismica. Ciò a seguito di un'analisi statica incrementale del sistema spaziale. La distribuzione delle forze laterali applicate può così esprimersi:

$$\mathbf{P} = \lambda \mathbf{\Psi} = \lambda \mathbf{M} \mathbf{\Phi} \quad (1. 1)$$

in cui:

$\mathbf{P}$  è il vettore dei carichi applicati ai singoli impalcati;

$\lambda$  è un coefficiente di proporzionalità, che rappresenta l'intensità del carico applicato;

$\mathbf{M}$  è la matrice di massa della struttura, che è una matrice diagonale di ordine 3, i cui unici termini non nulli sono altrettante sottomatrici diagonali: la prima e la seconda di esse contengono le masse di tutti gli impalcati, mentre nella terza figurano i loro momenti di inerzia polari rispetto a CM;

$\mathbf{\Phi}$  è una qualunque ragionevole forma di spostamento, in generale dotata di tre sottocomponenti:

$$\Phi^T = (\Phi_x^T; \Phi_y^T; \Phi_z^T) \quad (1.2)$$

Secondo la modalità di analisi qui descritta l'unica componente non nulla risulta quella lungo cui si sta eseguendo l'analisi pushover dunque:

$$\Phi^T = (\Phi_x^T; \mathbf{0}^T; \mathbf{0}^T) \quad \text{ovvero} \quad \Phi^T = (\mathbf{0}^T; \Phi_y^T; \mathbf{0}^T) \quad (1.3)$$

Prima di eseguire la pushover si può effettuare un'analisi modale del modello 3D per individuare i modi predominanti nella risposta ed assumere come  $\Phi_x^T$  le componenti lungo  $x$  del modo prevalentemente traslazionale in tale direzione e come  $\Phi_y^T$  le componenti lungo  $y$  del modo prevalentemente traslazionale lungo  $y$ .

In ragione dell'accoppiamento degli spostamenti che caratterizza le strutture asimmetriche, ad un tale carico monoassiale corrisponderà in generale una matrice di spostamento con componenti di moto non nulle lungo le tre direzioni coordinate:

$$\mathbf{u}^T = (\mathbf{u}_x^T; \mathbf{u}_y^T; \mathbf{u}_z^T) \quad (1.4)$$

Segue ora il passaggio al sistema SDOF, con riferimento al quale verrà determinata la risposta sismica inelastica del sistema in corrispondenza ad un assegnato valore di PGA.

2) *Determinazione della curva di capacità ( $F^* - D^*$ ) per il sistema SDOF* attraverso precise relazioni di equivalenza aventi un fondamento teorico.

Per un sistema spaziale ad  $N$  impalcati, l'equazione di equilibrio dinamico si scrive nel seguente modo:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + f_s(\mathbf{u}, \text{segn } \dot{\mathbf{u}}) = -\mathbf{M}\mathbf{s}\ddot{u}_g \quad (1.5)$$

con:

$\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$  matrici rispettivamente di massa, smorzamento del sistema;

$f_s(\mathbf{u}, \text{segn } \dot{\mathbf{u}})$  forze di richiamo del sistema;

$\mathbf{u}$ ,  $\dot{\mathbf{u}}$  e  $\ddot{\mathbf{u}}$  vettori di spostamento, velocità e accelerazioni degli impalcati

$\mathbf{s}$  matrice che tiene conto della distribuzione spaziale delle azioni sismiche non solo lungo l'altezza dell'edificio ma anche in pianta. In generale:

$$\mathbf{s}^T = (\mathbf{1}^T; \mathbf{1}^T; \mathbf{1}^T) \quad (1.6)$$

Secondo la modalità di analisi qui descritta:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}^T &= (\mathbf{1}^T; \mathbf{0}^T; \mathbf{0}^T) && \text{per la direzione } x \\ \mathbf{s}^T &= (\mathbf{0}^T; \mathbf{1}^T; \mathbf{0}^T) && \text{per la direzione } y \end{aligned} \quad (1.7)$$

nella (1.5) il termine al secondo membro rappresenta il complesso delle azioni di trascinamento dovute al sisma. Tale termine è decomponibile nel contributo dei singoli modi (Chopra e Goel, 2002).

Precisamente:

$$\mathbf{p}_{eff} = -\mathbf{M} \mathbf{s} \ddot{u}_g = \sum_{j=1}^{3N} \mathbf{p}_{eff,j} = -\ddot{u}_g \sum_{j=1}^{3N} \Gamma_j \mathbf{M} \Phi_j \quad (1.8)$$

$\Phi_j$  è la  $j$ -esima deformata modale;

$\Gamma_j$  si chiama *coefficiente di partecipazione modale* ed è così definito:

$$\Gamma_j = \frac{L_j}{M_j} \quad (1.9)$$

con:

$$L_j = \Phi_j^T \mathbf{M} \mathbf{s} \quad (1.10)$$

$$M_j = \Phi_j^T \mathbf{M} \Phi_j \quad (1.11)$$

In tali casi la risposta del sistema MDOF nella direzione di carico al singolo sistema di azioni  $p_{eff,j}$  restituisce le relazione:

$$\mathbf{u}_j = \Gamma_j \Phi_j D_j^* \quad (1.12)$$

dove:

$\mathbf{u}_j$  è la  $j$ -esima deformata di risposta della struttura a  $\mathbf{p}_{eff,j}$ ;

$D_j^*$  è lo spostamento di picco di un sistema SDOF associato al  $j$ -esimo modo avente cioè le medesime proprietà di vibrazione (il periodo  $T_j$  ed il rapporto di smorzamento  $\xi_j$ )

Inoltre, ragionando in termini di analisi modale, il taglio alla base della struttura nella direzione del carico nel  $j$ -esimo modo è dato dalla seguente espressione:

$$V_{bj} = M_j^* S_{ae}(T_j) \quad (1.13)$$

dove:

$S_{ae}(T_j)$  è la pseudo-accelerazione spettrale elastica letta in corrispondenza al periodo  $T_j$ ;

$M_j^*$  è la massa partecipante al  $j$ -esimo modo nella direzione del carico e si può esprimere come:

$$M_j^* = \Gamma_j L_j = \frac{L_j^2}{M_j} \quad (1.14)$$

Alla luce delle precedenti considerazioni, posto che l'edificio si deforma secondo il profilo  $\Phi$ , esso viene assimilato nella direzione del carico ad un oscillatore semplice avente massa  $m^*$  definita dalla:

$$m^* = \frac{\Phi^T \mathbf{M} \mathbf{s}}{\Phi_N} = \frac{\sum_{i=1}^N m_{k,i} \Phi_{k,i}}{\Phi_{k,N}} \quad (1.15)$$

dove il pedice  $k$  è  $x$  ovvero  $y$  in base alla direzione del carico.

Per la (1.12) e la (1.13) si può scrivere:

$$V_b = m^* \Gamma S_{ae}(T) \Phi_N \quad (1.16)$$

$$D = \Gamma S_{de}(T) \Phi_N \quad (1.17)$$

essendo:

$T$  il periodo di vibrazione del sistema;

$S_{ae}(T)$  la pseudo-accelerazione spettrale elastica letta in corrispondenza al periodo  $T$ ;

$S_{de}(T)$  lo spostamento spettrale elastico letto in corrispondenza al periodo  $T$ ;

$\Gamma$  il coefficiente di partecipazione modale definito dalla:

$$\Gamma = \frac{L}{M} = \frac{\sum_{i=1}^N m_{k,i} \Phi_{k,i}}{\sum_{i=1}^N m_{k,i} \Phi_{k,i}^2} = \frac{\Phi^T \mathbf{M} \mathbf{s}}{\Phi^T \mathbf{M} \Phi} \quad (1.18)$$

Essendo poi per un sistema ad un grado di libertà:

$$F^* = m^* S_{ae}(T^*) \quad (1.19)$$

$$D^* = S_{de}(T^*) \quad (1.20)$$

Dalla (1. 16) e dalla (1. 19), essendo  $\Phi_N = 1$  (il profilo di spostamento considerato viene normalizzato in modo da avere componente nella direzione considerata in testa all'edificio unitaria), si deducono le relazioni di conversione da SDOF a MDOF:

$$V_b = \Gamma F^* \quad (1. 21)$$

$$D = \Gamma D^* \quad (1. 22)$$

Invertendo le relazioni precedenti si realizza poi la conversione da SDOF a MDOF:

$$F^* = \frac{V_b}{\Gamma} \quad (1. 23)$$

$$D^* = \frac{D}{\Gamma} \quad (1. 24)$$

### 3) Bilinearizzazione della curva capacità ( $F^* - D^*$ )

Per la trasformazione della curva di capacità ( $F^* - D^*$ ) in un legame elastico-perfettamente plastico esistono vari indirizzi forniti dalla normativa e tutti basati in genere sul principio delle aree uguali: si impone che l'area sottesa dalla curva sperimentale  $A_{sperimentale}$  e quella sottesa dal legame bilineare  $A_{bilatera}$  siano coincidenti. In Fig.1.1 si mostra il criterio di bilinearizzazione seguito dalla normativa italiana. In tal caso si assume che il valore della forza al limite elastico  $F^*_{,pl}$  sia pari al valore massimo  $F^*_{max}$  presente sulla curva reale. Si determina il corrispondente valore dello spostamento al limite elastico  $D^*_{,pl}$  e di conseguenza la pendenza del tratto elastico della bilatera imponendo che l'area sottesa dalla curva sperimentale e quella sottesa dal legame bilineare siano coincidenti.

La rigidezza del tratto elastico della bilatera  $k_s$  sarà:

$$k_s = \frac{F^*_{pl}}{D^*_{pl}} \quad (1. 25)$$

Il corrispondente periodo  $T^*$  del sistema SDOF sarà:



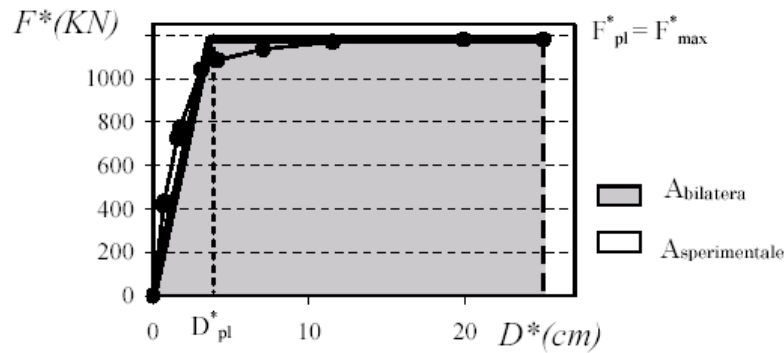


Fig.1.1. Criterio di bilinearizzazione seguito dalla normativa italiana.

$$T^* = 2\pi \sqrt{\frac{m^* D_{pl}^*}{F_{pl}^*}} \quad (1.26)$$

Si osserva infine che la bilinearizzazione implica la conoscenza della domanda inelastica di spostamento del sisma sulla struttura, che è proprio il valore che le fasi del metodo ad essa successiva mirano a determinare e che è dunque per il momento ancora incognito. Ne consegue un calcolo iterativo in cui come domanda di spostamento di primo tentativo si assume la domanda di spostamento elastica  $S_{de}$  letta dallo spettro di risposta elastico in corrispondenza al periodo  $T^*$  e a partire da essa si valuta una nuova domanda inelastica di spostamento. Ad ogni nuovo tentativo la domanda di spostamento assunta è quella valutata al termine del tentativo precedente e la procedura si conclude quando lo scarto tra la domanda di spostamento inizialmente supposta e quella successivamente valutata diviene trascurabile.

#### 4) Conversione della curva di capacità nel formato ADRS ( $S_a - S_d$ )

La conversione della curva di capacità nel formato ADRS (*Acceleration - Displacement Response Spectra*), in cui sono rappresentate accelerazioni spettrali a fronte di spostamenti spettrali, segue da un calcolo immediato:

$$S_a = \frac{F^*}{m^*} \quad (1.27)$$

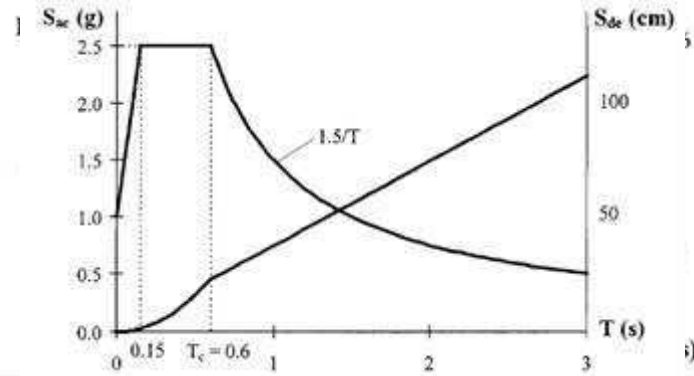


Fig.1.2. Tipico spettro elastico in termini di accelerazione  $S_{ae}$  e spostamento  $S_{de}$ .

$$S_d = D^* \quad (1.28)$$

5) *Domanda sismica sul sistema ad un grado di libertà SDOF*

Si procede in due tempi: dapprima si calcola la domanda elastica del sistema e poi quella inelastica tanto in termini di accelerazione (resistenza) quanto in termini di spostamento.

a) *Domanda sismica elastica per SDOF*

- Per la pseudo-accellerazione  $S_{ae}(T^*)$  lettura diretta dallo spettro elastico in termini di accelerazione (Fig.1.2);
- Per lo spostamento  $S_{de}(T^*)$  attraverso la relazione:

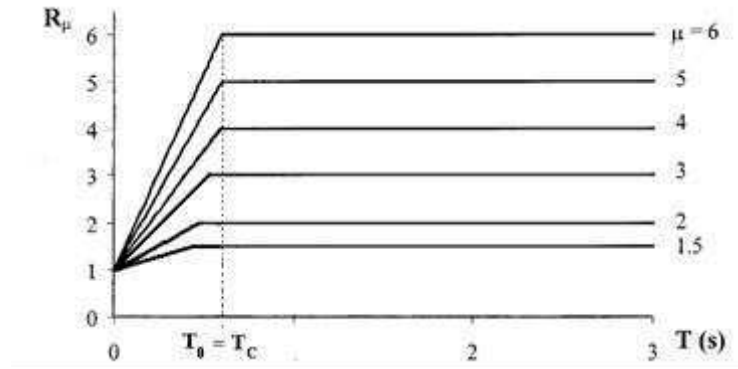
$$S_{de}(T^*) = \frac{S_{ae}(T^*)}{\omega^{*2}} = \frac{T^{*2}}{4\pi^2} S_{ae}(T^*) \quad (1.29)$$

b) *Domanda sismica inelastica per SDOF*

- Per la domanda in termini di accelerazione  $S_a$

Definito il *Fattore di riduzione delle forze sismiche*  $R_\mu$  come il rapporto tra la forza che il sistema SDOF subirebbe se rimanesse in campo elastico e quella di plasticizzazione, in virtù di tale definizione si deduce la richiesta inelastica di accelerazione  $S_a$  per SDOF così come di seguito esposto.

$$R_\mu = \frac{F_{el}^*}{F_{pl}^*} = \frac{m^* S_{ae}(T^*)}{m^* S_{a,pl}} = \frac{S_{ae}}{S_{a,pl}} \Rightarrow S_a = S_{a,pl} = \frac{S_{ae}}{R_\mu} \quad (1.30)$$

Fig.1.3. Spettro bilineare di  $R_\mu$  con il periodo  $T$ 

Si noti che in termini di accelerazione, domanda sismica e capacità del sistema coincidono.

- Per la domanda in termini di spostamento  $S_d$

In generale:

$$S_d = \mu S_{d,pl} \quad (1.31)$$

$\mu$  è la duttilità;

$S_{d,pl}$  è il valore dello spostamento di SDOF al limite elastico.

Inoltre, lungo il ramo elastico, per la proporzionalità tra resistenza e deformazione, si ha :

$$\frac{S_{ae}}{S_{a,pl}} = \frac{S_{de}}{S_{d,pl}} \Rightarrow S_{d,pl} = \frac{S_{de}}{\frac{S_{ae}}{S_{a,pl}}} = \frac{S_{de}}{R_\mu} \quad (1.32)$$

Dalla (1.31) e dalla (1.32) si deduce:

$$S_d = \frac{\mu}{R_\mu} S_{de} \quad (1.33)$$

Per il calcolo di  $R_\mu$  di norma si adopera uno spettro bilineare in funzione del periodo  $T$  (Fig. 1.3) e precisamente:

$$T < T_C \Rightarrow R_\mu = 1 + \frac{\mu - 1}{T_C} T \quad (\text{lineare}) \quad (1.34)$$

$$T \geq T_C \Rightarrow R_\mu = \mu \quad (\text{costante}) \quad (1.35)$$

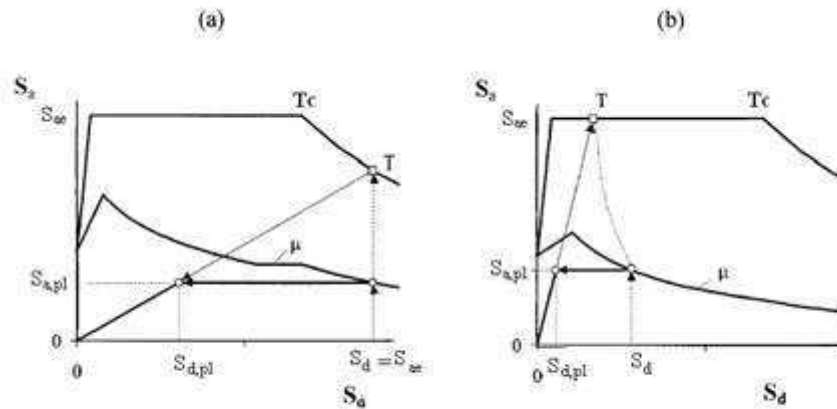


Fig.1.4. Domanda sismica inelastica nel formato ADRS rispettivamente nei casi  $T \geq T_C$  (a) e  $T < T_C$  (b)

dove:

$T_C$  è il periodo di transizione dal segmento dello spettro elastico ad accelerazione costante a quello ad accelerazione inversamente proporzionale al periodo.

- Si noti che, nel campo dei periodi medio-lunghi per  $T \geq T_C$ , la (1. 35) e la (1. 33) restituiscono la *Regola degli spostamenti uguali*, in base alla quale la domanda sismica di spostamento per un oscillatore semplice elasto-plastico avente periodo  $T$  coincide con quella di un oscillatore semplice elastico con il medesimo periodo (Fig. 1.4.a). In quest'ultimo caso, pertanto, la determinazione della domanda sismica inelastica di spostamento per SDOF risulta immediata.
- Viceversa, nel campo dei brevi periodi per  $T < T_C$ , non sussiste la Regola degli spostamenti uguali e la domanda di spostamento inelastica risulta maggiore di quella elastica (Fig. 1.4.b). Ai fini della sua determinazione si procede allora nel modo seguente:
  - a) Si calcola in primo luogo il fattore di riduzione delle forze sismiche  $R_\mu$  come rapporto tra la domanda di accelerazione elastica  $S_{a,e}$  e quella di plasticizzazione  $S_{a,pl}$  secondo la (1. 30);

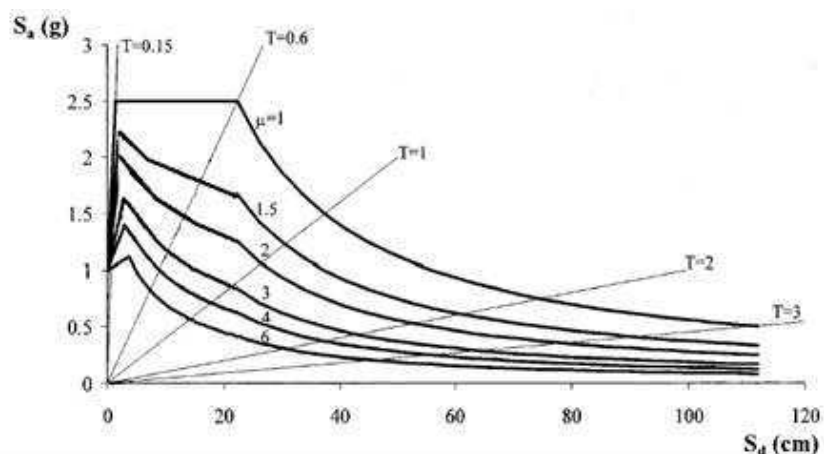


Fig.1.5. Spettri di domanda a duttilità assegnata nel formato ADRS.

- b) Si determina il corrispondente valore di duttilità  $\mu$  invertendo la (1. 34) ovvero dalla seguente relazione:

$$\mu = 1 + \frac{R_{\mu} - 1}{T^*} T_C \quad (1. 36)$$

- c) Si ricava infine la domanda di spostamento inelastica  $S_d$  di SDOF dalla (1. 33). Si noti che il fattore  $R_{\mu}$  non è noto a priori e dunque si pone l'esigenza di un calcolo iterativo.

6) *Risposta sismica completa della struttura reale MDOF:*

La risposta sismica completa per il sistema reale MDOF in termini di sollecitazioni, spostamenti, deformazioni plastiche, ecc., si ottiene come risultato dell'analisi statica incrementale su di esso condotta in corrispondenza ad uno spostamento in testa  $D$  il cui valore è determinato dalla risposta sismica inelastica del sistema equivalente SDOF attraverso la relazione di conversione (1. 22) ricavata in precedenza.

Si noti infine che la formulazione del metodo nel formato ADRS (Fig. 1.4.) non risulta indispensabile ai fini del calcolo, ma ne costituisce un indubbio vantaggio in quanto consente di visualizzarne i vari passi e ne agevola di conseguenza il controllo. Graficamente il metodo si risolve in un confronto tra la curva di capacità ( $S_a - S_d$ ) del sistema ad un grado di

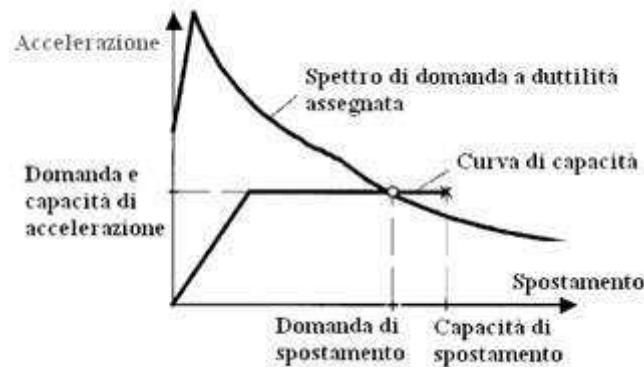


Fig.1.6. Spettri di domanda a duttilità assegnata nel formato ADRS.

libertà SDOF e lo spettro di domanda del sisma espresso in termini di accelerazioni e spostamenti.

Esistono uno spettro elastico corrispondente ad un valore unitario di duttilità ( $\mu = 1$ ) e infiniti spettri inelastici (Fig. 1.5), ciascuno relativo ad un diverso valore della duttilità. Questi ultimi vengono ricavati dal primo attraverso le relazioni (1. 30), (1. 33), (1. 34) e (1. 35).

L'intersezione tra lo spettro elastico ed il prolungamento del tratto elastico della curva di capacità rappresenta la domanda elastica del sisma sul sistema ad un grado di libertà SDOF. La linea radiale corrispondente a tale prolungamento è rappresentativa della rigidità e dunque del periodo elastico di SDOF.

L'intersezione invece tra la curva di capacità di un sistema elastoplastico SDOF di duttilità  $\mu$  ed uno spettro di domanda corrispondente a tale valore di duttilità rappresenta la domanda inelastica del sisma sul sistema SDOF (Fig. 1.6).

Gli esiti delle prime applicazioni del metodo N2 su edifici asimmetrici in pianta e sulle loro controparti simmetriche, sono state alcune considerazioni di naturale generale:

- a) la domanda di spostamento e di duttilità in un edificio simmetrico in corrispondenza ad un assegnato livello di resistenza è adeguatamente più alta di quella del corrispondente sistema simmetrico soprattutto sul lato flessibile, ovvero il più vicino al centro di massa;

- b) nel caso di sisma monodirezionale le rotazioni torsionali dell'impalcato sono fortemente condizionate dagli elementi strutturali distesi lungo la direzione ortogonale a quella di azione sismica.

Il metodo N2 così come illustrato in precedenza costituisce una procedura approssimata per la stima della risposta sismica di una struttura.

Come tale dunque, già nel caso semplificato di schemi piani, presenta delle inevitabili differenze nei risultati rispetto a quanto ottenuto attraverso un'analisi dinamica non lineare del sistema in oggetto. Si noti, in particolare, a tal proposito, che l'accuratezza della stima della domanda di spostamento del sisma è dovuta a più fattori. Tra questi in particolare:

- la schematizzazione come bilatera della curva di capacità, fase operativa questa dalla quale dipende la determinazione del periodo elastico del sistema equivalente SDOF;
- il fatto che, assegnando la distribuzione delle azioni sismiche in ragione di una sola forma di spostamento, corrispondente di norma alla prima forma modale per i sistemi piani, ed alle componenti lungo la direzione del carico di un modo prevalentemente traslazionale in quella direzione per i sistemi spaziali, si trascura l'influenza sulla risposta dei modi superiori.

Gli scarti in genere ottenuti fra i risultati delle due procedure di analisi, dinamica e statica, sono però di norma riconosciuti come accettabili ed il metodo statico non lineare in oggetto è pertanto avallato dalle normative almeno per schemi piani.

Più problematica risulta invece l'applicazione della procedura in esame a schemi spaziali, in quanto nella sua formulazione originaria non risulta in grado di fornire stime accettabili della risposta sismica con riferimento alle inevitabili amplificazioni degli spostamenti connesse alle rotazioni dell'impalcato, che si verificano per edifici asimmetrici in pianta. Ciò per la diversa forma del diagramma degli spostamenti dei punti del singolo impalcato nella direzione di azione sismica, che i due metodi forniscono: curvilineo per l'analisi dinamica, in quanto rappresentativo dei massimi spostamenti in valore assoluto registrati durante l'intero arco temporale dell'evento sismico e raggiunti da punti diversi dell'impalcato in istanti differenti, rettilineo invece per l'analisi statica.

È questo il principale motivo per cui il metodo N2, basato su un'analisi statica non lineare con forze applicate nel centro di massa CM del singolo impalcato, si rivela inadeguato a cogliere gli effetti torsionali caratteristici dei sistemi strutturali planimetricamente irregolari.

Il problema è stato fortemente sentito ed in tempi relativamente recenti sono state elaborate svariate generalizzazioni del metodo N2 a sistemi asimmetrici in pianta con l'intento di correggerne le suddette deficienze. Fra le varie proposte esistenti in letteratura in questa sede si vuole descrivere quella portata avanti da Fajfar (Fajfar et al., 2005), che è l'ideatore del metodo per i sistemi piani (Fajfar, 1999).

### 3. L'estensione al caso 3D del metodo N2

L'estensione del metodo N2 al caso spaziale (Fajfar et al., 2005 b) si fonda sullo studio di un certo numero di strutture asimmetriche in pianta con eccentricità biassiale dei centri di massa e rigidità, ma regolari in altezza e soggette ad eccitazione sismica nelle due direzioni (Fajfar et al., 2005 a). Di essi sono state valutate dapprima la risposta sismica elastica attraverso un'analisi modale con spettro di risposta ed in seguito quella inelastica tramite un'analisi dinamica non lineare. I sistemi indagati rientrano però quasi tutti nella classe dei torsio-rigidi, caratterizzati da una rigidità torsionale globale elevata rispetto a quella traslazionale, e dunque limitatamente a tale categoria possono ritenersi validi i risultati ottenuti. *L'esito delle analisi dinamiche* ha consentito di rilevare alcune tendenze:

- La *risposta elastica* dei torsio-rigidi è sempre caratterizzata da amplificazione degli spostamenti a causa delle rotazioni sul lato flessibile, deamplificazione sul lato rigido;
- La *risposta inelastica*, più difficile da interpretare per la notevole dispersione dei risultati e l'elevato numero dei parametri in gioco, fra cui anche l'intensità dell'eccitazione sismica, ha però evidenziato alcune precise tendenze:
  - Gli effetti torsionali in genere si riducono all'aumentare delle deformazioni plastiche;



- Sul lato flessibile (più vicino a CM) si riduce l'entità delle amplificazioni degli spostamenti a causa della torsione;
- Sul lato rigido (più lontano da CM) si riduce l'entità delle deamplificazioni ed in alcuni casi si passa persino da deamplificazione ad amplificazione;

La conclusione è che qualunque effetto favorevole dovuto alla torsione sul lato rigido ovvero qualunque riduzione degli spostamenti rispetto al corrispondente bilanciato, che può verificarsi in campo elastico, tende ad attenuarsi o persino a scomparire in campo inelastico.

*Il confronto con l'analisi dinamica modale elastica* poi mette in luce come essa possa costituire una stima approssimata, di solito conservativa anche in campo inelastico, dell'amplificazione degli spostamenti a causa della torsione. Da ciò l'idea di combinare in un'unica procedura di calcolo le due analisi:

- a) *L'analisi statica non lineare per sistemi spaziali*, con la quale valutare la domanda di spostamento per CM in termini di spostamento assoluto in testa all'edificio e spostamenti relativi lungo l'altezza;
- b) *L'analisi modale elastica*, con la quale invece valutare le amplificazioni di spostamento causate dalla torsione.

Sono qui di seguito esposti i passi previsti dalla formulazione di Fajfar per il metodo N2 esteso a strutture asimmetriche in pianta.

1) *Esecuzione delle analisi pushover su un modello tridimensionale.*

Si eseguono due analisi statiche incrementali indipendenti relativamente alla due principali direzioni della pianta  $x$  ed  $y$ , valutandone gli effetti per entrambi i versi ed adottando per la singola direzione come domanda di spostamento in testa per CM il valore massimo ottenuto dalle analisi relative ai due versi.

2) *Esecuzione di un'analisi elastica modale sul modello tridimensionale in oggetto.*

Si eseguono indipendentemente anche qui le analisi per eccitazione sismica nelle due direzioni orizzontali. Questa volta però si combinano i risultati relativi alle due direzioni secondo la regola SRSS (*Square Root of Sum of Squares*). Si noti che, per la singola direzione di azione sismica, vengono presi in considerazione tutti i modi di vibrazione e che i risultati relativi ad essi vengono poi composti secon-

do la regola CQC (*Complete Quadratic Combination*), che si utilizza nel caso di periodi propri di oscillazione libera assai prossimi fra loro come di norma accade per i sistemi tridimensionali.

3) *Determinazione dei fattori di correzione da applicare alle quantità rilevanti ottenute in esito all'esecuzione delle analisi pushover*

Tali fattori di correzione si determinano indipendentemente per le due direzioni facendo riferimento tanto ai risultati dell'analisi statica non lineare quanto ai risultati dell'analisi modale. Essi inoltre variano al variare della posizione sull'impalcato. Precisamente:

- a) Si definisce lo spostamento normalizzato in testa in un generico punto P dell'impalcato come il rapporto tra lo spostamento assoluto  $D_P$  in testa di P nella direzione considerata e lo spostamento assoluto  $D_{CM}$  in testa del centro di massa CM nella stessa direzione:
- b) Si calcola il fattore di correzione  $F_P$  in P relativo alla direzione considerata come rapporto tra lo spostamento normalizzato in testa di P ottenuto dall'analisi modale e quello ottenuto dalla analisi pushover eseguita nella direzione in oggetto

Si noti che, poiché il metodo qui esposto non ammette deamplificazioni degli spostamenti a causa della torsione, non ammette fattori di correzione minori dell'unità, pertanto qualora si registrino spostamenti normalizzati in testa ottenuti dall'analisi modale minori di 1.0, si assumerà comunque il valore 1.0 ovvero non si prenderà in considerazione alcuna deamplificazione degli spostamenti dovuta alla torsione.

4) *Amplificazione di tutte le quantità rilevanti ottenute a seguito delle analisi pushover attraverso i fattori di correzione determinati al precedente punto 3).*

Si noti che tanto la scelta delle quantità da amplificare quanto quella dei fattori da adoperare deve essere opportuna. Infatti le quantità rilevanti ai fini della risposta sismica saranno le deformazioni per gli elementi duttili, che ci si attende siano plasticizzati, e le sollecitazioni per gli elementi fragili, che invece si prevede rimangano in campo elastico. Per quanto riguarda la scelta del fattore di correzione opportuno si fa l'esempio di un telaio posto in direzione  $x$  sul contorno dell'impalcato. Il fattore di correzione verrà pertanto valutato con ri-

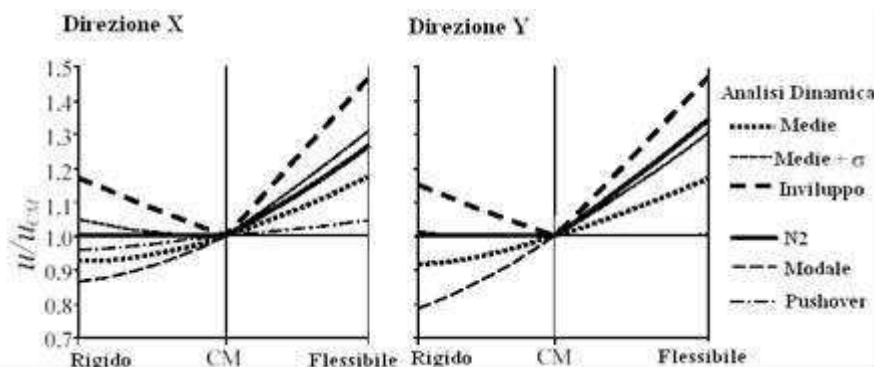


Fig.1.7. Effetti torsionali in termini di spostamento normalizzato in testa ottenuti dal metodo N2, dall'analisi modale, dall'analisi dinamica (medie, medie +  $\sigma$ , involuppo) e da un'analisi pushover per un edificio in c.a. a 3 piani progettato per soli carichi verticali.

ferimento alla pushover eseguita con carico laterale diretto lungo  $x$  e nel punto dell'impalcato corrispondente al baricentro del telaio in oggetto.

Da un confronto operato dagli stessi autori fra i risultati del metodo e quelli derivanti da analisi dinamica non lineare, analisi modale ed analisi pushover senza correzioni è emerso che l'approccio sinora descritto ha condotto nella maggior parte dei casi investigati a stime conservative degli effetti torsionali (Fig. 1.7). D'altro canto è pur vero che i risultati dello studio, cui ora ci si riferisce, sono stati caratterizzati da un'elevata dispersione dei valori e si sono perciò rivelati difficilmente interpretabili. Inoltre la maggior parte dei sistemi esaminati sono torsio-rigidi.

Va inoltre notato che l'ipotesi fondamentale posta a base del metodo è che la previsione elastica, data dall'analisi modale, della forma dell'involuppo degli spostamenti in pianta risulti sempre conservativa rispetto all'effettiva risposta non lineare. Recenti studi (De Stefano M., Pintucchi B., 2008), che però fanno esclusivo riferimento a modelli semplificati monopiano, hanno mostrato che ciò è vero per edifici torsio-rigidi con modesta centrifugazione di rigidezze e resistenze, può non esserlo per strutture altamente torsio-rigide come i sistemi a pareti. Ulteriori studi sono stati incentrati sulla validità della suddetta ipotesi nel caso di sistemi monopiano torsio-flessibili (De Stefano M., Pintucchi

B.,2009). In generale si è riscontrato che la previsione elastica degli spostamenti dovuti al comportamento torsionale è conservativa nella maggior parte dei casi ivi considerati, con alcune eccezioni però relative agli schemi altamente torsio-flessibili con modesta centrifugazione delle rigidità, con modesto impegno plastico ed elevato periodo traslazionale disaccoppiato. Va inoltre aggiunto che tali studi hanno un valore solo orientativo e non possono costituire dei risultati definitivi in quanto non validati su più realistici modelli multipiano. Uno studio (Dolšek.,2008) , che ha fra i suoi autori lo stesso Fajfar, su un modello multipiano classificabile come torsio-flessibile è stato condotto su un edificio reale, e pur concludendo che il metodo N2-3D fornisce stime ragionevolmente accurate e nella maggior parte dei casi conservative della domanda sismica, non manca di rimarcare ancora una volta che le analisi dinamiche sono affette da un'elevatissima dispersione dei risultati soprattutto sul lato rigido.

#### **4. Metodi statici non lineari multimodali**

I metodi statici non lineari sono tutti basati su procedure di pushover e queste, come inizialmente formulate per schemi piani, anche nella originaria versione del metodo N2, sono tutte fondate su due principali assunzioni:

- la risposta della struttura deve essere controllata da un solo modo di vibrare;
- la forma di questo modo rimane invariata durante la storia della risposta.

In realtà entrambe queste assunzioni non sono esatte, ma nel caso di schemi piani conducono a buone stime della risposta dinamica per edifici, per i quali effettivamente il primo modo di vibrare risulta prevalente sugli altri. Inizialmente, ancora nell'ambito degli schemi a comportamento traslazionale, molti ricercatori si sono posti il problema di includere nelle procedure di pushover il contributo dei modi superiori. Ciò è stato fatto in vario modo. In alcuni casi sono stati semplicemente elaborati dei modelli di carico laterale, in cui vengono inclusi i contributi non di un'unica ma di più forme modali. In Freeman et al.( 1998) ad esem-

pio si propone una distribuzione di forze in altezza ottenuta combinando, piano per piano, le forze dovute ai singoli contributi modali attraverso la radice quadrata della somma dei quadrati (regola SRSS). In Valles et al. (1996), invece si suggerisce di imporre come forma di spostamento, cui sono proporzionali le forze attraverso le masse di piano, un modo equivalente  $\Phi_{eq}$  che risulta dalla combinazione dei modi di vibrazione del sistema, pesati con i rispettivi fattori di partecipazione modale, attraverso la regola SRSS. Approcci alternativi si concretizzano nella esecuzione di diverse analisi pushover sul medesimo schema strutturale, utilizzando per ciascuna un modello di carico proporzionale al generico modo di vibrare della struttura e combinando successivamente i risultati delle singole pushover per ottenere la risposta totale del sistema. Un primo approccio completo di analisi pushover multimodale di questo genere è quello descritto da Chopra e Goel (2002), in cui si introduce per schemi piani la Modal Pushover Analysis (MPA), che per sistemi elastici è concettualmente equivalente all'analisi modale con spettro di risposta RSA (Response Spectrum Analysis). Di questo metodo è stata formulata successivamente una estensione a schemi tridimensionali dotati di simmetria monoassiale in pianta e soggetti ad un input sismico monodirezionale (Chopra e Goel, 2004). Punto di partenza di questo approccio è l'equazione del moto del sistema in risposta ad un input monodirezionale nonché l'espansione modale delle forze equivalenti al sisma, di cui si è già fornita sopra l'espressione nella (1. 8) e che qui per convenienza si ricorda.

Un edificio con irregolarità in pianta e  $3N$  impalcati rigidi è un sistema dotato di  $3N$  gradi di libertà, due traslazioni ed una rotazione torsionale per ciascun piano:

$$\mathbf{u}_x = (u_{1x}, u_{1x}, \dots, u_{Nx})^T; \mathbf{u}_y = (u_{1y}, u_{1y}, \dots, u_{Ny})^T; \mathbf{u}_\theta = (u_{1\theta}, u_{1\theta}, \dots, u_{N\theta})^T \quad (1. 37)$$

La sua equazione del moto in risposta ad un input sismico monodirezionale è :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + f_s(\mathbf{u}, \text{segn } \dot{\mathbf{u}}) = -\mathbf{M}\mathbf{1}\ddot{u}_g \quad (1. 38)$$

dove:

**M** è la matrice di massa del sistema;

**C** è la matrice di smorzamento del sistema;

$f_s(\mathbf{u}, \text{segn } \dot{\mathbf{u}})$  è la matrice delle forze resistenti del sistema  
corrispondenti a leggi costitutive non lineari;  
 $\mathbf{v}$  è il vettore che rappresenta la distribuzione spaziale  
delle forze equivalenti al terremoto  $\mathbf{p}_{eff}$  ovvero:

$$\mathbf{v} = (\mathbf{1} \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{1})^T \text{ per sisma lungo } x; \quad \mathbf{v} = (\mathbf{0} \quad \mathbf{1} \quad \mathbf{0})^T \text{ per sisma lungo } y; \quad (1.39)$$

La matrice di massa per il sistema spaziale assume la forma:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{m} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{m} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I}_o \end{bmatrix} \quad (1.40)$$

dove:

$\mathbf{m}$  è la sottomatrice diagonale contenente sulla diagonale principale le masse di piano;

$\mathbf{I}_o$  è la sottomatrice contenente sulla diagonale principale i momenti di inerzia polari valutati rispetto al centro di massa di ogni impalcato.

Sussiste la seguente espansione modale delle forze equivalenti al sisma:

$$\mathbf{p}_{eff} = \mathbf{p}_{eff,n} = -\mathbf{M} \mathbf{v} \ddot{u}_g = \sum_{n=1}^{3N} \mathbf{p}_{eff,n} = -\ddot{u}_g \sum_{n=1}^{3N} \mathbf{s}_n \quad (1.41)$$

dove:

$$\mathbf{p}_{eff,n} = -\mathbf{s}_n \ddot{u}_g \quad \text{con} \quad \mathbf{s}_n = \Gamma_n \mathbf{M} \Phi_n \quad (1.42)$$

in cui:

$$\Gamma_n = \frac{L_n}{M_n}; \quad M_n = \Phi_n^T \mathbf{M} \Phi_n; \quad L_n = \begin{cases} \Phi_{xn}^T \mathbf{m} \mathbf{1} & \text{sisma lungo } x \\ \Phi_{yn}^T \mathbf{m} \mathbf{1} & \text{sisma lungo } y \end{cases} \quad (1.43)$$

Ciascuno dei termini  $\mathbf{p}_{eff,n}$  rappresenta il contributo modale a  $\mathbf{p}_{eff}$ ,  $\mathbf{s}_n$  è il vettore che ne descrive la distribuzione spaziale ed è rappresentativo della distribuzione delle forze di inerzia nascenti in campo elastico in risposta all'eccitazione  $\mathbf{p}_{eff,n}$ . Esso è espresso dalla relazione:

$$\mathbf{s}_n = \begin{Bmatrix} \mathbf{s}_{xn} \\ \mathbf{s}_{yn} \\ \mathbf{s}_{\theta n} \end{Bmatrix} = \Gamma_n \begin{Bmatrix} \mathbf{m} \Phi_{xn} \\ \mathbf{m} \Phi_{yn} \\ \mathbf{I}_O \Phi_{\theta n} \end{Bmatrix} \quad (1.44)$$

Il contributo modale  $\mathbf{s}_n$ , che definirà la distribuzione delle forze da adoperare nella singola analisi pushover dello schema spaziale, come si vede dalla (1.44) comprende ad ogni impalcato tanto forze laterali dirette lungo gli assi  $x$  ed  $y$  quanto coppie torcenti.

In campo lineare si può provare che, se il sistema è classicamente smorzato, come di norma avviene, le risposte dinamiche ai singoli termini  $\mathbf{p}_{eff,n}$  sono fra loro disaccoppiate: la risposta in termini di spostamento al generico sistema di forze  $\mathbf{p}_{eff,n}$  è interamente governata dall' $n$ -esimo modo di vibrare e può esprimersi, istante per istante, come segue:

$$\mathbf{u}_{xn} = \Gamma_n \Phi_{xn} D_n; \quad \mathbf{u}_{yn} = \Gamma_n \Phi_{yn} D_n; \quad \mathbf{u}_{\theta n} = \Gamma_n \Phi_{\theta n} D_n \quad (1.45)$$

dove:

$\mathbf{u}_{xn}$ ,  $\mathbf{u}_{yn}$ ,  $\mathbf{u}_{\theta n}$  sono le componenti di moto definite in CM conseguenti l'applicazione al sistema delle forze  $\mathbf{p}_{eff,n}$ ;

$\Phi_{xn}$ ,  $\Phi_{yn}$ ,  $\Phi_{\theta n}$  sono le componenti dell' $n$ -esimo modo di vibrare della struttura in direzione  $x$  ed  $y$  nonché le sue rotazioni torsionali ai vari piani.

$D_n$  è lo spostamento dinamico di un sistema ad un grado di libertà avente le medesime proprietà di vibrazione dell' $n$ -esimo modo, in risposta all'accelerazione al suolo  $\ddot{u}_g$ .

In maniera analoga la risposta  $r_n$  del sistema a  $\mathbf{p}_{eff,n}$  in termini di una generica quantità di risposta  $r$  sarà:

$$r_n = r_n^{st} A_n \quad (1.46)$$

dove:

$r_n^{st}$  è la risposta statica del sistema cui viene applicato il sistema di forze nelle due direzioni e coppie torcenti espresso dalla (1.44).

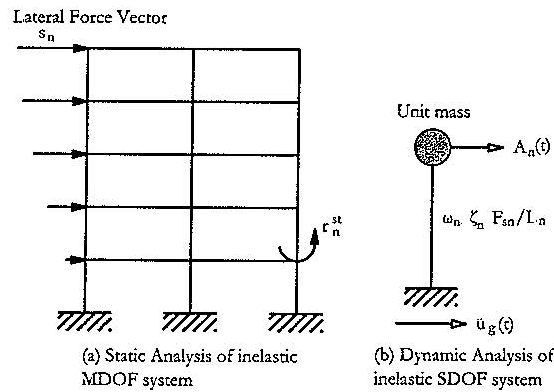


Fig.1.8. Schema dell'applicazione della procedura MPA per schemi piani.

$A_n$  è la pseudo-accelerazione di un sistema ad un grado di libertà avente le medesime proprietà di vibrazione dell' $n$ -esimo modo, in risposta all'accelerazione al suolo  $\ddot{u}_g$ .

Le relazioni (1. 45) ed (1. 46) si possono riferire tanto alla storia della risposta quanto al valore di picco della generica quantità di risposta. In tal caso  $D_n$  ed  $A_n$  non sono i valori istantanei della risposta del sistema ad un grado di libertà associato all' $n$ -esimo modo, quanto piuttosto i suoi valori di picco. Nel caso di analisi modale con spettro di risposta essi vengono valutati attraverso uno spettro di risposta elastico.

La risposta totale del sistema ad un evento sismico, istante dopo istante, è dunque valutabile sovrapponendo le singole risposte modali. La risposta totale di picco è invece valutabile combinando opportunamente le risposte di picco dovute ai singoli contributi modali attraverso comprovate regole di combinazione modale, quale la combinazione quadratica completa, idonea ai sistemi spaziali, che hanno periodi modali assai prossimi fra loro.

L'analisi dinamica del sistema strutturale è decomponibile nell'esecuzione di  $3N$  analisi statiche lineari della struttura spaziale soggetta alle distribuzioni di forza espresse dalla (1. 44) e  $3N$  analisi dinamiche di oscillatori semplici associati ai singoli modi di vibrare, o più semplicemente  $3N$  letture spettrali in corrispondenza dei periodi associati ai singoli oscillatori semplici. In Fig. 1.8 è rappresentato uno schema del funzionamento della procedura MPA nel caso di schemi piani.



In alternativa le medesime quantità modali  $r_n$  possono ottenersi semplicemente applicando in maniera incrementale il sistema di forze e coppie torcenti  $\mathbf{s}_n^*$  espresso dalla relazione:

$$\mathbf{s}_n^* = \begin{Bmatrix} \mathbf{m} \Phi_{xn} \\ \mathbf{m} \Phi_{yn} \\ \mathbf{I}_O \Phi_{\theta n} \end{Bmatrix} \quad (1.47)$$

In tal caso la struttura va spinta fino al raggiungimento all'ultimo impalcato delle seguenti componenti del centro di massa:

$$u_{xn,N} = \Gamma_n \Phi_{xn,N} D_n; \quad u_{yn,N} = \Gamma_n \Phi_{yn,N} D_n; \quad u_{\theta n,N} = \Gamma_n \Phi_{\theta n,N} D_n \quad (1.48)$$

La procedura appena descritta, che costituisce un insolito modo di spiegare l'analisi modale con spettro di risposta per i sistemi lineari, può essere estesa anche in campo non lineare. In tal caso è ancora possibile valutare l' $n$ -esimo contributo modale alla risposta di picco di un sistema strutturale applicando staticamente ad esso la distribuzione di forze (1.47) e spingendo la struttura fino al raggiungimento degli spostamenti in testa (1.48). Questa volta però l'analisi è non lineare ed i valori di picco  $D_n$  ed  $A_n$  vanno valutati a seguito di un'analisi dinamica non lineare dell'oscillatore associato all' $n$ -esimo modo di vibrare, che ora è un oscillatore elasto-plastico, ovvero attraverso una lettura da uno spettro di risposta inelastico. Bisogna qui osservare che in un sistema inelastico i valori di picco delle tre componenti di moto dell'ultimo impalcato non sono raggiunti in maniera simultanea e pertanto risulta in questo caso necessario selezionare una di queste componenti come spostamento di controllo. A seguito dell'applicazione allo schema strutturale del vettore di carico  $\mathbf{s}_n^*$  si ottengono due distinte curve pushover lungo le due direzioni  $x$  ed  $y$ . Gli autori suggeriscono di scegliere quella nella direzione prevalente del modo considerato.

La determinazione dello spostamento di picco  $D_n$  dell'oscillatore semplice inelastico presuppone la conoscenza del suo legame inelastico forze-spostamenti. Tale legame ( $F_{sn}/L_n - D_n$ ) viene dedotto direttamente dalla curva pushover associata al modo  $n$ -esimo ( $V_{bn} - u_{N,n}$ ), dopo averla trasformata in un legame bilineare (Fig. 1.9). Le relazioni di conversione sono basate sui fondamenti teorici per il disaccoppiamento della risposta totale nei suoi contributi modali, validi per i sistemi lineari.

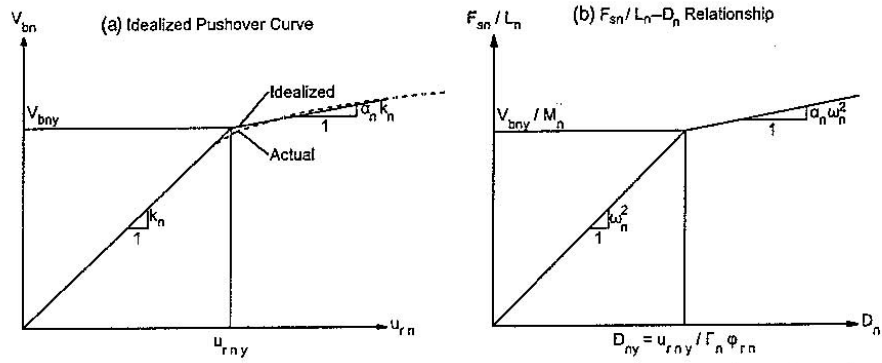


Fig.1.9. Proprietà dell'oscillatore semplice associato all' $n$ -esimo modo valutate a partire dalla curva pushover ottenuta con il vettore di carico a questo relativo.

Precisamente:

$$\frac{F_{sn}}{L_n} = \frac{V_{bn}}{M_n^*}; \quad D_n = \frac{u_{n,N}}{\Gamma_n \cdot \Phi_{Nn}} \quad (1.49)$$

dove:

$M_n^* = \Gamma_n \cdot L_n$  è la massa partecipante all' $n$ -esimo modo;

$\Phi_{N,n}$  è la componente dell' $n$ -esimo modo lungo la direzione prevalente all'ultimo impalcato

Le due quantità  $F_{sn}/L_n$  e  $D_n$  per un sistema ad un grado di libertà avente periodo e rapporto di smorzamento pari a quelli dell' $n$ -esimo modo risultano correlate attraverso la relazione:

$$\frac{F_{sn}^y}{L_n} = \omega_n^2 D_n^y \quad (1.50)$$

dove:

$\frac{F_{sn}^y}{L_n}, D_n^y$  sono i valori al limite elastico rispettivamente

di  $\frac{F_{sn}}{L_n}$  e  $D_n$

$\omega_n$  è la pulsazione dell' $n$ -esimo modo.

Il periodo di vibrazione elastico  $T_n$  dell'oscillatore semplice elasto-plastico associato all' $n$ -esimo modo di vibrazione sarà pertanto:

$$T_n = 2\pi \left( \frac{L_n \cdot D_n^y}{F_{sn}^y} \right)^{1/2} \quad (1. 51)$$

In corrispondenza al periodo  $T_n$  ed allo smorzamento modale  $\xi_n$  si può determinare lo spostamento  $D_n$  svolgendo una analisi dinamica non lineare dell'oscillatore elasto-plastico soggetto all'input sismico, cui si sottopone l'intera struttura, oppure attraverso uno spettro di progetto inelastico o ancora attraverso uno spettro elastico associato a delle relazioni empiriche che definiscono il rapporto tra lo spostamento massimo di un oscillatore inelastico rispetto al corrispondente oscillatore elastico.

Dallo spostamento  $D_n$  invertendo la seconda delle relazioni (1. 49) è poi possibile determinare lo spostamento in testa all'edificio  $u_{N,n}$  nella direzione prescelta per la curva pushover. In corrispondenza a questo livello, dall'analisi statica incrementale condotta con il vettore di carico  $\mathbf{s}_n^*$ , sarà poi possibile determinare la risposta  $r_n$  che costituisce un'approssimazione del valore di picco della risposta modale dinamica  $r_n(t)$  del sistema inelastico. Il picco della risposta totale si ottiene infine combinando i singoli picchi modali. La regola di combinazione inizialmente suggerita dagli autori è la combinazione quadratica completa CQC. Il metodo è stato testato su tre sistemi asimmetrici, ottenuti da altrettanti schemi simmetrici spostando la posizione del baricentro delle masse. I sistemi asimmetrici esaminati in questo lavoro corrispondono ad altrettanti livelli di accoppiamento latero-torsionale espressi dal rapporto  $\Omega_\theta$  fra le frequenze modali torsionale e traslazionale del corrispondente sistema bilanciato. Si tratta un torsio-rigido ( $\Omega_\theta > 1$ ); un torsio-flessibile ( $\Omega_\theta < 1$ ) ed un sistema a comportamento intermedio ( $\Omega_\theta \cong 1$ ). Mentre per i primi due il livello di accuratezza della procedura MPA nella stima della risposta sismica si è rivelato sostanzialmente il medesimo di quello rilevato nello studio dei loro corrispondenti sistemi bilanciati, per l'ultimo sistema le previsioni sono un po' meno accurate. La causa di ciò è stata riconosciuta dagli autori non solo nel forte accoppiamento latero-torsionale del sistema, ma anche nel fatto che le singo-

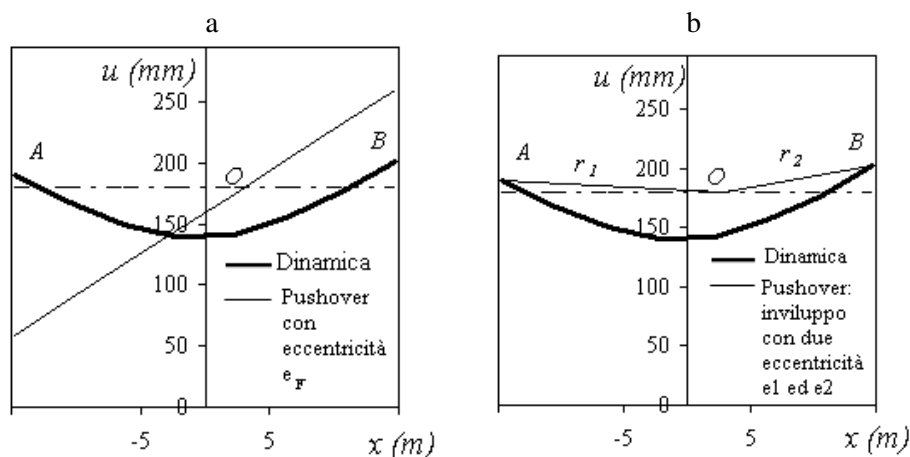


Fig.1.10. Diagramma degli spostamenti statici e dinamici dei punti dell'impalcato (a); Involuppo degli spostamenti dinamici a mezzo di due diagrammi statici con altrettante eccentricità correttive  $e_1$  ed  $e_2$  (b).

le risposte modali attingono ai loro picchi quasi simultaneamente. In queste condizioni la regola di combinazione CQC risulta inapplicabile e pertanto gli autori hanno suggerito di utilizzare la regola ABSSUM ovvero la somma dei massimi della risposta in valore assoluto.

## 5. Correzione in pianta con carico eccentrico

Un approccio differente presume l'applicazione di un sistema di forze statiche su tutti gli impalcati ai vari piani in posizione eccentrica rispetto al centro di massa, in modo così da cogliere la risposta torsionale del generico edificio. L'entità dell'eccentricità del carico rispetto al baricentro delle masse deve essere messa in relazione alle caratteristiche del sistema esaminato e dunque alla forma del diagramma degli spostamenti dinamici che in conseguenza esso assume. Un approccio di questo genere è stato inizialmente proposto per schemi semplificati monopiano (Ferrara, 2007 e Bosco et al., 2009a).

A base del metodo si trova il *confronto fra la diversa forma assunta dal diagramma degli spostamenti* dei punti dell'impalcato ottenuti in

*esito ad un'analisi dinamica non lineare e ad un'analisi statica non lineare: nel primo caso*, la non contemporaneità dei picchi di spostamento raggiunti dai diversi elementi resistenti e successivamente involuppati nel diagramma conduce ad un andamento generalmente *curvilineo*, più o meno marcato in base alle caratteristiche del sistema; viceversa *nel secondo caso*, in perfetto accordo con l'ipotesi di impalcato rigido, il diagramma degli spostamenti è *rettilineo* e si discosta dunque profondamente da quello dinamico (Fig. 1.10.a). Ne segue l'evidente impossibilità di cogliere il diagramma degli spostamenti dinamici attraverso una unica analisi pushover. Già in campo elastico una possibile soluzione viene dall'idea di involuppare il diagramma degli spostamenti dinamici attraverso due distinti diagrammi degli spostamenti statici ottenuti in esito ad altrettante analisi eseguite con due valori distinti di eccentricità del carico. Un singolo diagramma rettilineo degli spostamenti statici, ottenuto in esito ad un'analisi condotta con una eccentricità  $e_F$  del carico opportunamente tarata, è in grado di restituire su un punto dell'impalcato il medesimo valore di spostamento fornito dall'analisi dinamica. In particolare si può scegliere di imporre tale coincidenza per uno degli estremi dell'impalcato. Ciò può poi ripetersi per entrambi i lati dell'impalcato utilizzando non uno, ma due distinti diagrammi ed involuppare successivamente a mezzo di questi il diagramma degli spostamenti dinamici. In campo elastico in passato sono stati condotti specifici studi a riguardo per valutare le eccentricità da impiegare per un corretto involuppo del diagramma degli spostamenti dinamici lineari ottenendo con tale approccio una buona stima della risposta dinamica elastica a mezzo di due analisi statiche. Si ricordano in particolare la proposta di Anastassiadis et al. (1998) che definisce due eccentricità "equivalenti" valutate rispetto al baricentro delle rigidezze CR e quella di Calderoni et al. (2002) che invece definisce due eccentricità "correttive" valutate stavolta rispetto al centro di massa CM del sistema.

La metodologia che si è sviluppata in campo non lineare trae le mosse da queste considerazioni e valuta le due eccentricità "correttive" del carico rispetto a CM in modo da fornire coincidenza fra spostamenti statici e dinamici sui due lati dell'impalcato e una stima cautelativa degli spostamenti dinamici per tutti i punti intermedi (Fig. 1.10.b). Ciò ri-

sulta vero a patto che il punto comune ai due diagrammi considerati, corrispondente allo spostamento statico di CM in un sistema vincolato a non ruotare, risulti sempre maggiore del corrispondente spostamento dinamico. La metodologia inizialmente seguita ha previsto dapprima la determinazione dei parametri influenti sulla risposta, individuati a seguito di un'attenta indagine bibliografica e mutuati tanto da studi fatti circa la risposta elastica quanto da studi inerenti il comportamento inelastico di sistemi strutturali monopiano.

### 5.1. Monopiano: risposta sismica in campo elastico

La risposta elastica di un modello strutturale soggetto ad azione sismica è in generale governata dalla *distribuzione delle masse*, in quanto ad esse sono proporzionali le forze di inerzia che nascono in seno alla struttura durante il sisma, e dalla *distribuzione delle rigidezze* perché in base a queste ultime in fase elastica si ripartisce l'azione sismica tra i vari elementi resistenti. È stato provato (Chopra e Hejal, 1987) che la risposta sismica in campo elastico di modelli strutturali asimmetrici ad un solo piano può essere completamente descritta attraverso due parametri sintetici qui di seguito indicati:

- *L'eccentricità delle rigidezze  $e_r$  (rigidity eccentricity)* definita come la distanza fra il baricentro delle masse CM ed il baricentro delle rigidezze CR. In base ad essa si fa una classica distinzione fra i sistemi irregolari nelle due categorie seguenti:
  - MES (*Mass Eccentric System*): caratterizzati da asimmetria nella distribuzione delle masse e simmetria nella distribuzione delle rigidezze;
  - SES (*Stiffness Eccentric System*): caratterizzati da asimmetria nella distribuzione delle rigidezze e simmetria nella distribuzione delle masse;
- Il rapporto  $\Omega_0$  fra le due pulsazioni torsionale e traslazionale del sistema bilanciato, dove per *sistema torsionalmente bilanciato* si intende quello ottenuto dal modello asimmetrico considerato spostando il centro di rigidezza in corrispondenza di quello di massa. Un sistema siffatto è caratterizzato da due principali proprietà:

- a) Ha i modi di vibrazione libera disaccoppiati;
- b) In risposta ad un input sismico monodirezionale manifesta un comportamento puramente traslazionale nella direzione di azione sismica;

In base al valore assunto dal parametro  $\Omega_\theta$  si distinguono le due classi di sistemi strutturali:

- *Torsio-flessibili* caratterizzati da una bassa rigidezza torsionale rispetto a quella traslazionale per i quali risulta:  $\Omega_\theta < 1$ ;
- *Torsio-rigidi* caratterizzati da una elevata rigidezza torsionale rispetto a quella traslazionale per i quali risulta:  $\Omega_\theta > 1$ .

In un edificio è poi possibile riconoscere, fra i due estremi dell'impalcato, in base alla posizione del Centro di Rigidezza CR:

- come lato *rigido* l'estremo dell'impalcato più vicino a CR che a CM;
- come lato *flessibile* l'estremo più vicino a CM che a CR.

## 5.2. Monopiano: risposta sismica in campo inelastico

La risposta inelastica di edifici irregolari in pianta si presenta ben più complessa di quella elastica e, nonostante i molti studi a riguardo, ancora oggi mancano delle conclusioni certe e consolidate. Ciò anche in virtù del ben più elevato numero di parametri in gioco. Innanzi tutto quelli legati alla *distribuzione delle resistenze*. Ciò è facilmente comprensibile se si pensa al caso di incrudimento nullo, in cui, al limite, quando tutti gli elementi sono plasticizzati, le azioni inerziali dovute al sisma, che nella fase elastica si ripartivano fra essi in proporzione alle rigidezze, si distribuiscono invece in relazione alle loro resistenze. Significativi risultano tanto la resistenza complessiva del sistema quanto la sua distribuzione fra i vari elementi resistenti e dunque l'eccentricità  $e_s$  (Strength Eccentricity) del centro di resistenza CS rispetto al centro di massa. Altro parametro significativo è il rapporto fra la resistenza globale richiesta alla struttura per permanere in campo elastico e quella da essa realmente posseduta quale indice dell'impegno plastico atteso. Attesa la complessità del comportamento dinamico inelastico di strutture planimetricamente irregolari, nel seguito si descrivono bre-

vemente alcune tendenze di comportamento emerse anche in vari studi presenti in letteratura (Lucchini *et al.*, 2008; Fajfar *et al.*, 2005).

- Pur con eccentricità delle rigidezze  $e_r$  nulla i sistemi strutturali manifestano un comportamento rotazionale che non avrebbero in campo elastico e ciò in quanto diviene ora rilevante anche l'influenza dei parametri legati alla distribuzione delle resistenze;
- A parità di  $\Omega_\theta$  l'effetto torsionale della risposta cresce al crescere di  $e_s$ ;
- A parità di  $e_s$  l'effetto torsionale della risposta inelastica varia con  $\Omega_\theta$  in maniera qualitativamente analoga al caso elastico, ma con differenze meno accentuate fra sistemi con diversa rigidezza torsionale;
- Al crescere dell'impegno plastico  $R_\mu$  l'effetto torsionale della risposta si fa sempre meno rilevante: il comportamento strutturale è più traslazionale. Segnatamente si riducono le deamplificazioni connesse con le rotazioni dell'impalcato sul lato rigido, che caratterizzano il comportamento elastico dei torsio-rigidi ( $\Omega_\theta > 1$ ).

### 5.3. Sistemi analizzati e modalità operative

Come parametri influenti sulla risposta del sistema sono stati scelti: l'eccentricità delle rigidezze  $e_r$ , il rapporto  $\Omega_\theta$ , l'eccentricità delle resistenze  $e_s$  e, a parità di quest'ultima, la *singola distribuzione di resistenza* nonché *l'impegno plastico*  $R_\mu$  definito come sopra descritto. I modelli da analizzare sono stati ottenuti facendo variare i parametri di interesse in precedenza selezionati. Tutti i sistemi analizzati sono caratterizzati da una dislocazione in pianta degli elementi resistenti simmetrica rispetto al baricentro geometrico dell'impalcato (Fig. 1.11) e sono monosimmetrici rispetto all'asse  $x$  in termini di distribuzione di rigidezza e resistenza. Oggetto di studio sono stati sistemi appartenenti alle due tipologie di dissimetria, MES e SES.

Per ottenere una certa continuità nei risultati al fine di agevolarne l'interpretazione ed una successiva formalizzazione analitica si è considerato un campo di valori abbastanza ampio entro cui far variare alcuni parametri di controllo delle indagini, segnatamente il rapporto  $\Omega_\theta$  e l'impegno plastico  $R_\mu$ . La resistenza laterale totale del generico sistema



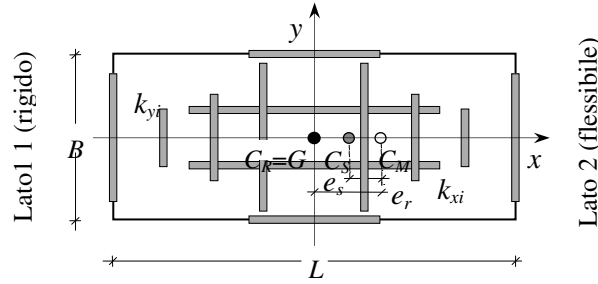


Fig. 1.11. Pianta del generico sistema analizzato.

strutturale analizzato, uguale nelle due direzioni, è stata determinata in ragione dell'impegno plastico  $R_\mu$  fissato in fase di definizione del sistema stesso attraverso la relazione seguente:

$$S_x = S_y = \frac{m \cdot S_{ae}(T_y)}{R_\mu} \quad (1.52)$$

dove:

$S_{ae}$  è la *pseudo-accelerazione del corrispondente sistema bilanciato* e dunque il numeratore della (1.52) rappresenta il taglio alla base elastico del bilanciato nella direzione di azione sismica.

La ripartizione delle rigidezze e delle resistenze è stata effettuata in maniera automatizzata attraverso le procedure rispettivamente descritte in Ghersi e Rossi (2000) e Bosco et al. (2009a).

In primo luogo è stato selezionato un gruppo di accelerogrammi artificiali e compatibili con lo spettro dell'Eurocodice 8 per suolo di classe C e rapporto di smorzamento  $\xi$  pari al 5%

Le eccentricità correttive sono state poi determinate seguendo le seguenti modalità operative:

- Valutazione della risposta sismica mediante *analisi dinamica non lineare* sottoponendo la struttura ad un set di accelerogrammi diretti esclusivamente ortogonalmente alla direzione di asimmetria ed assumendo poi come spostamenti dinamici di riferimento quelli corrispondenti al valor medio del complesso dei valori ottenuti al variare dell'input sismico;
- Esecuzione di *diverse analisi pushover*, ciascuna con un differente valore della eccentricità  $e_F$  del punto di applicazione della forza CF

rispetto al baricentro delle masse CM, e confronto degli spostamenti statici e dinamici sui due lati dell'impalcato sino all'individuazione dei diagrammi statici in grado di cogliere la risposta dinamica sul primo e sul secondo lato dell'impalcato: i corrispondenti valori di eccentricità  $e_1$  ed  $e_2$  sono appunto le eccentricità correttive cercate.

- La *fase conclusiva del lavoro* ha portato alla costruzione di abachi e diagrammi finalizzati a mettere in relazione le eccentricità correttive trovate con i parametri di riferimento caratterizzanti gli schemi strutturali analizzati. I diagrammi, bidimensionali e tridimensionali, determinati in tale occasione hanno manifestato un andamento qualitativo piuttosto regolare.

#### 5.4. Evoluzione del lavoro: sisma bidirezionale

L'approccio in precedenza proposto e sopra descritto è stato successivamente generalizzato al caso di sisma bidirezionale (Bosco et al., 2009b). In queste nuove indagini, come già fatto per le precedenti analisi condotte con sisma monodirezionale, sono stati mantenuti fissi alcuni parametri. Precisamente si è sempre fatto riferimento a sistemi con impalcato infinitamente rigido nel suo piano, di forma rettangolare con dimensioni in pianta  $B \times L$  pari a 12.5 m  $\times$  29.5 m (Fig. 1.11) e aventi massa  $m$  concentrata a livello dell'impalcato e pari a 1416 t, raggio giratore delle masse  $r_m$  rispetto a CM pari a 0.312  $L$  ed elementi resistenti a sostegno dell'impalcato nelle due direzioni (4 in direzione  $x$  ed 8 in direzione  $y$ ) dotati di rigidezza e resistenza unicamente nel loro piano e caratterizzati da un legame forza – spostamento del tipo elastico-perfettamente plastico. Tutti i sistemi analizzati sono caratterizzati da una dislocazione in pianta degli elementi resistenti simmetrica rispetto al baricentro geometrico dell'impalcato e monosimmetrici rispetto all'asse  $x$  in termini di distribuzione di rigidezza e resistenza. A tutti competono una stessa aliquota  $\gamma_x$  della rigidezza torsionale totale del sistema dovuta ai soli elementi in direzione  $x$  e fissata pari al 20 % nonché il medesimo valore dei periodi traslazionali disaccoppiati del corrispondente sistema bilanciato  $T_x = T_y$  posti pari ad 1 s. Oggetto di studio

sono stati ancora sistemi appartenenti alle due tipologie di dissimetria già considerate in precedenza, MES e SES.

Per ottenere una certa continuità nei risultati al fine di agevolare l'interpretazione ed una successiva formalizzazione analitica si è ampliato, rispetto alle analisi condotte in precedenza per sisma unidirezionale, il campo di valori entro cui far variare alcuni parametri di controllo delle indagini, segnatamente il rapporto  $\Omega_0$  e l'impegno plastico  $R_\mu$ . Per il rapporto  $\Omega_0$  si è fatto riferimento all'intervallo compreso tra 0.6 e 1.4 con passo di 0.05 per un totale di 17 valori, rappresentativi di sistemi sia torsionalmente flessibili ( $\Omega_0 < 1$ ) sia torsionalmente rigidi ( $\Omega_0 > 1$ ) nel caso di sistemi MES riducendo il campo di valori all'intervallo compreso tra 0.8 e 1.4 sempre con passo di 0.05 per un totale questa volta di 13 valori nel caso dei SES, a causa di problemi legati alla generazione dei sistemi. Per l'impegno plastico  $R_\mu$  si è fatto riferimento all'intervallo compreso tra 1.0 e 6.0 con passo 1.0 e con l'ulteriore aggiunta del valore 0.5 per un totale di 7 valori, rappresentativi di sistemi che durante un evento sismico manifestano un comportamento praticamente elastico ( $R_\mu = 0.5$ ) ovvero presentano deformazioni plastiche in misura progressivamente crescente. Sono stati mantenuti in queste nuove elaborazioni i campi di valori già adoperati in precedenza per l'eccentricità delle rigidezze  $e_r$ , variabile fra  $-0.10 L$  e  $0.00 L$  con passo di  $0.025 L$  ( in totale 5 valori), e per l'eccentricità delle resistenze  $e_s$ , variabile fra  $-0.10 L$  e  $0.10 L$  con passo di  $0.025 L$  ( in totale 9 valori) nonché l'impiego per ciascun valore di  $e_s$ , ovvero a parità di posizione del centro di resistenza CS, di dieci diverse ripartizioni di resistenza generate in maniera casuale.

La sequenza operativa per la determinazione delle cercate eccentricità correttive in ragione delle grandezze che caratterizzano la risposta sismica inelastica dei sistemi analizzati è sempre la medesima illustrata sopra con riferimento al caso di input sismico monodirezionale. È opportuno fare alcune *precisazioni circa le analisi dinamiche e statiche non lineari* condotte sui sistemi analizzati.

Per quanto attiene *l'input sismico* i telai presi in esame sono stati sottoposti ad un insieme di dieci coppie di accelerogrammi applicate simultaneamente lungo le due principali direzioni della pianta. Tali acce-

lerogrammi artificiali sono stati generati mediante il programma SIM-QKE (1976) e sono compatibili con lo spettro elastico dell'Eurocodice 8 per suolo di classe C, rapporto di smorzamento del 5% ed accelerazione di picco al suolo  $a_g$  pari a 0.35 g. La *risposta dinamica non lineare* dei sistemi è stata determinata mediante integrazione al passo delle equazioni del moto attraverso il Metodo di Newmark con parametri  $\gamma=0.5$  e  $\beta=0.25$ . Per i sistemi analizzati si è assunto uno smorzamento classico alla Rayleigh fissando gli smorzamenti modali pari al 5% per il primo ed il terzo modo di vibrazione. Come valori rappresentativi della domanda di spostamento degli elementi in direzione  $y$  sono stati assunti i valori medi dei massimi spostamenti dinamici ottenuti per le dieci diverse coppie di accelerogrammi impiegate nelle analisi. Le *analisi statiche non lineari (analisi pushover)* sono state condotte considerando un carico sismico unidirezionale e ortogonale all'asse di simmetria dei sistemi strutturali esaminati, applicato di volta in volta in una differente posizione CF dell'impalcato definita da una eccentricità  $e$  rispetto al centro delle masse parallela all'asse  $x$ . Ciascuna analisi pushover è stata interrotta in corrispondenza della domanda di spostamento del sisma per il centro di massa CM. Per la determinazione di quest'ultima, al fine di depurare i risultati delle indagini da errori insiti nelle usuali procedure di analisi statica non lineare già per sistemi traslanti, non si è fatto ricorso a convenzionali stime a mezzo di spettri di risposta inelastici come previsto da tali metodi, bensì ad una valutazione rigorosa assumendo come domanda di spostamento il valor medio dello spostamento dinamico non lineare di CM per un sistema vincolato a non ruotare e valutato sul complesso dei valori ottenuti in corrispondenza all'applicazione delle singole coppie accelerometriche. Le eccentricità correttive  $e_1$  ed  $e_2$  in grado di restituire spostamenti statici e dinamici coincidenti rispettivamente sul primo e sul secondo lato dell'impalcato sono state determinate attraverso il metodo del dimezzamento entro il campo di valori compreso tra  $-0.25 L$  e  $0.25 L$ . In sede di valutazione delle eccentricità correttive si è notato che qualora risulti  $e_1$  maggiore di  $e_2$ , ovvero qualora il punto di applicazione CF1 della forza sismica in grado di restituire uno spostamento statico per il primo lato dell'impalcato (lato rigido) coincidente con il corrispondente spostamen-

to dinamico si venga a trovare più a destra della posizione CF2 da attribuire al carico sismico per ottenere la medesima coincidenza sul secondo lato (lato flessibile), l'inviluppo dei due diagrammi statici si presenta eccessivamente conservativo. In tal caso si è preferito procedere ad una "variante di inviluppo" con una unica eccentricità e dunque un unico diagramma degli spostamenti statici che, pur non essendo in grado di cogliere in maniera esatta gli spostamenti sui due lati dell'impalcato, risulta comunque meno cautelativo dell'inviluppo con due eccentricità. Dal momento che un qualunque valore di eccentricità  $e$  compreso tra  $e_1$  ed  $e_2$  fornisce una stima accettabile del diagramma dei massimi spostamenti dinamici, si è in tal caso convenuto di assumere come unico valore di eccentricità la media tra  $e_1$  ed  $e_2$ . Le eccentricità correttive sono state determinate per ciascuna coppia di  $\Omega_0$  ed  $R_\mu$ , al variare dei parametri  $e_r$  ed  $e_s$  e, per ogni assegnata posizione del centro di resistenza CS, per le dieci distribuzioni di resistenza considerate, in termini sia di valori medi sia di scarti quadratici medi su tutte le distribuzioni di resistenza. È stato pertanto possibile calcolarne il coefficiente di variazione COV, come rapporto tra scarti quadratici medi e medie prese in valore assoluto, assumendo tale quantità come indice di dispersione ovvero come misura di quanto i valori relativi alle singole distribuzioni siano distanti dalla loro media. Dal momento che un tale indicatore si è sempre mantenuto su valori piuttosto bassi, si è potuto concludere che la singola distribuzione di resistenza sia poco influente rispetto agli altri parametri sul valore finale delle eccentricità correttive e pertanto si è nel seguito fatto riferimento al valor medio delle eccentricità determinate per le singole distribuzioni di resistenza assumendo queste come eccentricità correttive.

Le eccentricità così calcolate sono state raccolte, separatamente per i due lati dell'impalcato, in prospetti riepilogativi al variare di  $e_r$  ed  $e_s$ , essendo ciascun prospetto relativo ad una fissata coppia di valori di  $\Omega_0$  ed  $R_\mu$ . Una rappresentazione grafica tridimensionale dei dati riportati su tali prospetti ha consentito di visualizzare l'andamento, sempre piuttosto regolare, delle eccentricità correttive, valutate a seguito delle analisi numeriche condotte, a fronte dei valori assunti dai parametri di controllo (Fig. 1.12). Questa considerazione ha giustificato l'idea di inter-

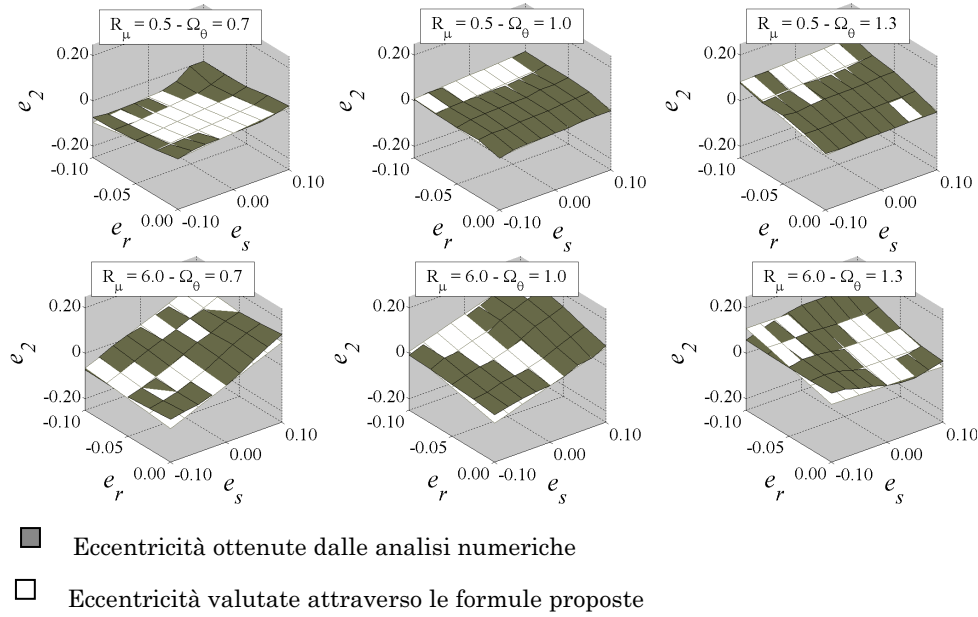


Fig.1.12. Eccentricità correttive sul lato 2 (flessibile) in funzione di  $e_r$  ed  $e_s$ .

polare tali superfici tridimensionali relative ai valori sperimentali delle eccentricità correttive attraverso l'uso di funzioni lineari rappresentanti dei piani nello spazio tridimensionale  $e_r - e_s - e_i$  dove  $e_i$  rappresenta l'eccentricità correttiva relativa all' $i$ -esimo lato dell'impalcato con  $i=1,2$ . Le pendenze di tali superfici rispetto agli assi  $e_r$  ed  $e_s$  dipendono da  $\Omega_\theta$  ed  $R_\mu$  e si può in particolare osservare che, per bassi valori dell'impegno plastico  $R_\mu$ , quando il sistema non presenta rilevanti deformazioni plastiche e determinante sulla sua risposta è la distribuzione delle rigidità più che quella delle resistenze, la pendenza rispetto all'asse  $e_s$  si mantiene piuttosto bassa mentre cresce al crescere di  $R_\mu$  via via che ci si addentra sempre più in campo plastico e diviene progressivamente più significativo il contributo alla risposta della distribuzione di resistenze. Si nota inoltre che un sistema con valori nulli tanto della eccentricità delle rigidità  $e_r$  quanto di quella delle resistenze  $e_s$  è bilanciato e pertanto non necessita di alcuna eccentricità correttiva, motivo questo per cui le superfici rappresentative delle eccentricità correttive al variare di  $e_r$  ed  $e_s$  per tutte le coppie di valori di  $\Omega_\theta$  ed  $R_\mu$  devono passare per l'origine degli assi.

Da tali considerazioni è scaturita l'equazione assunta per definire le superfici rappresentative di tali eccentricità:

$$\begin{aligned} e_i &= a_i \cdot e_s + b_i \cdot e_r \quad \forall i=1,2 \\ \text{dove } a_i &= a_i(\Omega_\theta, R_\mu) \quad \text{e} \quad b_i = b_i(\Omega_\theta, R_\mu) \end{aligned} \quad (1. 53)$$

ovvero i coefficienti  $a_i$  e  $b_i$  che definiscono il piano dipendono dai parametri  $\Omega_\theta$  ed  $R_\mu$ . Il problema dell'individuazione di tali superfici è dunque stato ricondotto alla determinazione di questi coefficienti in ragione del rapporto  $\Omega_\theta$  e dell'impegno plastico  $R_\mu$ . Una prima valutazione di  $a_i$  e  $b_i$  si è raggiunta per via numerica minimizzando, per ciascuna coppia di valori di  $\Omega_\theta$  ed  $R_\mu$ , la varianza fra i valori delle eccentricità correttive ottenuti a seguito delle analisi condotte ed i loro valori teorici stimati a mezzo dell'equazione (1. 53). Una tale determinazione ha previsto l'impiego di una procedura iterativa in cui nel generico tentativo, fissati ad arbitrio i valori dei coefficienti cercati  $a_i$  e  $b_i$  e determinata con riferimento ad essi l'eccentricità correttiva teorica  $e_i^t$ , si è provveduto al confronto fra un tale valore e quello numerico noto, sulla base di una quantità globale in grado di esprimere la distanza fra la superficie sperimentale ed il piano "approssimante" in termini medi cioè con riferimento al complesso delle coppie  $(e_r, e_s)$  prese in esame nelle indagini svolte. Il parametro di misura di un tale raffronto è la somma, estesa a tutte le coppie  $(e_r, e_s)$  utilizzate nei calcoli, dei quadrati delle differenze fra i valori sperimentali  $e_i^s$  dell'eccentricità correttiva  $e_i$  ed i corrispondenti valori teorici  $e_i^t$  ottenuti dalla (1. 53) con i valori di tentativo inizialmente assegnati ai coefficienti  $a_i$  e  $b_i$  ovvero la quantità  $d$  definita come segue:

$$d = \sum_{j=1}^{N_p} \left[ e_i^t(e_r, e_s) - e_i^s(e_r, e_s) \right]^2 \quad (1. 54)$$

dove  $N_p$  = numero di coppie di punti  $(e_r, e_s)$  considerati

Nella valutazione della distanza media tra la superficie sperimentale ed il piano che la approssima si è tenuto conto anche della diversa modalità di involuppo cui si è fatto ricorso, qualora  $e_1$  risulti maggiore di  $e_2$ . In tal caso, ogni qual volta il valore stimato per l'eccentricità correttiva  $e_i$  attraverso l'equazione del piano è risultato interno all'intervallo di valo-

ri compreso tra  $e_1$  ed  $e_2$ , lo scarto fra valore numerico e valore stimato per essa è stato convenzionalmente posto pari a zero, in quanto qualsiasi valore compreso tra le due eccentricità numeriche  $e_1$  ed  $e_2$  fornisce in tal caso un inviluppo accettabile degli spostamenti dinamici; viceversa quando il valore stimato per l'eccentricità correttiva  $e_i$  è risultato esterno all'intervallo compreso tra le due eccentricità numeriche  $e_1$  ed  $e_2$ , si è assunto come scarto il minimo dei due scarti dell'eccentricità stimata attraverso la (1. 53) valutati rispetto ai due valori numerici  $e_1$  ed  $e_2$ .

Il risultato di tale procedimento è stato un abaco dei coefficienti  $a_i$  e  $b_i$  che si compone di più prospetti differenziati per tipo di dissimmetria e per lato dell'impalcato: in totale 2 prospetti per ciascun tipo di dissimmetria (MES e SES), uno per lato. Su di essi i coefficienti sono tabellati in funzione dei valori di  $\Omega_0$  ed  $R_\mu$  considerati.

Si riportano nelle successive tabelle **Errore. L'origine riferimento non è stata trovata.** e 2 i valori dei coefficienti  $a$  e  $b$  ottenuti rispettivamente per lato 1 e lato 2 per i sistemi MES. Analoghi prospetti sono stati ottenuti anche per i sistemi SES.

### 5.5. Formulazioni analitiche

Passo successivo è stata la traduzione dei valori numerici trovati per i coefficienti  $a_i$  e  $b_i$  in espressioni analitiche in funzione dei parametri  $\Omega_0$  ed  $R_\mu$  (Bosco et al., 2012). Al fine di contenere il più possibile il grado di complessità di tali formule si è ritenuto opportuno fare riferimento per la loro definizione ai soli sistemi MES e solo successivamente, in sede di validazione, verificarne l'attendibilità anche per i SES ai fini della stima degli spostamenti dinamici attraverso analisi statica.

Il procedimento seguito viene qui di seguito brevemente illustrato in termini generali con riferimento al generico coefficiente della (1. 53) che chiameremo  $q$ . In generale la sequenza operativa adottata per la determinazione di  $q$  si può così sintetizzare:

- Costruzione di un grafico tridimensionale che rappresenti l'andamento dei valori numerici del coefficiente  $q$  in esame con  $\Omega_0$  ed  $R_\mu$ ;



$\Omega_0$	$R_p = 0.5$		$R_p = 1.0$		$R_p = 2.0$		$R_p = 3.0$		$R_p = 4.0$		$R_p = 5.0$		$R_p = 6.0$	
	$a_1$	$b_1$	$a_1$	$b_1$	$a_1$	$b_1$	$a_1$	$b_1$	$a_1$	$b_1$	$a_1$	$b_1$	$a_1$	$b_1$
0.60	0.304	1.120	0.573	0.751	0.824	0.459	0.830	0.430	0.877	0.381	0.585	0.329	0.853	0.309
0.65	0.361	1.129	0.595	0.796	0.826	0.470	0.796	0.474	0.829	0.435	0.810	0.372	0.793	0.348
0.70	0.367	1.173	0.602	0.764	0.847	0.477	0.833	0.466	0.877	0.404	0.840	0.305	0.802	0.292
0.75	0.417	1.188	0.641	0.757	0.853	0.473	0.826	0.489	0.872	0.421	0.815	0.296	0.776	0.279
0.80	0.435	1.232	0.675	0.747	0.852	0.444	0.832	0.483	0.898	0.395	0.804	0.272	0.730	0.248
0.85	0.454	1.244	0.692	0.749	0.848	0.409	0.810	0.460	0.876	0.393	0.763	0.240	0.670	0.204
0.90	0.443	1.244	0.705	0.710	0.853	0.373	0.811	0.375	0.886	0.322	0.730	0.179	0.628	0.142
0.95	0.384	1.171	0.688	0.655	0.856	0.330	0.812	0.276	0.893	0.248	0.711	0.125	0.582	0.067
1.00	0.319	1.020	0.671	0.549	0.848	0.276	0.818	0.188	0.874	0.194	0.676	0.081	0.524	-0.002
1.05	0.230	0.783	0.625	0.414	0.816	0.219	0.793	0.101	0.821	0.134	0.602	0.059	0.440	-0.045
1.10	0.166	0.518	0.565	0.244	0.783	0.155	0.773	0.030	0.760	0.081	0.524	0.047	0.343	-0.078
1.15	0.103	0.254	0.487	0.087	0.732	0.099	0.726	-0.023	0.677	0.047	0.436	0.041	0.236	-0.109
1.20	0.057	0.048	0.429	-0.028	0.677	0.056	0.659	-0.076	0.574	0.023	0.345	0.030	0.118	-0.111
1.25	0.035	-0.128	0.373	-0.131	0.620	0.044	0.573	-0.121	0.458	0.002	0.249	0.026	-0.007	-0.111
1.30	0.023	-0.163	0.330	-0.158	0.554	0.064	0.485	-0.134	0.337	-0.011	0.149	0.029	-0.136	-0.102
1.35	0.015	-0.161	0.296	-0.144	0.493	0.089	0.413	-0.131	0.216	-0.017	0.032	0.034	-0.265	-0.090
1.40	0.007	-0.154	0.273	-0.130	0.444	0.101	0.369	-0.132	0.103	-0.012	-0.093	0.037	-0.396	-0.081

Tab. 1 – Valori dei coefficienti  $a$  e  $b$  sul lato 1 (rigido) per sistemi MES

$\Omega_0$	$R_p=0.5$			$R_p=1.0$			$R_p=2.0$			$R_p=3.0$			$R_p=4.0$			$R_p=5.0$			$R_p=6.0$		
	$a_2$	$b_2$	$a_1$	$a_2$	$b_2$	$a_1$	$a_2$	$b_2$	$a_1$	$a_2$	$b_2$	$a_1$	$a_2$	$b_2$	$a_1$	$a_2$	$b_2$	$a_1$	$a_2$	$b_2$	
0.60	0.229	0.664	0.595	0.340	0.917	-0.025	0.988	-0.147	1.027	-0.216	1.021	-0.250	1.019	-0.267							
0.65	0.249	0.659	0.617	0.320	0.926	-0.051	0.991	-0.176	1.017	-0.239	0.943	-0.218	1.006	-0.296							
0.70	0.245	0.700	0.637	0.337	0.944	-0.098	1.001	-0.234	1.012	-0.311	0.957	-0.305	1.022	-0.373							
0.75	0.250	0.686	0.659	0.298	0.957	-0.125	1.003	-0.289	0.998	-0.369	0.947	-0.358	1.010	-0.419							
0.80	0.227	0.624	0.669	0.263	0.970	-0.173	1.012	-0.302	0.977	-0.444	0.911	-0.432	0.981	-0.478							
0.85	0.194	0.507	0.659	0.154	0.972	-0.239	1.036	-0.327	0.958	-0.510	0.878	-0.508	0.952	-0.534							
0.90	0.172	0.355	0.662	0.099	0.977	-0.329	1.032	-0.371	0.936	-0.603	0.831	-0.630	0.898	-0.644							
0.95	0.141	0.080	0.641	-0.208	0.963	-0.424	1.021	-0.414	0.909	-0.691	0.777	-0.737	0.849	-0.753							
1.00	0.158	-0.249	0.682	-0.435	0.960	-0.507	1.028	-0.469	0.862	-0.777	0.698	-0.835	0.779	-0.873							
1.05	0.166	-0.536	0.679	-0.658	0.939	-0.575	1.006	-0.539	0.803	-0.846	0.603	-0.902	0.681	-0.956							
1.10	0.155	-0.739	0.658	-0.808	0.906	-0.637	0.986	-0.611	0.741	-0.900	0.495	-0.945	0.553	-1.010							
1.15	0.150	-0.891	0.662	-0.928	0.876	-0.657	0.947	-0.652	0.678	-0.936	0.376	-0.972	0.410	-1.040							
1.20	0.137	-0.930	0.650	-0.972	0.855	-0.658	0.895	-0.656	0.615	-0.956	0.251	-0.979	0.260	-1.058							
1.25	0.115	-0.933	0.627	-0.953	0.838	-0.658	0.846	-0.654	0.565	-0.972	0.135	-0.985	0.111	-1.066							
1.30	0.094	-0.933	0.594	-0.917	0.822	-0.682	0.787	-0.678	0.538	-0.984	0.027	-0.988	-0.045	-1.058							
1.35	0.077	-0.860	0.556	-0.882	0.793	-0.720	0.744	-0.689	0.522	-1.006	-0.065	-1.005	-0.200	-1.037							
1.40	0.064	-0.771	0.525	-0.843	0.750	-0.772	0.691	-0.692	0.505	-1.039	-0.156	-1.020	-0.335	-0.997							

Tab. 2 – Valori dei coefficienti  $a$  e  $b$  sul lato 2 (flessibile) per sistemi MES

Attraverso delle sezioni della suddetta superficie sperimentale con i diversi piani di equazione  $\Omega_\theta = \text{costante}$ , costruzione di grafici bidimensionali che rappresentano l'andamento del coefficiente  $q$  con  $R_\mu$  per tutti i valori di  $\Omega_\theta$  considerati nelle elaborazioni;

- Individuazione qualitativa, dall'osservazione dei grafici ottenuti, del tipo di funzioni, eventualmente differenziate su diversi sottointervalli del campo di valori in cui è stato fatto variare il parametro  $R_\mu$ , capaci di interpolare con sufficiente accuratezza le curve sperimentali ricavate in precedenza. Tali funzioni sono state selezionate con l'accortezza di assumere, se possibile, il medesimo genere di funzioni per tutti i valori di  $\Omega_\theta$  considerati. In tal modo il generico coefficiente è stato ricondotto ad una funzione del parametro  $R_\mu$  attraverso la legge analitica prescelta e di una serie di ulteriori coefficienti che intervengono proprio nella descrizione di tale legge. Questi ultimi sono a loro volta stati espressi in funzione del parametro  $\Omega_\theta$ :

$$q = f \left[ R_\mu, (c_j)_{j=1, \dots, N} \right] \quad (1.55)$$

dove  $N$  = numero di coefficienti necessari per la definizione della funzione  $f$

$$c_j = c_j(\Omega_\theta) \quad \forall j = 1, \dots, N$$

- La definizione completa delle formule per il coefficiente in oggetto è stata raggiunta a seguito della determinazione dei suddetti coefficienti che in esse figurano. Ciò è avvenuto in un primo tempo per via numerica attraverso una minimizzazione degli scarti tra valori sperimentali e stimati, in esito alla quale è stato prodotto un insieme di valori per tali coefficienti in corrispondenza ai diversi  $\Omega_\theta$  considerati. Solo successivamente si è proceduto ad una interpolazione di tali valori a mezzo di funzioni continue del parametro  $\Omega_\theta$ .

Si descrive ora, a titolo di esempio, con maggior dettaglio la procedura che ha condotto alla determinazione dell'espressione analitica per il coefficiente  $\alpha_1$  della (1.53) relativo al primo lato dell'impalcato.

Inizialmente sono stati realizzati dei diagrammi bidimensionali rappresentanti l'andamento qualitativo del coefficiente  $\alpha_1$  come ottenuto dalle indagini numeriche in ragione dell'impegno plastico  $R_\mu$  e per fissati  $\Omega_\theta$  corrispondenti a tutti i valori per quest'ultimo presi in esame

(Fig.1.13.a). Si tratta di sezioni con piani di equazione  $\Omega_\theta = \text{costante}$  della superficie sperimentale che descrive  $a_1$  in funzione simultaneamente di entrambi i due parametri  $R_\mu$  ed  $\Omega_\theta$ . La scelta delle funzioni della sola variabile  $R_\mu$  da impiegare per interpolare tali curve sperimentali è stata una diretta conseguenza della loro osservazione e nel caso specifico è ricaduta su due parabole, una ascendente e l'altra discendente, continue nel vertice comune ad entrambe, individuato in corrispondenza del valore  $R_{\mu V} = 2$ . Ciò per tutti i diversi  $\Omega_\theta$  considerati. A ciò ha fatto quindi seguito la definizione di tali leggi analitiche nei termini qui esposti:

$$a_1 = \begin{cases} c_2^1 \cdot R_\mu^2 + c_1^1 \cdot R_\mu + c_0^1 & \text{se } R_\mu \leq R_{\mu V} = 2 \quad (1) \\ c_2^2 \cdot R_\mu^2 + c_1^2 \cdot R_\mu + c_0^2 & \text{se } R_\mu \geq R_{\mu V} = 2 \quad (2) \end{cases} \quad (1.56)$$

Il coefficiente  $a_1$  risulta dunque secondo le (1.56) funzione del parametro  $R_\mu$  e di sei coefficienti  $c^2_2, c^1_1, c^1_0, c^2_2, c^2_1$  e  $c^2_0$  necessari alla definizione delle due suddette leggi quadratiche. Fra questi ultimi sono state ri-

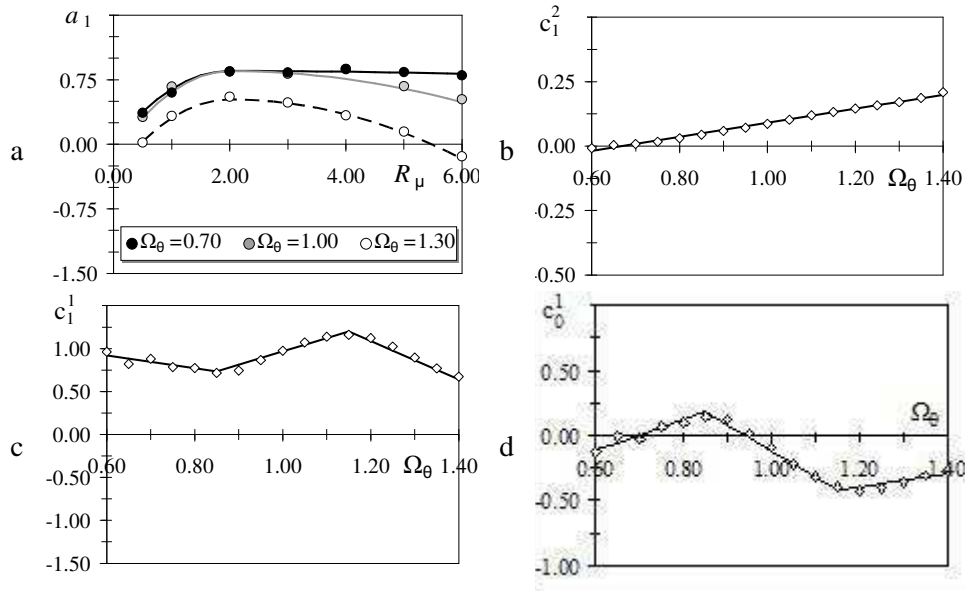


Fig.1.13. Valori numerici e funzioni interpolanti per il coefficiente  $a_1$  per tre distinti valori di  $\Omega_\theta$  (0.70, 1.00, 1.40) (a).

Valori numerici e funzioni interpolanti per i tre coefficienti indipendenti  $c^1_1, c^2_1$  e  $c^1_0$  (b, c, d).

conosciute delle relazioni che riducono a tre il numero dei coefficienti indipendenti. Tali relazioni derivano dall'imposizione di tre condizioni quali il valore del vertice per le singole parabole e la continuità fra esse.

- *Prima condizione imposta:* il vertice della prima parabola ( $R_{\mu} \leq R_{\mu V} = 2$ ) si trova in corrispondenza di  $R_{\mu V} = 2$ . Ciò comporta che in quel punto la tangente alla curva debba essere orizzontale ovvero che:

$$\left( \frac{d a}{d R_{\mu}} \right)_{R_{\mu V} = 2} = 0 \quad \text{per} \quad R_{\mu} \leq R_{\mu V} = 2 \quad (1.57)$$

dove dalla prima delle (1.56) discende:

$$\left( \frac{d a}{d R_{\mu}} \right)_{R_{\mu}} = 2 \cdot c_2^1 \cdot R_{\mu} + c_1^1 \quad (1.58)$$

dalle (1.57) e (1.58) è stata infine dedotta l'espressione del coefficiente  $c_2^1$  in funzione di  $c_1^1$  ovvero:

$$c_2^1 = -\frac{c_1^1}{2 \cdot R_{\mu V}} = -\frac{c_1^1}{4} = -0.25 \cdot c_1^1 \quad (1.59)$$

- *Seconda condizione imposta:* il vertice della seconda parabola ( $R_{\mu} \geq R_{\mu V} = 2$ ) si trova in corrispondenza di  $R_{\mu V} = 2$ . Ciò comporta che in quel punto la tangente alla curva debba essere orizzontale e dunque in maniera del tutto analoga a quanto fatto sopra con riferimento al primo tratto parabolico si è trovata l'espressione del coefficiente  $c_2^2$  in funzione di  $c_1^2$ :

$$c_2^2 = -\frac{c_1^2}{2 \cdot R_{\mu V}} = -\frac{c_1^2}{4} = -0.25 \cdot c_1^2 \quad (1.60)$$

- *Terza condizione imposta:* i due tratti parabolici devono essere continui in corrispondenza del punto  $R_{\mu V} = 2$  ovvero del vertice comune ad essi. In altri termini nel punto  $R_{\mu V} = 2$  i valori del coefficiente  $a_1$  valutati con le due leggi analitiche espresse dalla prima e dalla seconda delle (1.56) devono coincidere ovvero:

$$c_2^1 \cdot R_{\mu V}^2 + c_1^1 \cdot R_{\mu V} + c_0^1 = c_2^2 \cdot R_{\mu V}^2 + c_1^2 \cdot R_{\mu V} + c_0^2 \quad (1.61)$$

Da cui l'espressione del termine noto  $c_0^2$  della seconda parabola in funzione di tutti gli altri coefficienti:

$$\begin{aligned} c_0^2 &= (c_2^1 - c_2^2) \cdot R_{\mu V}^2 + (c_1^1 - c_1^2) \cdot R_{\mu V} + c_0^1 = \\ &= (c_2^1 - c_2^2) \cdot 4 + (c_1^1 - c_1^2) \cdot 2 + c_0^1 \end{aligned} \quad (1.62)$$

E sostituendo le (1.59) e (1.60) nella (1.62):

$$c_0^2 = -\frac{1}{4} \cdot (c_1^1 - c_1^2) \cdot 4 + (c_1^1 - c_1^2) \cdot 2 + c_0^1 = c_1^1 - c_1^2 + c_0^1 \quad (1.63)$$

Procedendo come sopra descritto si è ridotto a tre il numero di parametri indipendenti necessari alla definizione delle due leggi quadratiche espresse dalle (1.56) e precisamente i due coefficienti di primo grado  $c^{11}$  e  $c^{21}$  delle due parabole nonché il termine noto  $c^{10}$  della prima di esse, mentre i rimanenti tre coefficienti  $c^{12}$ ,  $c^{22}$  e  $c^{20}$  sono stati determinati a partire dai tre indipendenti attraverso rispettivamente le relazioni (1.59), (1.60) e (1.63).

Rimane dunque da definire la variazione dei tre coefficienti indipendenti  $c^{11}$ ,  $c^{21}$  e  $c^{10}$  in ragione del secondo parametro di riferimento ovvero del rapporto  $\Omega_0$ . A questo scopo inizialmente è stata implementata una procedura iterativa volta ad individuare i valori di tali coefficienti in grado di minimizzare lo scarto fra i valori numerici e stimati attraverso le (1.56) del coefficiente  $a_1$ . In maniera del tutto analoga a quanto fatto in sede di prima determinazione dei coefficienti  $a_i$  e  $b_i$ , che figurano nell'equazione (1.53) del piano descrivente l'eccentricità correttiva  $e_i$ , anche in questo caso nel generico tentativo, fissati ad arbitrio i valori dei tre coefficienti indipendenti da determinare, si è proceduto ad un confronto tra il valore noto di  $a_1$  fornito dalle indagini numeriche e quello calcolato a mezzo delle (1.56), (1.59), (1.60) e (1.63), nelle quali si sono sostituiti i valori di tentativo inizialmente assunti per  $c^{11}$ ,  $c^{21}$  e  $c^{10}$ . Ancora una volta il parametro che istituisce un tale confronto è di tipo globale rappresentando una distanza media fra la curva sperimentale dei valori numerici di  $a_1$  e quella dei suoi valori teorici. Precisamente si tratta della somma, estesa a tutti i valori di  $\Omega_0$  considerati, dei quadrati delle differenze fra i valori sperimentali  $a_1^s$  del coefficiente  $a_1$  ed i corri-

spondenti valori teorici  $a_1^t$  ottenuti dalle (1. 56), (1. 59), (1. 60) e (1. 63) con i valori di tentativo inizialmente supposti per i coefficienti indipendenti  $c^{1_1}$ ,  $c^{2_1}$  e  $c^{1_0}$  ovvero la quantità  $d$  definita come segue:

$$d = \sum_{j=1}^{N_{\Omega_\theta}} \left[ a_1^t(\Omega_\theta) - a_1^s(\Omega_\theta) \right]^2 \quad (1. 64)$$

dove  $N_{\Omega_\theta}$  = numero di valori di  $\Omega_\theta$  considerati

Una volta ottenuti tre insiemi di valori numerici per i tre coefficienti indipendenti  $c^{1_1}$ ,  $c^{2_1}$  e  $c^{1_0}$ , dove ciascun insieme rappresenta la variabilità con  $\Omega_\theta$  del singolo coefficiente, si è proceduto ad una interpolazione di ciascun complesso di valori attraverso funzioni continue del rapporto  $\Omega_\theta$ . Naturalmente il primo passo a tal fine è stata la costruzione per i singoli coefficienti di grafici bidimensionali descriventi il loro andamento con  $\Omega_\theta$ .

Dall'osservazione qualitativa di tali diagrammi (Figg.1.13.b, 1.13.c, 1.13.d) è scaturita la scelta della tipologia di funzioni interpolanti, eventualmente differenziate su sottointervalli del campo di valori di  $\Omega_\theta$  considerati, e tali da garantire la continuità nei punti di transizione da una legge analitica all'altra. Precisamente sono stati rappresentati:

- *Il coefficiente di primo grado  $c^{1_1}$  della prima parabola* attraverso una legge trilineare con punti di transizione posti in  $\Omega_\theta=0.85$  e  $\Omega_\theta=1.15$ :

$$c_1^1 = \begin{cases} m_1^1 \cdot \Omega_\theta + t_1^1 & \text{se } \Omega_\theta \leq 0.85 & (1) \\ m_2^1 \cdot \Omega_\theta + t_2^1 & \text{se } 0.85 \leq \Omega_\theta \leq 1.15 & (2) \\ m_3^1 \cdot \Omega_\theta + t_3^1 & \text{se } \Omega_\theta \geq 1.15 & (3) \end{cases} \quad (1. 65)$$

- *Il coefficiente di primo grado  $c^{2_1}$  della seconda parabola* attraverso una unica legge lineare:

$$c_1^2 = m^2 \cdot \Omega_\theta + t^2 \quad (1. 66)$$

- *Il termine noto  $c^{1_0}$  della prima parabola* attraverso una legge trilineare con punti di transizione posti in  $\Omega_\theta=0.85$  e  $\Omega_\theta=1.15$ :

$$c_0^1 = \begin{cases} m_1^3 \cdot \Omega_\theta + t_1^3 & \text{se } \Omega_\theta \leq 0.85 & (1) \\ m_2^3 \cdot \Omega_\theta + t_2^3 & \text{se } 0.85 \leq \Omega_\theta \leq 1.15 & (2) \\ m_3^3 \cdot \Omega_\theta + t_3^3 & \text{se } \Omega_\theta \geq 1.15 & (3) \end{cases} \quad (1. 67)$$

Per il singolo coefficiente  $c^i$  ancora una volta la pendenza  $m_j^i$  e l'intercetta  $t_j^i$  del  $j$ -esimo tratto lineare che lo rappresenta sono stati valutati per via iterativa minimizzando la somma, estesa a tutti i valori di  $\Omega_0$  presi in esame, dei quadrati delle differenze tra valore numerico  $c^{is}$  e valore teorico  $c^{it}$  del generico coefficiente calcolato attraverso la legge analitica che lo rappresenta (vale a dire la (1. 65) per  $c^{11}$ , la (1. 66) per  $c^{21}$  e la (1. 67) per  $c^{101}$ ) con i valori di tentativo di volta in volta ipotizzati per le incognite da determinare. Gli autori sono così pervenuti ad una definizione analitica completa del coefficiente  $a_1$  riportata nel seguito nel prospetto di sintesi delle formule determinate per tutti i coefficienti che figurano nella (1. 53) e per i due lati dell'impalcato con riferimento a sistemi MES ( espressioni (1. 68), (1. 70), (1. 69) e (1. 71)).

Con procedure del tutto analoghe a quella qui illustrata per il coefficiente  $a_1$  sono state determinate anche le formule relative agli altri coefficienti  $b_1$ ,  $a_2$  e  $b_2$ . Nel seguito si elenca il complesso di espressioni analitiche determinate come sopra descritto e costituenti insieme alla (1. 53) la completa definizione delle eccentricità correttive  $e_1$  ed  $e_2$  in funzione dei parametri di controllo della risposta sismica del sistema.

Si riporta in Fig. 1.14 l'andamento di tutti i coefficienti relativi ai due lati dell'impalcato.

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \begin{cases} c_2^1 R_\mu^2 + c_1^1 R_\mu + c_0^1 & R_\mu \leq 2 \\ c_2^2 R_\mu^2 + c_1^2 R_\mu + c_0^2 & R_\mu > 2 \end{cases} \\
 c_2^1 &= -0.25 c_1^1 \\
 c_2^2 &= -0.25 c_1^2 \\
 c_1^1 &= \begin{cases} -0.752 \Omega_0 + 1.373 & \Omega_0 < 0.85 \\ 1.556 \Omega_0 - 0.589 & 0.85 \leq \Omega_0 \leq 1.15 \\ -2.234 \Omega_0 + 3.770 & \Omega_0 > 1.15 \end{cases} \quad (1. 68) \\
 c_1^2 &= 0.273 \Omega_0 - 0.182 \\
 c_0^1 &= \begin{cases} 1.199 \Omega_0 - 0.834 & \Omega_0 < 0.85 \\ -2.020 \Omega_0 + 1.902 & 0.85 \leq \Omega_0 \leq 1.15 \\ 0.508 \Omega_0 - 1.004 & \Omega_0 > 1.15 \end{cases} \\
 c_0^2 &= c_0^1 + c_1^1 - c_1^2
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
b_1 &= \begin{cases} \alpha R_\mu^\beta & R_\mu \leq 2 \\ m R_\mu + t & R_\mu > 2 \end{cases} \\
\alpha &= \begin{cases} 0.756 & \Omega_\theta < 0.90 \\ -2.521 \Omega_\theta + 3.025 & 0.90 \leq \Omega_\theta \leq 1.20 \\ 0 & \Omega_\theta > 1.20 \end{cases} \\
\beta &= -0.881 \Omega_\theta + 0.015 \\
m &= \begin{cases} -0.085 \Omega_\theta + 0.010 & \Omega_\theta < 1.00 \\ 0.373 \Omega_\theta - 0.447 & 1.00 \leq \Omega_\theta \leq 1.20 \\ 0 & \Omega_\theta > 1.20 \end{cases} \\
t &= 2^\beta \alpha - 2 m
\end{aligned} \tag{1.69}$$

$$\begin{aligned}
a_2 &= \begin{cases} c_2^1 R_\mu^2 + c_1^1 R_\mu + c_0^1 & R_\mu \leq R_{\mu V} \\ c_2^2 R_\mu^2 + c_1^2 R_\mu + c_0^2 & R_{\mu V} < R_\mu \leq 5 \\ m R_\mu + t & R_\mu > 5 \end{cases} \\
R_{\mu V} &= -0.6 \Omega_\theta + 2.86 \\
c_2^1 &= -0.50 \frac{c_1^1}{R_{\mu V}} \\
c_2^2 &= -0.5 \frac{c_1^2}{R_{\mu V}} \\
c_1^1 &= \begin{cases} 0.946 \Omega_\theta + 0.314 & \Omega_\theta \leq 0.95 \\ 1.213 & \Omega_\theta > 0.95 \end{cases} \\
c_1^2 &= 0.606 \Omega_\theta - 0.396 \\
c_0^1 &= \begin{cases} -0.171 & \Omega_\theta < 0.75 \\ -0.769 \Omega_\theta + 0.406 & 0.75 \leq \Omega_\theta \leq 0.95 \\ -0.255 \Omega_\theta - 0.083 & \Omega_\theta > 0.95 \end{cases} \\
c_0^2 &= c_0^1 + \frac{R_{\mu V}}{2} (c_1^1 - c_1^2) \\
m &= \begin{cases} 0.074 & \Omega_\theta \leq 1.05 \\ -0.720 \Omega_\theta + 0.831 & \Omega_\theta > 1.05 \end{cases} \\
t &= 25 c_2^2 + 5 c_1^2 + c_0^2 - 5 m
\end{aligned} \tag{1.70}$$

$$b_2 = \begin{cases} c_2^1 R_\mu^2 + c_1^1 R_\mu + c_0^1 & R_\mu \leq 3 \\ c_2^2 R_\mu^2 + c_1^2 R_\mu + c_0^2 & R_\mu > 3 \end{cases}$$

$$c_2^1 = -0.50 \frac{c_1^1}{3}$$

$$c_2^2 = -0.5 \frac{c_1^2}{6}$$

$$c_1^1 = \begin{cases} 9.91 \Omega_\theta^2 - 14.6 \Omega_\theta + 4.46 & \Omega_\theta \leq 1.00 \\ -10.4 \Omega_\theta^2 + 25.7 \Omega_\theta - 15.8 & \Omega_\theta > 1.00 \end{cases} \quad (1.71)$$

$$c_1^2 = \begin{cases} -2.59 \Omega_\theta^2 + 3.28 \Omega_\theta - 1.16 & \Omega_\theta \leq 1.00 \\ 2.12 \Omega_\theta^2 - 4.90 \Omega_\theta + 2.31 & \Omega_\theta > 1.00 \end{cases}$$

$$c_0^1 = \begin{cases} -15.6 \Omega_\theta^2 + 22.2 \Omega_\theta - 6.74 & \Omega_\theta \leq 1.00 \\ 16.3 \Omega_\theta^2 - 40.6 \Omega_\theta - 24.1 & \Omega_\theta > 1.00 \end{cases}$$

$$c_0^2 = c_0^1 + 3 \left( \frac{c_1^1}{2} - \frac{3}{4} c_1^2 \right)$$

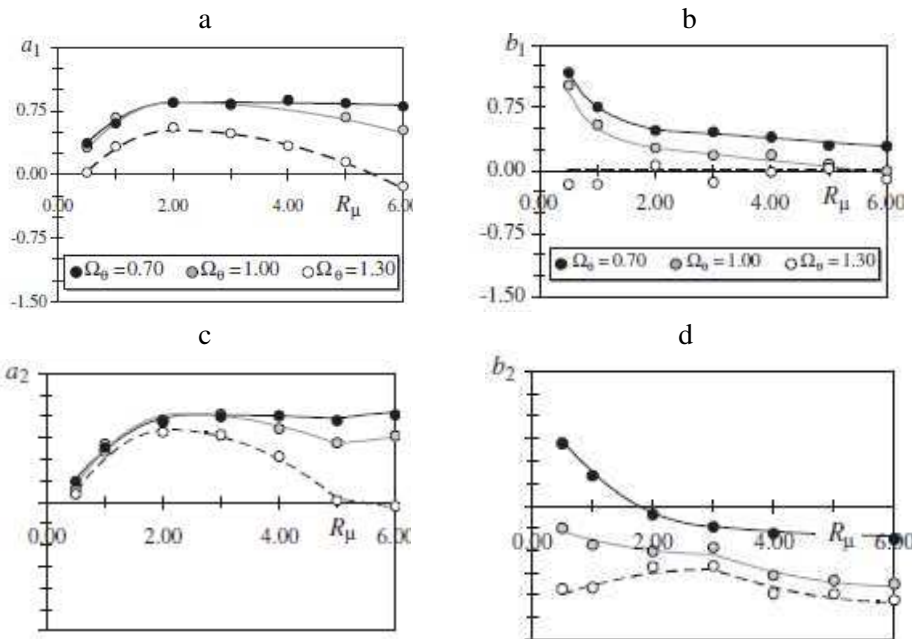


Fig.1.14. Andamento con  $R_\mu$  dei coefficienti  $a_1$  e  $b_1$  (a) dei coefficienti  $a_2$  e  $b_2$  (b) per tre distinti valori di  $\Omega_\theta$  (0.70, 1.00, 1.40).

## 5.6. Validazione del metodo sugli schemi monopiano

La validazione del metodo proposto si è articolata in due fasi successive. In un primo tempo si è provveduto a valutare l'entità degli errori commessi facendo ricorso a tale metodologia di indagine. Obiettivo di successive verifiche è invece stata la valutazione del reale peso, sulla determinazione della risposta sismica a mezzo del metodo proposto, giocato da alcuni parametri, la cui influenza è stata trascurata in sede di determinazione delle eccentricità correttive. In particolare si tratta di: tipo di dissimmetria dei sistemi analizzati (MES o SES), periodi traslazionali disaccoppiati (ovvero i periodi traslazionali  $T_x=T_y$  del sistema bilanciato corrispondente all'asimmetrico in oggetto), tipo di input sismico (accelerogrammi artificiali o naturali), percentuale  $h$  di incrudimento degli elementi resistenti ovvero, con riferimento al legame forze-spostamenti dei singoli elementi, il rapporto tra la loro rigidezza post-snervamento e quella elastica.

### 5.6.1. Errori connessi all'uso del metodo proposto

In queste prime indagini i parametri di cui si è appena detto sono stati mantenuti ancora costanti e pari ai valori ad essi attribuiti in sede di definizione delle eccentricità correttive ovvero si è continuato a fare riferimento a sistemi MES, con periodi traslazionali disaccoppiati  $T_x=T_y$  pari ad 1s, soggetti ad input sismico bidirezionale rappresentato da dieci coppie di accelerogrammi artificiali e caratterizzati da un legame forze-spostamenti degli elementi resistenti a sostegno dell'impalcato del tipo elastico-perfettamente plastico ovvero con percentuale di incrudimento  $h$  nulla.

I controlli sono stati condotti in termini di differenze percentuali tra gli spostamenti di fissati punti dell'impalcato ottenuti a seguito di un'analisi statica non lineare ed i corrispondenti spostamenti dinamici, espresse nei termini seguenti:

$$\text{Err} (\%) = \frac{u^{st}(P) - u^{din}(P)}{u^{din}(P)} \cdot 100 \quad (1.72)$$

dove:

$P$  è il generico punto dell'impalcato preso in considerazione;

$u^{st}(P)$  è lo spostamento di  $P$  valutato

mediante analisi statica non lineare;

$u^{din}(P)$  è lo spostamento di  $P$  valutato

mediante analisi dinamica non lineare.

Dalla (1. 72) si evince subito che un tale errore è positivo in caso di stima conservativa degli spostamenti dinamici attraverso analisi statica allorché  $u^{st}(P) \geq u^{din}(P)$ , negativo in caso di stima non conservativa quando viceversa  $u^{st}(P) \leq u^{din}(P)$ . La definizione dell'errore percentuale appena presentata è di tipo puntuale e si riferisce ad una generica posizione sull'impalcato. In realtà un tale errore può venir valutato su un singolo punto oppure rappresentare un valore statistico di errori relativi a differenti fissate posizioni sull'impalcato. In ragione di ciò sono state definite diverse tipologie di errore percentuale che corrispondono a forme di controllo differenti dell'approccio di analisi proposto. In particolare sono stati presi in esame tre tipi di errori, uno di natura puntuale ed i rimanenti due di tipo globale.

- La prima tipologia è rappresentata dagli errori percentuali sugli spostamenti commessi sui due lati dell'impalcato: il generico punto  $P$  che figura nella (1. 72) si identifica ora con il lato 1 (rigido) ora con il lato 2 (flessibile). Tale quantità costituisce un buon indicatore di quanto sia affidabile il metodo proposto in relazione alla capacità di cogliere a mezzo di un'analisi statica non lineare, con carico eccentrico di  $e_i$  rispetto al centro delle masse, il reale spostamento dinamico dell' $i$ -esimo estremo dell'impalcato, avendo valutato  $e_i$  con le formule innanzi presentate. Un tale errore sarebbe nullo qualora, facendo uso dell'eccentricità correttiva  $e_i$  proposta, si riuscisse ad ottenere una stima esatta dello spostamento dinamico dell' $i$ -esimo lato dell'impalcato. Tali errori sono stati valutati, separatamente per i due lati dell'impalcato e per ciascun caso, definito da un valore di ciascuno dei parametri  $R_{\mu}$ ,  $\Omega_0$ ,  $e_r$  ed  $e_s$ , e successivamente diagrammati su grafici tridimensionali al variare delle coppie  $(e_r, e_s)$  per fissati valori delle coppie  $(R_{\mu}, \Omega_0)$ . Poiché a ciascun caso esaminato corrispondono dieci distinte distribuzioni di resistenza, gli errori sui due

lati dell'impalcato relativi al singolo caso sono stati determinati come medie dei dieci diversi valori relativi alle varie distribuzioni di resistenza.

- La seconda e la terza tipologia sono rappresentate rispettivamente dagli *errori minimi negativi e medi valutati sul complesso dei telai in direzione y*. Questa volta si tratta di quantità globali ottenute per il singolo caso a partire dagli errori puntuali valutati per tutti gli elementi resistenti in direzione  $y$ . Ciò comporta che, per il generico elemento resistente, nella valutazione dello spostamento statico che figura nella (1. 72), si debba far riferimento non più, come nel caso precedente, al singolo diagramma degli spostamenti statici valutato con l'uso dell'eccentricità correttiva  $e_i$  relativa all' $i$ -esimo estremo dell'impalcato, bensì all'involuppo completo dei due diagrammi statici (Fig. 1.10.b), ottenuti dalla applicazione di due differenti analisi statiche incrementali, ciascuna con carico sismico eccentrico della pertinente quantità fra i due valori  $e_1$  ed  $e_2$ . Dunque con riferimento al singolo caso caratterizzato da un fissato valore dei parametri di controllo  $R_\mu$ ,  $\Omega_0$ ,  $e_r$  ed  $e_s$  così sono stati valutati gli *errori minimo negativo e medio*:

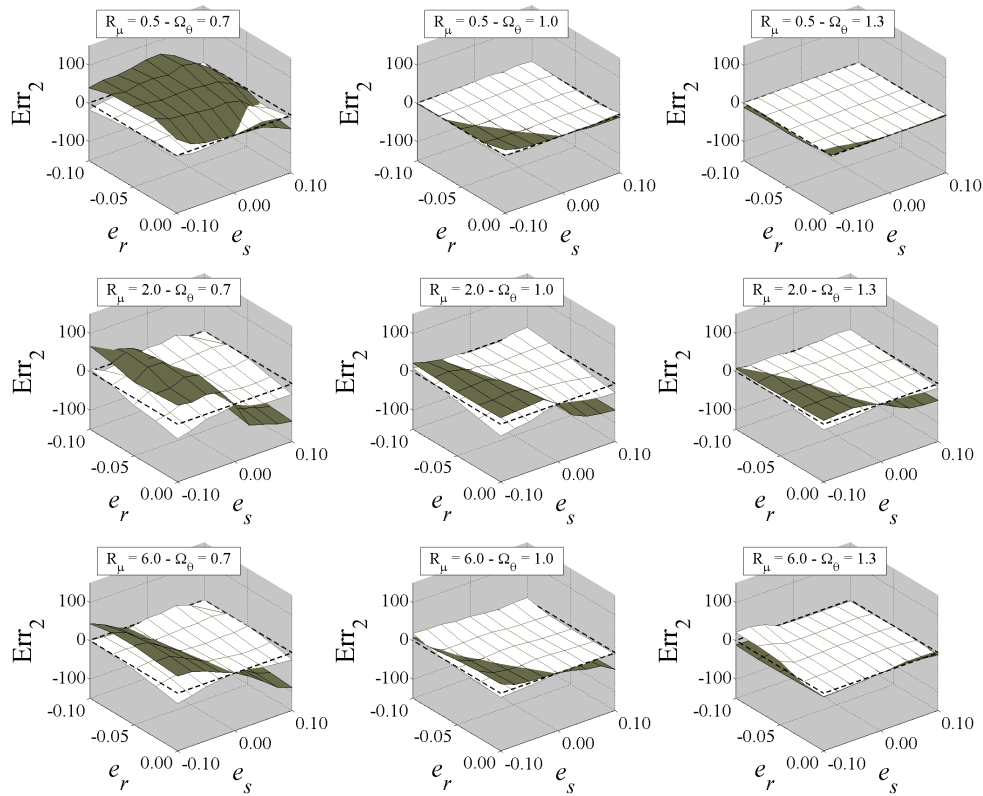
- determinazione *dell'errore percentuale di spostamento per ciascuno degli elementi resistenti in direzione y* dal confronto fra diagramma dei massimi spostamenti dinamici ed involuppo dei due diagrammi statici ottenuto dall'applicazione della metodologia proposta;
- valutazione dell'*errore minimo negativo e medio* rispettivamente come minimo in valore relativo e medio in valore assoluto fra gli errori percentuali dei singoli elementi resistenti innanzi determinati.

Come già nel caso degli errori sui due lati dell'impalcato, anche qui la presenza di dieci distinte distribuzioni di resistenza, a parità degli altri parametri che definiscono il singolo caso, ha imposto di mediare sulle dieci distribuzioni gli errori minimo e medio, ottenuti in corrispondenza a ciascuna di esse, per ricavare i valori di riferimento di queste due quantità associati al caso in esame. Gli errori minimo e medio, in quanto riferiti ad una situazione genera-

le dei vari punti dell'impalcato, costituiscono degli indicatori del livello di accuratezza con cui l'involuppo degli spostamenti statici previsto dalla metodologia esposta approssima la distribuzione in pianta dei massimi spostamenti dinamici e sarebbero nulli se al limite l'involuppo delle due pushover riuscisse a restituire su tutti i punti dell'impalcato spostamenti identici ai corrispondenti valori forniti dall'analisi dinamica non lineare. Per tale ragione, al fine di fornire una visione più generale della situazione, tali errori sono stati diagrammati non più con riferimento al singolo caso e dunque al variare delle coppie ( $e_r$ ,  $e_s$ ) per fissati valori delle coppie ( $R_\mu$ ,  $\Omega_\theta$ ), bensì con riferimento ad un complesso di casi. Ne consegue un'ulteriore elaborazione che prevede il passaggio dagli errori minimo e medio dei singoli casi agli errori minimo e medio, intesi come minimo in valore relativo e massimo in valore assoluto tra i valori che le suddette quantità assumono al variare di  $e_r$  ed  $e_s$  per ciascuna delle coppie ( $R_\mu$ ,  $\Omega_\theta$ ) prese in esame. Dunque in corrispondenza ad ogni diversa coppia di  $R_\mu$  ed  $\Omega_\theta$  sono stati ottenuti un solo errore minimo ed un solo errore medio. Questi valori sono stati successivamente diagrammati al variare di  $R_\mu$  ed  $\Omega_\theta$ , fornendo dei grafici tridimensionali che costituiscono misure di controllo globali su tutti i casi esaminati.

Nel seguito si commentano i risultati delle indagini svolte in termini di errori sui due lati dell'impalcato ed errori minimo e medio derivanti da un confronto fra l'approccio proposto, con involuppo di due analisi statiche con carico sismico eccentrico delle due quantità  $e_1$  ed  $e_2$  valutate attraverso le espressioni analitiche sopra riportate, ed approccio normativo caratterizzato dall'impiego di una unica analisi pushover con carico applicato direttamente nel centro delle masse.

*Per quanto riguarda gli errori sui due lati dell'impalcato con riferimento alla figura 1.15 relativa al lato flessibile (lato 2), in cui si pongono a confronto due superfici corrispondenti l'una al metodo proposto (in bianco) e l'altra al metodo previsto dalla normativa (in grigio) per diverse coppie di valori di  $R_\mu$  ed  $\Omega_\theta$ , si può notare che stime attendibili degli spostamenti dinamici sul lato 2 senza correzioni attraverso opportune eccentricità del carico (Normativa) sono state ottenute soltanto per*



- Analisi senza eccentricità correttive (secondo EC8)
- Analisi con eccentricità correttive

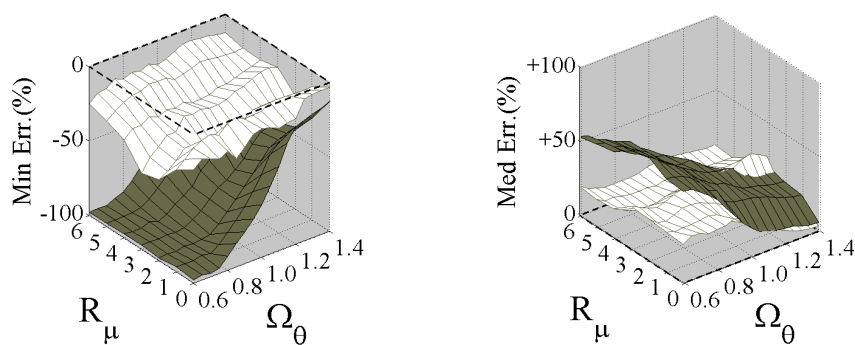
Fig.1.15. Errori sulla stima del massimo spostamento sul lato 2 (flessibile) per sistemi MES con  $T_x=T_y=1$  s e  $h=0$  sottoposti a coppie di accelerogrammi artificiali.

sistemi torsionalmente rigidi ( $\Omega_\theta > 1$ ), in quanto meno sensibili agli effetti rotazionali connessi alla presenza di asimmetrie nel sistema; viceversa per sistemi torsio-flessibili ( $\Omega_\theta < 1$ ) l'errore sugli spostamenti si presenta sempre piuttosto rilevante raggiungendo persino picchi a sfavore di sicurezza del 90 % per alcuni casi ( $R_\mu=6.0, \Omega_\theta=0.7, e_r=0.00, e_s=0.10$  L). L'impiego di eccentricità correttive ha ridotto di molto l'entità di tali errori, tanto che le massime sottostime per il lato flessibile sono del 25 % ( $R_\mu=6.0, \Omega_\theta=0.7, e_r=0.00, e_s=-0.10$  L).

Si nota inoltre che per bassi valori dell'impegno plastico  $R_{\mu}$ , ad esempio  $R_{\mu}=0.5$ , allorché il comportamento del sistema è quasi elastico ed è rilevante il ruolo giocato sulla risposta dalla distribuzione delle rigidità e dai parametri ad essa legati, in corrispondenza ad eccentricità delle rigidità  $e_r$  nulla la risposta dinamica del sistema tende ad essere di tipo traslazionale e pertanto in tal caso risultano non indispensabili correzioni a mezzo di opportune eccentricità. Ciò spiega il motivo per cui le previsioni di normativa risultano abbastanza attendibili limitatamente ai casi per i quali  $e_r=0.00$ , mentre gli errori divengono sempre più rilevanti al crescere in valore assoluto di  $e_r$ . In maniera del tutto speculare per valori via via crescenti dell'impegno plastico  $R_{\mu}$ , quando l'entità delle deformazioni plastiche presenti si fa rilevante e diviene preponderante l'influenza sulla risposta dei parametri legati alla distribuzione delle resistenze, il comportamento diviene di tipo traslazionale quando si annulla l'eccentricità delle resistenze  $e_s$ . Dunque gli errori più bassi in caso di assenza di correzioni con eccentricità del carico sismico (Normativa) si registrano in corrispondenza a  $e_s=0.00$ , mentre essi crescono notevolmente al crescere in valore assoluto di  $e_s$ . Analoghi risultati si sono ottenuti sul lato rigido (lato 1).

*Per quanto riguarda gli errori minimo negativo e medio*, l'osservazione dei diagrammi tridimensionali riportati in figura 1.16 consente di concludere che il metodo proposto conduce a sensibili miglioramenti sulla stima della distribuzione planimetrica dei massimi spostamenti dinamici. Infatti la massima sottostima degli spostamenti dinamici attraverso analisi statica, di cui è rappresentativo l'errore minimo (Fig. 1.16.a), si riduce notevolmente con l'impiego delle eccentricità correttive proposte: la superficie corrispondente (in bianco) infatti si trova sempre al di sopra di quella (in grigio) rappresentativa delle analisi condotte con una unica forza sismica nel centro di massa (Normativa) e si avvicina maggiormente allo zero, mentre le sottostime massime giungono per l'appoggio di normativa fino al 100 %. Le due superfici, come atteso, si avvicinano fra loro e di conseguenza le differenze tra i due approcci si attenuano solo per sistemi torsionalmete-rigidi, per i quali gli effetti rotazionali della risposta sismica sono moderati e dunque si rende meno necessario l'impiego di correzioni per l'analisi statica





- Analisi senza eccentricità correttive (secondo EC8)
- Analisi con eccentricità correttive

Fig.1.16. Errori minimo (a) e medio (b) sulla stima della domanda di spostamento per sistemi MES con  $T_x=T_y=1$  s e  $h=0$  sottoposti a coppie di accelerogrammi artificiali.

non lineare del sistema. Analogamente per l'errore medio (Fig. 1.16.b) si può osservare ancora una volta che, fatta eccezione per i torsio-rigidi ( $\Omega_\theta > 1$ ) per i quali i due approcci si presentano quasi equivalenti, il metodo proposto conduce ad errori sempre più bassi rispetto alla normativa soprattutto per sistemi altamente torsio-flessibili ( $\Omega_\theta = 0.6$ ), garantendo dunque sempre una distribuzione planimetrica degli spostamenti senza dubbio più vicina a quella ottenuta in esito ad analisi dinamica non lineare del sistema rispetto a quella derivante dall'applicazione delle prescrizioni normative.

### 5.6.2. Accertamento dell'influenza di ulteriori parametri

Una fase di verifica successiva è stata quella volta all'accertamento della reale incidenza sulla stima della risposta sismica di quantità inizialmente supposte poco rilevanti e mantenute costanti nelle elaborazioni precedenti. Tali quantità sono già state individuate sopra e qui se ne discute passandole in rassegna una per volta e commentando, con riferimento a grafici utili allo scopo, l'eventuale influenza sul comportamento dei sistemi analizzati. Le valutazioni successive sono state fatte in termini ancora una volta di errori percentuali sui lati dell'impalcato, mettendo a confronto i valori che tali parametri assumono quando

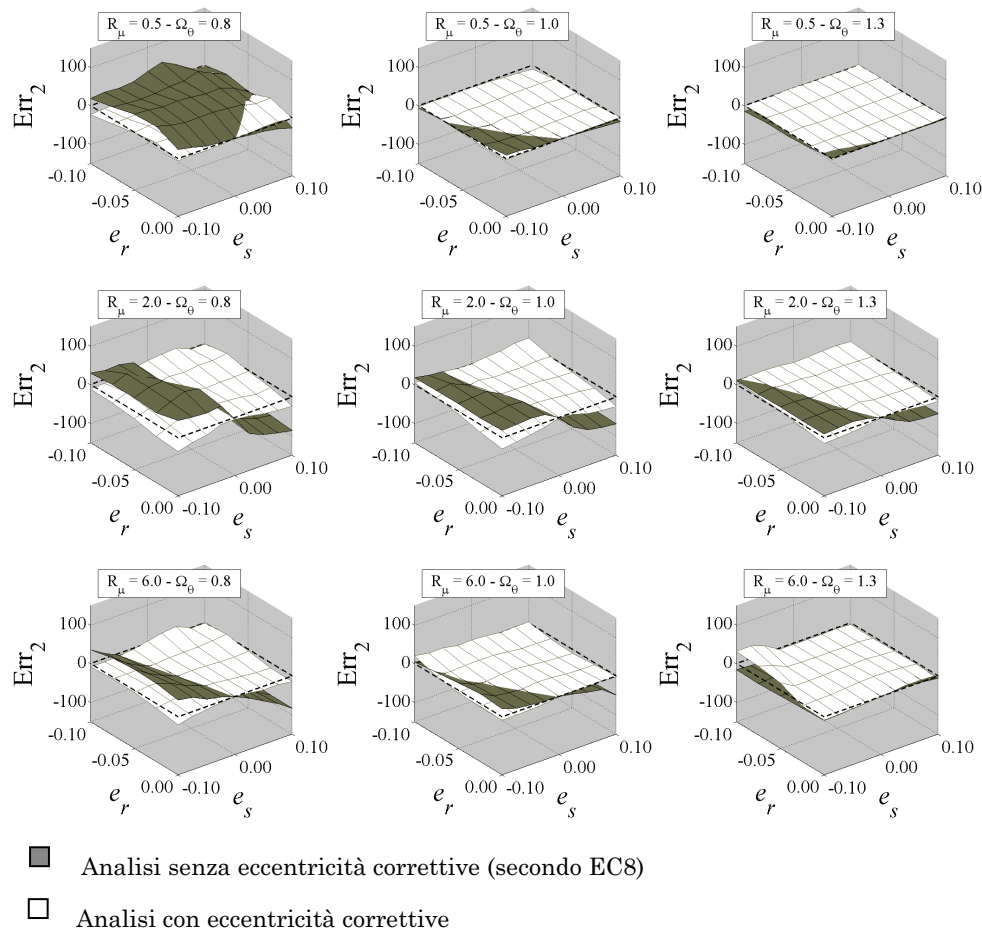


Fig.1.17. Errori sulla stima del massimo spostamento sul lato 2 (flessibile) per sistemi SES con  $T_x=T_y=1$  s e  $h=0$  sottoposti a coppie di accelerogrammi artificiali.

l'analisi statica non lineare è condotta secondo la metodologia d'indagine proposta, attraverso l'uso di eccentricità correttive, e quando, come prescritto dai principali codici sismici, invece non si fa uso di alcuna correzione. I risultati si presentano ancora nel formato del grafico tridimensionale con due superfici corrispondenti ai due diversi approcci di cui si è detto.

Un primo controllo ha riguardato *il tipo di dissimmetria* dei sistemi strutturali analizzati. Le indagini che hanno condotto alla formulazione

analitica delle eccentricità correttive hanno infatti interessato unicamente sistemi MES e, sulla base del loro comportamento, le formule delle eccentricità sono state tarate. Al fine di contenere il livello di complessità di tali formulazioni si è scelto di non differenziarle per MES e SES. Ciò a patto che gli errori commessi nella stima degli spostamenti sui SES, qualora si utilizzi il metodo proposto con eccentricità correttive in precedenza stimate, si mantenessero accettabili. Questo è quanto si è in seguito accertato. In particolare si riportano per alcune coppie di valori dei parametri  $R_{\mu}$  ed  $\Omega_0$  i diagrammi delle differenze percentuali di spostamento per il secondo lato dell'impalcato ottenute con i due approcci su descritti (Fig. 1.17). Si nota che l'andamento delle superfici rappresentative degli errori ricalca qualitativamente quello già ottenuto per i MES (Fig. 1.15), senza sostanziali differenze di comportamento. Dunque si è potuto concludere che le formule, in precedenza determinate per sistemi eccentrici nelle masse, sono estendibili anche a sistemi eccentrici nelle rigidità.

Un secondo accertamento ha riguardato *l'influenza dei periodi traslazionali disaccoppiati del sistema bilanciato*.  $T_x$  e  $T_y$ . A tal proposito sono state prese in esame, oltre al valore di 1s considerato in tutte le elaborazioni precedenti, altri due valori da esso sufficientemente distanti e rispetto ai quali esso si colloca in posizione intermedia. Si tratta dei valori 0.6 s ed 1.4 s. Si riportano in Fig. 1.18 i diagrammi degli errori percentuali commessi nella stima dello spostamento dell'impalcato sul lato 2 per alcune coppie di  $R_{\mu}$  ed  $\Omega_0$  e per i due suddetti nuovi valori dei periodi traslazionali disaccoppiati. Dall'osservazione di tali grafici si può concludere che, se anche qualche differenza di comportamento può riconoscersi sulle superfici rappresentative degli errori derivati dall'applicazione delle prescrizioni normative, viceversa, per le superfici rappresentative delle differenze percentuali fra spostamenti statici e dinamici corrispondenti all'approccio proposto, la tendenza sembra confermare quanto già trovato in corrispondenza a  $T_x=T_y=1$  s (Fig. 1.15) e la vicinanza allo zero è una misura dell'efficacia del metodo.

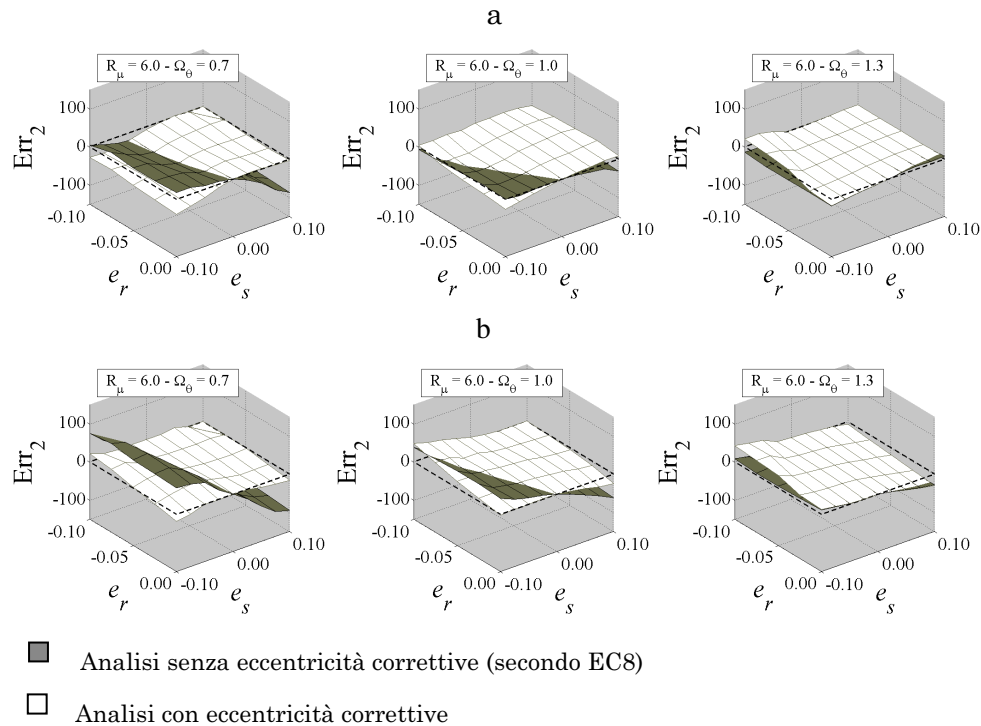


Fig.1.18. Errori sulla stima del massimo spostamento sul lato 2 (flessibile) per sistemi MES con  $T_x=T_y=0.6$  s (a) e  $T_x = T_y = 1.4$  s (b) e  $h=0$  sottoposti a coppie di accelerogrammi artificiali.

Successivamente si è provveduto a testare l'effetto di un *modello costitutivo incrudente per gli elementi resistenti a sostegno* dell'impalcato caratterizzato da un valore non nullo della percentuale di incrudimento  $h$ . Un comportamento incrudente dei telai a sostegno dell'impalcato infatti rende la modellazione monopiano, utilizzata sin qui per la determinazione delle eccentricità correttive, un po' più vicina al reale comportamento degli edifici multipiano. Si può in proposito notare che il legame taglio alla base-spostamento in testa di un telaio multipiano, che collassa con un meccanismo di piano, può essere ragionevolmente schematizzato mediante il legame elastico-perfettamente plastico utilizzato sinora, mentre se il meccanismo di collasso è di tipo globale, un legame costitutivo incrudente appare più appropriato. L'esito di queste indagini, condotte con due differenti valori della percentuale di incrudimento

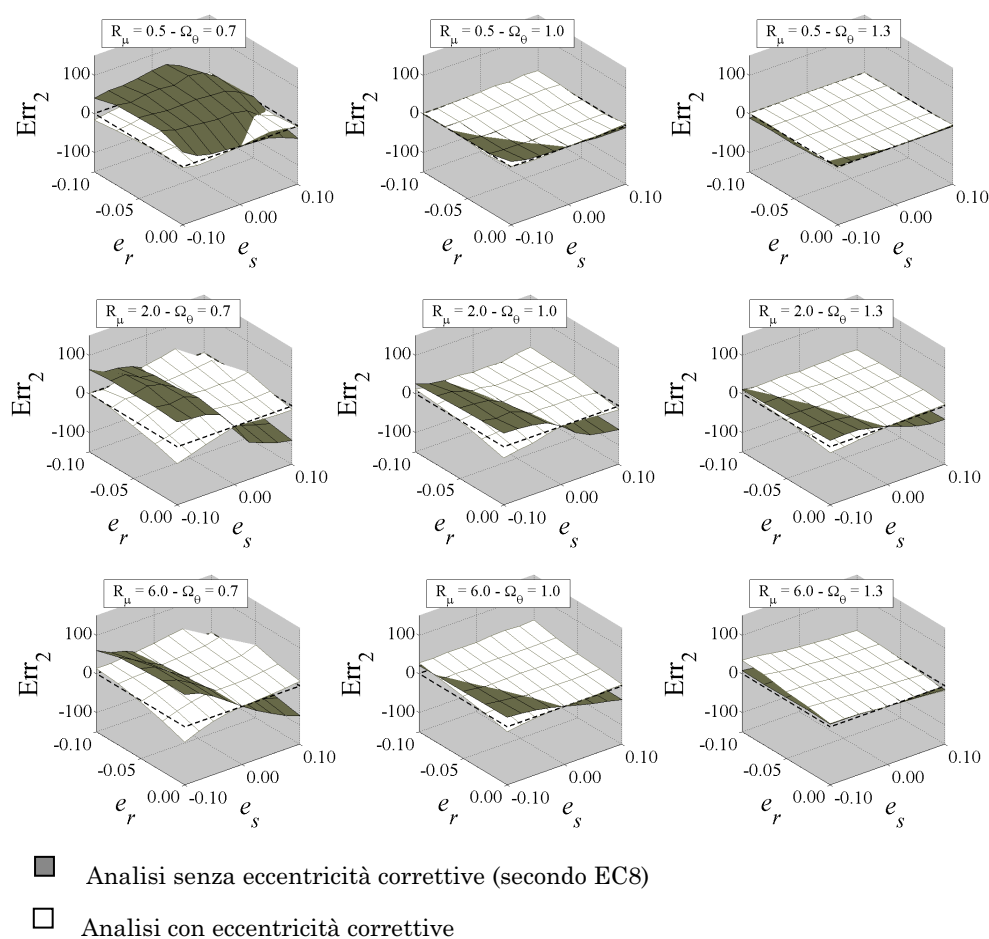


Fig.1.19. Errori sulla stima del massimo spostamento sul lato 2 (flessibile) per sistemi MES con  $T_x=T_y=1$  s e  $h=0.10$  sottoposti a coppie di accelerogrammi artificiali.

quali  $h=0.05$  e  $h=0.10$ , sempre in termini di errori percentuali di spostamento valutati sui due lati dell'impalcato e con riferimento tanto alla metodologia proposta quanto alle prescrizioni normative è sintetizzata nella figura 1.19, in cui si riportano gli errori percentuali sul lato flessibile per alcune coppie di valori di  $R_\mu$  ed  $\Omega_\theta$  nel caso di percentuale di incrudimento pari al 10 %. Ancora una volta non si riscontrano significative differenze di comportamento rispetto al caso di legame elastico-perfettamente plastico degli elementi resistenti (Fig. 1.15).

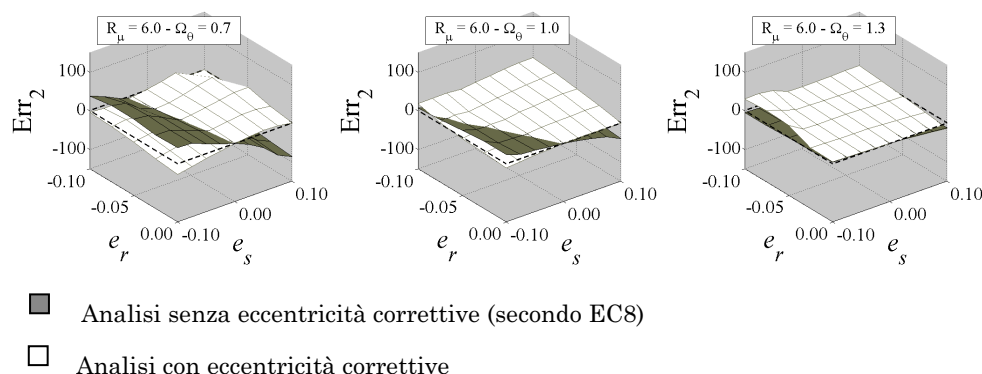


Fig.1.20. Errori sulla stima del massimo spostamento sul lato 2 (flessibile) per sistemi MES con  $T_x=T_y=1$  s e  $h=0.00$  sottoposti a coppie di accelerogrammi naturali.

Analoghi risultati si ottengono nel caso di percentuale di incrudimento del 5 %. Si può dunque concludere che l'influenza di questo parametro sulla determinazione delle eccentricità correttive è effettivamente trascurabile.

Infine un ultimo controllo è consistito nell'escludere *un eventuale condizionamento sulla formulazione analitica cui si è pervenuti dovuto al particolare input sismico* impiegato per le analisi dinamiche. In fase di determinazione delle eccentricità correttive infatti le analisi dinamiche sono state condotte sottoponendo la struttura a coppie di accelerogrammi artificiali e compatibili con lo spettro dell'Eurocodice8. Dal momento che la risposta sismica di un sistema strutturale è in generale fortemente condizionata dalla natura dell'eccitazione dinamica cui è sottoposto, e attesa la sostanziale diversità fra accelerogrammi artificiali e spettro compatibili, si è ritenuto utile ripetere le analisi impiegando questa volta sette coppie di accelerogrammi naturali e valutare gli errori percentuali in tal modo commessi rispetto all'analisi dinamica non lineare nella valutazione degli spostamenti sui due lati dell'impalcato a mezzo di analisi statica non lineare con eccentricità correttive determinate tramite le formule su riportate (equazioni (1. 53), (1. 68), (1. 70), (1. 69) e (1. 71)). Come si evince dalla Fig. 1.20, in cui il risultato di tali indagini è sintetizzato, non vi sono rilevanti dif-

ferenze rispetto a quanto trovato in precedenza (Fig. 1.15) con accelerogrammi spettro-compatibili, dunque si può concludere che la natura dell'input sismico non influisce sensibilmente sulle eccentricità correttive.

In conclusione gli esiti incoraggianti dell'approccio appena descritto lo qualificano come un buon punto di partenza per lo sviluppo di studi successivi su schemi strutturali più sofisticati. Recentemente si è sempre di più discusso sulle limitazioni del monopiano nel rappresentare il comportamento di edifici reali (Alexopoulou et al., 2008), anche quando irregolari in pianta ma contraddistinti da una generale costanza della struttura in elevazione. Proprio in virtù della sua semplicità, la modellazione monopiano ha consentito di svolgere estese indagini parametriche sulla risposta sismica di strutture irregolari, facendo variare con passo molto fitto le variabili in gioco, e di controllarne agevolmente i risultati, più facilmente interpretabili in quanto influenzati da un minor numero di parametri strutturali: ha consentito in tal modo di trarre delle informazioni generali sul comportamento torsionale di strutture asimmetriche. Attesa la validità dei modelli monopiano semplificati per rilevare l'influenza sul comportamento sismico delle principali quantità che controllano la risposta degli edifici, se ne riconoscono comunque le limitazioni, delle quali si discuterà più in dettaglio nel successivo capitolo. Si ritiene dunque necessaria una successiva validazione del metodo anche su un certo numero di schemi multipiano più realistici. Pertanto argomento di questa tesi è l'estensione anche a sistemi strutturali multipiano con irregolarità in pianta della metodologia per la valutazione della risposta sismica inelastica degli edifici a mezzo di analisi statica non lineare, in precedenza determinata per modelli ad un solo piano e che fa uso di opportune eccentricità del carico. La generalizzazione del metodo ad edifici multipiano planimetricamente irregolari infatti costituisce un fatto tutt'altro che banale, in quanto pone problemi di varia natura. In primo luogo *l'identificazione per sistemi multipiano degli equivalenti dei parametri-chiave impiegati per la definizione analitica delle eccentricità correttive*, così come scaturite da una estesa campagna di analisi parametriche condotte su un elevato numero di si-

stemi monopiano. Per la definizione dei parametri,  $e_r$  ed  $\Omega_0$  influenti sul comportamento elastico degli schemi strutturali, è possibile appoggiarsi a numerosi studi presenti in letteratura, come più ampiamente discusso nel successivo capitolo. Viceversa, per quanto riguarda i parametri  $e_s$  ed  $R_{\mu}$ , legati alla risposta inelastica degli edifici, è necessario elaborare un'apposita strategia di definizione per modelli multipiano. Immediatamente conseguente è il problema *dell'individuazione di un sufficiente numero di modelli multipiano da analizzare* e sui quali testare la metodologia di calcolo proposta e le formule analitiche delle eccentricità correttive. Tali modelli devono garantire una certa variabilità dei parametri-chiave  $e_r$ ,  $\Omega_0$ ,  $e_s$  ed  $R_{\mu}$ , dai quali dipendono le eccentricità correttive, determinate a seguito degli studi sul monopiano. Seguono problematiche connesse alla *modellazione di edifici multipiano* con un opportuno software di calcolo, che consenta di simulare il reale comportamento meccanico non lineare degli elementi strutturali componenti il sistema spaziale. Infine la questione non indifferente della *definizione di una opportuna distribuzione in altezza delle forze statiche orizzontali* che simulano l'azione sismica nelle analisi pushover degli edifici.



## **Capitolo 2**

### **EDIFICI IRREGOLARI MULTIPIANO**

#### **1. Introduzione**

Oggetto del presente lavoro è l'estensione a schemi strutturali multipiano planimetricamente irregolari del metodo statico non lineare per la determinazione della risposta sismica di schemi monopiano che fa uso di eccentricità correttive descritto nel precedente Cap.1. Nel presente capitolo si cercano di mettere in luce, sulla base dei molti studi presenti in letteratura, le principali differenze esistenti tra schemi monopiano e multipiano e dunque le motivazioni di fondo che giustificano l'obiettivo del lavoro: si mostra come la semplificazione del monopiano non sempre ricalchi il reale comportamento dei reali edifici a più piani e quali siano i limiti di attendibilità delle previsioni della risposta sismica effettuate sulla base di schemi semplificati.

Segue la caratterizzazione di entrambi gli schemi, monopiano e multipiano, in termini di proprietà elastiche secondo quanto emerso dagli studi di molti ricercatori che in passato si sono occupati dell'argomento.

#### **2. Necessità di studi sul multipiano**

Oggetto della maggior parte degli studi condotti in passato sulla risposta sismica di edifici planimetricamente irregolari sono stati modelli semplificati ad un solo piano, che grazie proprio alla loro estrema sem-

plicità consentono di svolgere estese indagini parametriche sulla risposta sismica di strutture irregolari facendo variare con passo molto fitto le variabili in gioco e di controllarne agevolmente i risultati, facilmente interpretabili in quanto influenzati da un ristretto numero di parametri strutturali. Tali sistemi strutturali semplificati sono in genere caratterizzati dalla presenza di un impalcato rigido sorretto da elementi privi di massa ed inestensibili, del tipo shear-type, dotati di rigidità e resistenza unicamente nel loro piano e di un legame forze-spostamenti bilineare elastico-perfettamente plastico o al più elasto-plastico inelastico. In tempi più recenti sono state condotte anche indagini su modelli più complessi di edifici multipiano consistenti in insiemi spaziali di telai piani o in telai spaziali costituiti da aste, il cui comportamento inelastico è stato schematizzato mediante modelli a plasticità concentrata o diffusa. A seguito di tali studi diverse pubblicazioni (DeStefano et al. 2006, Anagnostopoulos et al. 2010) hanno sollevato la questione dell'estendibilità delle caratteristiche comportamentali generali manifestate dai modelli semplificati in risposta ad un input sismico ai più realistici modelli multipiano. Le principali differenze fra modelli multipiano e monopiano che sono state riconosciute sono inerenti gli aspetti qui di seguito indicati.

- La correlazione fra le distribuzioni di rigidità e resistenze : nel sistema monopiano usualmente esse risultano essere indipendenti in quanto le prime vengono assegnate in modo tale da ottenere fissati valori dei periodi e delle eccentricità strutturali, mentre le seconde derivano da un'analisi del modello soggetto alla sola azione sismica, viceversa *in un edificio reale* rigidità e resistenze, in quanto dipendenti dalle proprietà delle sezioni componenti le aste della struttura, sono imprescindibilmente legate le une alle altre.
- La modalità di assegnazione delle resistenze : come osservato sopra, le resistenze attribuite ai singoli elementi del *telaio monopiano* vengono determinate sulla base della richiesta di sollecitazione del sisma sul sistema, viceversa *nella progettazione reale di un edificio* in generale intervengono più condizioni di carico, che includono anche la presenza dei carichi verticali, nonché, nel caso di edifici di nuova progettazione, ulteriori condizioni quali quelle derivanti dall'esigenza

di contenere l'entità delle deformazioni in esercizio o di controllare il meccanismo di collasso della struttura in accordo alle prescrizioni del criterio di gerarchia delle resistenze.

- *Il reale meccanismo dissipativo in campo inelastico*: il legame bilineare forze-spostamenti dei singoli elementi componenti il *modello monopiano tridimensionale* comporta che allo snervamento di un elemento sia associata una drastica riduzione della rigidezza in corrispondenza della sua posizione, permanendo al più, nel caso di legami incrudenti, l'esiguo contributo della rigidezza post-snervamento di cui l'elemento è dotato; *in edifici reali* costituiti da telai piani con più impalcati ed un elevato grado di iperstaticità nonché molteplici possibili sedi di cerniere plastiche, una situazione di questo genere si verifica solo nel caso di concentrazione del danneggiamento in pochi fissati punti della struttura tipica di meccanismi di piano, che peraltro le moderne strategie di progettazione basate sul capacity design mirano a prevenire; la rigidezza post-elastica di un generico telaio piano a più impalcati componente la maglia spaziale dell'edificio pertanto costituisce sempre una aliquota rilevante della sua rigidezza elastica.
- *L'influenza sulla risposta dei modi superiori* che è ovviamente trascurata nello studio del comportamento sismico di strutture ad un solo piano con impalcato rigido dotate di tre soli modi di vibrazione.

Una valutazione rigorosa della risposta sismica di edifici irregolari a più piani a mezzo di modelli di studio semplificati ad un solo piano si può certamente conseguire, ma soltanto *in campo elastico*, nel caso di *edifici regolarmente asimmetrici* (Chopra e Hejal, 1987). Si definiscono come tali edifici aventi centro di massa e raggio giratore delle masse identici a tutti i piani, elementi resistenti disposti secondo due direzioni mutuamente ortogonali in pianta e matrici di rigidezza degli elementi resistenti lungo la generica direzione proporzionali fra loro ovvero:

$$\mathbf{k}_{xi} = C_{xi} \mathbf{k}_x \quad \forall i=1, \dots, n_x; \quad \mathbf{k}_{yj} = C_{yj} \mathbf{k}_y \quad \forall j=1, \dots, n_y \quad (2.1)$$

dove:  $n_x$  ed  $n_y$  sono rispettivamente il numero di elementi in direzione  $x$  ed  $y$ ;

$C_{xi}$  ed  $C_{yj}$  sono rispettivamente dei coefficienti numerici caratteristici del singolo elemento;

$k_x$  ed  $k_y$  sono delle matrici di riferimento.

La risposta di un edificio regolarmente asimmetrico ad  $N$  piani in campo elastico può infatti essere valutata in maniera esatta combinando quelle di due sistemi più semplici ad esso associati, quali un multipiano ad  $N$  piani torsionalmente bilanciato ed un monopiano torsionalmente accoppiato con precise caratteristiche dinamiche. Ciò d'altra parte è rigorosamente valido solo in campo elastico. Viceversa in campo inelastico le rotazioni di impalcato possono provocare distribuzioni disuniformi del danno con compresenza, in posizioni differenti in pianta, di telai ampiamente in campo plastico e di telai con solo poche cerniere plastiche: è evidente che in tal caso l'iniziale proporzionalità fra le matrici di rigidezza degli elementi resistenti disposti in una stessa direzione non può mantenersi rendendo pertanto l'edificio "irregolarmente" asimmetrico.

Le ricerche volte a valutare l'attendibilità per sistemi strutturali reali di previsioni della risposta sismica e prescrizioni di progetto basate su estese campagne indagative condotte su modelli semplificati ad un solo piano, si concretizzano in un confronto fra i risultati di analisi dinamiche non lineari relative ad edifici multipiano asimmetrici ed a modelli monopiano che ne dovrebbero approssimare il comportamento. La principale incongruenza emersa da tali studi è inerente l'individuazione dei cosiddetti elementi "critici" intendendo con ciò quegli elementi per i quali si registrano in risposta al sisma i maggiori incrementi della domanda di duttilità, rispetto ai corrispondenti sistemi bilanciati, a causa del carattere torsionale della risposta. Più in dettaglio l'esito di queste indagini ha evidenziato la possibilità di pervenire a conclusioni opposte analizzando sistemi monopiano e multipiano e riconoscendo come critici nel primo caso gli elementi posti sul lato rigido e nel secondo quelli sul lato flessibile. In un recente studio sull'argomento Anagnostopoulos et al. (2010) giungono alla conclusione che il comportamento inelastico di edifici reali asimmetrici multipiano può essere ragionevolmente approssimato attraverso l'uso di modelli monopiano purché questi ultimi riescano a riprodurre i periodi accoppiati dei primi tre modi di vibrazione del sistema reale nonché la sua effettiva distribuzione di resistenze, determinata a seguito di un progetto che metta in conto diverse condizioni

di carico, includendo tanto l'azione sismica quanto i carichi gravitazionali, nonché restrizioni sugli spostamenti d'interpiano.

Lo studio in questione ha messo a confronto il comportamento dinamico in campo inelastico di edifici multipiano con modello di cerniera plastica per le estremità di travi e colonne, da cui la denominazione di modelli PH (*Plastic Hinge*) e tre diversi tipi di sistemi monopiano etichettati come SIMP1, SIMP2 e SIMP3 generati secondo altrettante differenti modalità. Gli edifici a più piani, caratterizzati da diversi valori di eccentricità delle masse, sono tutti classificabili come torsio-rigidi e sono stati progettati in accordo alle prescrizioni dell'Eurocodice 8, che consente una riduzione del taglio di progetto sul lato rigido in conseguenza alla deamplificazione di spostamento e dunque anche di sollecitazione su tale estremo dell'edificio, che contraddistingue il comportamento rotazionale degli edifici asimmetrici, rispetto ai corrispondenti sistemi torsionalmente bilanciati. Brevemente nel seguito si descrivono le modalità di generazione e dunque le caratteristiche dei modelli monopiano impiegati per il confronto in tale studio.

I singoli telai piani dei modelli SIMP1 e SIMP2, corrispondenti a sistemi ad un solo grado di libertà, hanno legami forze-spostamenti dedotti direttamente da analisi pushover eseguite sui telai piani a più impalcati che nel modello PH occupano la stessa posizione e a seguito della bilinearizzazione (curva in rosso in Fig.2.1). della curva di prestazione (curva in nero in Fig. 2.1). espressa in termini di taglio alla base e spostamento in testa del telaio ( $V_b$ -  $\delta_{top}$ ). Attribuendo ai due nodi del singolo elemento del monopiano le masse, che nel corrispondente telaio piano del sistema PH sono invece distribuite su più livelli, si ottiene un elemento avente le medesime resistenza e rigidezza elastica iniziale del telaio a più piani, ma periodo più lungo del suo periodo fondamentale: è questo un sistema del tipo SIMP1. Nei sistemi SIMP2 mantenendo invariate le masse nodali dell'elemento, si ruota in senso antiorario il ramo elastico della curva pushover bilinearizzata (curva in blu in Fig. 6). in modo da accrescerne la rigidezza ed accorciarne il periodo fino al valore del periodo fondamentale del telaio a più piani di partenza. Come pendenza del ramo incrudente si mantiene quella del SIMP1 e di conseguenza si determina anche la forza di snervamento  $F_y$ .

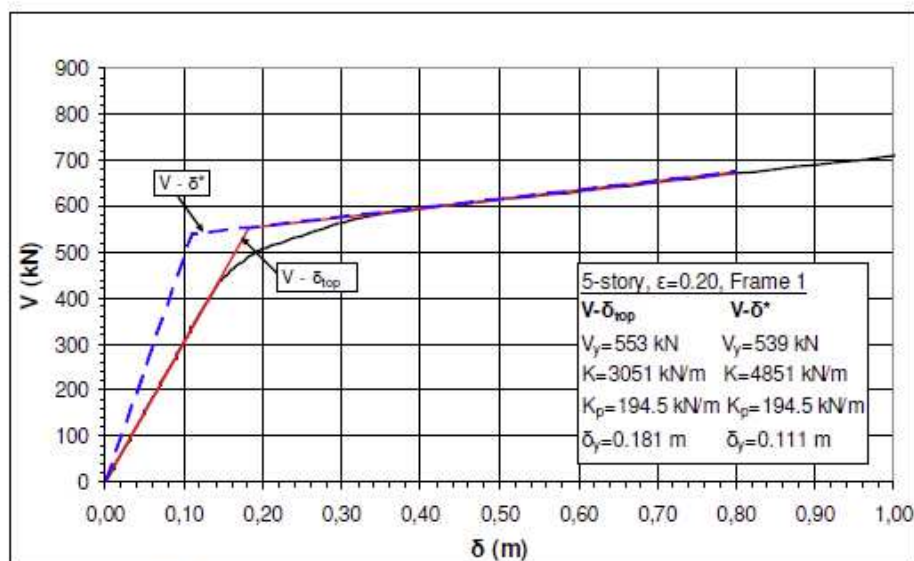


Fig.2.1. Tipico legame forze-spostamenti ottenuto a seguito della curva pushover del telaio 1 dell'edificio a 5 piani con eccentricità normalizzata delle masse  $\epsilon=0.20$ .

Le proprietà dei singoli elementi dei sistemi SIMP1 e SIMP2 sono dunque derivate in maniera diretta da quelle dei corrispondenti elementi dell'edificio PH. Viceversa per gli elementi del SIMP3 si mantengono le masse nodali e le rigidità, dunque anche i periodi, del SIMP1, ma l'attribuzione delle resistenze viene fatta, secondo la modalità di generazione classica dei sistemi monopiano, a partire da un'analisi modale con spettro di progetto del modello spaziale e dunque sulla base del solo carico sismico. L'assemblaggio dei singoli elementi resistenti del monopiano 3D viene poi eseguito attribuendo al suo unico impalcato una massa ed un momento di inerzia polare delle masse ridotti rispetto ai valori complessivi dell'edificio reale in modo da rendere i tre periodi accoppiati del monopiano i più vicini possibile ai periodi accoppiati dei primi tre modi di vibrazione del multipiano PH. Infine una ulteriore scalatura delle resistenze  $F_y$  nella stessa proporzione con cui sono state scalate le masse serve a rendere tali valori congruenti con l'azione sismica che a tali masse corrisponde.

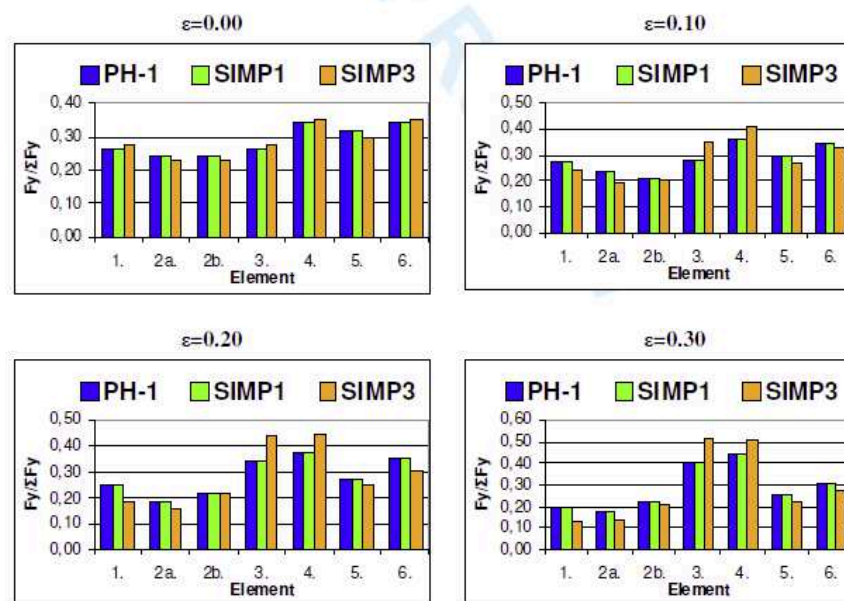


Fig.2.2. Istogrammi con i rapporti per ciascun elemento fra la sua resistenza e quella totale nella corrispondente direzione della pianta al variare della eccentricità normalizzata delle masse.

L'analisi dei risultati, presentati in termini di spostamenti massimi e massime richieste di duttilità dei telai di estremità, mette in luce un comportamento dinamico qualitativo dei sistemi SIMP1 e SIMP2 sostanzialmente analogo a quello dell'edificio multipiano PH, dal quale sono stati derivati, e profondamente diverso da quello del SIMP3: mentre quest'ultimo presenta rispetto al suo corrispondente simmetrico i massimi incrementi di duttilità sul lato rigido, coerentemente con le tendenze usualmente riscontrate nei vari studi sulla risposta sismica inelastica di sistemi monopiano planimetricamente irregolari, viceversa i modelli SIMP1 e SIMP2, in perfetto accordo con il multipiano PH, manifestano i massimi incrementi di duttilità richiesta sul lato flessibile dell'impalcato contraddicendo le aspettative.

La causa principale della diversità di comportamento delle tre tipologie di modelli semplificati monopiano su definite viene riconosciuta nella diversa distribuzione di resistenza come si evince dalla Fig. 2.2 e che, per i modelli SIMP1 e SIMP2 ricalca fedelmente quella dell'edificio

multipiano PH, mentre se ne discosta per il SIMP3, cui corrispondono valori di resistenza dei singoli elementi più alti di quelli del modello PH sul lato flessibile (telai 3 e 4 in Fig.2.2) e più bassi sul lato rigido (telai 1 e 6 in Fig. 2.2) e ciò sembra sufficiente a spiegare il maggiore incremento a causa della torsione della richiesta di duttilità su quest'ultimo e non sul primo. Responsabile di questa discordanza è dunque la modalità di progetto con la quale tali resistenze sono state assegnate, che per il SIMP3 è basata sulle sole sollecitazioni sismiche. Ciò ovviamente spiega la tesi degli autori.

In un generico edificio multipiano la presenza dei carichi verticali determina una maggior resistenza, rispetto alle richieste del sisma negli elementi resistenti. È possibile fare un discorso più ampio circa il ruolo da essa svolto sulla determinazione della distribuzione planimetrica della richiesta di duttilità. In questa sede una tale quantità verrà per brevità definita *sovraresistenza* senza peraltro dimenticare che nell'accezione più generale del termine una sovraresistenza è semplicemente un rapporto fra la resistenza effettivamente posseduta da un elemento e quella richiesta dal calcolo ed in quanto tale non corrisponde esattamente con la definizione che ne è stata data sopra: qui si intende semplicemente riferirsi al fatto che il taglio alla base ultimo di un telaio, ottenuto a seguito di un'analisi pushover di esso, è in genere superiore al taglio alla base sismico con cui ne è stato eseguito il progetto, a causa dell'utilizzo nello stesso di più combinazioni di carico. Nel senso appena precisato una sovraresistenza può essere determinata a livello della sezione in termini di momento flettente, a livello di piano in termini di taglio di piano ed a livello globale in termini di taglio alla base. Ad esempio con riferimento alla sezione si può assumere la sovraresistenza come:

$$\Omega = \frac{M_{RD}}{M_{ED,E}} \geq \frac{M_{ED,G} + M_{ED,E}}{M_{ED,E}} \quad (2.2)$$

dove:  $M_{ED,G}$  e  $M_{ED,E}$  sono rispettivamente le sollecitazioni dovute ai carichi verticali ed al sisma;

$M_{RD}$  è la resistenza come somma delle due sollecitazioni.



Dalla definizione su riportata si evince che ad una prevalenza dell'effetto del sisma rispetto a quello dei carichi verticali corrisponde una sovrarresistenza bassa, viceversa ad una prevalenza dell'effetto dei carichi verticali su quello del sisma corrisponde una sovrarresistenza alta. In particolare nel caso di un modello monopiano semplificato progettato sulla base della sola azione sismica, la sovrarresistenza nel senso su precisato sarà unitaria. Queste semplici considerazioni forniscono la base per un'analisi qualitativa della distribuzione di sovrarresistenze in un generico edificio multipiano. Per quanto attiene la loro distribuzione in altezza basta osservare che: negli elementi ai piani inferiori e segnatamente nelle colonne al primo ordine, dove i carichi gravitazionali determinano momenti pressoché trascurabili rispetto ai forti effetti dell'azione sismica, è lecito attendersi, in accordo con la definizione data nella (2. 2), una sovrarresistenza unitaria o comunque bassa; viceversa per le travi gli effetti dei carichi verticali sono uniformi a tutti i livelli e di entità abbastanza rilevante, mentre le sollecitazioni sismiche, forti ai piani inferiori, tendono a ridursi sempre più lungo l'altezza dell'edificio conducendo conseguentemente a valori di sovrarresistenza rilevanti e sempre maggiori. *Con riferimento alla distribuzione delle sovrarresistenze in pianta* si nota che essa risulta fortemente condizionata dalla ripartizione delle rigidità fra i vari elementi resistenti verticali. Infatti se quest'ultima, pur essendo simmetrica, è caratterizzata da una concentrazione di elementi più rigidi in una data posizione della pianta ad es. nella zona centrale (Fig. 2.3.a), corrispondentemente in tale zona si registreranno valori più elevati delle sollecitazioni sismiche rispetto alle altre zone; gli effetti dei carichi gravitazionali invece, se gli elementi sono distribuiti con uniformità sulla pianta dell'edificio, saranno ripartiti con la stessa uniformità, corrispondendo ai vari elementi resistenti aree di impronta di tali carichi pressoché uguali fra loro. Una situazione di questo genere giustifica la presenza di sovrarresistenze sensibilmente più basse in corrispondenza degli elementi più rigidi e più elevate altrove (Fig. 2.3.b).

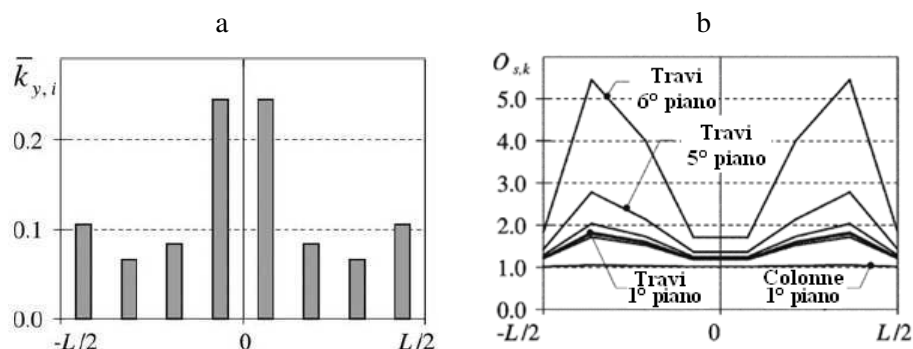


Fig.2.3. Istogramma rappresentante la distribuzione di rigidezze in pianta in un edificio regolarmente asimmetrico (a) e distribuzione in pianta delle sovraresistenze calcolate in termini di taglio di piano (b).

Si noti a tal proposito che per un edificio regolarmente asimmetrico caratterizzato attraverso le (2. 1), è possibile definire per ciascun elemento resistente verticale un rapporto di rigidezza fra il coefficiente di proporzionalità delle rigidezze relativo all'elemento in questione e la somma di tali coefficienti estesa a tutti gli elementi resistenti nella stessa direzione ovvero:

$$\bar{K}_{xi} = \frac{C_{xi}}{\sum_{j=1}^{n_x} C_{xj}} \quad \forall i=1, \dots, n_x; \quad \bar{K}_{yi} = \frac{C_{yi}}{\sum_{j=1}^{n_y} C_{yj}} \quad \forall i=1, \dots, n_y \quad (2. 3)$$

La Fig. 2.3.a rappresenta una possibile distribuzione planimetrica di tale rapporto in un edificio regolarmente asimmetrico.

Da quanto sinora osservato si può concludere che le sovraresistenze rispetto alle richieste del sisma sono altamente variabili tanto in pianta quanto lungo l'altezza dell'edificio. Le sovraresistenze per carichi verticali giocano un ruolo di fondamentale importanza sulla distribuzione degli incrementi di duttilità fra i vari elementi in un edificio asimmetrico soggetto ad azione sismica rispetto al caso di un corrispondente sistema traslante. Le rotazioni degli impalcati, che contraddistinguono il comportamento dinamico degli edifici asimmetrici, sono responsabili di una sostanziale modifica della distribuzione planimetrica delle sollecitazioni sismiche rispetto al caso di un sistema torsionalmente bilanciato, la cui risposta sismica è di tipo traslazionale. In particolare di norma

si verifica una deamplificazione degli spostamenti a causa delle rotazioni degli impalcati sul lato rigido con una conseguente riduzione delle sollecitazioni sismiche in tale zona e viceversa un'amplificazione di spostamenti e sollecitazioni sismiche sul lato flessibile. Tali tendenze si ripetono identicamente sugli incrementi o decrementi di resistenza dei diversi elementi verticali solo nel caso di modelli praticamente privi di sovrarresistenza quali i modelli semplificati monopiano di cui si è detto sopra. Infatti in tal caso essendo la resistenza del singolo elemento attribuita sulla base della sola sollecitazione dovuta al sisma, la ripartizione planimetrica delle resistenze rispecchierà l'andamento della domanda sismica con deamplificazioni sul lato rigido ed amplificazioni sul lato flessibile rispetto al caso di un edificio torsionalmente bilanciato. Conseguentemente ci si ritroverà un incremento rispetto al bilanciato della domanda di duttilità sul lato rigido ed un suo decremento sul lato flessibile, proprio come ottenuto a seguito dei vari studi condotti sulla risposta sismica di modelli monopiano asimmetrici.

Molto più articolata è la situazione di edifici multipiano dotati di sovrarresistenze variabili in pianta e lungo l'altezza. In tal caso infatti per elementi dotati di scarsa sovrarresistenza, quali ad esempio le colonne al primo ordine o, anche se in misura minore, le travi ai piani bassi, le tendenze non saranno molto diverse da quelle riscontrate sul modello monopiano del tutto privo di sovrarresistenze e sarà possibile riconoscere ancora una volta incrementi notevoli della domanda di duttilità sul lato rigido e lievi decrementi sul lato flessibile. Profondamente diverso è il caso di elementi dotati di una non trascurabile sovrarresistenza rispetto alle richieste del sisma come le travi ai piani superiori. Per esse l'andamento in pianta con cui la resistenza assegnata cambia rispetto al sistema bilanciato non riproduce identicamente l'andamento con cui variano le sollecitazioni sismiche. Infatti la presenza, in aggiunta ad esse di un'aliquota costante della richiesta di resistenza dovuta alla presenza dei carichi gravitazionali, riduce l'entità di tali variazioni se raffrontate a quelle delle sollecitazioni sismiche: dunque sul lato rigido vi sarà una minore riduzione a causa della torsione dell'edificio della resistenza rispetto alla corrispondente riduzione della sollecitazione sismica, mentre sul lato flessibile vi sarà una minore amplifica-

zione della resistenza rispetto alla sollecitazione sismica. Ciò spiega il motivo per cui nella risposta sismica di edifici multipiano asimmetrici è possibile riconoscere rispetto ai corrispondenti sistemi simmetrici traslanti in alcuni elementi sul lato rigido un incremento di duttilità non rilevante come atteso sulla base delle previsioni fatte su un modello monopiano privo di sovrarresistenza ed, in maniera del tutto speculare, sul lato flessibile possono invece registrarsi inattesi notevoli incrementi sulla domanda di duttilità. Il confronto fra previsioni della risposta sismica fatte con un modello monopiano e comportamento dinamico di modelli più realistici multipiano impostato in termini di variazioni della domanda di duttilità a causa delle rotazioni dell'impalcato è sicuramente finalizzato alla valutazione dell'attendibilità delle prescrizioni di progetto presenti sui codici sismici e desunte da ampie campagne investigative condotte sui modelli multipiano e mira a definire le condizioni sotto le quali tali prescrizioni risultano estendibili anche al caso di modelli asimmetrici a più piani e dunque in sintesi a migliorare le modalità di progetto degli edifici. Il contesto delle analisi condotte su modelli monopiano nell'ambito della presente tesi di dottorato è piuttosto quello della verifica di edifici esistenti, cionondimeno le discrepanze di comportamento rilevate da vari studi presenti in letteratura sono comunque un invito alla cautela ed una giustificazione dell'orientamento che a questa tesi si vuole dare ovvero testare i risultati ottenuti sui modelli monopiano valutandone l'estendibilità a schemi strutturali più sofisticati del tipo sopra descritto

### **3. Confronto fra monopiano e multipiano**

Al fine di generalizzare la metodologia di analisi proposta per il modello monopiano e descritta in precedenza a più realistici schemi multipiano si è reso necessario uno studio preliminare delle principali caratteristiche di tali schemi rilevanti ai fini della loro analisi strutturale sotto azioni sismiche, cercando di focalizzare l'attenzione sulle fondamentali differenze rispetto al modello semplificato monopiano.

### 3.1. Sistema monopiano

Per il sistema monopiano fin qui analizzato il baricentro delle rigidezze CR dei singoli elementi piani componenti il telaio spaziale gode in realtà di più proprietà statiche. Esso è anche *centro di rigidezza* del sistema (Chopra e Hejal, 1987) nel senso che applicandovi una forza statica si ottiene in risposta ad essa una traslazione pura dell'impalcato nella direzione della forza applicata senza alcuna rotazione torsionale. È anche *centro di taglio* (Chopra e Hejal, 1987) del sistema ovvero costituisce la posizione nella quale è applicata la risultante dei tagli alla base dei singoli elementi resistenti quando l'impalcato trasla unicamente senza ruotare ovvero quando la forza statica è applicata nel centro di rigidezza così come sopra definito. Infine lo stesso punto costituisce anche il *centro di torsione* (Chopra e Hejal, 1987) del sistema ovvero il centro di rotazione assoluto dell'impalcato qualora ad esso si applichi una coppia torcente. Si può agevolmente comprendere perché il centro di taglio costituisca anche il centro di rigidezza del sistema ragionando in termini di analisi statica in quanto essendo il punto di applicazione della reazione globale della struttura al carico esterno agente su di essa, qualora tale carico si riduca ad un'unica forza applicata proprio in CR il sistema delle azioni agenti e reagenti si configura come una coppia di braccio nullo e, per l'equilibrio globale di esso, non risulta necessario l'insorgere di alcuna coppia torcente e pertanto di alcuna rotazione: la conseguenza è dunque una risposta strutturale puramente traslazionale. Negli stessi termini si spiega perché in campo elastico un monopiano torsionalmente bilanciato debba avere centro di massa CM e Centro di rigidezza CR coincidenti: in un sistema siffatto infatti la risultante delle azioni inerziali proporzionali alle masse applicata nel centro di massa e la reazione ad esso applicata nel centro di rigidezza costituiscono ancora una volta una coppia di braccio nullo dando luogo ancora ad una risposta sismica puramente traslazionale. La coincidenza nella stessa posizione dei tre centri su definiti ne fa un valido punto di riferimento in quanto dotato di più proprietà statiche: esso viene in sintesi definito centro elastico del sistema monopiano (Chopra e Hejal, 1987). È importante osservare che tale punto si può sempre determinare a prescindere dal carico applicato all'impalcato e risulta indipendente da esso, dunque si

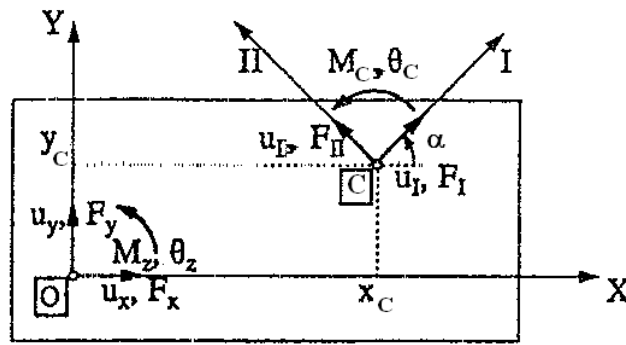


Fig.2.4. Centro elastico e direzioni principali di flessione di un sistema monopiano.

qualifica come una proprietà caratteristica del sistema. Ciò si prova facilmente considerando l'equazione di equilibrio statico del sistema in forma matriciale scritta in generale rispetto ad un generico sistema di riferimento OXYZ avente gli assi X ed Y giacenti sul piano dell'impalcato (Fig. 2.4) e con riferimento al quale vengono definiti i tre gradi di libertà del sistema corrispondenti agli spostamenti  $u_x$  e  $u_y$  lungo gli assi coordinati dell'origine O ed alla rotazione torsionale dell'impalcato  $\theta_z$ . Precisamente si ha:

$$\mathbf{F} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{u} \quad \text{ovvero} \quad \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{x\theta} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{y\theta} \\ K_{\theta x} & K_{\theta y} & K_{\theta\theta} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ \theta_z \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Affinché l'origine degli assi coincida con il centro di rigidezza, definendo rispetto ad esso i gradi di libertà del sistema  $\mathbf{u}_R^T = [\tilde{u}_x \quad \tilde{u}_y \quad \tilde{\theta}_z]$  ovvero trasladando in esso l'origine degli assi (Fig. 2.4), deve accadere che in risposta ad una forza comunque orientata in pianta insorgano lungo i gradi di libertà del sistema componenti di moto unicamente traslazionali ovvero:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \tilde{u}_x \\ \tilde{u}_y \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Analogamente affinché l'origine degli assi coincida con il centro di torsione del sistema, definendo rispetto ad esso i gradi di libertà del sistema  $\mathbf{u}_T^T = [\tilde{u}_x \ \tilde{u}_y \ \tilde{\theta}_z]$  ovvero trasladando in esso l'origine degli assi, deve accadere che in risposta ad una coppia insorgano lungo i gradi di libertà del sistema componenti di moto unicamente rotazionali ovvero:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \tilde{u}_x \\ \tilde{u}_y \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

La validità delle (2. 5) e (2. 6) impone la stessa condizione vale a dire che la matrice di rigidezza rispetto ad un nuovo sistema di riferimento con origine nel centro di rigidezza ovvero nel centro di torsione assuma la forma seguente:

$$\tilde{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \tilde{K}_{xx} & \tilde{K}_{xy} & 0 \\ \tilde{K}_{yx} & \tilde{K}_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{K}_{\theta\theta} \end{bmatrix} \quad \text{ovvero che: } \tilde{K}_{x\theta} = \tilde{K}_{y\theta} = 0 \quad \text{dove:} \quad (2.7)$$

$$\tilde{\mathbf{K}} = \mathbf{a}^T \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{a} \quad \text{con:}$$

$$\mathbf{a} = \text{matrice del cambiamento di base} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & +y_C \\ 0 & 1 & -x_C \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{dove:} \quad (2.8)$$

$x_C, y_C$  sono le coordinate del centro di rigidezza (ovvero di torsione) rispetto al sistema OXY

Dalle (2. 7) e (2. 8) discende il sistema risolvete:

$$\begin{cases} K_{xx} \cdot y_C - K_{xy} \cdot x_C + K_{x\theta} = 0 \\ K_{xy} \cdot y_C - K_{yy} \cdot x_C + K_{y\theta} = 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

Dalle (2. 9) è possibile ricavare le coordinate del centro di rigidezza ovvero di torsione coincidenti fra loro nonché, come già detto sopra, con il centro di taglio ovvero *le coordinate del suddetto centro elastico*, in funzione unicamente delle componenti della matrice di rigidezza del sistema:

$$x_C = \frac{K_{xx} \cdot K_{y\theta} - K_{xy} \cdot K_{x\theta}}{K_{xx} \cdot K_{yy} - K_{xy}^2}; \quad y_C = -\frac{K_{yy} \cdot K_{x\theta} - K_{xy} \cdot K_{y\theta}}{K_{xx} \cdot K_{yy} - K_{xy}^2} \quad (2.10)$$

Nelle (2.10) non figurano le componenti di carico ed è dunque evidente che nel caso di un sistema monopiano il centro elastico così come sopra definito esiste sempre ed è una proprietà dipendente unicamente dalle caratteristiche di rigidezza del sistema. Oltre il centro elastico è poi possibile definire dei *piani principali di flessione* intendendo con tale termine che qualora si applichi all'impalcato del monopiano una forza contenuta in uno di tali piani, la risposta del sistema consisterà in una sola traslazione all'interno dello stesso piano. Tali piani sono mutuamente ortogonali e passano entrambe per il centro elastico. L'orientamento della direzione I, traccia del primo piano principale di flessione sull'impalcato, rispetto all'asse X del sistema di riferimento è individuato dall'angolo  $\alpha$ . La direzione II, traccia del secondo piano principale di flessione sull'impalcato, è normale alla direzione I. Per determinare l'angolo  $\alpha$  bisogna imporre una opportuna rotazione del sistema di riferimento con origine nel centro elastico C (Fig. 2.4) in modo che rispetto al nuovo sistema la matrice di rigidezza  $\tilde{\mathbf{K}}$  assuma la forma diagonale seguente ovvero:

$$\tilde{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \tilde{K}_I & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{K}_{II} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{K}_{III} \end{bmatrix} \quad \text{vale a dire che: } \tilde{K}_{I,II} = 0 \quad \text{dove:} \quad (2.11)$$

$$\tilde{\mathbf{K}} = \mathbf{b}^T \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{b} \quad \text{con:}$$

$$\mathbf{b} = \text{matrice del cambiamento di base} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

dalle (2.11) e (2.12) discende l'equazione che consente di determinare l'angolo  $\alpha$  ovvero:

$$\tan(2 \cdot \alpha) = \frac{2 \cdot \tilde{K}_{xy}}{\tilde{K}_{xx} - \tilde{K}_{yy}} = \frac{2 \cdot K_{xy}}{K_{xx} - K_{yy}} \quad (2.13)$$



Nel particolare caso in cui, come negli schemi monopiano sinora studiati nell'ambito del presente lavoro, gli elementi resistenti sono orientati secondo due direzioni mutuamente ortogonali della pianta, le direzioni principali coincidono con gli allineamenti degli elementi resistenti.

Di seguito ora si propongono alcune relazioni relative al parametro  $\Omega_\theta$  ed ai raggi giratori delle rigidezze, valide per il sistema monopiano, ma le cui generalizzazioni possono essere utili per lo studio dei sistemi multipiano.

In un sistema monopiano i raggi giratori delle rigidezze intorno a CR  $r_{kx}$  ed  $r_{ky}$  si definiscono come segue:

$$r_{kx} = \sqrt{\frac{K_\theta}{K_y}}; \quad r_{ky} = \sqrt{\frac{K_\theta}{K_x}} \quad (2.14)$$

dove  $K_x$  e  $K_y$  sono le due Rigidezze laterali del sistema monopiano ovvero le due rigidezze traslazionali globali in direzione  $x$  ed  $y$ , rispettivamente intese come somma dei contributi di tutti gli elementi aventi la direzione specificata:

$$K_x = \sum_{i=1}^{n_x} k_i; \quad K_y = \sum_{j=1}^{n_y} k_j \quad \text{dove:} \quad (2.15)$$

$k_i$  è la rigidezza dell' $i$ -esimo elemento in direzione  $x$ ;  
 $k_j$  è la rigidezza del  $j$ -esimo elemento in direzione  $y$ .

mentre  $K_\theta$  è la sua *Rigidezza torsionale globale* definita come il momento di inerzia polare della distribuzione delle rigidezze intorno al loro centro CR.

In maniera analoga si definisce il raggio giratore delle masse come radice quadrata del rapporto fra il momento di inerzia polare delle masse  $I_m$  intorno al loro centro CM e la massa totale dell'impalcato  $m$ :

$$r_m = \sqrt{\frac{I_m}{m}} \quad (2.16)$$

Per un sistema monopiano è facile provare che sussistono le seguenti espressioni per il parametro  $\Omega_\theta$ :

$$\Omega_{\theta_x} = \frac{\omega_{\theta}}{\omega_x} = \sqrt{\frac{\frac{K_{\theta}}{m \cdot r_m^2}}{\frac{K_x}{m}}} = \frac{r_{ky}}{r_m}; \quad \Omega_{\theta_y} = \frac{\omega_{\theta}}{\omega_y} = \sqrt{\frac{\frac{K_{\theta}}{m \cdot r_m^2}}{\frac{K_y}{m}}} = \frac{r_{kx}}{r_m} \quad (2.17)$$

Infine è opportuno provare la validità di una relazione che può essere utile per la determinazione dei raggi giratori delle rigidezze a partire da tre distinte analisi statiche del sistema monopiano corrispondenti ad altrettante condizioni di carico:

- Una forza statica  $F_x = F$  in direzione  $x$  applicata in corrispondenza del centro elastico C;
- Una forza statica della medesima intensità  $F_y = F$  in direzione  $y$  in corrispondenza del centro elastico C;
- Una coppia torcente  $M_z$  pari a:  $M_z = 1 \cdot F$ .

In conseguenza all'applicazione di una forza statica lungo  $x$  in C si otterrà unicamente una traslazione dell'impalcato  $u_x^{(F_x)}$  in direzione  $x$  ed analogamente in conseguenza all'applicazione di una forza statica lungo  $y$  in C si otterrà unicamente una traslazione dell'impalcato  $u_y^{(F_y)}$  in direzione  $y$ . Infine in conseguenza all'applicazione della coppia  $M_z$  si otterrà solo una rotazione dell'impalcato pari  $\theta_z^{(M_z)}$ . Precisamente si avrà:

$$u_x^{(F_x)} = \frac{F_x}{K_x} = \frac{F}{K_x}; \quad u_y^{(F_y)} = \frac{F_y}{K_y} = \frac{F}{K_y}; \quad \theta_z^{(M_z)} = \frac{M_z}{K_{\theta}} = \frac{1 \cdot F}{K_{\theta}} \quad (2.18)$$

Dalle (2.18) discendono le relazioni seguenti utili per la determinazione dei raggi giratori:

$$r_{kx} = \sqrt{\frac{K_{\theta}}{K_y}} = \sqrt{\frac{\frac{F}{K_y}}{\frac{1 \cdot F}{K_{\theta}}}} = \sqrt{\frac{u_y^{(F_y)}}{\theta_z^{(M_z)}}}; \quad r_{ky} = \sqrt{\frac{K_{\theta}}{K_x}} = \sqrt{\frac{\frac{F}{K_x}}{\frac{1 \cdot F}{K_{\theta}}}} = \sqrt{\frac{u_x^{(F_x)}}{\theta_z^{(M_z)}}} \quad (2.19)$$

### 3.2. Sistemi multipiano e centri di riferimento

Per un sistema multipiano è possibile definire ai vari livelli come per il monopiano i centri di rigidezza, taglio e torsione come segue:

- a) *Centri di rigidezza di piano*: punti degli impalcati nei quali applicare un generico insieme di forze statiche orizzontali al fine di ottenere traslazione pura senza rotazione di essi (Chopra e Hejal, 1987);
- b) *Centri di torsione di piano*: centri di rotazione assoluta degli impalcati quando ad essi si applica una generica distribuzione di coppie torcenti lungo l'altezza (Chopra e Hejal, 1987);
- c) *Centri di taglio di piano*: punti di applicazione dei tagli resistenti di piano quando alla struttura si applica una generica distribuzione di forze orizzontali statiche nei centri di rigidezza ottenendo dunque in risposta ad essa solo traslazioni senza rotazioni degli impalcati (Chopra e Hejal, 1987);

In aggiunta ad essi per gli edifici multipiano sono stati individuati anche ulteriori centri di riferimento, la cui definizione applicata al sistema monopiano ne restituisce il centro elastico:

- d) *Baricentri delle rigidezze di piano*: baricentri di una distribuzione di quantità scalari quali le rigidezze di piano intendendo con tale termine per il singolo elemento verticale resistente (pilastro o parete) il rapporto fra il valore del suo taglio di piano e del relativo spostamento di interpiano (Gherzi A., 1999);
- e) *Centri di resistenza di piano*: punti in cui bisogna applicare una forza orizzontale al piano in questione senza applicare alcuna forza agli altri impalcati affinché tale impalcato trasli senza ruotare, mentre in generale gli altri trasleranno e ruoteranno (Humar J.L., 1984).

È opportuno notare a proposito di quest'ultima definizione che, a dispetto della denominazione di questi punti, essi non hanno nulla a che fare con la resistenza degli elementi verticali e sono piuttosto connessi alle loro rigidezze in quanto definiti tramite una relazione fra azioni esterne e componenti di moto degli impalcati.

Come per il monopiano è possibile localizzare tali punti sui diversi impalcati, ma in generale, diversamente dal caso del monopiano, sul singolo impalcato tali centri non coincideranno in uno stesso punto, né tanto meno saranno allineati lungo una verticale dell'edificio e per di più risulteranno in genere dipendenti dalla distribuzione di forze impiegata per determinarne la posizione.

### 3.2.1. Localizzazione dei centri di rigidità

Al fine di determinare la posizione sull'impalcato dei centri di rigidità si procede in maniera del tutto analoga a quanto fatto sopra per il monopiano con i dovuti adattamenti ovvero tenendo conto del fatto che ora il sistema da analizzare, se dotato di  $N$  impalcati rigidi nel loro piano, possiede  $3N$  gradi di libertà rappresentati dalle traslazioni di un punto fissato dell' $i$ -esimo impalcato lungo le direzioni degli assi coordinati  $u_{xi}$  e  $u_{yi}$  e dalla rotazione torsionale dell'impalcato  $\theta_{zi}$ . Tali gradi di libertà possono essere ordinati in un vettore colonna  $\mathbf{u}$  e rispetto ad essi la matrice di rigidità  $\mathbf{K}$  assumerà una forma ben precisa:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_x \\ \mathbf{u}_y \\ \boldsymbol{\theta}_z \end{bmatrix} \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{xx} & \mathbf{K}_{xy} & \mathbf{K}_{x0} \\ \mathbf{K}_{yx} & \mathbf{K}_{yy} & \mathbf{K}_{y0} \\ \mathbf{K}_{\theta x} & \mathbf{K}_{\theta y} & \mathbf{K}_{\theta\theta} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

dove i vettori  $\mathbf{u}_x$ ,  $\mathbf{u}_y$  e  $\boldsymbol{\theta}_z$  contengono rispettivamente gli spostamenti in direzione X e Y e le rotazioni degli impalcati, mentre le sottomatrici  $\mathbf{K}_{ij}$  di  $\mathbf{K}$  sono blocchi matriciali  $N \times N$  e sono in generale tutte piene. Ragionando come per il monopiano la determinazione della posizione dei centri di rigidità ai vari impalcati comporta che trasladando in essi l'origine degli assi a ciascun piano e definendo rispetto ad essi i gradi di libertà del sistema la matrice di rigidità scritta rispetto al nuovo sistema di riferimento assuma la forma:

$$\tilde{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{K}}_{xx} & \tilde{\mathbf{K}}_{xy} & \mathbf{0} \\ \tilde{\mathbf{K}}_{yx} & \tilde{\mathbf{K}}_{yy} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{K}}_{\theta\theta} \end{bmatrix} \quad \text{ovvero che: } \tilde{\mathbf{K}}_{x0} = \tilde{\mathbf{K}}_{y0} = \mathbf{0} \quad \text{dove:} \quad (2.21)$$

$\tilde{\mathbf{K}} = \mathbf{a}^T \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{a}$  con:

$$\mathbf{a} = \text{matrice del cambiamento di base} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & +\mathbf{y}_R \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & -\mathbf{x}_R \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad \text{dove:} \quad (2.22)$$

$\mathbf{x}_R, \mathbf{y}_R$  sono due matrici diagonali contenenti sulla diagonale principale le coordinate dei centri di rigidezza ai vari livelli rispetto al sistema OXY

Come nel caso del monopiano dalle (2. 21) e (2. 22) si ottiene un analogo sistema risolvete, questa volta in forma matriciale:

$$\begin{cases} \mathbf{K}_{xx} \bullet \mathbf{y}_R - \mathbf{K}_{xy} \bullet \mathbf{x}_R + \mathbf{K}_{x0} = \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{xy} \bullet \mathbf{y}_R - \mathbf{K}_{yy} \bullet \mathbf{x}_R + \mathbf{K}_{y0} = \mathbf{0} \end{cases} \quad (2. 23)$$

Dalla risoluzione di tale sistema si perviene all' espressione delle matrici incognite contenenti le coordinate dei centri di rigidezza ovvero:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_R = (\mathbf{K}_{yy} - \mathbf{K}_{yx} \bullet \mathbf{K}_{xx}^{-1} \bullet \mathbf{K}_{xy}) \bullet (\mathbf{K}_{y0} - \mathbf{K}_{yx} \bullet \mathbf{K}_{xx}^{-1} \bullet \mathbf{K}_{x0}) \\ \mathbf{y}_R = -(\mathbf{K}_{xx} - \mathbf{K}_{xy} \bullet \mathbf{K}_{yy}^{-1} \bullet \mathbf{K}_{yx}) \bullet (\mathbf{K}_{x0} - \mathbf{K}_{xy} \bullet \mathbf{K}_{yy}^{-1} \bullet \mathbf{K}_{y0}) \end{cases} \quad (2. 24)$$

Si può dimostrare (Chopra e Hejal, 1987) che le (2. 24) sono sempre risolvibili, ma non sempre restituiscono matrici diagonali. Qualora ciò non accada non sarà possibile riconoscere i centri di rigidezza come proprietà caratteristiche della struttura. Sarà allora necessario per determinare la posizione di tali punti fare riferimento ad una fissata distribuzione di forze orizzontali lungo l'altezza  $\mathbf{F}^T = [\mathbf{F}_x^T \quad \mathbf{F}_y^T \quad \mathbf{0}^T]$  ed imporre nelle equazioni di equilibrio del sistema  $\mathbf{F} = \tilde{\mathbf{K}} \bullet \tilde{\mathbf{u}}$  che le componenti rotazionali del vettore  $\tilde{\mathbf{u}}$  siano tutte nulle ottenendo:

$$\begin{cases} \{\mathbf{x}_R\} = [\mathbf{F}_y]^{-1} \bullet (\mathbf{K}_{\theta_y} - \mathbf{K}_{\theta_x} \bullet \mathbf{K}_{xx}^{-1} \bullet \mathbf{K}_{xy}) \bullet (\mathbf{K}_{yy} - \mathbf{K}_{yx} \bullet \mathbf{K}_{xx}^{-1} \bullet \mathbf{K}_{xy})^{-1} \bullet \mathbf{F}_y \\ \{\mathbf{y}_R\} = -[\mathbf{F}_x]^{-1} (\mathbf{K}_{\theta_x} - \mathbf{K}_{\theta_y} \bullet \mathbf{K}_{yy}^{-1} \bullet \mathbf{K}_{yx}) \bullet (\mathbf{K}_{xx} - \mathbf{K}_{xy} \bullet \mathbf{K}_{yy}^{-1} \bullet \mathbf{K}_{yx})^{-1} \bullet \mathbf{F}_x \end{cases}$$

dove:

$\{\mathbf{x}_R\}$  e  $\{\mathbf{y}_R\}$  sono i vettori colonna contenenti le coordinate dei centri di rigidezza; (2. 25)

$[\mathbf{F}_x]$  e  $[\mathbf{F}_y]$  sono le matrici diagonali contenenti sulla diagonale principale le componenti delle forze applicate.

Dalle (2. 25) è evidente che le coordinate dei centri di rigidezza dipendono dalla distribuzione di forze applicate. In particolare combinando le (2. 24) e le (2. 25) si ottengono le seguenti relazioni:

$$\begin{cases} \{\mathbf{x}_R\} = [\mathbf{F}_y]^{-1} \bullet \mathbf{x}_R^T \bullet \mathbf{F}_y \\ \{\mathbf{y}_R\} = [\mathbf{F}_x]^{-1} \bullet \mathbf{y}_R^T \bullet \mathbf{F}_x \end{cases} \quad (2. 26)$$

Dalle quali sviluppando i prodotti infine si ottiene:

$$\begin{cases} x_{Ri} = x_{Rii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N x_{Rij} \cdot \frac{F_{yj}}{F_{yi}} \\ y_{Ri} = y_{Rii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N y_{Rij} \cdot \frac{F_{xj}}{F_{xi}} \end{cases} \quad (2.27)$$

Dalle (2.27) risulta evidente che le coordinate  $x_{Ri}$  e  $y_{Ri}$  sono date dalla somma di due termini, il primo dei quali coincide con il corrispondente termine diagonale rispettivamente della matrice  $\mathbf{x}_R$  e  $\mathbf{y}_R$  mentre il secondo contiene i prodotti dei termini fuori diagonale della stessa matrice e dei rapporti rispettivamente  $\frac{F_{yj}}{F_{yi}}$  e  $\frac{F_{xj}}{F_{xi}}$  fra le componenti delle forze

orizzontali applicate a livelli diversi. Ne consegue che le coordinate  $x_{Ri}$  e  $y_{Ri}$  dei centri di rigidità sono tanto più vicine ai termini diagonali delle due matrici  $\mathbf{x}_R$  e  $\mathbf{y}_R$  quanto più i termini diagonali di queste sono preponderanti rispetto a quelli fuori diagonale e quanto più i rapporti fra le forze applicati ai diversi livelli risultano piccoli. Da ciò appare chiaro come distribuzioni di forze con una o più componenti molto più piccole delle altre condizionino pesantemente la posizione di tali centri: ciò può verificarsi nel caso di distribuzioni triangolari inverse soprattutto se applicate a edifici molto alti in cui le forze di piano ai livelli inferiori risultano sensibilmente più basse di quelle ai piani superiori.

### 3.2.2. Localizzazione dei centri di torsione

La determinazione della posizione sull'impalcato dei centri di torsione richiede, come già per i centri di rigidità, che la matrice di rigidità scritta assumendo tali punti come gradi di libertà del sistema  $\tilde{\mathbf{u}}^T = [\tilde{\mathbf{u}}_x^T \quad \tilde{\mathbf{u}}_y^T \quad \tilde{\mathbf{\theta}}_z^T]$  assuma la forma espressa nella (2.21) e, valendo ancora la (2.22), si riottiene il medesimo sistema risolvibile (2.23) e dunque le medesime espressioni (2.24), che definiscono le coordinate dei centri di rigidità, rappresentano anche le *coordinate dei centri di torsione*. In altre parole qualora le (2.24) restituiscano delle matrici

diagonali non soltanto esistono i centri di rigidezza del sistema, ma esistono anche i suoi centri di torsione e tali centri risultano coincidere in un unico punto ad ogni impalcato. Ciò d'altra parte in generale non avviene e dunque anche per i centri di torsione come per quelli di rigidezza sarà necessario procedere alla loro determinazione in base alla definizione, partendo da una particolare distribuzione di coppie torcenti  $\mathbf{F}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{0}^T & \mathbf{0}^T & \mathbf{M}_z^T \end{bmatrix}$  applicate agli impalcato e dalle quali le coordinate dei centri verranno pertanto a dipendere. Imponendo anche qui la condizione di equilibrio statico  $\mathbf{F} = \tilde{\mathbf{K}} \cdot \tilde{\mathbf{u}}$  e che il vettore  $\tilde{\mathbf{u}}$  questa volta sia caratterizzato dalla presenza delle sole componenti rotazionali si determinano le espressioni seguenti:

$$\begin{cases} \{\mathbf{x}_T\} = [\boldsymbol{\theta}_z]^{-1} \cdot (\mathbf{K}_{yy} - \mathbf{K}_{yx} \cdot \mathbf{K}_{xx}^{-1} \cdot \mathbf{K}_{xy})^{-1} \cdot (\mathbf{K}_{y\theta} - \mathbf{K}_{yx} \cdot \mathbf{K}_{xx}^{-1} \cdot \mathbf{K}_{x\theta}) \cdot \boldsymbol{\theta}_z \\ \{\mathbf{y}_T\} = -[\boldsymbol{\theta}_z]^{-1} (\mathbf{K}_{xx} - \mathbf{K}_{xy} \cdot \mathbf{K}_{yy}^{-1} \cdot \mathbf{K}_{yx})^{-1} \cdot (\mathbf{K}_{x\theta} - \mathbf{K}_{xy} \cdot \mathbf{K}_{yy}^{-1} \cdot \mathbf{K}_{y\theta}) \cdot \boldsymbol{\theta}_z \end{cases}$$

dove:

$\{\mathbf{x}_T\}$  e  $\{\mathbf{y}_T\}$  sono i vettori colonna contenenti le coordinate dei centri di torsione;

(2. 28)

$[\boldsymbol{\theta}_z]$  è la matrice diagonale contenete sulla diagonale principale le coppie torcenti applicate.

Dalle (2. 24) e dalle (2. 28) si ottiene:

$$\begin{cases} \{\mathbf{x}_T\} = [\boldsymbol{\theta}_z]^{-1} \cdot \mathbf{x}_R \cdot \boldsymbol{\theta}_z \\ \{\mathbf{y}_T\} = [\boldsymbol{\theta}_z]^{-1} \cdot \mathbf{y}_R \cdot \boldsymbol{\theta}_z \end{cases} \quad (2. 29)$$

Ed in forma scalare :

$$\begin{aligned} x_{Ti} &= x_{Rii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N x_{Rij} \cdot \frac{\theta_{zj}}{\theta_{zi}} \\ y_{Ti} &= y_{Rii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N y_{Rij} \cdot \frac{\theta_{zj}}{\theta_{zi}} \end{aligned} \quad (2. 30)$$

Per le (2. 30) sono ripetibili le medesime considerazioni già fatte per i centri di rigidezza sull'incidenza della distribuzione di forze e dei rapporti fra componenti diagonali e fuori diagonale delle due matrici  $\mathbf{x}_R$  e  $\mathbf{y}_R$ .

### 3.2.3. Localizzazione dei centri di taglio

Anche per i centri di taglio è possibile pervenire ad una espressione delle loro coordinate rispetto al sistema di riferimento globale OXY imponendo a ciascun impalcato l'equilibrio alla rotazione intorno all'origine degli assi fra la distribuzione dei tagli resistenti applicati ai vari elementi a livello dell'impalcato in questione e le componenti lungo gli assi coordinati X ed Y delle risultanti di tale distribuzione applicate proprio nei centri di taglio:

$$\sum_{i=1}^n \pm d_{ai} \cdot \mathbf{V}_{ai} - \mathbf{x}_S \sum_{i=1}^n \mathbf{V}_{yi} + \mathbf{y}_S \sum_{i=1}^n \mathbf{V}_{xi} = \mathbf{0} \quad (2.31)$$

dove:

$\mathbf{x}_S$  e  $\mathbf{y}_S$  sono le matrici diagonali contenenti sulla diagonale principale le coordinate dei centri di taglio;

$\mathbf{V}_{ai}$  sono i tagli di piano del generico elemento diretto in pianta lungo asse  $a_i$  che forma l'angolo  $\beta_i$  con l'asse X;

$d_{ai}$  è la distanza dell'elemento resistente dall'origine O dagli assi misurata lungo la normale alla direzione  $a_i$ ;

$\mathbf{V}_{xi}$  e  $\mathbf{V}_{yi}$  sono le componenti lungo gli assi coordinati X ed Y dei tagli di piano dell'elemento;

$n$  è il numero di elementi resistenti presenti.

Nelle (2.31) il segno “+” o “-” dipende dalla posizione dell'i-esimo elemento resistente rispetto all'origine O del sistema di riferimento e dal verso del taglio che esso trasmette.

Dopo una laboriosa trattazione (Chopra e Hejal, 1987) si perviene alla seguente espressione delle coordinate dei centri di taglio di piano:

$$\begin{cases} \{\mathbf{x}_S\} = [\mathbf{F}_y]^{-1} \cdot \mathbf{S} \cdot (\mathbf{K}_{\theta y} - \mathbf{K}_{\theta x} \cdot \mathbf{K}_{xx}^{-1} \cdot \mathbf{K}_{xy}) \cdot (\mathbf{K}_{yy} - \mathbf{K}_{yx} \cdot \mathbf{K}_{xx}^{-1} \cdot \mathbf{K}_{xy})^{-1} \cdot \mathbf{F}_y \\ \{\mathbf{y}_S\} = [\mathbf{F}_x]^{-1} \cdot \mathbf{S} \cdot (\mathbf{K}_{\theta x} - \mathbf{K}_{\theta y} \cdot \mathbf{K}_{yy}^{-1} \cdot \mathbf{K}_{yx}) \cdot (\mathbf{K}_{xx} - \mathbf{K}_{xy} \cdot \mathbf{K}_{yy}^{-1} \cdot \mathbf{K}_{yx})^{-1} \cdot \mathbf{F}_x \end{cases}$$

dove:

$\{\mathbf{x}_S\}$  e  $\{\mathbf{y}_S\}$  sono i vettori colonna contenenti le coordinate dei centri di taglio di piano; (2.32)

$\mathbf{F}_x$  e  $\mathbf{F}_y$  sono due vettori di forze orizzontali fra loro indipendenti;



$\mathbf{S}$  è una matrice triangolare superiore con tutti termini unitari al di sopra della diagonale principale;  
 $[\mathbf{F}_x]$  e  $[\mathbf{F}_y]$  sono due matrici diagonali contenute sulla diagonale principale rispettivamente le componenti dei vettori  $\mathbf{S} \bullet \mathbf{F}_x$  e  $\mathbf{S} \bullet \mathbf{F}_y$ .

Combinando le (2. 24) con le (2. 32) si ottengono le seguenti relazioni:

$$\begin{cases} \{\mathbf{x}_S\} = [\mathbf{F}_y]^{-1} \bullet \mathbf{S} \bullet \mathbf{x}_R^T \bullet \mathbf{F}_y \\ \{\mathbf{y}_S\} = [\mathbf{F}_x]^{-1} \bullet \mathbf{S} \bullet \mathbf{y}_R^T \bullet \mathbf{F}_x \end{cases} \quad (2. 33)$$

Ed in forma scalare :

$$\begin{cases} x_{Si} = \frac{1}{V_{yi}} \cdot \left( F_{y1} \sum_{j=1}^N x_{R1i} + F_{y2} \sum_{j=1}^N x_{R2i} + \dots + F_{yN} \sum_{j=1}^N x_{RNi} \right) \\ y_{Si} = \frac{1}{V_{xi}} \cdot \left( F_{x1} \sum_{j=1}^N y_{R1i} + F_{x2} \sum_{j=1}^N y_{R2i} + \dots + F_{xN} \sum_{j=1}^N y_{RNi} \right) \end{cases} \quad (2. 34)$$

Dalle (2. 34) risulta evidente che i centri di taglio, a differenza dei centri di rigidezza e di torsione, dipendono sempre dalla distribuzione di forze impiegata per determinarli anche quando le matrici  $\mathbf{x}_R$  e  $\mathbf{y}_R$  sono diagonali.

#### 3.2.4. Localizzazione dei baricentri delle rigidezze di piano

I *baricentri delle rigidezze di piano* vengono determinati in base alla definizione che di essi è stata data sopra a seguito della risoluzione del modello di calcolo ottenuto applicando allo schema spaziale una generica distribuzione di forze e dunque dipendono sempre tanto dalle proprietà di rigidezza della struttura quanto dalla distribuzione di forze utilizzata per determinarli.

#### 3.2.5. Localizzazione dei centri di resistenza di piano

I *centri di resistenza di piano* si possono determinare con un notevole onere computazionale secondo una procedura proposta da Habibullah (1998) che prevede per un edificio con  $N$  impalcati l'esecuzione di  $3N$  analisi statiche, tre per impalcato con le seguenti condizioni di carico:

- Una forza statica unitaria  $F_x = 1$  in direzione  $x$  applicata in qualsiasi punto dell' $i$ -esimo impalcato;

- b) Una forza statica unitaria  $F_y = 1$  in direzione  $y$  applicata nello stesso punto dell' $i$ -esimo impalcato;  
 c) Una coppia torcente unitaria  $M_z = 1$  sempre sull' $i$ -esimo impalcato.

In base alla definizione di centro di resistenza data sopra dovrà aversi:

$$\begin{cases} 0 = \theta_z^{(F_x + y_{Hi} \cdot M_z)} = \theta_z^{(F_x)} + y_{Hi} \cdot \theta_z^{(M_z)} & \Rightarrow y_{Hi} = -\frac{\theta_z^{(F_x)}}{\theta_z^{(M_z)}} \\ 0 = \theta_z^{(F_y + x_{Hi} \cdot M_z)} = \theta_z^{(F_y)} + x_{Hi} \cdot \theta_z^{(M_z)} & \Rightarrow x_{Hi} = \frac{\theta_z^{(F_y)}}{\theta_z^{(M_z)}} \end{cases} \quad (2.35)$$

dove:

$x_{Hi}$  e  $y_{Hi}$  sono le coordinate del centro di resistenza dell' $i$ -esimo impalcato;

$\theta_z^{(F_x)}$ ,  $\theta_z^{(F_y)}$  e  $\theta_z^{(M_z)}$  sono le rotazioni di impalcato dovute all'applicazione  
 rispettivamente della forza  $F_x$ , della forza  $F_y$   
 e della coppia  $M_z$ .

Le coordinate dei centri di resistenza  $x_{Hi}$  e  $y_{Hi}$  possono anche determinarsi a partire dalle relazioni (2.27) valide per i centri di rigidezza ponendo che le uniche componenti di forze non nulle siano quelle agenti sull' $i$ -esimo impalcato ottenendo in tal caso la coincidenza di tali coordinate con le componenti diagonali delle matrici  $\mathbf{x}_R$  e  $\mathbf{y}_R$ :

$$\begin{cases} x_{Hi} = x_{Rii} \\ y_{Hi} = y_{Rii} \end{cases} \quad (2.36)$$

### 3.3. Sistemi multipiano e asse dei centri elastici

A conclusione di questa rassegna dei centri di riferimento individuati da vari ricercatori per i sistemi multipiano si può concludere, come già anticipato sopra, che in generale:

- a) *a livello del singolo impalcato tali centri sono punti distinti fra loro e dunque non esiste sull'impalcato un equivalente del centro elastico del sistema monopiano capace di riunire in sé molteplici proprietà statiche;*  
 b) *tali centri sono dipendenti dalla distribuzione di forze impiegata per determinarne la posizione e non sono dunque caratteristici della struttura come il centro elastico del sistema monopiano;*

c) *tali punti non si allineano lungo una stessa verticale dell'edificio occupando di norma ai vari livelli posizioni diverse fra loro.*

Si possono però riconoscere alcuni casi particolari di tipologie di edifici in cui non solo le suddette matrici  $\mathbf{x}_R$  e  $\mathbf{y}_R$  assumono forma diagonale, ma sono addirittura proporzionali alla matrice identità. In tal caso tutti i centri di cui sopra, inclusi i centri di taglio:

- a) *a livello del singolo impalcato sono coincidenti fra loro;*
- b) *risultano caratteristici delle proprietà di rigidità della struttura ed indipendenti dalla distribuzione di forze impiegata per determinarli;*
- c) *si attestano ai diversi livelli su una stessa verticale dell'edificio.*

Dunque in tale situazione tali punti ai diversi impalcati divengono gli equivalenti del centro elastico del sistema monopiano e godono delle stesse proprietà multiple di cui esso godeva. Si può pertanto definire come *asse dei centri elastici* la verticale dell'edificio lungo cui essi si attestano. È possibile inoltre in tal caso riconoscere anche *i due piani principali di flessione* del monopiano definiti ora come quei piani verticali l'applicazione lungo i quali di un generico insieme di forze orizzontali sui vari impalcati determina unicamente una traslazione degli stessi lungo la direzione di applicazione del carico, senza rotazioni né componenti orizzontali di spostamento ortogonali al piano di carico. Le tracce di tali piani sui diversi impalcati si definiscono *direzioni principali di flessione* e manifestano dunque ai diversi impalcati il medesimo orientamento rispetto al sistema di riferimento globale. Analogamente a quanto accadeva per il monopiano tali piani si intersecano in corrispondenza dell'asse elastico. Dunque la risposta statica del sistema si può vedere sempre come la sovrapposizione di due stati di flessione pura nei piani principali (I, III) e (II, III) e di uno stato di torsione pura intorno all'asse elastico III (Fig. 2.5).

Nel seguito si descrivono i casi di edifici dotati di asse elastico.

L'esempio più banale di edificio multipiano dotato di asse elastico e piani principali di flessione è un edificio regolare in altezza e dotato di due piani di simmetria geometrica e meccanica. In tal caso infatti:

- a) *una qualunque distribuzione di forze dirette lungo uno dei due piani di simmetria del sistema* determina unicamente traslazione degli impalcati nella sola direzione delle forze applicate ovvero la flessione

ha luogo solo nel piano delle forze esterne e sullo stesso piano ad ogni impalcato deve trovarsi il punto di applicazione dei tagli di piano;

b) *una qualunque distribuzione di coppie torcenti intorno all'asse di simmetria, intersezione dei due piani di simmetria*, determina unicamente rotazione degli impalcati senza traslazione di essi e dunque una risposta al carico puramente torsionale.

È questo il caso di un edificio con risposta traslazionale lungo le due direzioni di simmetria e torsionale disaccoppiate. L'edificio è torsionalmente bilanciato ed è naturale riconoscere nei piani di simmetria i suoi piani principali di flessione e nell'asse di simmetria il suo asse elastico.

Ovviamente il caso appena descritto costituisce un caso limite molto particolare e di scarso interesse nell'ambito di uno studio sulle strutture planimetricamente irregolari. Si possono d'altra parte riconoscere casi più generali di edifici irregolari in pianta dotati di asse dei centri elastici e piani principali di flessione.

*Una particolare classe di edifici dotati di asse elastico* è rappresentata dai sistemi strutturali con elementi aventi matrici di rigidezza proporzionali. Nel caso più generale dei sistemi cosiddetti isotropici (Anastassiadis e Makarios, 1998 a) gli elementi resistenti sono comunque orientati in pianta ed hanno matrici di rigidezza tutte fra loro proporzionali ovvero, se  $\alpha_i$  è la direzione lungo cui è disposto l' $i$ -esimo elemento resistente e forma un angolo  $\beta_i$  con l'asse X del sistema di riferimento globale mentre  $\mathbf{K}_{ai}$  è la sua matrice di rigidezza laterale, ottenuta dalla matrice di rigidezza globale dell'elemento nel suo piano eliminando per condensazione statica i gradi di libertà non aventi rilevanza dinamica vale a dire le rotazioni flessionali dei nodi, si avrà:

$$\mathbf{K}_{ai} = C_{ai} \mathbf{K} \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (2.37)$$

dove:  $n$  è il numero totale di elementi presenti;

$C_{ai}$  è un coefficiente caratteristico del singolo elemento;

$\mathbf{K}$  è una matrice di riferimento.

In tal caso per l' $i$ -esimo elemento resistente posto a distanza  $\pm d_{ai}$  dall'origine degli assi O il vettore degli spostamenti vai lungo l'asse dell'elemento potrà esprimersi in funzione dei gradi di libertà globali del sistema come segue:

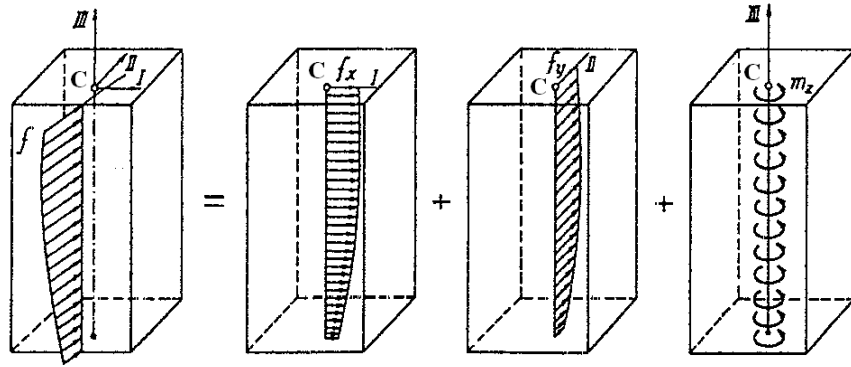


Fig. 2.5. Asse elastico, piani principali di flessione e sovrapposizione dei due stati di flessione pura e di uno stato di torsione pura.

$$\mathbf{v}_{ai} = \mathbf{a}_i \cdot \mathbf{u} = [\cos \beta_i \cdot \mathbf{I} \quad \sin \beta_i \cdot \mathbf{I} \quad \pm d_{ai} \cdot \mathbf{I}] \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (2.38)$$

Ed il contributo di tale elemento  $\mathbf{K}_i$  alla matrice di rigidità globale del sistema sarà:

$$\mathbf{K}_i = \mathbf{a}_i^T \cdot \mathbf{K}_{ai} \cdot \mathbf{a}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{xxi} & \mathbf{K}_{xyi} & \mathbf{K}_{x\theta i} \\ \mathbf{K}_{yxi} & \mathbf{K}_{yyi} & \mathbf{K}_{y\theta i} \\ \mathbf{K}_{\theta xi} & \mathbf{K}_{\theta yi} & \mathbf{K}_{\theta\theta i} \end{bmatrix} \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (2.39)$$

Pertanto le sottomatrici di  $\mathbf{K}$  scritte rispetto al sistema di riferimento globale potranno esprimersi come segue:

$$\mathbf{K}_{xx} = \sum_{i=1}^n \mathbf{k}_{xxi} = \sum_{i=1}^n \cos^2 \beta_i \cdot C_{ai} \cdot \mathbf{k} = \sum_{i=1}^n C_{xi} \cdot \mathbf{k} = C_x \mathbf{k} \quad (a)$$

$$\mathbf{K}_{yy} = \sum_{i=1}^n \mathbf{k}_{yyi} = \sum_{i=1}^n \sin^2 \beta_i \cdot C_{ai} \cdot \mathbf{k} = \sum_{i=1}^n C_{yi} \cdot \mathbf{k} = C_y \mathbf{k} \quad (b)$$

$$\mathbf{K}_{xy} = \mathbf{K}_{yx} = \sum_{i=1}^n \mathbf{k}_{xyi} = \sum_{i=1}^n \sin \beta_i \cdot \cos \beta_i \cdot C_{ai} \cdot \mathbf{k} = \sum_{i=1}^n C_{yxi} \cdot \mathbf{k} = C_{xy} \mathbf{k} \quad (c) \quad (2.40)$$

$$\mathbf{K}_{x\theta} = \mathbf{K}_{\theta x} = \sum_{i=1}^n \mathbf{k}_{\theta xi} = \sum_{i=1}^n \pm d_{ai} \cdot \cos \beta_i \cdot C_{ai} \cdot \mathbf{k} = \sum_{i=1}^n C_{\theta xi} \cdot \mathbf{k} = C_{x\theta} \mathbf{k} \quad (d)$$

$$\mathbf{K}_{y\theta} = \mathbf{K}_{\theta y} = \sum_{i=1}^n \mathbf{k}_{\theta yi} = \sum_{i=1}^n \pm d_{ai} \cdot \sin \beta_i \cdot C_{ai} \cdot \mathbf{k} = \sum_{i=1}^n C_{\theta yi} \cdot \mathbf{k} = C_{y\theta} \mathbf{k} \quad (e)$$

sostituendo tali espressioni nelle (2. 24), che rappresentano le matrici  $\mathbf{x}_R$  e  $\mathbf{y}_R$  in funzione dei blocchi della matrice  $\mathbf{K}$  scritta rispetto al sistema di riferimento globale, secondo la procedura riportata da Chopra e Hejal (1987) si perviene infine alle seguenti relazioni:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_R &= \frac{C_x \cdot C_{y\theta} - C_{xy} \cdot C_{x\theta}}{C_x \cdot C_y - C_{xy}} \mathbf{I} \\ \mathbf{y}_R &= -\frac{C_y \cdot C_{x\theta} - C_{xy} \cdot C_{y\theta}}{C_x \cdot C_y - C_{xy}} \mathbf{I} \end{aligned} \quad (2. 41)$$

E dunque in forma vettoriale:

$$\begin{cases} \{\mathbf{x}_R\} = \{\mathbf{x}_T\} = \{\mathbf{x}_S\} = \{\mathbf{x}_H\} = \frac{C_x \cdot C_{y\theta} - C_{xy} \cdot C_{x\theta}}{C_x \cdot C_y - C_{xy}} \mathbf{1} \\ \{\mathbf{y}_R\} = \{\mathbf{y}_T\} = \{\mathbf{y}_S\} = \{\mathbf{y}_H\} = -\frac{C_y \cdot C_{x\theta} - C_{xy} \cdot C_{y\theta}}{C_x \cdot C_y - C_{xy}} \mathbf{1} \end{cases} \quad (2. 42)$$

Le (2. 41)

e le (2. 42) sanciscono l'esistenza e definiscono la posizione del suddetto *asse dei centri elastici*. Infine in tal caso, come si evince dalle (2. 40), la matrice  $\mathbf{K}$  risulta diagonalizzabile e si può dunque individuare l'orientamento delle *direzioni principali di flessione* caratterizzato da un'espressione analoga a quella del sistema monopiano e precisamente:

$$\tan(2 \cdot \alpha) = \frac{2 \cdot C_{xy}}{C_x - C_y} \quad (2. 43)$$

Un particolare caso di quello appena esaminato è quello già citato in precedenza, in cui gli elementi resistenti sono disposti lungo due direzioni mutuamente ortogonali della pianta, che di norma si assumono coincidenti con gli assi X ed Y del sistema di riferimento globale, e lungo la singola direzione hanno matrici di rigidezza tutte proporzionali fra loro come espresso dalla (2. 1), che qui si ripropone:

$$\mathbf{k}_{xi} = C_{xi} \mathbf{k}_x \quad \forall i = 1, \dots, n_x; \quad \mathbf{k}_{yj} = C_{yj} \mathbf{k}_y \quad \forall j = 1, \dots, n_y \quad (2. 44)$$

dove:  $n_x$  ed  $n_y$  sono rispettivamente il numero di elementi in direzione x ed y;

$C_{xi}$  ed  $C_{yj}$  sono rispettivamente dei coefficienti numerici caratteristici del singolo elemento;

$\mathbf{k}_x$  ed  $\mathbf{k}_y$  sono rispettivamente delle matrici di riferimento.

Tali sistemi strutturali si definiscono *orto-isotropici* (Anastassiadis e Makarios, 1998 a). Ragionando in termini del tutto analoghi al caso precedente e tenendo conto dei diversi orientamenti dei due insiemi di elementi resistenti si ottengono le sottomatrici di  $\mathbf{K}$  espresse dalle relazioni seguenti:

$$\mathbf{K}_{xx} = \sum_{i=1}^{n_x} \mathbf{k}_{xxi} = \sum_{i=1}^{n_x} C_{xi} \cdot \mathbf{k}_x = C_x \mathbf{k}_x \quad (\text{a})$$

$$\mathbf{K}_{yy} = \sum_{j=1}^{n_y} \mathbf{k}_{yyj} = \sum_{j=1}^{n_y} C_{yj} \cdot \mathbf{k}_y = C_y \mathbf{k}_y \quad (\text{b})$$

$$\mathbf{K}_{xy} = \mathbf{K}_{yx} = \mathbf{0} \quad (\text{c}) \quad (2.45)$$

$$\mathbf{K}_{x\theta} = \mathbf{K}_{\theta x} = \sum_{i=1}^{n_x} \mathbf{k}_{\theta xi} = - \sum_{i=1}^{n_x} C_{\theta xi} \cdot y_i \cdot \mathbf{k}_x = C_{x\theta} \mathbf{k}_x \quad (\text{d})$$

$$\mathbf{K}_{y\theta} = \mathbf{K}_{\theta y} = \sum_{j=1}^{n_y} \mathbf{k}_{\theta yj} = \sum_{j=1}^{n_y} C_{\theta yj} \cdot x_j \cdot \mathbf{k}_y = C_{y\theta} \mathbf{k}_y \quad (\text{e})$$

sostituendo tali espressioni nelle (2.24), che rappresentano le matrici  $\mathbf{x}_R$  e  $\mathbf{y}_R$  in funzione dei blocchi della matrice  $\mathbf{K}$  scritta rispetto al sistema di riferimento globale, si perviene infine alle seguenti relazioni:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_R = \frac{C_{y\theta}}{C_y} \mathbf{I} \\ \mathbf{y}_R = -\frac{C_{x\theta}}{C_x} \mathbf{I} \end{cases} \quad (2.46)$$

E dunque in forma vettoriale:

$$\begin{cases} \{\mathbf{x}_R\} = \{\mathbf{x}_T\} = \{\mathbf{x}_S\} = \{\mathbf{x}_H\} = \frac{C_{y\theta}}{C_y} \mathbf{1} \\ \{\mathbf{y}_R\} = \{\mathbf{y}_T\} = \{\mathbf{y}_S\} = \{\mathbf{y}_H\} = -\frac{C_{x\theta}}{C_x} \mathbf{1} \end{cases} \quad (2.47)$$

Le (2.46) e le (2.47) anche in questo caso definiscono la *posizione dell'asse dei centri elastici*. Le *direzioni principali di flessione* qui coincidono con gli allineamenti degli elementi resistenti.

Oltre ai due casi di sistemi strutturali multipiano con matrici di rigidezza proporzionali risultano dotati di asse dei centri elastici anche tut-

ti quei modelli che sono scomponibili in sottosistemi del tipo sopra descritto ed aventi assi dei centri elastici fra loro coincidenti. In tale situazione l'asse dei centri elastici del sistema completo sarà il comune asse dei centri elastici dei sottosistemi componenti.

### 3.4. Sistemi multipiano:edifici regolarmente asimmetrici

La definizione di *edifici regolarmente asimmetrici* è stata fornita in precedenza. Qui si vuole sottolineare che tali sistemi in particolare sono sistemi orto-isotropici e, come tali, dotati di asse dei centri elastici e piani principali di flessione coincidenti con i due piani verticali passanti per l'asse dei centri elastici e paralleli agli allineamenti dei due insiemi di elementi resistenti componenti l'edificio. Inoltre sempre in base alla definizione su riportata tali edifici presentano i centri di massa di tutti gli impalcati allineati secondo una unica verticale. La distanza fra centro di massa  $CM$  e centro elastico  $C$  è dunque identica a tutti i piani e rappresenta una eccentricità strutturale  $e_r$  costante lungo l'altezza ed equivalente a quella che per il monopiano si era definita eccentricità delle rigidità. Noto l'asse dei centri elastici è dunque possibile per un sistema siffatto ottenere il bilanciato ad esso associato semplicemente spostando ad ogni livello il centro di massa in corrispondenza del centro elastico esattamente come per il monopiano. Supposto che l'edificio abbia  $N$  impalcati e dunque  $3N$  gradi di libertà, il suo corrispondente bilanciato avrà  $3N$  modi di vibrazione fra loro disaccoppiati. Se l'edificio è dotato di un piano di simmetria e viene eccitato nella sua unica direzione di asimmetria solo  $2N$  di questi modi contribuiranno alla risposta elastica: quelli traslazionali nella direzione di azione sismica e quelli torsionali. Ordinando i modi secondo frequenze crescenti sarà possibile anche qui, come per il monopiano, definire con riferimento al bilanciato l' $i$ -esimo rapporto  $\Omega_\theta$  come rapporto fra l' $i$ -esima frequenza torsionale e la corrispondente frequenza traslazionale nella direzione di azione sismica. Si può dimostrare che tale rapporto è in realtà il medesimo per tutte le coppie di modi torsionale e traslazionale considerati e pertanto all'edificio nella sua globalità rimarrà associato un unico valore del parametro  $\Omega_\theta$ . Si è già detto in precedenza che la risposta elastica di un edificio regolarmente asimmetrico ad  $N$  piani può essere ottenuta com-



binando i risultati di un'analisi modale del sistema torsionalmente bilanciato associato e di un monopiano accoppiato con caratteristiche dinamiche precise: tali caratteristiche sono i valori dell'eccentricità strutturale  $e_r$  e del rapporto  $\Omega_0$  che devono corrispondere con quelli del multipiano asimmetrico di partenza. La giustificazione di tale decomposizione si riconosce esaminando il comportamento dinamico di questi sistemi. Infatti svolgendo un'analisi modale tanto del sistema asimmetrico quanto del corrispondente bilanciato, caratterizzato da un comportamento puramente traslazionale, e diagrammando piano per piano il rapporto fra gli spostamenti orizzontali nella direzione di azione sismica dei punti dell'impalcato dell'asimmetrico e quelli del corrispondente bilanciato si ottiene un grafico identico a tutti i piani. Ciò indica che, quand'anche in valore assoluto tanto gli spostamenti quanto le rotazioni dell'impalcato varino lungo l'altezza, l'incidenza di queste ultime sull'amplificazione o deamplificazione degli spostamenti per effetto della torsione dell'edificio rimane costante a tutti i livelli, fatto questo che spiega fisicamente la suddetta decomposizione della risposta in quella di due sistemi più semplici associati al modello reale.

### 3.5. Sistemi multipiano:l'asse di torsione ottimale

Si è mostrato sopra come in generale, salvo per poche tipologie di edifici, non sia possibile riconoscere per uno schema strutturale asimmetrico un asse dei centri elastici rispetto al quale valutare le eccentricità strutturali. La incapacità dei diversi centri individuati per i sistemi multipiano di riunire in sé le molteplici proprietà del centro elastico del monopiano e la loro stretta dipendenza dal sistema di azioni esterne applicate alla struttura li rende inadatti a costituire dei validi punti di riferimento per la definizione delle eccentricità strutturali. Si pone dunque il problema della definizione di tali eccentricità nel caso di edifici per i quali non esista un asse dei centri elastici. Una possibile soluzione al problema deriva dalla definizione di *un asse dei centri elastici fittizio* o *asse di torsione ottimale* che forniscono Anastassiadis e Makarios (1998 a). Esso è basato sul *criterio di torsione ottimale* che costituisce una generalizzazione del *criterio di torsione nulla* su cui si basa la definizione dell'asse elastico reale. L'asse di torsione ottimale esiste

sempre e coincide con l'asse elastico quando anche quest'ultimo esiste. In generale un edificio multipiano asimmetrico in conseguenza all'applicazione di una generica distribuzione di forze contenute in un piano verticale di carico manifesterà una risposta ad esse caratterizzata da contemporanee rotazioni e traslazioni degli impalcati. Se però l'edificio possiede un asse dei centri elastici ed il piano di carico passa per esso, allora l'edificio esibirà una risposta puramente traslazionale con rotazioni degli impalcati identicamente nulle a tutti i livelli: è questo il su citato criterio di torsione nulla. Se l'edificio invece non è dotato di asse dei centri elastici le rotazioni di impalcato non si annulleranno identicamente a tutti i piani e saranno caratterizzate da distribuzioni in altezza variabili al variare del piano di carico; sarà però possibile in quel caso ritrovare una posizione del piano di carico in corrispondenza della quale la distribuzione in altezza delle rotazioni d'impalcato sia la più prossima possibile alla distribuzione identicamente nulla che si ottiene in presenza di asse elastico. L'obiettivo di questa ricerca matematicamente si traduce nella seguente condizione:

$$\theta^2 = \frac{1}{N} (\theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_N^2) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \theta_i^2 = \text{minimo} \quad (2.48)$$

Essa costituisce il *criterio di torsione ottimale* in base al quale: *la torsione di un edificio è ottimale* (ovvero la distribuzione in altezza delle rotazioni d'impalcato è la più prossima possibile alla distribuzione identicamente nulla) *quando la media su tutti i livelli dei quadrati delle rotazioni d'impalcato attinge al suo valore minimo*. Si nota subito dalla (2.48) che la quantità  $\theta^2$  è sempre non negativa ed in particolare diviene nulla qualora le rotazioni d'impalcato a tutti i livelli siano nulle ovvero qualora l'edificio sia dotato di asse elastico ed il piano di carico passi per esso:

$$\theta^2 = 0 \Leftrightarrow \theta_i^2 = 0 \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (2.49)$$

### 3.5.1. Determinazione approssimata dell'asse di torsione ottimale

La risoluzione analitica del problema di ottimizzazione rappresentato dalla (2.48) è praticamente impossibile attesa la grande varietà e complessità delle costruzioni asimmetriche a più piani. Dunque gli autori

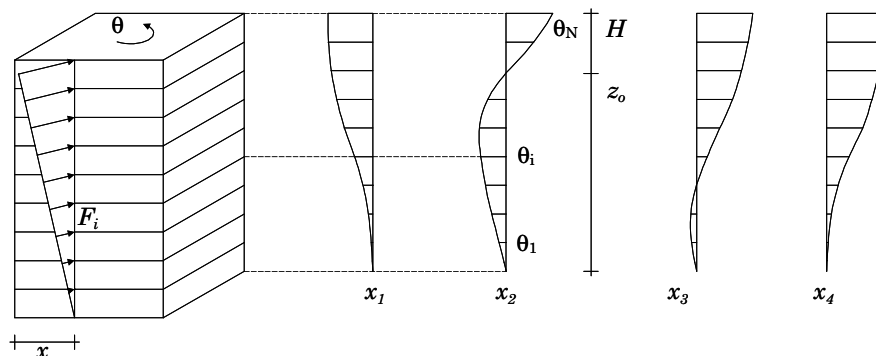


Fig.2.6. Rotazioni d'impalcato per diverse posizioni del piano di carico.

hanno scelto la via della formulazione di un criterio approssimato sulla base degli esiti di un'analisi parametrica su edifici multipiano dotati al tempo stesso di telai e pareti. L'esito di questa indagine ha messo in luce come nell'ambito delle analisi effettuate al variare della posizione del piano di carico la distribuzione ottimale in altezza delle rotazioni d'impalcato con valore minimo di  $\theta^2$  fosse sempre caratterizzata dalla presenza di un punto di nullo collocato ad una quota dalla base della costruzione variabile in un ristretto intervallo compreso fra  $0.75 H$  e  $0.85 H$ , essendo  $H$  l'altezza totale dell'edificio. (Fig. 2.6).

La conseguente formulazione semplificata del criterio di torsione ottimale si pone dunque in questi termini:

*la torsione di un edificio è ottimale quando la distribuzione in altezza delle rotazioni d'impalcato presenta un punto di nullo che si colloca ad una quota approssimativamente pari a  $0.80 H$ .*

Tale criterio semplificato insieme ad una importante proprietà di reciprocità di cui godono gli edifici multipiano consente una determinazione diretta dell'asse di torsione ottimale. In particolare, dati i due seguenti sistemi di azioni esterne:

- a) Un insieme di forze orizzontali  $\mathbf{F}^T = [F_1 \ F_2 \ \dots \ F_N]$  contenute in un piano verticale;
- b) Un insieme di coppie torcenti  $\mathbf{M}^T = [M_1 \ M_2 \ \dots \ M_N]$  dove:  $M_i = 1 \times F_i \ \forall i = 1, \dots, N$  numericamente dunque uguali alle corrispondenti forze del primo insieme;

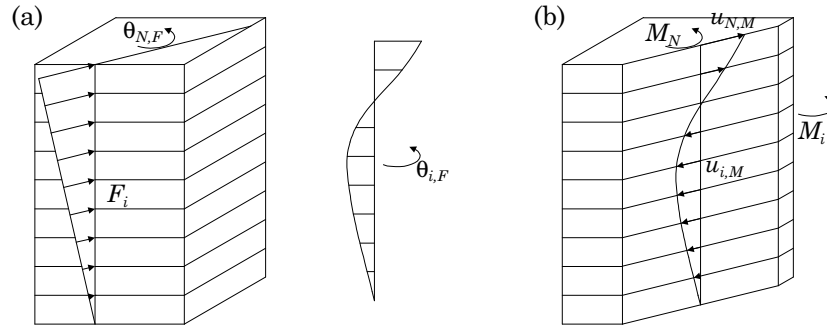


Fig.2.8. Proprietà di reciprocità fra rotazioni dovute alle forze e spostamenti dovuti alle coppie.

La proprietà di reciprocità in questione asserisce che:

*la rotazione d'impalcato  $\theta_{i,F}$  causata dall'applicazione all'edificio delle forze  $\mathbf{F}$  è numericamente uguale allo spostamento d'impalcato  $u_{i,M}$  nella stessa direzione delle forze causato dall'applicazione alla costruzione delle coppie  $\mathbf{M}$ .* (Fig. 2.8). Da questa proposizione e dalla formulazione semplificata del criterio di torsione ottimale discende l'identificazione dell'asse di torsione ottimale con la verticale dell'edificio passante per il centro di torsione  $P_0$  dell'impalcato posto ad una quota approssimativamente pari a  $z_0=0.80 H$ . Infatti tale punto, in quanto centro di torsione di quell'impalcato, non subirà a causa delle coppie  $\mathbf{M}$  spostamenti ed in particolare non subirà spostamenti nella direzione delle forze  $\mathbf{F}$  ( $u_{i,M}=0$ ); dunque in virtù della reciprocità esso non subirà neanche rotazioni a causa dell'applicazione delle forze  $\mathbf{F}$  ( $\theta_{i,F}=u_{i,M}=0$ ) corrispondendo pertanto al punto di nullo della distribuzione in altezza delle rotazioni d'impalcato, che il criterio approssimato di torsione ottimale colloca proprio nell'impalcato a quella quota.

Facendo ruotare il piano di carico contenente le forze  $\mathbf{F}$  intorno all'asse verticale per  $P_0$  si otterrà sempre una rotazione di impalcato rigorosamente nulla alla quota  $z_0$  ed una distribuzione delle rotazioni d'impalcato in altezza ottimale anche se in realtà vi sono piccole fluttuazioni intorno al minimo della funzione  $\theta^2$  a causa dell'approssimazione del criterio con cui l'asse viene determinato. In conseguenza della reciprocità inoltre, facendo ruotare il piano di carico intorno all'asse verticale per  $P_0$ , alla quota  $z_0=0.80 H$  in  $P_0$  si avrà per effetto delle coppie  $\mathbf{M}$  uno spostamento rigorosamente nullo nella dire-

zione delle forze  $\mathbf{F}$  ed una distribuzione in altezza di tali spostamenti ottimale caratterizzata anch'essa da piccole fluttuazioni intorno al suo minimo della funzione definita come la media dei quadrati degli spostamenti  $u_{i,M}$  nella direzione del piano di carico ovvero:

$$u^2 = \frac{1}{N} (u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_N^2) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i^2 = \text{minimo} \quad (2.50)$$

In sintesi l'asse verticale per il centro di torsione  $P_0$  dell'impalcato posto a quota  $z_0=0.80 H$  può qualificarsi come:

- a) *Asse di flessione ottimale* in quanto un sistema di forze orizzontali  $\mathbf{F}$  contenute in un piano verticale passante per esso causa traslazione degli impalcati accompagnata da una rotazione che non è identicamente nulla a tutti i livelli ma è ottimale ( $\theta^2 = \text{minima}$ );
- b) *Asse di torsione ottimale* in quanto un sistema di coppie torcenti  $\mathbf{M}$  causa rotazione degli impalcati accompagnata da una traslazione lungo la direzione delle forze  $\mathbf{F}$  che non è identicamente nulla a tutti i livelli ma è ottimale ( $u^2 = \text{minima}$ ).

Sulla base di quanto detto sopra, la determinazione della posizione dell'asse di torsione ottimale si riduce all'individuazione del centro di torsione  $P_0$  dell'impalcato posto a quota  $z_0=0.80 H$ . Ciò può farsi agevolmente risolvendo la struttura cui si applica l'insieme delle coppie torcenti  $\mathbf{M}^T = [M_1 \ M_2 \ \dots \ M_N]$  dove:  $M_i = 1 \times F_i \ \forall i=1, \dots, N$ ;

Le coordinate del centro di torsione si determineranno imponendo che siano nulli gli spostamenti di tale punto in direzione X ed Y ovvero:

$$\begin{cases} 0 = u_{yP_0}^{(M)} = u_y^{(M)}(z_0) + x_{P_0} \cdot \theta_z^{(M)}(z_0) & \Rightarrow x_{P_0} = -\frac{u_y^{(M)}(z_0)}{\theta_z^{(M)}(z_0)} \\ 0 = u_{xP_0}^{(M)} = u_x^{(M)}(z_0) - y_{P_0} \cdot \theta_z^{(M)}(z_0) & \Rightarrow y_{P_0} = \frac{u_x^{(M)}(z_0)}{\theta_z^{(M)}(z_0)} \end{cases} \quad (2.51)$$

dove:

$x_{P_0}$  e  $y_{P_0}$  sono le coordinate del centro di torsione  $P_0$  dell'impalcato a quota  $z_0$ ;

$u_x^{(M)}(z_0)$ ,  $u_y^{(M)}(z_0)$  e  $\theta_z^{(M)}(z_0)$  sono rispettivamente gli spostamenti

in direzione X ed Y e le rotazioni dell'impalcato a quota  $z_0$  dovute alle coppie  $\mathbf{M}$

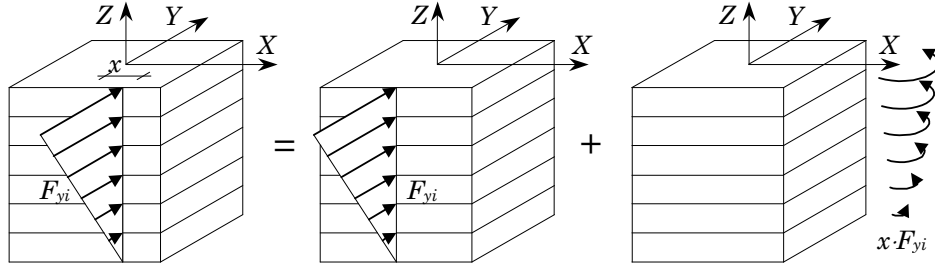


Fig.2.9. Decomposizione del sistema di forze eccentriche.

### 3.5.2. Determinazione rigorosa dell'asse di torsione ottimale

Nel particolare caso di edifici composti da elementi resistenti disposti secondo una griglia ortogonale è possibile pervenire ad una determinazione rigorosa della posizione dell'asse di torsione ottimale (Marino E. M., 2000). Posto che OXYZ sia il sistema di riferimento globale con assi coordinati X ed Y paralleli ai lati della griglia, se il piano di carico è parallelo ad uno dei due piani coordinati è possibile determinare per via analitica l'espressione della funzione  $\theta^2$  da minimizzare in ragione: della posizione rispetto all'origine degli assi del piano di carico, della distribuzione di forze impiegata per determinarla e delle proprietà di rigidità della struttura. Se il piano di carico è parallelo al piano YZ del riferimento globale ed  $x$  è la sua posizione rispetto all'origine degli assi, allora la condizione di carico imposta è decomponibile nella somma di una distribuzione di forze  $\mathbf{F}_y$  applicata in corrispondenza del piano coordinato YZ e di una distribuzione di coppie torcenti  $\mathbf{M}_z = x \cdot \mathbf{F}_y$  (Fig. 2.9). In tal caso assumendo come gradi di libertà gli spostamenti  $\mathbf{u}_x$  e  $\mathbf{u}_y$  lungo gli assi coordinati dell'origine O e le rotazioni torsionali degli impalcati  $\theta_z$  si impone l'equilibrio statico:

$$\begin{cases} \mathbf{K}_{xx} \bullet \mathbf{u}_x + \mathbf{K}_{xy} \bullet \mathbf{u}_y + \mathbf{K}_{x\theta} \bullet \theta_z = \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{yx} \bullet \mathbf{u}_x + \mathbf{K}_{yy} \bullet \mathbf{u}_y + \mathbf{K}_{y\theta} \bullet \theta_z = \mathbf{F}_y \\ \mathbf{K}_{\theta x} \bullet \mathbf{u}_x + \mathbf{K}_{\theta y} \bullet \mathbf{u}_y + \mathbf{K}_{\theta\theta} \bullet \theta_z = x \cdot \mathbf{F}_y \end{cases} \quad (2.52)$$

E ricordando che nel caso di edifici disposti secondo una griglia ortogonale  $\mathbf{K}_{xy} = \mathbf{K}_{yx} = \mathbf{0}$ , dopo vari passaggi si ottiene la seguente espressione della funzione  $\theta^2$ :

$$\theta^2(x) = \mathbf{F}_y^T \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{F}_y x^2 - 2 \mathbf{F}_y^T \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{x}_R^T \cdot \mathbf{F}_y x + \mathbf{F}_y^T \cdot \mathbf{x}_R \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{x}_R^T \cdot \mathbf{F}_y \quad (2.53)$$

dove:

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{A}^{-1} \text{ con: } \mathbf{A} = \mathbf{K}_{\theta\theta} - \mathbf{K}_{x\theta} \cdot \mathbf{K}_{xx}^{-1} \cdot \mathbf{K}_{x\theta} - \mathbf{K}_{y\theta} \cdot \mathbf{K}_{yy}^{-1} \cdot \mathbf{K}_{y\theta} \quad (2.54)$$

Dalla (2.53) si può notare che la funzione  $\theta^2$  varia con legge parabolica con la posizione  $x$  del piano di carico. Si può osservare che, poiché  $\theta^2(x)$  può assumere solo valori non negativi, il termine noto della (2.53) è anch'esso non negativo e rappresenta il valore assunto dalla funzione nel caso di applicazione delle forze in corrispondenza del piano coordinato YZ. In realtà anche il primo coefficiente della parabola deve risultare positivo e pertanto la curva rivolge la concavità verso l'alto. Essa ammette dunque un unico minimo in corrispondenza del suo vertice, che si determina derivando la (2.53) rispetto ad  $x$  ed imponendo che tale derivata sia nulla. L'ascissa del vertice, che dunque individua la posizione dell'asse di torsione ottimale sul piano a quota  $z_0=0.80 H$ , sarà pertanto:

$$x_0 = \frac{\mathbf{F}_y^T \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{x}_R^T \cdot \mathbf{F}_y}{\mathbf{F}_y^T \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{F}_y} \quad (2.55)$$

Tale ascissa dipende dalle proprietà della struttura tramite le matrici  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{x}_R^T$  e dalla distribuzione di forze agenti  $\mathbf{F}_y$ .

La quantità  $x_0$  espressa dalla (2.55) è sempre non negativa in quanto media della somma dei quadrati delle rotazioni di impalcato a tutti i livelli conseguenti all'applicazione delle forze  $\mathbf{F}_y$ . Essa in particolare risulta nulla nel caso di edifici regolarmente asimmetrici, che sono dotati di asse dei centri elastici, mentre è strettamente positiva in tutti i casi in cui un asse dei centri elastici della struttura non esiste.

In maniera analoga a quanto fatto sopra nel caso di forze applicate sul piano YZ, qualora il piano di carico coincida invece con il piano coordinato XZ ed  $y$  sia la sua posizione rispetto all'origine O degli assi, si può pervenire ad un'analoga espressione parabolica della funzione  $\theta^2$  ed ad

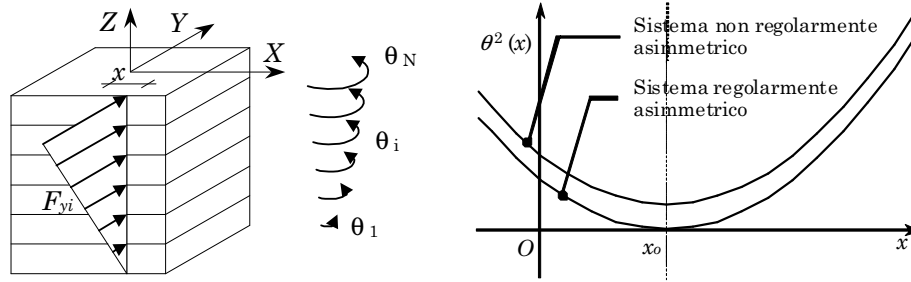


Fig.2.10. Funzione  $\theta^2$  in funzione della posizione del piano di carico per sistemi regolarmente e non regolarmente asimmetrici.

un'analogia espressione della posizione del punto  $P_0$  sull'impalcato a quota  $z_0$ , per cui passa l'asse di torsione ottimale, come vertice della parabola e precisamente:

$$y_0 = \frac{\mathbf{F}_x^T \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{y}_R^T \cdot \mathbf{F}_x}{\mathbf{F}_x^T \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{F}_x} \quad (2.56)$$

La determinazione della posizione dell'asse di torsione ottimale secondo *l'approccio analitico* appena descritto presuppone la preventiva valutazione delle sottomatrici della matrice di rigidezza della struttura ed è dunque di agevole utilizzo unicamente se implementata all'interno di un programma di calcolo strutturale. Un *approccio numerico* per la determinazione della posizione dell'asse di torsione ottimale è invece descritto in Marino e Rossi, 2004. A base del metodo vi è l'idea che per individuare la posizione dell'asse di torsione ottimale non è esplicitamente richiesta la conoscenza della matrice di rigidezza del sistema strutturale se sono disponibili le distribuzioni delle rotazioni d'impalcato indotte dall'applicazione al generico edificio del sistema di forze laterali  $\mathbf{F}_y$  in corrispondenza dell'origine  $O$  degli assi nonché quelle causate dalle coppie torcenti  $\mathbf{M} = \mathbf{1} \cdot \mathbf{F}_y$ .

In tal caso infatti, posto che siano  $\boldsymbol{\theta}_{F_y}$  la distribuzione di rotazioni di impalcato causate dall'applicazione al sistema strutturale delle forze  $\mathbf{F}_y$  ed  $\boldsymbol{\theta}_M$  la distribuzione delle rotazioni di impalcato causate dall'applicazione al medesimo sistema delle coppie torcenti  $\mathbf{M}$ , è possibile valutare in ragione di queste quantità le rotazioni di impalcato causate dal sistema di forze  $\mathbf{F}_y$  in corrispondenza della generica posizione  $x$  rispetto all'origine degli assi come segue:



$$\boldsymbol{\theta}_z(x) = \boldsymbol{\theta}_{F_y} + x \cdot \boldsymbol{\theta}_M \quad (2.57)$$

Premoltiplicando a questo punto il vettore  $\boldsymbol{\theta}_z$  per sé stesso si giunge in definitiva all'espressione analitica della funzione  $\theta^2$  in ragione della generica posizione  $x$  del piano su cui agiscono le forze  $\mathbf{F}_y$ :

$$\theta^2 = \boldsymbol{\theta}_z(x)^T \cdot \boldsymbol{\theta}_z(x) = a x^2 + b \cdot x + c \quad (2.58)$$

la (2.58) è l'espressione di una parabola i cui coefficienti  $a$ ,  $b$ ,  $c$  sono espressi dalle seguenti relazioni analitiche:

$$a = \boldsymbol{\theta}_M^T \cdot \boldsymbol{\theta}_M \quad (2.59)$$

$$b = 2 \cdot \boldsymbol{\theta}_{F_y}^T \cdot \boldsymbol{\theta}_M \quad (2.60)$$

$$c = \boldsymbol{\theta}_{F_y}^T \cdot \boldsymbol{\theta}_{F_y} \quad (2.61)$$

La posizione lungo l'asse X dell'asse di torsione ottimale corrisponde al minimo della funzione  $\theta^2$  ovvero al vertice della parabola descritta dalla (2.58) e precisamente:

$$x_0 = -\frac{b}{2 \cdot a} = -\frac{\boldsymbol{\theta}_{F_y}^T \cdot \boldsymbol{\theta}_M}{\boldsymbol{\theta}_M^T \cdot \boldsymbol{\theta}_M} \quad (2.62)$$

In maniera analoga, per determinare la posizione  $y$  dell'asse di torsione ottimale, sarà sufficiente prendere in considerazione la distribuzioni di rotazioni di impalcato  $\boldsymbol{\theta}_{F_x}$  conseguenti all'applicazione all'edificio di un sistema di forze  $\mathbf{F}_x$  parallele all'asse X nonché la la distribuzioni di rotazioni di impalcato  $\boldsymbol{\theta}_M$  causate dall'applicazione al medesimo sistema delle coppie torcenti  $\mathbf{M} = 1 \cdot \mathbf{F}_x$ . In tal caso infatti si potrà pervenire ad

una espressione parabolica della funzione  $\theta^2$  del tutto analoga alla (2.58) con l'ovvia sostituzione della coordinata  $y$  al posto della  $x$  e del vettore delle rotazioni d'impalcato  $\boldsymbol{\theta}_{F_x}$  al posto di  $\boldsymbol{\theta}_{F_y}$ . In definitiva la posizione lungo Y dell'asse di torsione ottimale sarà ancora una volta data dal minimo di questa parabola ovvero:

$$y_0 = -\frac{\boldsymbol{\theta}_{F_x}^T \cdot \boldsymbol{\theta}_M}{\boldsymbol{\theta}_M^T \cdot \boldsymbol{\theta}_M} \quad (2.63)$$

Dalle relazioni (2. 62) e (2. 63) è evidente che la determinazione della posizione dell'asse di torsione ottimale rispetto all'origine degli assi secondo l'approccio appena descritto richiede unicamente l'esecuzione di tre analisi statiche finalizzate a valutare le tre distribuzioni lungo l'altezza delle rotazioni torsionali d'impalcato  $\theta_{F_x}$ ,  $\theta_{F_y}$  e  $\theta_M$ .

### 3.5.3. Dipendenza dell'asse di torsione ottimale dalla distribuzione di forze

Come visto sopra, la posizione dell'asse di torsione ottimale, sia che venga determinata attraverso il criterio semplificato fornito da Anastassiadis e Makarios (1998 a) sia che venga determinata rigorosamente per via analitica come suggerito da Marino (2000), comunque in linea di principio dipende dalla distribuzione in altezza delle forze impiegate per determinarla. A questo proposito Anastassiadis e Makarios (1998 a) hanno svolto un'indagine parametrica volta a valutare la reale sensibilità dell'asse di torsione ottimale alla distribuzione di forze in altezza nonché a piccole variazioni nelle proprietà di rigidezza degli elementi strutturali. In particolare per quanto concerne il primo aspetto hanno svolto più analisi su diversi edifici valutando la posizione dell'asse di torsione ottimale sempre con due distinte distribuzioni di forze, triangolare e costante, concludendo a termine di questi studi che gli scostamenti dell'asse nei due casi erano di norma minimi e che pertanto la sua posizione poteva ritenersi debolmente condizionata dal tipo di ripartizione di forze in altezza impiegata nei calcoli. Con riferimento al secondo aspetto inoltre indagini condotte su coppie di edifici caratterizzati da piccole variazioni nelle proprietà di rigidezza dei due schemi costituenti la coppia hanno rivelato ancora una volta cambiamenti minimi nella posizione dell'asse di torsione ottimale cui invece sono corrisposti spostamenti piuttosto rilevanti dei centri di rigidezza. Ciò ha condotto gli autori a concludere che l'asse di torsione ottimale si qualifichi come un più valido riferimento rispetto ai centri di rigidezza per la definizione delle eccentricità strutturali.

### 3.5.4. Piani principali di flessione ottimale ed eccentricità strutturali

Come già osservato, *l'asse di torsione ottimale* costituisce anche *un asse di flessione ottimale*, così come negli edifici dotati di asse dei centri el-

stici quest'ultimo era asse principale di flessione come intersezione dei due piani principali di flessione. In maniera del tutto analoga possono definirsi dei *piani principali di flessione ottimale* passanti per l'asse di flessione ottimale e mutuamente ortogonali. Questi piani sono tali che l'applicazione di un sistema di forze all'interno di uno di essi provoca sull'impalcato a quota  $z_0$  unicamente traslazione nella direzione delle forze senza né rotazione torsionale né traslazione nella direzione ortogonale alle forze, mentre agli altri livelli in realtà vi sarà compresenza di queste tre componenti di moto ma con distribuzioni lungo l'altezza "ottimali", secondo il senso precisato sopra, delle rotazioni d'impalcato e degli spostamenti ortogonali al piano di carico. Le tracce sull'impalcato a quota  $z_0$  dei piani principali di flessione ottimale costituiscono le *direzioni principali di flessione ottimale* I e II. Esse sono individuate a mezzo dell'angolo  $\alpha$  che la I forma con l'asse X del sistema di riferimento globale. La determinazione di quest'angolo e dunque dell'orientamento degli assi si ottiene a seguito di una roto-traslazione del sistema di riferimento decomponibile in una traslazione dell'origine O degli assi in  $P_0$  ed in una sua successiva rotazione dell'angolo incognito  $\alpha$  (Fig. 2.11.b). Applicando alla struttura separatamente due insiemi di forze orizzontali  $\mathbf{F}^T = [F_1 \ F_2 \ \dots \ F_N]$  uguali fra loro lungo le direzioni coordinate X ed Y si otterranno in risposta a ciascuna di esse per il punto  $P_0$  traslazioni sia nella direzione delle forze che nella direzione ortogonale e tali componenti di moto potranno essere ordinate in una matrice  $\mathbf{U}$ , che in generale sarà piena. In maniera del tutto analoga l'applicazione delle stesse forze  $\mathbf{F}$  separatamente lungo le due incognite direzioni principali di flessione ottimale I e II provocherà spostamenti di  $P_0$  che possono essere ordinati nella matrice  $\mathbf{U}'$ .

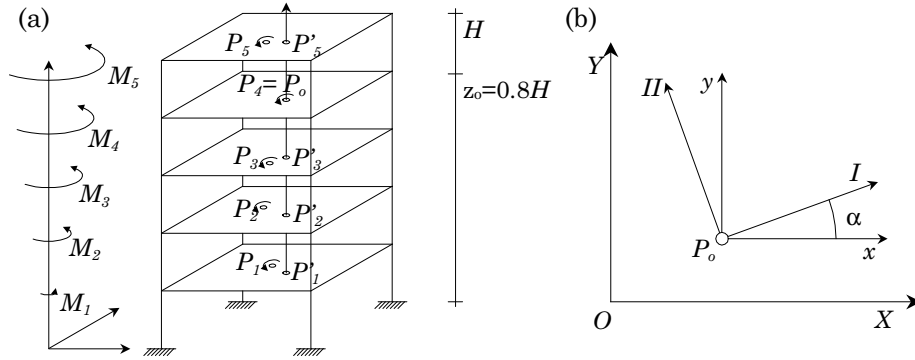


Fig.2.11. Determinazione dell'asse di torsione ottimale (a) e delle direzioni principali di flessione ottimale (b).

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} u_{0,xx} & u_{0,xy} \\ u_{0,yx} & u_{0,yy} \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{U}' = \begin{bmatrix} u'_{0,xx} & u'_{0,xy} \\ u'_{0,yx} & u'_{0,yy} \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

dove:

$$\mathbf{U}' = \mathbf{R}^T \cdot \mathbf{U} \cdot \mathbf{R} \quad (2.65)$$

$$\text{con } \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} = \text{matrice del cambiamento di base}$$

Affinché gli assi I e II siano principali di flessione ottimale sarà sufficiente imporre che la matrice  $\mathbf{U}'$  sia diagonale ovvero che  $u'_{0,xy} = u'_{0,yx} = 0$  ottenendo in tal modo la seguente relazione per la determinazione dell'angolo  $\alpha$  che individua l'orientamento dell'asse I, mentre l'asse II sarà ortogonale a quest'ultimo:

$$\tan(2 \cdot \alpha) = \frac{2 \cdot u_{0,xy}}{u_{0,xx} - u_{0,yy}} \quad (2.66)$$

Dunque in definitiva si dovranno applicare alla struttura le tre seguenti condizioni di carico:

- Un insieme di forze orizzontali  $\mathbf{F}^T = [F_1 \ F_2 \ \dots \ F_N]$  lungo l'asse X del riferimento globale;
- Un insieme di forze orizzontali  $\mathbf{F}^T = [F_1 \ F_2 \ \dots \ F_N]$  lungo l'asse Y del riferimento globale;
- Un insieme di coppie torcenti  $\mathbf{M}^T = [M_1 \ M_2 \ \dots \ M_N]$  dove:  $M_i = 1 \times F_i \ \forall i = 1, \dots, N$  intorno all'asse Z del riferimento globale.

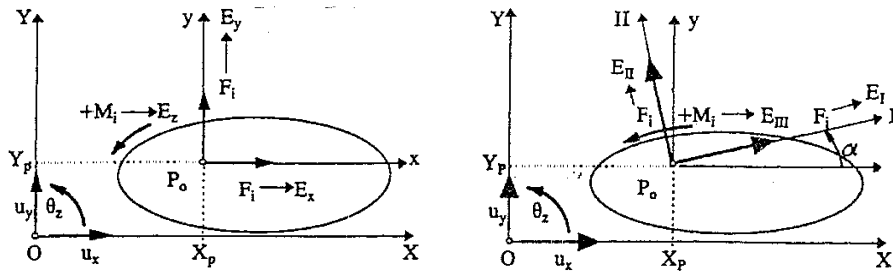


Fig.2.12. Stati base  $E_x$ ,  $E_y$  ed  $E_z$  (a) e Stati principali  $E_I$ ,  $E_{II}$  ed  $E_{III}$  (b).

Si noti che per edifici regolari in altezza sarà lecito supporre un allineamento dei centri di massa a tutti i piani lungo una stessa verticale ed assumere quella come asse Z del riferimento globale.

A seguito dell'applicazione delle coppie torcenti  $\mathbf{M}$  sarà possibile determinare la *posizione dell'asse di torsione ottimale* (Fig. 2.11.a), attraverso le (2. 51). In alternativa si potrà procedere alla sua determinazione attraverso una delle due relazioni analitiche (2. 55) e (2. 56) o più semplicemente attraverso le (2. 62) e (2. 63), se sono soddisfatte le ipotesi sotto cui esse valgono ovvero allineamento degli elementi resistenti lungo una griglia ortogonale e piani di carico paralleli ai lati di questa griglia. A seguito dell'applicazione delle forze  $\mathbf{F}$  separatamente nelle due direzioni X ed Y sarà invece possibile determinare attraverso la (2. 66) l'orientamento degli assi principali di flessione ottimale. Individuato quest'ultimo potranno infine determinarsi le cercate *eccentricità strutturali*  $e_I$  ed  $e_{II}$  lungo gli assi principali semplicemente come distanza misurata lungo tali direzioni fra l'asse Z dei centri di massa e l'asse III di torsione ottimale.

### 3.5.5. Raggi giratori e parametro $\Omega_0$

Siano  $E_x$ ,  $E_y$  ed  $E_z$  gli stati di sollecitazione e deformazione conseguenti rispettivamente all'applicazione statica alla struttura delle forze  $\mathbf{F}$  lungo l'asse X, delle  $\mathbf{F}$  lungo l'asse Y e delle coppie  $\mathbf{M} = 1 \cdot \mathbf{F}$  intorno all'asse Z; siano inoltre  $E_I$ ,  $E_{II}$  ed  $E_{III}$  gli stati di sollecitazione e deformazione corrispondenti rispettivamente all'applicazione delle forze  $\mathbf{F}_I$ ,  $\mathbf{F}_{II}$  ed  $\mathbf{M}_{III}$ . Nell'ambito di un calcolo elastico quale è quello svolto per la determinazione dell'asse di torsione ottimale e dei piani principali di

flessione ottimale il rapporto fra le risposte conseguenti a due sistemi di carichi dello stesso tipo, ma di differente intensità coincide con il rapporto fra le intensità dei carichi. Dunque sarà possibile determinare gli stati  $E_I$ ,  $E_{II}$  ed  $E_{III}$  a partire dagli stati  $E_x$ ,  $E_y$  ed  $E_z$ , in precedenza valutati dalla risoluzione dello schema, a mezzo di semplici relazioni analitiche (Fig. 2.12) e senza per questo procedere ad una nuova analisi del sistema strutturale. Precisamente:

$$\begin{aligned} E_I &= \cos \alpha \cdot E_x + \sin \alpha \cdot E_y & (a) \\ E_{II} &= -\sin \alpha \cdot E_x + \cos \alpha \cdot E_y & (b) \\ E_{III} &= E_z & (c) \end{aligned} \quad (2. 67)$$

A tal proposito è opportuno notare che quando si svolge un'analisi statica con distribuzione triangolare delle forze di norma si ripartisce il taglio alla base ai vari livelli secondo la seguente espressione:

$$F_i = F_b \frac{m_i \cdot z_i}{\sum_{j=1}^N m_j \cdot z_j} \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (2. 68)$$

dove:

$F_i$  è la forza applicata all' $i$ -esimo impalcato

$m_i$  e  $z_i$  sono rispettivamente la massa e la quota rispetto alla base dell' $i$ -esimo impalcato

$F_b$  è il taglio alla base

Quest'ultimo viene determinato come prodotto della massa totale del sistema e della pseudo-accelerazione letta da uno spettro di progetto in corrispondenza al periodo traslazione disaccoppiato di un sistema torsionalmente bilanciato ad esso associato, periodo determinabile dall'analisi modale del sistema spaziale oppure attraverso formule semplificate di comprovata validità:

$$F_b = M \cdot S_a(T) \quad (2. 69)$$

dove :

$M$  è la massa totale dell'edificio

$T$  è il periodo traslazionale disaccoppiato nella direzione di azione sismica

$S_a(T)$  è la pseudo - accelerazione letta in corrispondenza al periodo  $T$  dallo spettro di progetto

Le forze di piano ed i tagli alla base  $F_I$  ed  $F_{II}$  delle distribuzioni di forze  $\mathbf{F}_I$ , ed  $\mathbf{F}_{II}$  sono determinabili a seguito della valutazione dei periodi fondamentali del sistema lungo queste due direzioni e delle corrispondenti ordinate spettrali. Tali valori in generale non coincidono né fra di loro né con il taglio alla base  $F_b$  utilizzato per le prime analisi statiche, pertanto le (2. 67) vanno riviste in quanto sarà necessaria una scalatura volta ad uguagliare i tagli  $F_I$  ed  $F_{II}$  delle due distribuzioni di forze  $\mathbf{F}_I$ , ed  $\mathbf{F}_{II}$  con il valore  $F_b$  utilizzato inizialmente nonché una distinzione degli stati  $E_{III}$  in  $E_{III,I}$  conseguente all'applicazione delle coppie  $\mathbf{M}_I = 1 \cdot \mathbf{F}_I$  ed  $E_{III,II}$  conseguente all'applicazione delle coppie  $\mathbf{M}_{II} = 1 \cdot \mathbf{F}_{II}$ . Si otterrà dunque:

$$E_I = \frac{F_I}{F_b} \cos \alpha \cdot E_x + \frac{F_{II}}{F_b} \sin \alpha \cdot E_y \quad (\text{a})$$

$$E_{II} = -\frac{F_I}{F_b} \sin \alpha \cdot E_x + \frac{F_{II}}{F_b} \cos \alpha \cdot E_y \quad (\text{b}) \quad (2. 70)$$

$$E_{III,I} = \frac{F_I}{F_b} E_z \quad ; \quad E_{III,II} = \frac{F_{II}}{F_b} E_z \quad (\text{c, d})$$

Poiché al livello a quota  $z_0=0.80 H$  valgono per il centro di torsione  $P_0$  le medesime proprietà che caratterizzano il centro elastico di un modello monopiano, è possibile a quel livello applicare le relazioni (2. 19) per il calcolo dei raggi giratori delle rigidezze lungo le direzioni principali I e II ovvero:

$$r_{kI} = \sqrt{\frac{u_{II}^{(E_I)}(z_0)}{\theta_{III}^{(E_{III,I})}(z_0)}}; \quad r_{kII} = \sqrt{\frac{u_I^{(E_I)}(z_0)}{\theta_{III}^{(E_{III,II})}(z_0)}} \quad (2. 71)$$

dove :

$u_I^{(E_{II})}(z_0)$  è lo spostamento di  $P_0$  lungo I nello stato  $E_I$  ;

$u_{II}^{(E_I)}(z_0)$  è lo spostamento di  $P_0$  lungo II nello stato  $E_{II}$  ;

$\theta_{III}^{(E_{III,I})}(z_0)$  e  $\theta_{III}^{(E_{III,II})}(z_0)$  sono le rotazioni d'impalcato alla quota  $z_0$   
rispettivamente negli stati  $E_{III,I}$  ed  $E_{III,II}$

Nelle (2. 71) figurano gli spostamenti del punto  $P_0$  negli stati di sollecitazione  $E_I$ , ed  $E_{II}$ , che in genere non sono presenti nell'output di un qualunque programma di calcolo, ma che sono direttamente valutabili dagli spostamenti in direzione  $x$  ed  $y$  di  $P_0$  negli stessi stati di sollecitazione come segue:

$$u_I^{(E_I)} = \sqrt{u_x^{(E_I)^2} + u_y^{(E_I)^2}}; \quad u_{II}^{(E_{II})} = \sqrt{u_x^{(E_{II})^2} + u_y^{(E_{II})^2}} \quad (2. 72)$$

dove :

$u_I^{(E_i)}$  ed  $u_{II}^{(E_i)}$  sono rispettivamente gli spostamenti di  $P_0$   
lungo I e lungo II nel generico stato  $E_i$  ;

$u_x^{(E_i)}$  ed  $u_y^{(E_i)}$  sono rispettivamente gli spostamenti di  $P_0$   
lungo  $x$  e lungo  $y$  nel generico stato  $E_i$ .

Una volta determinati i raggi giroatori  $r_{kI}$  ed  $r_{kII}$  lungo le direzioni principali è poi possibile determinare di conseguenza i valori del parametro  $\Omega_\theta$  sempre attraverso le relazioni valide per il monopiano ovvero:

$$\Omega_{\theta I} = \frac{r_{kII}}{r_m}; \quad \Omega_{\theta II} = \frac{r_{kI}}{r_m} \quad (2. 73)$$

Si può infine osservare che un *sistema torsionalmente bilanciato* nel senso su precisato per un edificio privo di asse elastico reale può essere determinato spostando l'asse dei centri di massa in corrispondenza dell'asse elastico fittizio ovvero dell'asse di torsione ottimale.



## Capitolo 3

### DEFINIZIONE DEI SISTEMI STRUTTURALI

#### 1. Caratteristiche generali

Al fine di testare la metodologia proposta su un campione adeguatamente esteso di edifici multipiano sono stati definiti un certo numero di casi studio, nei quali si riconosce una adeguata variabilità dei parametri che controllano la componente torsionale della risposta ed in ragione dei quali si esprimono le eccentricità correttive. Punto di partenza per la definizione dei sistemi strutturali è stato il progetto di un certo numero di edifici a più piani, secondo le modalità nel seguito descritte, con la conseguente determinazione di un insieme-base di edifici. Quest'ultimo è stato poi ulteriormente arricchito di elementi diversificando gli edifici di partenza a livello dei parametri di base secondo modalità ideate a questo scopo.

I sistemi strutturali nel seguito analizzati appartengono tutti alla medesima tipologia, quella degli edifici a struttura intelaiata in cemento armato. Si tratta di edifici di media altezza con numero di piani pari a cinque ed altezza di interpiano  $h$  pari a 3.20 m. La forma dell'impalcato è rettangolare con dimensione massima  $L$  pari a 28.5 m e minima  $B$  di 15.5 m. Gli elementi resistenti verticali sono allineati secondo due direzioni ortogonali in pianta,  $X$  lungo cui si ha la massima dimensione dell'impalcato ed  $Y$  lungo cui è disposta la dimensione minima. Gli elementi componenti il generico edificio sono in numero di quattro lungo la direzione  $X$  ed otto lungo  $Y$ , secondo uno schema geometrico comune a

tutti gli edifici analizzati e riportato in figura 3.1. La distribuzione delle masse si intende uniforme lungo l'altezza degli edifici, con masse concentrate a livello degli impalcati ed uguali a tutti i piani.

I sistemi strutturali sono dotati di doppia simmetria nelle rigidità e pertanto di asse dei centri elastici coincidente con la verticale passante per i baricentri geometrici dei vari impalcati. L'asimmetria nei sistemi è dunque unicamente nelle masse ed è generata semplicemente spostando la posizione, costante a tutti i piani, del centro di massa rispetto

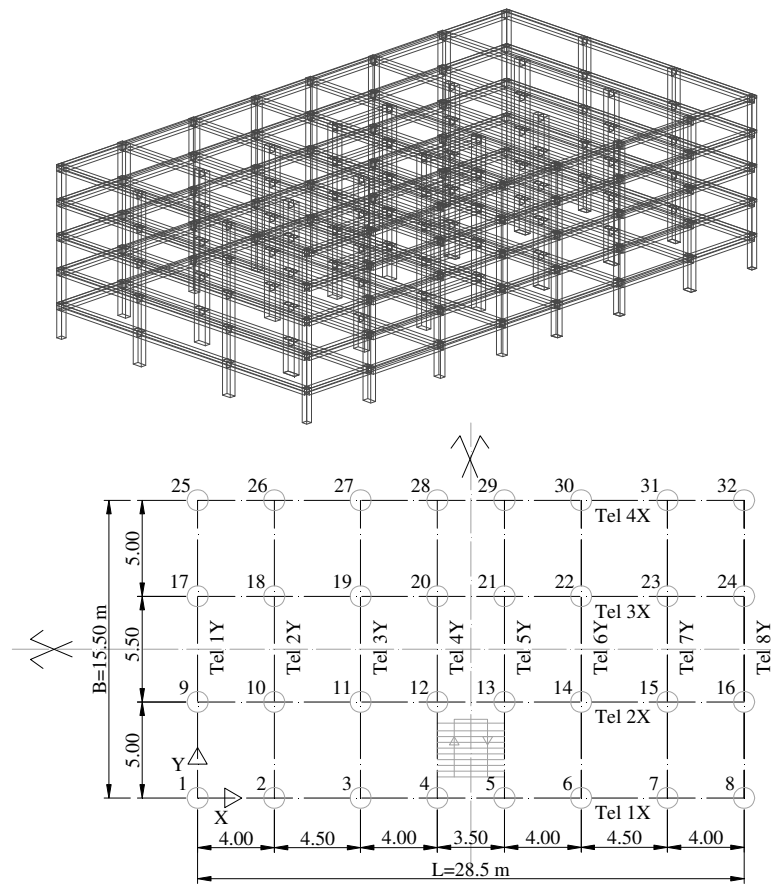


Fig. 3.1. Geometria della struttura a telaio degli edifici analizzati

a quella dell'asse dei centri elastici ovvero del centro di rigidezza, sotto l'ipotesi che sia sempre possibile determinare una distribuzione dei carichi variabili congruente con la posizione assegnata al baricentro delle masse. In altre parole tutti i sistemi analizzati sono sistemi del tipo *MES* e possiedono eccentricità delle masse unicamente lungo la direzione *X* della pianta. Gli edifici esaminati appartengono a due distinte categorie corrispondenti a strategie di progetto differenti:

- *Sistemi progettati per resistere ai soli carichi gravitazionali* nel seguito brevità contrassegnati dalla sigla *SG*;
- *Sistemi progettati per resistere anche alle azioni sismiche* nel seguito contrassegnati dalla sigla *SS*.

Nel prosieguo si descrivono le modalità di progetto delle due suddette classi di edifici.

## 2. Edifici progettati per resistere ai soli carichi gravitazionali

Operazione preliminare al progetto è stata la definizione della carpenteria, che si riporta in figura. 3.2. Si segnala l'assenza di travi lungo la direzione *X* della pianta, a meno di quelle relative ai telai posti in corrispondenza del contorno dell'edificio, nonché l'orientamento planimetrico

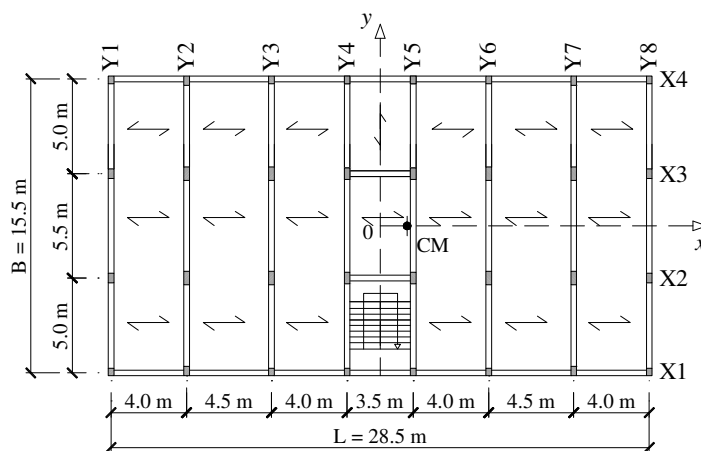


Fig. 3.2. Pianta della carpenteria degli edifici per sostenere i soli carichi gravitazionali

dei pilastri, aventi tutti la dimensione maggiore allineata con la direzione  $Y$ . Ciò è consentito da una progettazione che esclude il carico sismico e corrisponde ad una precisa intenzione: simulare le caratteristiche tipologiche degli edifici realizzati in Italia intorno agli anni '70, anteriormente all'entrata in vigore della prima normativa antisismica. L'evidente conseguenza di una tale impostazione della carpenteria è la presenza di una direzione "forte", la direzione  $Y$ , cui corrisponde una rigidità traslazionale globale nettamente superiore a quella relativa alla direzione ortogonale.

A seguito di una analisi dei carichi, funzionale al proporzionamento di travi e pilastri, sono poi state determinate la massa di piano ed il raggio giratore delle masse  $r_m$ . Quest'ultimo è stato valutato assumendo una distribuzione uniforme delle masse di piano sull'impalcato, ma tenendo in conto la centrifugazione delle tamponature sul contorno dell'edificio. Si tratta dunque del raggio giratore che corrisponde all'inerzia polare rispetto al centro geometrico dell'impalcato di una distribuzione superficiale uniforme di massa sull'impalcato, con densità corrispondente ad un peso di  $8.38 \text{ KN/m}^2$ , nel quale sono inclusi i contributi di solai, travi e pilastri, nonché di una distribuzione lineare uniforme di massa lungo il contorno dell'edificio, con densità corrispondente ad un peso delle tamponature di  $7.04 \text{ KN/m}$ . Si è così ricavato il valore  $r_m = 9.91 \text{ m}$  per il raggio giratore, mentre la massa di piano è  $m = 440.59 \text{ t}$ . Secondo la procedura indicata da Anastassiadis (Anastassiadis e Makarios, 1998 a), sono stati poi valutati i raggi giratori delle rigidità distesi lungo le direzioni principali della pianta, in corrispondenza dell'impalcato posto a quota  $z_0 = 0.80 \cdot H$  (nel caso in esame il quarto impalcato), ottenendo così i due valori  $r_{kx} = 10.05 \text{ m}$ ;  $r_{ky} = 15.51 \text{ m}$ . In definitiva rispetto ai due assi di riferimento il parametro  $\Omega_\theta$  assume pertanto i valori  $\Omega_{\theta_x} = 1.564$ ;  $\Omega_{\theta_y} = 1.014$ , di cui quello da considerare ai fini del calcolo delle eccentricità correttive è il secondo.

Passo successivo è stato il progetto delle armature di travi e pilastri, condotto nel rispetto della doppia simmetria dello schema in figura. 3.2 e dunque tale da riprodurre le medesime proprietà di simmetria, che già caratterizzano la distribuzione delle rigidità, anche nella distribuzione delle armature e dunque delle resistenze. Ne deriva una po-

sizione del centro di resistenza nota a priori e coincidente con il centro delle rigidezze nonché baricentro geometrico del generico impalcato.

Il calcolo dei telai è stato eseguito mediante il metodo delle tensioni ammissibili adottando come normativa di riferimento il DM 14/02/1992. I materiali utilizzati, di cui si riepilogano le caratteristiche in Tab. 1, sono un calcestruzzo con valore caratteristico della resistenza cubica a compressione  $R_{ck}$  pari a 25 MPa e, per le armature, barre lisce ad aderenza migliorata del tipo FeB38k. Come armatura longitudinale sono stati impiegati ferri Ø14 e Ø20, come staffe ferri Ø8.

Il solaio è in latero-cemento gettato in opera con soletta di spessore pari a 4 cm ed altezza complessiva di 24 cm. Vi è una scala a soletta rampante di spessore, per le rampe di 16 cm e per i pianerottoli di 18, senza pignatte di alleggerimento..

Tab. 1 – Proprietà meccaniche dei materiali utilizzati

Calcestruzzo				
$R_{ck}$ (MPa)	$\sigma_c$ (MPa)	$\tau_{c0}$ (MPa)	$\tau_{c1}$ (MPa)	$n$
25	8.5	0.53	1.69	15
Acciaio FeB38K				
$f_y$ (MPa)		$\sigma_s$ (MPa)		
380		215		

Le sollecitazioni di progetto delle travi sono state determinate come involuppo dei diagrammi del momento flettente e del taglio conseguenti la risoluzione dello schema di trave continua su più appoggi e dei due schemi limite di trave incastrata ed appoggiata agli estremi con carico dimezzato. Dai massimi momenti flettenti agli appoggi ed in campata sono poi state valutate le armature necessarie rispettivamente superiormente ed inferiormente, immaginando per queste ultime uno sviluppo costante lungo la singola campata. Per il progetto delle armature longitudinali è stata utilizzata la formula:

$$A_s = \frac{M}{0.9 \cdot d \cdot \bar{\sigma}_s}$$

con :

$M$  momento di progetto; (3. 1)

$\bar{\sigma}_s$  tensione ammissibile dell'acciaio;

$d$  altezza utile della sezione.

Si è poi rispettato il limite minimo imposto dalla normativa sulla percentuale di armatura longitudinale in zona tesa, riferito all'area totale della sezione di conglomerato e fissato, nel caso di barre ad aderenza migliorata, pari allo 0.15%.

Per quanto riguarda l'armatura trasversale, costituita da staffe verticali a due o quattro bracci, rispettivamente per travi emergenti o a spessore, si è effettuato un calcolo dell'area di staffe necessarie al metro facendo per ciò riferimento al modello di traliccio isostatico di Morsh in accordo con la formula seguente:

$$A_{st} = \frac{V \cdot s}{n \cdot z \cdot \bar{\sigma}_s}$$

con :

$V$  taglio di progetto;

$\bar{\sigma}_s$  tensione ammissibile dell'acciaio; (3. 2)

$s$  passo delle staffe;

$n$  numero di bracci delle staffe;

$z$  braccio della coppia interna dove :

$$z = 0.9 \cdot d \quad (3. 3)$$

Sono poi stati rispettati i limiti minimi imposti dalla normativa sul passo delle staffe e l'area di staffe al metro. Precisamente si è avuto cura di disporre un'area di staffe non inferiore al valore di  $\frac{b}{10}$  essendo  $b$  la base della sezione di conglomerato, con un minimo di tre staffe al metro e passo non superiore a 0.8 volte l'altezza utile della sezione. Nelle zone di appoggio si è rispettata un'ulteriore prescrizione sul passo delle staffe ovvero che esso non superasse il valore di  $12 \varnothing$  essendo  $\varnothing$  il diametro minimo dell'armatura longitudinale ivi presente.

Le sollecitazioni di progetto per i pilastri sono invece state determinate considerandoli soggetti a compressione semplice, la cui entità è stata valutata a partire dagli scarichi ai vari piani delle strutture soprapstanti. In particolare l'area di conglomerato necessaria è stata valutata immaginando una tensione di lavoro del calcestruzzo pari al 70% di quella ammissibile, come prescritto dalla normativa di riferimento, assumendo una tensione ammissibile  $\bar{\sigma}_c$  di 8.5 MPa, un coefficiente di omogeneizzazione  $n$  pari a 15 ed una percentuale di armatura  $\rho$  pari 0.008 ed abbondando un po' sulle sezioni risultanti dal calcolo. La formula di progetto è:

$$A_{c,nec} = \frac{N_i}{0.7 \cdot \bar{\sigma}_c \cdot (1 + n \cdot \rho)}$$

con :

$N_i$  sforzo normale all' $i$ -esimo piano.

L'area minima di armatura da disporre è stata valutata secondo il criterio:

$$A_{S,min} = \max \begin{cases} 0.003 \cdot A_c \\ 0.008 \cdot A_{c,nec} \end{cases}$$

con :

$A_{c,nec}$  area di calcestruzzo strettamente necessaria;

$A_c$  area di calcestruzzo effettivamente disposta. (3. 5)

Si è poi avuto cura di limitare la distanza massima tra le barre di acciaio a 25 cm.

Infine si nota che, in fase di impostazione della carpenteria, nella determinazione delle sezioni geometriche dei pilastri, conseguente ad un predimensionamento in base alle loro aree di influenza, si è posto il rispetto di un limite inferiore alle dimensioni minime di essi, anche se non prescritto dalla normativa di riferimento. Precisamente, non sono state adoperate sezioni rettangolari con lato maggiore inferiore ai 40 cm.

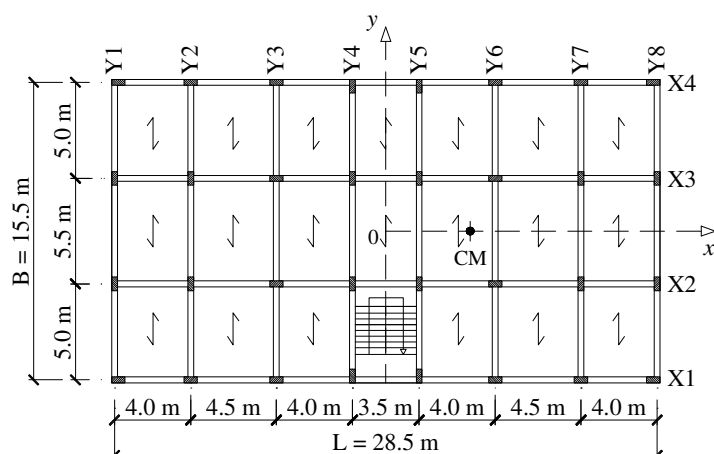


Fig. 3.3. Pianta della carpenteria degli edifici per sostenere l'azione sismica

### 3. Edifici progettati per resistere ad azione sismica

A monte del progetto si trova la definizione della carpenteria, schematicamente rappresentata in figura 3.3. La natura dell'edificio, strutturalmente concepito per resistere anche alle azioni sismiche oltre che ai carichi gravitazionali, comporta la presenza di travi lungo entrambe le direzioni della pianta e di un orientamento più vario dei pilastri rispetto all'edificio progettato per sostenere i soli carichi gravitazionali. Lo scopo è ovviamente quello di dotare le due principali direzioni della pianta, lungo cui si attestano gli elementi resistenti verticali, di rigidità traslazionali comparabili fra loro, attesa l'imprevedibilità della direzione secondo cui il sisma investe la struttura. Al fine di garantire la coincidenza dell'asse dei centri elastici e dunque del centro di rigidità con la verticale passante per i baricentri geometrici dei vari impalcati, si è mantenuta la doppia simmetria nella attribuzione delle rigidità agli elementi resistenti e dunque nella definizione delle sezioni geometriche di calcestruzzo di travi e pilastri, eventualmente differenziate solo a livello delle armature allo scopo di introdurre asimmetrie



nelle resistenze. Conseguente alla determinazione delle sezioni geometriche di calcestruzzo è la definizione delle masse di piano e dei raggi giroatori delle masse, a seguito di un'analisi dei carichi dell'edificio. Con le stesse modalità operative descritte a proposito della classe di edifici SG, e considerando questa volta una densità superficiale di peso per il contributo di solai, travi e pilastri pari a  $9.21 \text{ KN/m}^2$  ed una densità lineare di peso sul contorno dovuta ai tompagni ancora pari  $7.04 \text{ KN/m}$ , sono state determinati i valori  $r_m = 9.87 \text{ m}$  per il raggio giroatore delle masse e  $m = 477.71 \text{ t}$  per la massa di piano. Con la distribuzione di rigidezze imposta sono stati determinati, secondo la procedura indicata da Anastassiadis e Makarios (1998 a), i raggi giroatori delle rigidezze lungo X ed Y come i due valori  $r_{kx} = 11.05 \text{ m}$ ;  $r_{ky} = 10.68 \text{ m}$ . Quindi rispetto ai due assi di riferimento il parametro  $\Omega_\theta$  assume i valori  $\Omega_{\theta x} = 1.082$ ;  $\Omega_{\theta y} = 1.120$ , di cui il secondo è quello relativo alla direzione di interesse.

### 3.1. L'azione sismica di progetto

Le forze statiche equivalenti al sisma sono state determinate a ciascun piano, seguendo le indicazioni del DM 16/01/1996. In base alla normativa, per un calcolo alle tensioni ammissibili, esse si esprimono secondo la formula (3. 6), come prodotto di un coefficiente  $\gamma_i$ , che descrive la distribuzione del carico in altezza, del peso di piano  $W_i$  e di un coefficiente  $K_{h,tot}$ , che rappresenta l'ordinata spettrale.

$$F_i^{T.A.} = \gamma_i \cdot W_i \cdot K_{h,tot} \quad \forall i = 1, \dots, N \text{ dove } N : \text{numero di piani} \quad (3. 6)$$

Nel caso di proporzionamento dell'edificio secondo il metodo degli stati limite, quale quello che è stato effettuato per gli edifici in oggetto, tali forze devono essere amplificate attraverso un coefficiente  $\gamma_E$ :

$$F_i = \gamma_E \cdot F_i^{T.A.} \quad \forall i = 1, \dots, N \text{ con } \gamma_E = 1.50 \quad (3. 7)$$

I coefficienti  $\gamma_i$ , rappresentativi dell'andamento del carico lungo l'altezza, sono determinati in ragione dei pesi di piano  $W_i$  e delle loro quote rispetto alla base dell'edificio  $h_i$  secondo l'espressione:

$$\gamma_i = h_i \cdot \frac{\sum_{k=1}^N W_k}{\sum_{k=1}^N h_k \cdot W_k} \quad \forall i=1, \dots, N \quad (3.8)$$

Si riportano nel seguito (Tab. 2) i coefficienti di ripartizione del carico lungo l'altezza ottenuti per l'edificio in esame, caratterizzato da altezza di interpiano  $h$  e peso di piano  $W_k=W$  uguale a tutti i piani.

Tab. 2 – Coefficiente di distribuzione del carico

Piano	h (m)	W (kN)	W · h (kNm)	$\gamma$
1	3.20	4648.497	14875.189	0.333
2	6.40	4648.497	29750.378	0.667
3	9.60	4648.497	44625.567	1.000
4	12.80	4648.497	59500.756	1.333
5	16.00	4648.497	74375.945	1.667

Il coefficiente dello spettro  $K_{h,tot}$  viene ottenuto come prodotto di una serie di altri coefficienti che tengono in conto diversi fattori:

$$K_{h,tot} = C \cdot I \cdot \varepsilon \cdot \beta \cdot R \quad (3.9)$$

Il coefficiente  $C$  di intensità sismica dipende dal grado di sismicità  $s$  della zona in cui è inserito l'edificio da progettare attraverso la relazione:

$$C = \frac{s-2}{100} \quad (3.10)$$

Il grado di sismicità  $s$  è tabellato in normativa in funzione della categoria della zona di appartenenza dell'edificio come in Tab. 3.

Tab. 3 – Coefficiente di intensità sismica

zona di categoria	s	C
I	12	0.10
II	9	0.07
III	6	0.04
non classificata	-	-

Nel caso in esame si è assunto l'edificio collocato in zona di II categoria, cui corrispondono pertanto un grado di sismicità  $s$  pari a 9 ed un coefficiente di intensità sismica  $C$  pari a 0.07.

Il *coefficiente  $I$  di protezione sismica* tiene conto dell'importanza strategica dell'edificio secondo il seguente schema:

Tab. 4 – Coefficiente di protezione sismica

<b>Tipo di opera</b>	<b>I</b>
Importante per la protezione civile	1.40
Con particolare rischio per le caratteristiche di uso	1.20
altro	1.00

Nel caso in oggetto si è pensato ad un edificio adibito a civile abitazione, per il quale si è pertanto assunto un coefficiente  $I$  di protezione sismica unitario.

Il *coefficiente  $\epsilon$  di fondazione* è rappresentativo della natura del terreno di fondazione come rappresentato in Tab. 5:

Tab. 5 – Coefficiente di fondazione

<b>Tipo di terreno di fondazione</b>	<b><math>\epsilon</math></b>
Terreno non particolarmente comprimibile	1.00
Depositi alluvionali con spessore di 5-20 m su banchi con caratteristiche meccaniche molto migliori	1.30

Si è fatto riferimento ad una situazione convenzionale di terreno non eccessivamente comprimibile assumendo un coefficiente  $\epsilon$  di fondazione unitario.

Il *coefficiente  $\beta$  di struttura* tiene conto della tipologia strutturale come in Tab. 6:

Tab. 6 – Coefficiente di struttura

Tipo di struttura	$\beta$
Con elementi verticali irrigidenti che assorbono la prevalenza delle azioni orizzontali	1,2
altro	1.00

La tipologia strutturale considerata è quella a telaio in cemento armato, nella quale la ripartizione fra i vari elementi resistenti verticali delle azioni sismiche avviene in maniera abbastanza uniforme rispetto a quanto si verifica invece in strutture miste telaio-pareti, nelle quali la prevalenza del carico sismico viene sostenuta dalle sole pareti. Per questa ragione è stato assunto nei calcoli un coefficiente di struttura  $\beta$  unitario.

Il coefficiente  $R$  di risposta viene valutato come sintetizzato in Tab. 7 sulla base del periodo fondamentale  $T_0$  della struttura, quest'ultimo valutato secondo la relazione (3. 11) in ragione della geometria dell'edificio:

$$T_0 (s) = \frac{H}{\sqrt{B}} \quad \text{dove} \begin{cases} H : \text{altezza totale dell'edificio in metri} \\ B : \text{dimensione minima della pianta in metri} \end{cases} \quad (3. 11)$$

Tab. 7 – Coefficiente di risposta

$T_0$	$R$
Indeterminato	1,00
$\leq 0,81$	1,00
$> 0,81$	$0,862/T_0^{2/3}$

Per la particolare geometria considerata, per cui  $H = 16.00$  m e  $B = 15.50$  m, il periodo fondamentale assume il valore  $T_0 = 0.41$  s, e pertanto si è assunto un coefficiente di risposta  $R$  anch'esso pari all'unità.

In definitiva per il coefficiente dello spettro  $K_{h,tot}$  si è assunto un valore pari a 0.07.

Si riepilogano nella successiva tabella 8 i valori delle forze sismiche utilizzate per il dimensionamento degli elementi strutturali.

Tab. 8 – Distribuzione in altezza delle forze sismiche

Piano	h (m)	F <sup>T.A.</sup> (kN)	F (kN)
1	3.20	108.465	162.697
2	6.40	216.930	325.395
3	9.60	325.395	488.092
4	12.80	433.860	650.790
5	16.00	542.325	813.487

### 3.2. Modalità di progetto

Le forze sismiche calcolate come sopra sono state applicate, in combinazione ai carichi gravitazionali, al modello della struttura, realizzato in SAP2000, una volta in direzione  $X$ , ottenendo così le sollecitazioni con cui dimensionare le armature delle travi nella stessa direzione nonché le barre dei pilastri disposte lungo la direzione ortogonale, ed una volta in direzione  $Y$ , ricavandone le sollecitazioni per il calcolo delle armature delle travi in questa seconda direzione e delle barre dei pilastri posizionate lungo la direzione ortogonale. L'analisi condotta ai fini del proporzionamento delle armature è un'analisi statica lineare, conformemente alla prassi progettuale seguita nei primi progetti antisismici, dei quali queste applicazioni costituiscono una simulazione. Lungo la direzione  $X$ , le forze sismiche sono state applicate in corrispondenza del centro delle rigidezze dando pertanto luogo, in campo lineare, ad un comportamento del modello puramente traslazionale nella stessa direzione e disaccoppiato da quello relativo alla direzione ortogonale. Per quanto riguarda la direzione  $Y$ , l'applicazione delle forze di progetto è invece avvenuta in posizione variabile in base alle caratteristiche di asimmetria richieste per la distribuzione delle resistenze e dunque per la domanda di sollecitazioni, in proporzione alla quale le prime si assegnano ai vari elementi resistenti nel progetto. Precisamente l'obiettivo è

conseguire una particolare configurazione delle resistenze dell'edificio, per cui il centro di resistenza, determinato come sarà descritto a proposito della definizione dei parametri-chiave per edifici multipiano nel successivo Cap.6, abbia eccentricità rispetto al baricentro geometrico del generico impalcato sempre nulla lungo la direzione  $Y$  ed in generale non nulla lungo la direzione  $X$ . Ciò ha comportato nel progetto delle armature l'imposizione della simmetria rispetto al piano verticale  $OXZ$ , ma non sempre rispetto al piano verticale ad esso ortogonale. L'applicazione delle forze sismiche  $\mathbf{FX}$  in direzione  $X$  in corrispondenza dell'asse dei centri elastici garantisce la simmetria della domanda di sollecitazione rispetto al piano  $OXZ$  e dunque la simmetria rispetto ad esso anche dell'attribuzione delle armature ovvero delle resistenze. Per generare invece posizioni variabili lungo l'asse  $X$  del centro di resistenza sono stati condotti diversi progetti facendo variare il punto di applicazione delle forze sismiche di progetto  $\mathbf{FY}$  dirette lungo la direzione  $Y$ . Ciò ha dato luogo alla definizione di due sottoclassi di edifici antisismici  $SS$ , qui di seguito qualificati, in base alla posizione planimetrica dei punti di applicazione delle forze  $\mathbf{FY}$ .

- *Sistemi a comportamento traslazionale* nel seguito denominati *SST* (Fig. 4.a) :  
sono stati generati applicando non solo il vettore delle forze  $\mathbf{FX}$  ma anche quello delle forze  $\mathbf{FY}$  in corrispondenza dell'asse dei centri elastici e sono pertanto caratterizzati da una distribuzione doppiamente simmetrica delle resistenze ovvero da una posizione del centro di resistenza nota a priori e coincidente con quella del baricentro geometrico del generico impalcato;
- *Sistemi a comportamento rotazionale* nel seguito denominati *SSR* (Fig. 4.b) :  
sono stati generati applicando il solo vettore delle forze  $\mathbf{FX}$  in corrispondenza dell'asse dei centri elastici ed il vettore delle forze  $\mathbf{FY}$  in posizione eccentrica rispetto ad esso, con una conseguente distribuzione delle resistenze simmetrica unicamente rispetto al piano verticale  $OXZ$  e dunque una posizione del centro di resistenza non nota a priori ed eccentrica rispetto a quella del baricentro geometrico del generico impalcato.

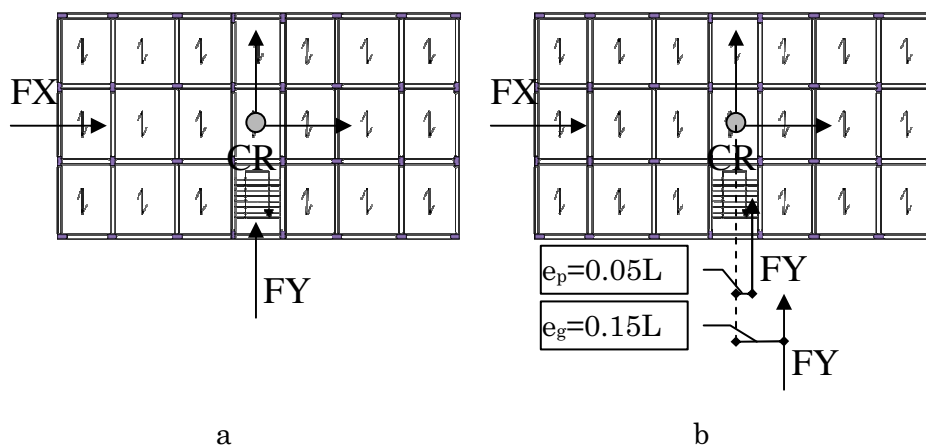


Fig.4. Edifici antisismici senza (a) e con (b) eccentricità di progetto

Le eccentricità con cui sono state applicate le forze  $\mathbf{F}_Y$  sono esattamente le medesime che verranno poi attribuite al baricentro delle masse al fine di generare una precisa asimmetria anche fra questo ed il centro di rigidezza. Si tratta di due valori corrispondenti ad una distanza dal baricentro del generico impalcato pari al 5% ed al 15% della lunghezza  $L$  dell'impalcato lungo la direzione  $X$ , tali dunque da produrre una eccentricità minore ed una maggiore del centro di resistenza rispetto a quello di rigidezza. I sistemi strutturali corrispondenti a tali eccentricità di progetto verranno nel seguito definiti *SSR-P* (piccola eccentricità di progetto  $e=5\% \cdot L$ ) e *SSR-G* (grande eccentricità di progetto  $e=15\% \cdot L$ ). In definitiva gli edifici antisismici dei quali è stato effettuato il progetto sono tre: uno a comportamento traslazionale nelle due direzioni (*SST*) e due a comportamento traslazionale per forze in direzione  $X$  ma rotazionale per forze in direzione  $Y$  (*SSR-P* e *SSR-G*).

### 3.3. Progetto delle armature

Il progetto delle armature dei tre suddetti edifici è stato eseguito mediante il metodo degli stati limite facendo riferimento sostanzialmente all' Eurocodice 2, ma tenendo presente anche il DM 16/01/1996 nella determinazione della resistenza delle sezioni armate di travi e pilastri con un calcolo allo stato limite ultimo.

I materiali utilizzati, di cui si riepilogano le caratteristiche in Tab. 9, sono un calcestruzzo con valore caratteristico della resistenza cubica a compressione  $R_{ck}$  pari a 25MPa e, per le armature, barre lisce ad aderenza migliorata del tipo FeB44k. Come armatura longitudinale sono stati impiegati ferri Ø14 e Ø20, come staffe Ø8.

Tab. 9 – Proprietà meccaniche dei materiali utilizzati

Calcestruzzo							
$R_{ck}$ (MPa)	$f_{ck}$ (Mpa)	$E_C$ (MPa)	$\gamma_c$	$\alpha$	$\alpha f_{cd}$ (Mpa)	$\nu$	$\nu f_{cd}$ (Mpa)
25.00	20.75	28500	1.6	0.85	11.02	0.596	7.73
Acciaio FeB44K							
$f_{yk}$ (MPa)		$E_s$ (MPa)		$\gamma_s$		$f_{yd}$ (Mpa)	
430.00		206000		1.15		373.91	

Le combinazioni di calcolo considerate nella determinazione delle azioni di progetto, valutate come involuppo di quelle relative ai singoli casi di carico, sono sostanzialmente tre corrispondenti a:

- *i soli carichi gravitazionali*, comprensivi delle aliquote dovute ai permanenti ed ai variabili amplificate con i relativi coefficienti di sicurezza parziali:

$$\gamma_G \cdot g_k + \gamma_Q \cdot q_k \quad \text{con } \gamma_G = 1.4 \text{ e } \gamma_Q = 1.5 \quad (3.12)$$

Tale combinazione ha lo scopo di massimizzare i momenti positivi in campata sulle travi.

- *le azioni sismiche, valutate in entrambi i versi, combinate con i carichi gravitazionali*, comprensivi delle aliquote dovute ai permanenti ed ai variabili amplificate con i relativi coefficienti di sicurezza parziale:

$$\gamma_G \cdot g_k + \gamma_Q \cdot q_k \pm FX ; \gamma_G \cdot g_k + \gamma_Q \cdot q_k \pm FY \quad (3.13)$$

- *le azioni sismiche, valutate in entrambi i versi, combinate con i carichi gravitazionali*, ridotti alla sola aliquota dovuta ai per-



manenti amplificata con il relativo coefficiente di sicurezza parziale:

$$\gamma_G \cdot g_k \cdot \mp FX ; \gamma_G \cdot g_k \cdot \mp FY \quad (3.14)$$

Tale combinazione ha lo scopo di minimizzare la compressione sui pilastri e può rivelarsi gravosa nel loro progetto a pressoflessione.

### 3.3.1. Progetto delle travi

*L'armatura longitudinale* delle travi è stata dimensionata sulla base dei momenti flettenti derivanti dall'involuppo delle combinazioni di calcolo su menzionate avendo cura di mantenere un'armatura inferiore costante in campata e di assumere disposizioni di armature identiche sui lati sinistro e destro del generico appoggio.

*L'armatura in trazione* è stata determinata facendo riferimento al momento sollecitante conseguente al calcolo, sia per momento positivo sia per momento negativo, secondo la relazione:

$$A_s^+ = \frac{M_{SD}^+}{0.9 \cdot d \cdot f_{yd}} ; A_s^- = \frac{M_{SD}^-}{0.9 \cdot d \cdot f_{yd}} \quad (3.15)$$

dove:  $M_{SD}^+$  e  $M_{SD}^-$  sono i momenti di calcolo positivo e negativo

$A_s^+$ ,  $A_s^-$  sono le aree di armatura a trazione per i momenti  $M_{SD}^+$  e  $M_{SD}^-$

$d$  è l'altezza utile della sezione

$f_{yd}$  la tensione di snervamento dell'acciaio

*L'armatura in compressione* è stata valutata, sia per momento positivo sia per momento negativo, facendo riferimento ad un incremento di momento flettente  $\Delta M$  rispetto al momento  $M_0$  necessario per il dimensionamento della sezione a semplice armatura ovvero con percentuale geometrica di armatura compressa  $u$  nulla. Sussistono le seguenti relazioni:

$$M_0 = \frac{b \cdot d^2}{r^2} \quad \text{con } r = r(u=0.00) = 0.022 \quad (3.16)$$

dove:  $b$  è la base della sezione di calcestruzzo

$$\Delta M^+ = M_{SD}^+ - M_0 ; \Delta M^- = M_{SD}^- - M_0 \quad (3.17)$$

$$A'_s{}^+ = \frac{\Delta M^+}{s' \cdot f_{yd} \cdot (d - c)}; \quad A'_s{}^- = \frac{\Delta M^-}{s' \cdot f_{yd} \cdot (d - c)} \quad (3.18)$$

dove:

$A'_s{}^+$ ,  $A'_s{}^-$  sono le aree di armatura in compressione

per i momenti  $M_{SD}^+$  e  $M_{SD}^-$

$c$  è il copriferro di calcolo

$s'$  è il tasso di lavoro dell'armatura compressa assunto pari a :

- 0.4 per travi a spessore;

- 1 per travi emergenti.

L'area di armatura inferiore  $A_{s,\text{inf}}$  è stata determinata come la massima tra armatura tesa per momento positivo e compressa per momento negativo e analogamente l'area di armatura superiore  $A_{s,\text{sup}}$  come la massima fra armatura tesa per momento negativo e compressa per momento positivo:

$$A_{s,\text{inf}} = \max\{A_s^+, A'_s{}^-\}; \quad A_{s,\text{sup}} = \max\{A_s^-, A'_s{}^+\} \quad (3.19)$$

Infine si è avuto cura di rispettare i limiti inferiori all'area di armatura in trazione prescritti dalla normativa ovvero:

$$A_{s,\text{min}} = \max\{A_{s1}, A_{s2}\} \quad \text{con} \quad A_{s1} = \frac{0.60}{f_{yk}} \cdot b_t \cdot d; \quad A_{s2} = 0.0015 \cdot b_t \cdot d \quad (3.20)$$

dove:  $b_t$  è la larghezza media della zona tesa

L'armatura trasversale delle travi, costituita da staffe verticali, è stata dimensionata sulla base dei tagli derivanti dall'involuppo delle combinazioni di calcolo su menzionate. Per il calcolo della resistenza a taglio della sezione armata si è fatto riferimento al modello di traliccio con inclinazione  $\theta$  rispetto all'orizzontale del puntone di calcestruzzo compresso variabile. In base ad esso la resistenza a taglio della sezione  $V_{RD}$  è il valor comune alla resistenza  $V_{RD2}$  per schiacciamento del puntone di calcestruzzo ed alla resistenza  $V_{RD3}$  per snervamento dell'armatura tesa, ottenuti per un opportuno valore della cotangente dell'angolo  $\theta$ , purché compresa fra 1 e 2 ovvero la minore fra le due suddette resi-

stenze in corrispondenza al valore massimo ammesso per la cotangente dell'angolo  $\theta$  ovvero 2. In formule:

$$V_{RD} = V_{RD2}(ctg\theta) = V_{RD3}(ctg\theta) \quad \text{con } 1 \leq ctg\theta \leq 2 \quad (a)$$

oppure

$$V_{RD} = \min\{V_{RD2}(ctg\theta = 2); V_{RD3}(ctg\theta = 2)\} \quad (b)$$

dove:

$$V_{RD2} = \frac{\nu \cdot f_{cd} \cdot b \cdot z \cdot ctg\theta}{1 + ctg\theta^2} \quad (3.22)$$

$$V_{RD3} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{yd} \cdot ctg\theta \quad (3.23)$$

essendo:  $s$  è il passo delle staffe

$A_{sw}$  l'area di armatura trasversale in un tratto di trave di lunghezza unitaria

$$z \text{ il braccio della coppia interna valutato come: } z = 0.9 \cdot d \quad (3.24)$$

$\nu$  un fattore di riduzione della resistenza per la contemporanea presenza di compressione in una direzione e trazione nella direzione ortogonale

Secondo l'eurocodice 2 si valuta come segue:

$$\nu = 0.7 - \frac{f_{ck}}{200} \geq 0.5 \quad \text{con } f_{ck} \text{ in MPa} \quad (3.25)$$

Operativamente, dapprima si è verificato che il taglio sollecitante  $V_{SD}$  fosse inferiore al  $V_{RD2}$  calcolato per  $ctg\theta = 2$ . In caso affermativo si è proceduto al progetto dall'armatura invertendo l'espressione del  $V_{RD3}$  e considerando il valore  $ctg\theta = 2$ . In caso contrario si è dapprima valutato il valore  $ctg\theta^*$  per cui si verifica l'uguaglianza fra taglio sollecitante  $V_{SD}$  e  $V_{RD2}$  e, successivamente con il medesimo valore si è effettuato il calcolo dell'armatura. L'espressione a tale scopo utilizzata è:

$$A_{sw} \geq A_{sw, \min} = \frac{V_{sd} \cdot s}{z \cdot ctg\theta \cdot f_{yd}} \quad (3.26)$$

Sono infine stati rispettati i minimi di normativa circa l'area di staffe al metro ed il passo massimo delle staffe:

$$A_{sw} \geq 0.09 \cdot b \text{ cm}^2/\text{m}; \quad (3.27)$$

$$s \leq s_{\max} \text{ con } s_{\max} = \begin{cases} \min\{0.8 \cdot d ; 30 \text{ cm}\} \text{ se } V_{SD}/V_{RD2} \leq 0.20 ; \\ \min\{0.6 \cdot d ; 30 \text{ cm}\} \text{ se } 0.20 \leq V_{SD}/V_{RD2} \leq 0.67 ; \\ \min\{0.3 \cdot d ; 20 \text{ cm}\} \text{ se } V_{SD}/V_{RD2} \geq 0.67. \end{cases} \quad (3.28)$$

Infine si è avuto cura di raffittire il passo nelle zone di appoggio rispettando il limite superiore di  $12 \varnothing$  essendo  $\varnothing$  il diametro minimo dell'armatura longitudinale presente.

### 3.3.2. Progetto dei pilastri

Come detto in precedenza, *l'armatura longitudinale* dei pilastri, doppiamente simmetrica, è scaturita da due distinti progetti a pressoflessione retta nei due piani di inflessione dell'asta, con sollecitazioni derivanti dall'applicazione delle forze ora in direzione  $X$  ora in direzione  $Y$  per il progetto delle barre del pilastro distese lungo la direzione normale a quella del carico. Per le barre di spigolo, impegnate in misura equivalente per inflessione nei due piani, si è assunta un'area di armatura massima fra quelle derivanti dai due calcoli distinti di cui si è appena detto. Il generico progetto a pressoflessione retta è stato condotto mediante le formule semplificate descritte in (Ghersi e Muratore, 2004). Esse, determinate la massima capacità portante assiale  $N_{c,max}$  e flessionale  $M_{c,max}$  del solo calcestruzzo, consentono di determinare il momento flettente  $M_e$  che può essere portato dal solo calcestruzzo in ragione dello sforzo normale  $N_{SD}$  agente sul pilastro. Quindi per differenza rispetto al momento di progetto  $M_{SD}$  si valuta l'aliquota di esso  $M_s$  che compete alle sole armature e, da questa, immaginando una disposizione di armatura simmetrica e barre tutte snervate, si determina l'area di armatura totale richiesta dalla coppia agente ( $M_{SD}, N_{SD}$ ). In formule:

$$\begin{aligned} A_c &= b \cdot h ; & (a) \\ N_{c,max} &= \alpha \cdot f_{cd} \cdot A_c ; & (b) \\ M_{c,max} &= 0.12 \cdot A_c \cdot h \cdot \alpha \cdot f_{cd} & (c) \end{aligned} \quad (3.29)$$

dove:  $b$  è la base della sezione di calcestruzzo

$h$  è l'altezza della sezione di calcestruzzo

$A_c$  è l'area della sezione di calcestruzzo

$$M_c = M_{c,\max} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{N_{SD} + 0.48 \cdot N_{c,\max}}{0.48 \cdot N_{c,\max}} \right)^2 \right] \quad (3.30)$$

$$M_s = M_{SD} - M_c \quad (3.31)$$

$$A_{s,tot} = \frac{2 \cdot M_s}{z_{eq} \cdot f_{yd}} \quad (3.32)$$

$$\text{dove: } z_{eq} = h - 2 \cdot c \quad (3.33)$$

$A_{s,tot}$  è l'area totale di armatura richiesta

Nel singolo progetto a presso-flessione si è ovviamente fatto riferimento alla condizione più gravosa fra quelle corrispondenti alle diverse combinazioni di calcolo considerate.

Si è poi avuto cura di rispettare un limite inferiore sulla quantità totale di armatura per i pilastri imponendo un valore minimo per la percentuale geometrica di armatura  $\rho$  :

$$\rho = \frac{A_{s,tot}}{A_c} \geq 0.008 \quad (3.34)$$

Tale limite si è rivelato sempre piuttosto condizionante ai piani superiori, laddove è più modesta l'entità delle azioni conseguenti all'applicazione delle forze equivalenti al sisma.

Infine anche per questa tipologia di edifici, come già per quelli progettati per soli carichi gravitazionali, le barre di acciaio sono state poste ad una distanza l'una dall'altra sempre inferiore a 25 cm.

Il calcolo dell'*armatura a taglio dei pilastri* è stato eseguito, come già per le travi, facendo riferimento al modello di traliccio con inclinazione variabile del puntone di calcestruzzo, utilizzando dunque le formule da (3. 21) a (3. 26) riportate sopra. In questo caso come azione sollecitante si è assunto il massimo fra i tagli agenti sui due piani di inflessione del generico pilastro. I limiti imposti al passo massimo delle staffe sono quelli prescritti dalla normativa e precisamente:

$$s \geq s_{\max} = \min\{12 \cdot \phi_{\min}; b_{\min}; 30 \text{ cm}\} \quad (3.35)$$

Al fine di garantire caratteristiche di maggiore uniformità alla struttura in termini di proprietà meccaniche dei nuclei di calcestruzzo confina-

ti all'interno delle staffe, si è cercato di contenere la variabilità della disposizione di staffe adoperando staffature uguali per pilastri di uguali dimensioni.

#### 4. Ampliamento dell'insieme dei casi studio

A seguito della fase di progettazione, le cui modalità sono state appena descritte, era disponibile un insieme di base costituito da quattro edifici definiti nella geometria generale e nel dettaglio delle armature e dotati di precise caratteristiche. Al fine di disporre di una più vasta gamma di casi studio con adeguata variabilità dei parametri-chiave  $\Omega_0$ ,  $e_r$ ,  $e_s$  ed  $R_\mu$ , sono stati elaborati dei sistemi atti a modificare il valore di tali quantità, moltiplicando di conseguenza il numero di casi studio disponibili, differenziati fra loro proprio per il valore assunto dai suddetti parametri. Nel seguito si descrive, con riferimento ai singoli parametri, la strategia impiegata per modificarne il valore.

Per quanto attiene al *parametro*  $\Omega_0$ , esso varia con la tipologia progettuale esaminata assumendo unicamente due valori e precisamente: 1.014 per la classe di edifici *SG* e 1.120 per la classe *SS*. Come si può notare tali valori sono assai prossimi fra loro e vicini all'unità, corrispondendo dunque a sistemi non classificabili né come torsio-flessibili né come torsio-rigidi. Si tratta piuttosto di edifici a comportamento intermedio fra queste due tipologie in quanto il valore 1 per il parametro  $\Omega_0$  rappresenta una sorta di spartiacque fra torsio-rigidi e torsio-flessibili. È importante inoltre notare come valori di  $\Omega_0$  prossimi all'unità siano rappresentativi della tipologia strutturale esaminata ovvero quella degli edifici a struttura intelaiata in C.A.. Non è infatti possibile, a meno di introdurre nella carpenteria anche pareti, discostarsi di molto da questo campo di valori di  $\Omega_0$ , come peraltro si è provato direttamente: infatti a partire da un progetto delle sezioni dei pilastri a compressione semplice in base alle aree di influenza, modificando successivamente in maniera iterativa l'orientamento in pianta dei pilastri ed il verso di orditura del solaio, si è proceduto alla valutazione del parametro  $\Omega_0$  rispetto alla direzione di asimmetria del sistema, ritrovando

sempre valori prossimi a quelli degli edifici-base selezionati per le successive analisi.

Come già osservato in precedenza, gli edifici concepiti come sopra descritto, per entrambe le tipologie di progetto, sono tutti caratterizzati da presenza dell'asse dei centri elastici corrispondente al centro di rigidità CR e posizionato in coincidenza con il baricentro geometrico del generico impalcato. L'*eccentricità delle rigidità*  $e_r$ , intesa come distanza del centro di rigidità CR dal centro di massa CM, viene riprodotta sugli edifici semplicemente spostando quest'ultimo sull'impalcato e ammettendo così che esista sempre una distribuzione dei carichi verticali e dunque delle masse il cui baricentro sia quello fissato. Nello specifico sono stati stabiliti due distinti valori per  $e_r$  in ragione della dimensione dell'impalcato  $L$  lungo l'asse  $X$ , parallelamente al quale si muove CM. I valori considerati, corrispondenti a piccola e grande eccentricità, sono pari rispettivamente al 5% ed al 15% di  $L$  ovvero 1.425 m e 4.275 m. Il centro delle masse CM è stato sempre posizionato sull'impalcato a destra del baricentro geometrico ovvero del centro di rigidità CR. Inoltre nel valutare l'eccentricità delle rigidità si è assunta la medesima convenzione di segno utilizzata nei precedenti studi sui sistemi monopiano, secondo la quale  $e_r$  risulta *positiva* se CR segue CM nel verso positivo delle  $X$ , *negativa* nell'eventualità opposta. Per tale ragione i sistemi strutturali considerati sono tutti caratterizzati da eccentricità delle rigidità negativa. Inoltre, poiché il *lato sinistro* dell'impalcato è sempre più vicino a CR che a CM, al contrario del *lato destro*, il primo si qualifica sempre come il lato *rigido* ed il secondo come il lato *flessibile*.

L'*eccentricità delle resistenze*  $e_s$ , intesa come distanza del centro di resistenza CS dal centro di massa CM, è stata valutata per ogni edificio analizzato come descritto a proposito della definizione dei parametri-chiave per edifici multipiano. Sussiste anche qui la medesima convenzione di segno utilizzata per gli studi sul monopiano e dunque  $e_s$  è *positiva* se CS segue CM nel verso positivo delle  $X$ , *negativa* nell'eventualità opposta. Diversamente da quanto avviene per l'eccentricità delle rigidità, il valore assunto dall'eccentricità delle resistenze è conseguente ad un calcolo su un sistema strutturale già completamente definito e dunque, a meno di casi banali, non può essere imposto in fase di defini-

zione del sistema strutturale e non è noto a priori. In particolare si osserva che per sistemi dotati di doppia simmetria nella distribuzione delle armature e dunque delle resistenze, quali gli edifici della classe *SG* e quelli della sottoclasse *SST* degli edifici antisismici, la posizione del centro delle resistenze *CS* coinciderà con quella del baricentro geometrico della pianta e dunque del centro di rigidezza *CR* e pertanto l'eccentricità delle resistenze  $e_s$  verrà a coincidere con quella delle rigidezze  $e_r$ . In tali casi anche l'eccentricità delle resistenze  $e_s$  sarà nota a priori ed assumerà uno dei due possibili valori negativi pari al  $5\%L$  ed al  $15\%L$  in base al valore assunto dall'eccentricità delle rigidezze  $e_r$ . Posizioni alternative del centro di resistenza *CS*, non coincidenti con il centro di rigidezza *CR*, sono ottenibili solo per la sottoclasse di sistemi *SSR*, in cui la presenza di una eccentricità dei punti di applicazione delle forze di progetto in direzione *Y* produce una asimmetria nella domanda di sollecitazioni e dunque nella attribuzione delle resistenze, facendo spostare il centro di resistenza *CS* lungo l'asse *X*. Per tali sistemi *CS* non coinciderà con il baricentro dell'impalcato, ma la sua posizione non sarà determinabile a priori in quanto, principalmente a causa del rispetto dei vincoli di normativa circa le quantità minime di armatura presenti, la distanza di *CS* dal baricentro geometrico della pianta sarà diversa dall'eccentricità imposta nel progetto. In particolare l'effetto dei suddetti vincoli di progetto delle armature sarà quello di ridurre, rispetto all'eccentricità di progetto, la distanza fra *CS* ed il baricentro del generico impalcato conducendo così a configurazioni dei centri con *CS* in posizione intermedia rispetto a *CR* e *CM* e dunque eccentricità delle resistenze  $e_s$  negativa come quella delle rigidezze ma minore in valore assoluto rispetto ad essa. Naturalmente, pur non potendosi prevedere, a monte di un calcolo esatto, la precisa posizione di *CS*, si intuisce che esso sarà tanto più distante dal baricentro dell'impalcato ovvero da *CR* quanto maggiore sarà il valore dell'eccentricità dei punti di applicazione delle forze di progetto in direzione *Y*.

Infine il rapporto  $R_u$ , anch'esso valutato come descritto a proposito della definizione dei parametri-chiave per edifici multipiano, dipende dal livello di spostamento raggiunto dalla struttura al termine delle analisi pushover del sistema bilanciato, con riferimento alle quali si va-



luta, e dunque, per la particolare scelta nel seguito illustrata dello spostamento target, dal livello di intensità sismica impiegato per le analisi dinamiche non lineari dello stesso sistema bilanciato. Per questa ragione, al fine di ottenere più valori del rapporto  $R_{\mu}$  sono state utilizzate diverse accelerazioni di picco al suolo PGA nelle analisi condotte sugli edifici. I valori di queste ultime sono stati selezionati tenendo in conto le diverse capacità resistenti degli edifici appartenenti alle due tipologie di progetto considerate e verificando la reale capacità del generico edificio di sostenere un sisma del livello di intensità assegnato. In particolare *per la classe di edifici SG*, progettati per resistere ai soli carichi gravitazionali, una reiterata applicazione, con PGA crescenti, della sequenza operativa necessaria a testare la validità del metodo proposto, ha mostrato come non potesse concludersi l'applicazione del metodo utilizzando una PGA superiore a 0.20g. In tal caso, in particolare, risultava impossibile raggiungere nelle analisi pushover uno spostamento in testa agli edifici coerente con livelli di intensità sismica superiori. Per tale ragione questo è l'unico valore impiegato per lo studio di questa classe di edifici. Viceversa *per la classe di edifici SS*, progettati per resistere anche alle azioni sismiche, è possibile condurre uno studio dell'edificio utilizzando livelli di intensità sismica molto maggiori. Sono dunque stati utilizzati due distinti valori di PGA, associati ad altrettante probabilità di superamento nell'ambito di una medesima finestra temporale. Precisamente si è fatta corrispondere al livello di intensità sismico più basso, che denoteremo  $PGA_1$ , una probabilità di superamento  $p_1$  pari al 10% in un periodo  $T_R$  di 50 anni, mentre al livello di intensità sismica più alto, nel seguito  $PGA_2$ , si è associata una probabilità di superamento  $p_2$  pari al 2% nel medesimo periodo  $T_R$ . Si è dunque fissato per la  $PGA_1$  il valore di 0.25g, corrispondente alla PGA di progetto per le zone di II categoria, come quella in cui si è immaginato ubicato il generico edificio analizzato, in normative antisismiche successive a quella utilizzata in questo studio per la determinazione delle azioni sismiche. La  $PGA_2$  è invece stata determinata facendo ricorso ad una espressione presente sull'Eurocodice 8 al punto 2.1.4:

$$PGA_2 = \gamma \cdot PGA_1 \text{ con } \gamma = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{-1/3} \quad (3.36)$$

In tal modo si è ottenuto il valore  $PGA_2=0.4275g$ .

#### 4.1. Panoramica dei sistemi strutturali analizzati

Nel seguito si definiscono le caratteristiche dei sistemi analizzati, generati attraverso modalità di progetto diversificate ed ulteriormente differenziate a livello dei parametri-chiave come appena descritto.

*Con riferimento agli edifici SG*, progettati per sostenere i soli carichi gravitazionali, a partire da un unico edificio definito nella geometria generale e nel dettaglio delle armature, si sono ricavati *due casi studio* semplicemente imponendo al centro di massa le due suddette posizioni corrispondenti a piccola ( $e_m=-0.05L$ ) e grande ( $e_m=-0.15L$ ) eccentricità ed utilizzando per le analisi un unico livello di intensità sismica pari a  $0.20g$ .

*Per quanto riguarda la classe SS* degli edifici progettati per resistere anche alle azioni sismiche, punto di partenza è stato il progetto dettagliato di tre edifici: uno di essi, denominato *SST*, è caratterizzato da doppia simmetria nella distribuzione delle resistenze e comportamento traslazionale per carico diretto lungo entrambe le direzioni principali della pianta; gli altri due, contrassegnati come *SSR*, sono invece contraddistinti da comportamento traslazionale solo per carico diretto lungo la direzione *X* e comportamento rotazionale per carico applicato lungo la direzione ortogonale. Questi ultimi sono stati generati tramite l'applicazione delle forze di progetto in direzione *Y* in posizione eccentrica rispetto al centro di rigidità utilizzando due distinti valori di eccentricità di progetto pari all'eccentricità delle masse  $e_m$ . I sistemi così ottenuti sono stati definiti *SSR-P*, corrispondente alla piccola eccentricità ( $e=e_m=-0.05L$ ), ed *SSR-G*, corrispondente alla grande eccentricità ( $e=e_m=-0.15L$ ). Dall'imposizione al centro delle masse CM dell'edificio-base *SST* delle due posizioni corrispondenti a piccola e grande eccentricità sono derivati due sistemi strutturali distinti, *SST-P* ed *SST-G*, mentre per ciascuno dei due edifici-base *SSR-P* ed *SSR-G* la posizione assegnata al baricentro delle masse è unica e coincidente con quella del punto di applicazione delle forze in direzione *Y* e dunque non comporta aumenti nel numero di sistemi strutturali. In totale gli edifici antisismici così ottenuti sono quattro, ma ciascuno di essi è stato analizzato

utilizzando due distinti valori di intensità sismica, ognuno dei quali lo qualifica come un diverso caso-studio. Dall'insieme *SS* sono quindi stati ricavati *otto* distinti *sistemi strutturali*. Quattro di essi corrispondono ad un livello di intensità sismica più basso per le analisi,  $PGA_1=0.25g$ , e verranno nel seguito denotati come *SST-P1*, *SST-G1*, *SSR-P1* ed *SSR-G1*. I rimanenti quattro sono associati all'uso di una PGA più alta nelle analisi,  $PGA_2=0.4275g$ , e verranno nel seguito denotati come *SST-P2*, *SST-G2*, *SSR-P2* ed *SSR-G2*. In definitiva *l'insieme dei sistemi strutturali studiati* è dunque composto in totale da *dieci elementi*, di cui due appartenenti alla tipologia di progetto *SG* ed otto alla classe *SS*.

Nel seguito si riporta una tabella riepilogativa (Tab. 10) recante le sigle che contraddistinguono i diversi edifici analizzati ed una descrizione sommaria delle loro caratteristiche di base quali la tipologia di progetto, l'eventuale eccentricità di progetto  $e/L$  con cui sono state applicate le forze in direzione *Y*, l'eccentricità delle masse  $e_m/L$ , la PGA associata alle analisi.

Tab. 10 – Riepilogo dei sistemi strutturali analizzati

<b>Sigla</b>	<b>Tipo progetto</b>	$e/L$	$e_m/L$	<b>PGA/g</b>
<b>SG-P</b>	carichi gravitazionali	-	-0.05	0.20
<b>SG-G</b>	carichi gravitazionali	-	-0.15	0.20
<b>SST-P1</b>	antisismico	0.00	-0.05	0.25
<b>SST-G1</b>	antisismico	0.00	-0.15	0.25
<b>SSR-P1</b>	antisismico	-0.05	-0.05	0.25
<b>SSR-G1</b>	antisismico	-0.15	-0.15	0.25
<b>SST-P2</b>	antisismico	0.00	-0.05	0.4275
<b>SST-G2</b>	antisismico	0.00	-0.15	0.4275
<b>SSR-P2</b>	antisismico	-0.05	-0.05	0.4275
<b>SSR-G2</b>	antisismico	-0.15	-0.15	0.4275

## 5. Caratteristiche dinamiche dei sistemi analizzati

Si riassumono nel seguito le principali caratteristiche dinamiche dei sistemi analizzati.

In tab. 11 sono riepilogate, per entrambe le tipologie di progetto, le proprietà che definiscono le distribuzioni delle masse e delle rigidzze, comuni a tutti i sistemi strutturali appartenenti alla medesima classe.

Tab. 11 – Riepilogo delle principali caratteristiche dei sistemi analizzati

Sigla	Tipo progetto	$m$ (t)	$r_m$ (m)	$r_{kx}$ (m)	$r_{ky}$ (m)	$\Omega_{\theta x}$	$\Omega_{\theta y}$
SG	carichi gravitazionali	440.59	9.91	10.05	15.51	1.564	1.014
SS	antisimico	477.71	9.87	11.05	10.68	1.082	1.120

Si riportano invece nel successivo prospetto (Tab. 12), per ciascuna delle tipologie esaminate, i periodi traslazionali nelle due direzioni e torsionale delle prime tre terne di modi dei sistemi bilanciati, ottenuti spostando il centro di massa in corrispondenza dell'asse dei centri elastici. Le corrispondenti deformate con riferimento ai soli modi di vibrazione traslazionali nelle due direzioni sono rappresentate in Fig.5 per i sistemi della classe SG ed in Fig. 6 per il gruppo SS. Si ricorda a tal proposito che le caratteristiche elastiche degli edifici dei due sottogruppi SST ed SSR sono identiche: essi si differenziano unicamente per la diversa distribuzione delle resistenze, ma quest'ultima non interviene nella determinazione delle proprietà dinamiche dei sistemi.

Tab. 12 – Periodi modali disaccoppiati dei sistemi bilanciati

Sigla	Tipo progetto	terna	$T_x$ (s)	$T_y$ (s)	$T_{\theta}$ (s)
SG	carichi gravitazionali	1	1.1078	0.7119	0.7042
		2	0.3680	0.2436	0.2389
		3	0.2187	0.1572	0.1419
SS	antisimico	1	0.6370	0.6580	0.5882
		2	0.2084	0.2125	0.1906
		3	0.1204	0.1203	0.1092

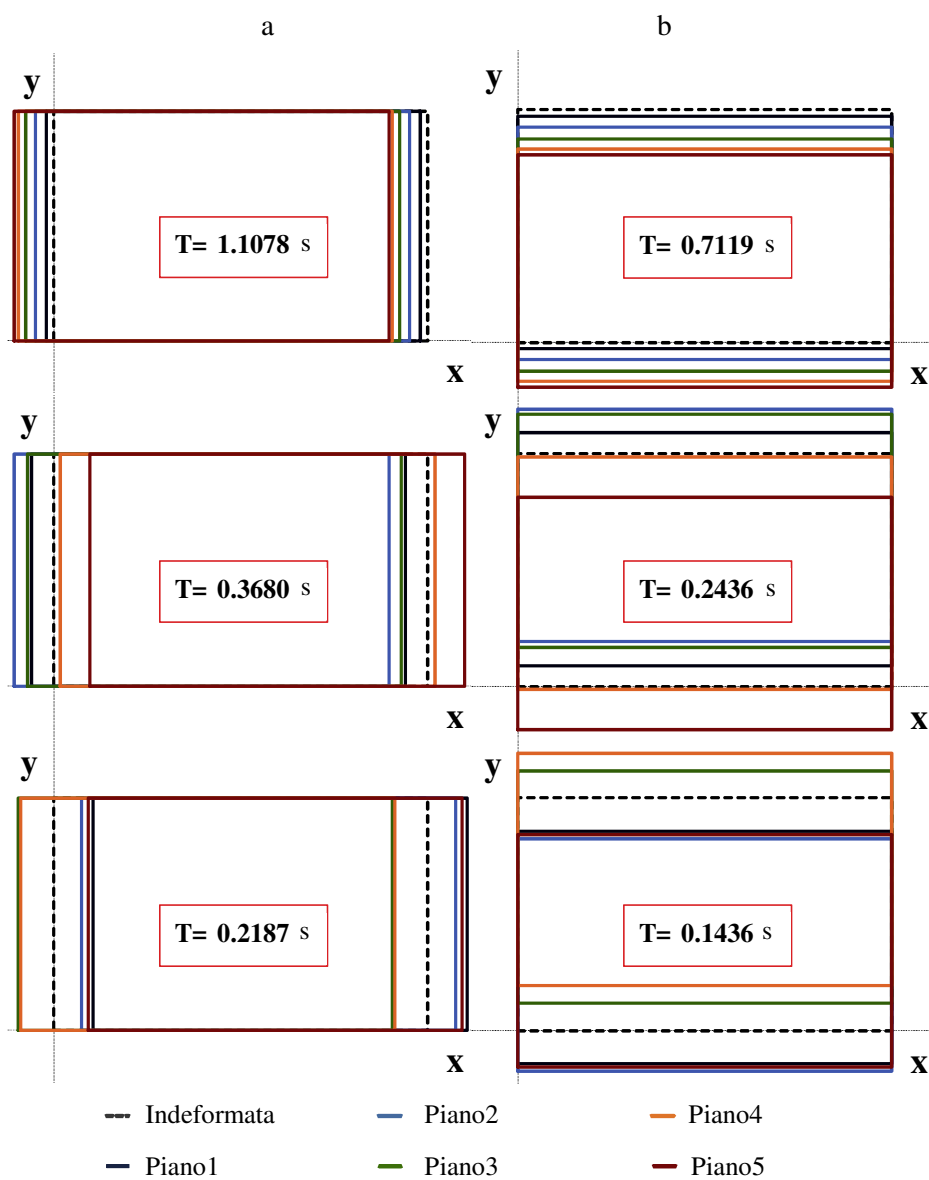


Fig.5. Modi di vibrazione del bilanciato del generico SG in direzione X (a) ed Y (b).

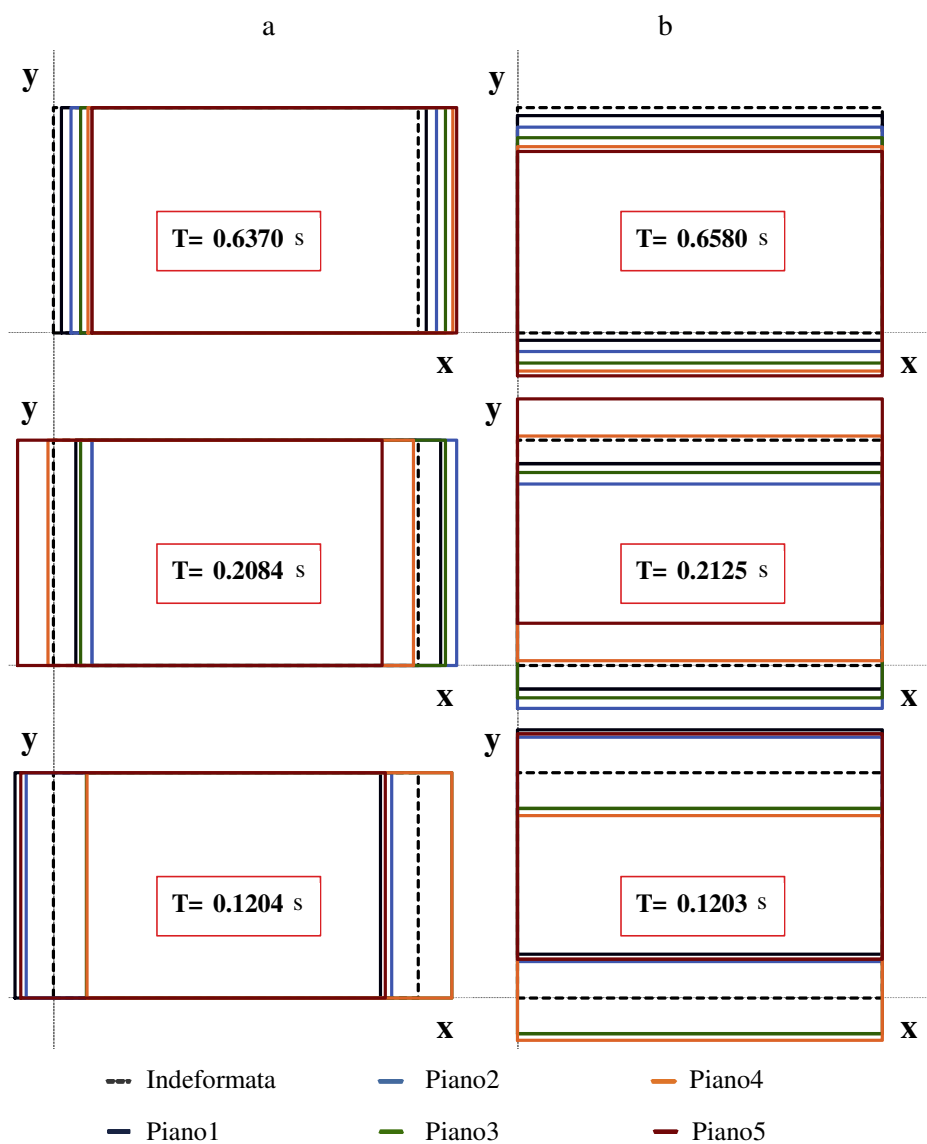


Fig.6. Modi di vibrazione del bilanciato del generico SS in direzione X (a) ed Y (b).

I valori dei periodi disaccoppiati dei sistemi bilanciati in Tab. 12 consentono di fare alcune considerazioni. L'assenza di travi in direzione  $X$  negli edifici progettati per resistere ai soli carichi gravitazionali  $SG$  li rende assai deformabili in questa direzione, mentre in quella ortogonale essi sono dotati di una buona rigidezza traslazionale. Da ciò deriva la consistente differenza fra i periodi traslazionali lungo  $X$ , assai più lunghi, e quelli lungo  $Y$ . Viceversa gli edifici strutturalmente concepiti per resistere anche al sisma  $SS$  sono caratterizzati da periodi disaccoppiati lungo le due direzioni assai prossimi fra loro per ciascuna terna modale, a riprova della dotazione dell'edificio di rigidzze traslazionali confrontabili lungo le due direzioni principali della pianta.

Si riportano infine qui di seguito (Tab. 13), per ciascuna delle tipologie esaminate, i periodi accoppiati torsionali e traslazionali in direzione  $Y$  delle prime tre terne di modi dei sistemi asimmetrici con piccola ( $e_m = 0.05L$ ) e grande ( $e_m = 0.15L$ ) eccentricità. Per ciascuna terna modale vengono riportate le deformate corrispondenti al massimo fra i due periodi accoppiati per i sistemi a piccola e grande eccentricità in Fig. 7 per la classe  $SG$  ed in Fig. 8 per il gruppo  $SS$ . Sussiste la medesima considerazione fatta sopra circa l'uniformità delle proprietà dinamiche dei sottogruppi  $SST$  ed  $SSR$ .

Tab. 13 – Periodi modali accoppiati dei sistemi asimmetrici

Sigla	Tipo progetto	$e_m/L$	terna	$T_{y\theta}$ (s)	$T_{\theta}$ (s)
<b>SG-P</b>	carichi gravitazionali	-0.05	1	0.7606	0.6591
			2	0.2591	0.2245
			3	0.1533	0.1329
<b>SG-G</b>	carichi gravitazionali	-0.15	1	0.8760	0.5723
			2	0.2981	0.1954
			3	0.1763	0.1152
<b>SST-P</b> <b>SSR-P</b>	antisimico	-0.05	1	0.6547	0.5488
			2	0.2115	0.1777
			3	0.1200	0.1015
<b>SST-G</b> <b>SSR-G</b>	antisimico	-0.15	1	0.7680	0.5040
			2	0.2483	0.1632
			3	0.1412	0.0924

Si nota come (Tab. 13), per entrambe le classi di edifici *SG* ed *SS*, il massimo fra i periodi accoppiati cresce al crescere dell'eccentricità delle masse, mentre il minimo dei periodi accoppiati decresce con essa.

*Per gli edifici progettati per carichi gravitazionali con piccola eccentricità SG-P* l'ordine relativo fra i periodi all'interno delle prime due terne è il seguente: traslazionale lungo *X*, massimo periodo accoppiato e minimo periodo accoppiato, ma a partire dalla terza terna si verifica un accavallamento, per cui il periodo traslazionale della quarta terna risulta maggiore dei periodi accoppiati della terza.

*Per gli edifici progettati per carichi gravitazionali con grande eccentricità SG-G* la sequenza iniziale dei periodi nell'ambito di ciascuna terna è analoga a quella dei corrispondenti edifici a piccola eccentricità, ma gli accavallamenti fra terne successive sono anticipati già alla seconda terna: il terzo periodo traslazionale supera il minimo dei periodi accoppiati della seconda terna.

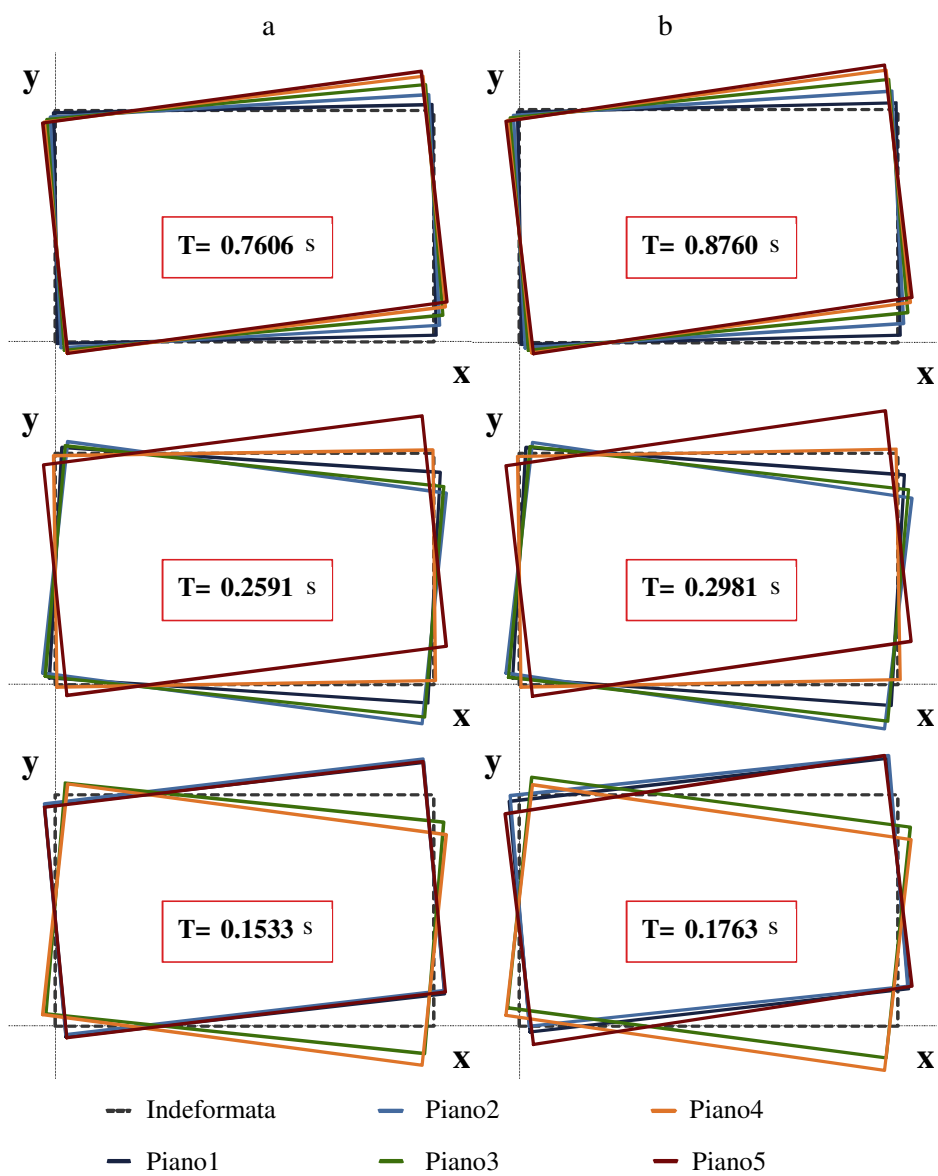
*Per gli edifici antisismici a piccola eccentricità SST-P ed SSR-P*, per ciascuna delle prime tre terne modali, l'ordine dei periodi è tale per cui il valore maggiore compete al massimo dei periodi accoppiati, il minore al minimo di essi ed in mezzo si trova il periodo traslazionale in direz. *X*.

*Per gli edifici antisismici a grande eccentricità SST-G ed SSR-G*, per ciascuna delle prime due terne modali, l'ordine dei periodi è il medesimo dei corrispettivi edifici a piccola eccentricità, ma a partire dalla terza terna si verificano degli accavallamenti, per cui il minimo periodo accoppiato di questa risulta inferiore al massimo periodo accoppiato della terna successiva.

Una caratterizzazione completa dei sistemi strutturali analizzati prevede l'indicazione, oltre che dei parametri  $e_r$  e  $\Omega_0$ , anche dei parametri  $e_s$  e  $r_u$  legati alla risposta inelastica, le cui modalità di calcolo sono specificate nel successivo Cap.6; nel successivo Cap.7 ne saranno indicati i valori, per tutti gli edifici, insieme ai risultati finali delle analisi.

Si riportano in appendice A1 indicazioni dettagliate circa le sezioni di calcestruzzo, le barre di armatura e le disposizioni di staffe attribuite a travi e pilastri nei quattro edifici-base, da cui sono stati poi derivati i dieci casi studio utilizzati per la validazione del metodo proposto.



Fig.7. Modi di vibrazione dei sistemi strutturali *SG-P* (a) ed *SG-G* (b).

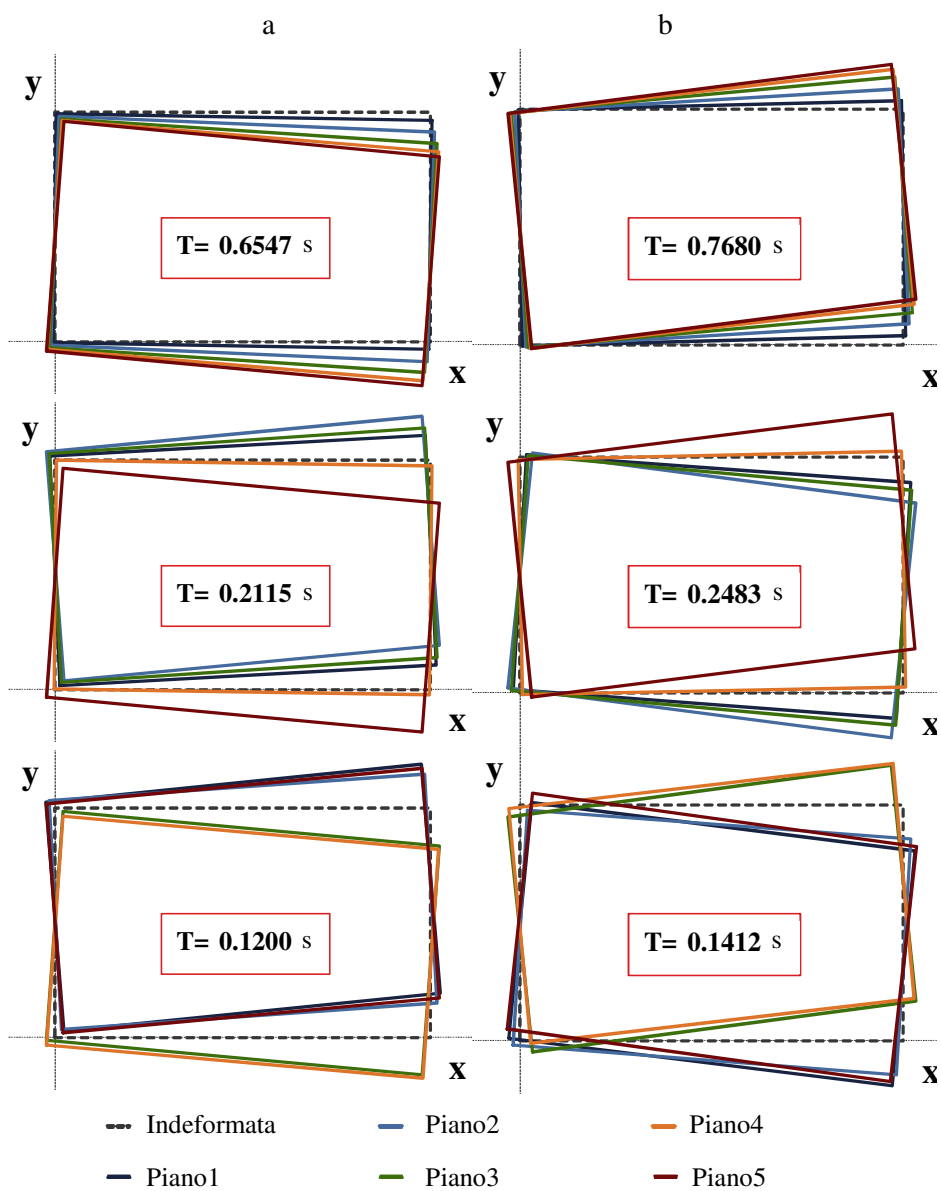


Fig.8. Modi di vibrazione dei sistemi strutturali *SST-P* e *SSR-P* (a) ed *SST-G* e *SSR-G* (b).

## **Capitolo 4**

### **INPUT SISMICO**

#### **1. Caratteristiche generali**

La validazione della metodologia di indagine proposta scaturisce da un confronto fra analisi statiche non lineari e dinamiche non lineari. L'input sismico per queste ultime è costituito da coppie di accelerogrammi diretti lungo le due principali direzioni X ed Y del generico edificio oggetto di indagine. Punto di partenza è stata la generazione con il programma SIMQKE di un insieme costituito da sette accelerogrammi artificiali compatibili con lo spettro elastico dell'Eurocodice 8 per suolo di classe C e rapporto di smorzamento  $\xi=0.05$ . A partire da questo gruppo di moti al suolo sono state in seguito ottenute le coppie accelerometriche avendo cura di abbinare nella generica coppia due accelerogrammi distinti del medesimo insieme. Nel seguito si descrivono le caratteristiche comuni alle sette storie temporali dell'accelerazione al suolo costruite artificialmente e componenti l'input sismico delle analisi successivamente descritte.

#### **2. Generazione degli accelerogrammi artificiali**

La tecnica di simulazione numerica impiegata dal programma SIMQKE (User Manual, 1976) si basa sulla possibilità di sviluppare in serie di Fourier un qualsiasi segnale periodico come segue:

$$x(t) = \sum_{n=1}^N A_n \cdot \text{sen}(\omega_n \cdot t + \phi_n)$$

dove:  $A_n$  è l'ampiezza della  $n$ -esima senoide; (4. 1)  
 $\phi_n$  è la fase della  $n$ -esima senoide.

Fissando un insieme di ampiezze  $A_n$  ed associandovi insiemi diversi degli angoli di fase  $\phi_n$  si ottengono svariati moti aventi il medesimo contenuto in frequenza, ma differenti fra loro. Gli angoli di fase vengono generati in maniera casuale nell'intervallo compreso tra 0 e  $2\pi$ .

L'ampiezza  $A_n$  della  $n$ -esima senoide viene determinata sulla base del valore assunto da una funzione della frequenza, la funzione *densità spettrale di potenza*  $G(\omega)$  in corrispondenza alla frequenza  $\omega$ . Se la successione di frequenza  $\omega_n$  prescelte viene estratta da una banda continua ad intervalli regolari di uguale ampiezza  $\Delta\omega$ , sussiste la relazione:

$$G(\omega_n)\Delta\omega = \frac{A_n^2}{2} \quad (4. 2)$$

Il valore assunto dalla funzione  $G(\omega)$  in corrispondenza alla frequenza  $\omega_n$  rappresenta il contributo dell' $n$ -esima senoide alla potenza totale dell'onda stazionaria, la cui espressione assume pertanto la forma:

$$\sum_{n=1}^N G(\omega_n)\Delta\omega = \sum_{n=1}^N \frac{A_n^2}{2} \quad (4. 3)$$

Al crescere del numero  $N$  delle onde componenti il segnale, tale relazione si trasforma in un integrale e la potenza totale dell'onda stazionaria viene a coincidere con l'area sottesa dal grafico della funzione spettrale densità di potenza entro il campo di frequenze di interesse.

La potenza totale ed il contenuto in frequenza dell'onda prodotta con la relazione (4. 1) non variano nel tempo. Per simulare il carattere transitorio dei terremoti reali, il segnale  $x(t)$  viene moltiplicato per una funzione di intensità  $I(t)$  avente varie possibili espressioni:

$$z(t) = I(t) \cdot x(t) = I(t) \cdot \sum_{n=1}^N A_n \cdot \text{sen}(\omega_n \cdot t + \phi_n) \quad (4. 4)$$

La funzione di involuppo  $I(t)$  può assumere valore costantemente unitario, non determinando così alcuna variazione temporale del segnale stazionario  $x(t)$ , ovvero essere rappresentata da un andamento trapezoida-

le, esponenziale oppure un particolare andamento denominato "compound". Quest'ultimo (Fig. 4.1) è dato dall'unione di tre curve, la prima delle quali è una potenza, la seconda un tratto orizzontale, che rappresenta la parte pseudo-stazionaria del moto al suolo, e la terza una legge di decadimento esponenziale.

La funzione densità spettrale di potenza  $G(\omega)$ , per la cui espressione analitica completa si rimanda al manuale d'uso del programma, è correlata alla durata complessiva  $t_d$  prescelta per l'evento sismico, allo spettro elastico in termini di pseudo-velocità  $S_V$  per la classe del suolo considerata nonché al valore del rapporto di smorzamento viscoso  $\xi$ .

La procedura di generazione del segnale implementata all'interno del programma è iterativa e mira a raggiungere, attraverso un numero di cicli di controllo, che può essere stabilito dall'utente, un buon accordo fra lo spettro di risposta elastico in termini di pseudo-velocità del segnale generato, per il valore stabilito dello smorzamento viscoso, ed il corrispondente spettro target fornito al programma come dato di input.

Nell' $i$ -esimo ciclo di controllo il programma, dopo aver valutato la funzione densità spettrale di potenza  $G(\omega_n)_i$ , a partire da essa genera il segnale, come espresso dalla relazione (4. 4), quindi ne valuta lo spettro di risposta in termini di pseudo-velocità in corrispondenza ad un gruppo di frequenze di controllo fissate dall'utente e ne effettua il confronto con lo spettro target. In caso di esito non soddisfacente del confronto la funzione densità spettrale di potenza viene corretta secondo la relazione:

$$G(\omega_n)_{i+1} = G(\omega_n)_i \cdot \left( \frac{S_V(\omega_n)}{S_{Vi}(\omega_n)} \right)^2$$

dove:  $S_V(\omega_n)$  è l'ordinata dello spettro target in corrispondenza ad  $\omega_n$ ; (4. 5)

$S_{Vi}(\omega_n)$  è l'ordinata dello spettro del segnale ottenuto a termine dell' $i$ -esimo ciclo di controllo

Le scelte fatte nel seguito circa la funzione di involuppo ed il valore dei parametri che ne definiscono l'andamento si appoggiano ai risultati di un precedente studio (Amara, 2012) mirante a definire un buon accordo fra la forma degli accelerogrammi generati artificialmente con il SIM-QKE e l'andamento temporale di registrazioni relative ad eventi sismici

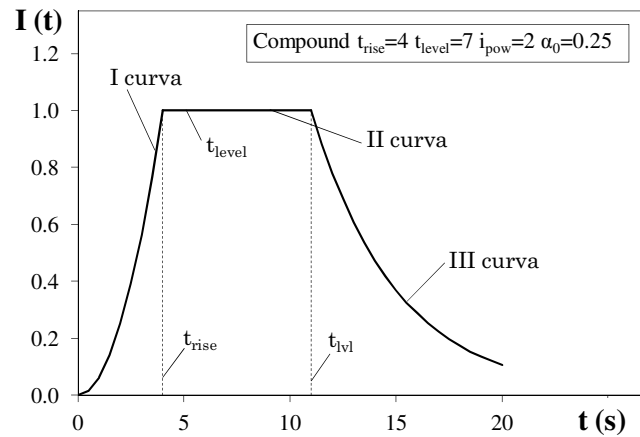


Fig. 4.1. Funzione di inviluppo compound

effettivamente verificatisi. L'indagine ivi compiuta ha visto il confronto di quattro set di dieci accelerogrammi naturali e scalati per suolo di classe A e C con diversi gruppi di accelerogrammi generati artificialmente con il SIMQKE ed aventi diversa funzione di inviluppo, diversa durata della parte pseudo-stazionaria e, nel caso di inviluppo del tipo compound, anche diversa rapidità di decadimento esponenziale dell'ultimo tratto della funzione di inviluppo. In quella sede è emerso come la migliore rispondenza fra gli accelerogrammi naturali e quelli artificiali si riuscisse ad ottenere nel caso di *funzione di inviluppo del tipo compound*, che è pertanto quella prescelta per le storie temporali dell'accelerazione al suolo che verranno impiegate nel corso del presente lavoro.

L'espressione analitica della funzione di inviluppo compound (Fig. 4.1) è la seguente:

$$I(t) = \begin{cases} \left(\frac{t}{t_{rise}}\right)^{i_{pow}} & \text{(a)} \\ 1 & \text{(b)} \\ e^{-\alpha_0 \cdot (t-t_{lvl})} & \text{(c)} \end{cases} \quad (4.6)$$

dove:  $t_{rise}$  è l'istante in cui inizia la parte pseudo-stazionaria;

$t_{lvl}$  è l'istante in cui finisce la parte pseudo-stazionaria;

$i_{pow}$  controlla la velocità di crescita dell'ampiezza del segnale nel primo tratto;

$\alpha_0$  controlla la velocità di decadimento esponenziale dell'ampiezza del segnale nell'ultimo tratto.

Infine la durata della parte pseudo-stazionaria è  $t_{level}$  ed è pari alla differenza fra gli istanti finale  $t_{lvl}$  ed iniziale  $t_{rise}$  di essa:

$$t_{level} = t_{lvl} - t_{rise} \quad (4.7)$$

La funzione di involuppo dunque risulta completamente definita una volta fissati i valori dei parametri  $t_{rise}$ ,  $t_{level}$ ,  $i_{pow}$  ed  $\alpha_0$ .

Sulla scorta degli esiti dello studio sopra citato sono stati scelti i valori di tali parametri, che vengono riportati nella successiva tabella 1.

Tab. 1 – Parametri che definiscono la funzione di involuppo compound

$t_{rise}$ (s)	$t_{level}$ (s)	$i_{pow}$	$\alpha_0$
4.0	7.0	2.0	0.25

Al fine di generare il singolo segnale accelerometrico devono essere poi fissati la durata complessiva  $t_d$  dell'intero evento sismico, l'accelerazione di picco al suolo, lo spettro target in termini di pseudo-velocità, il campo di periodi su cui effettuare il controllo di compatibilità con lo spettro target ed un seed ovvero un numero intero che serve per la generazione casuale delle fasi  $\phi_n$  delle armoniche componenti il segnale.

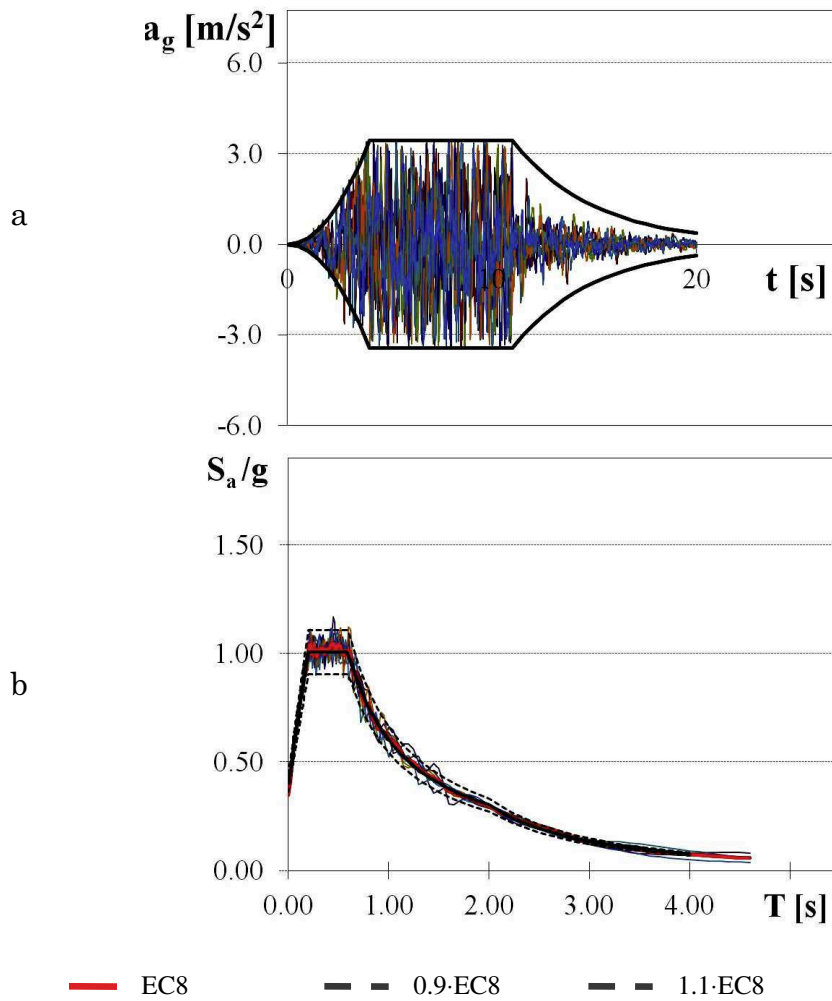


Fig. 4.2. Accelerogrammi artificiali: storia temporale (a) e loro spettri di risposta elastici (b) insieme a spettro e limiti di normativa.

Per quanto attiene alla durata complessiva del moto al suolo essa è stata fissata pari a 20.0 s ed anche sulla base di questo valore è stata stabilita la velocità di decadimento esponenziale regolata dall'esponente  $\alpha$ . Inoltre come detto in precedenza lo spettro target è quello definito dall'Eurocodice 8 per la classe di suolo C ed un rapporto di smorzamento viscoso  $\xi$  pari al 5%. L'accelerazione di picco al suolo del segnale acce-



lerometrico richiesto è 0.35g. Il campo di periodi in cui è definito lo spettro e deve essere effettuato il controllo di compatibilità è quello compreso fra 0.02 e 7.00s. Infine un set di sette seed distinti, di cui si riportano i valori in Tab. 2, ha consentito la generazione automatica di sette accelerogrammi diversi aventi tutti caratteristiche comuni.

Tab. 2 – Valori dei seed impiegati per la generazione casuale dei segnali

segnale	1	2	3	4	5	6	7
seed	470308	852712	30348	162	3222	180612	1000

Si riportano in Fig. 4.2.a le storie temporali dell'accelerazione al suolo per i sette segnali generati artificialmente come innanzi descritto insieme all'andamento temporale della relativa funzione di involuppo (curva più spessa in nero). Si riportano inoltre in Fig. 4.2.b gli spettri di risposta elastici degli stessi accelerogrammi, il loro spettro medio (curva in rosso), lo spettro elastico dell'Eurocodice 8 per suolo di classe C (curva continua in nero), nonché due curve corrispondenti al 90% ed al 110% dello spettro di normativa (curve tratteggiate in nero), che individuano la fascia di tolleranza entro cui le ordinate spettrali sono mediamente comprese.

Si nota ora che la durata della parte stazionaria  $t_{level}$  del segnale, fissata in 7.0 s, è inferiore al limite minimo di 10.0 s prescritto dall'Eurocodice 8, insieme ai requisiti di spettro-compatibilità, per l'utilizzo degli accelerogrammi artificiali come rappresentazione dell'azione sismica in sede di verifica degli edifici. Ciò pone il problema della validazione di una tale scelta. L'obiettivo è accertare che il contenuto energetico di tali accelerogrammi, con durata della parte stazionaria ridotta e moderata durata complessiva, sia coerente con quello di eventi sismici effettivamente verificatisi e che dunque essi possano condurre ad una stima statisticamente corretta della risposta sismica non lineare. L'accertamento dunque si concretizza in un confronto con un gruppo di registrazioni reali.

### 3. Selezione degli accelerogrammi naturali

Le registrazioni di eventi sismici effettivamente verificatisi sono state reperite con l'ausilio del programma REXEL v3.2 (beta) (Iervolino et al. 2010) nell'ambito della banca dati ESD (European Strong motion Database), che raccoglie i segnali accelerometrici di terremoti che hanno avuto luogo in territorio europeo.

Si tratta di accelerogrammi naturali compatibili con uno spettro target in accelerazione, nel caso in esame lo spettro definito dall'Eurocodice 8 con valore di ancoraggio della PGA pari a 0.35g e classe del suolo C. Il programma consente la selezione di gruppi di sette registrazioni. Nel caso in esame, con l'intento di ampliare la base del confronto, si è fatto riferimento ad un insieme più ampio costituito da dieci accelerogrammi appartenenti a due distinti gruppi. Per la verifica della spettro-compatibilità è stato necessario specificare un intervallo di periodi, compreso tra 0 e 4 s, entro cui verificare la spettro-compatibilità nonché le massime sovrastima (limite inferiore) e sottostima (limite superiore) in termini percentuali ammesse per lo spettro medio della generica combinazione rispetto allo spettro di riferimento nell'intervallo di periodi specificato. Lo spettro target, come detto in precedenza, è quello dell'Eurocodice 8 per suolo di classe C, l'intervallo di periodi di controllo fissato è quello compreso tra 0.15 e 2.00 s, il limite inferiore è stato posto pari al 10% coerentemente alle prescrizioni normative, le quali raccomandano che lo spettro medio della combinazione di accelerogrammi non sia inferiore al 90% dello spettro definito dal codice, mentre per il limite superiore, sul quale non esistono vincoli di normativa, si è scelto il medesimo valore del 10% utilizzato per il limite inferiore. La selezione è avvenuta fissando intervalli di valori per la magnitudo momento e la distanza epicentrale espressa in chilometri. Precisamente sono stati selezionati terremoti cui corrisponde un range di magnitudo compreso tra 6 e 7 ed una distanza epicentrale ricadente nell'intervallo tra 0 e 30 Km.

Il funzionamento del programma prevede l'ordinamento progressivo dei segnali in base al valore assunto dalla *deviazione standard*  $\delta$  definita per il  $j$ -esimo accelerogramma come segue:

$$\delta_j = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{S_{a,j}(T_i) - S_{a,target}(T_i)}{S_{a,target}(T_i)} \right)^2} \quad (4.8)$$

dove:  $N$  è il numero di periodi di controllo;

$T_i$  è l' $i$ -esimo periodo di controllo;

$S_{a,j}(T_i)$  l'ordinata spettrale del  $j$ -esimo accelerogramma per  $T = T_i$ ;

$S_{a,target}(T_i)$  l'ordinata dello spettro target per  $T = T_i$

Tale parametro costituisce una misura di quanto lo spettro dei singoli accelerogrammi devii rispetto a quello di riferimento. Dunque l'ordinamento delle registrazioni trovate secondo valori crescenti di  $\delta$  assicura che ai primi posti della lista si trovino le registrazioni caratterizzate da minori scarti rispetto allo spettro target. Successivamente vengono costituiti in maniera automatica, secondo una procedura iterativa, i gruppi di accelerogrammi in base al criterio di minimizzare la deviazione standard media  $\delta_{media}$  della  $k$ -esima combinazione ovvero la quantità:

$$\delta_{media,k} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{S_{a,media,k}(T_i) - S_{a,target}(T_i)}{S_{a,target}(T_i)} \right)^2} \quad (4.9)$$

dove:  $S_{a,media,k}(T_i)$  è l'ordinata dello spettro medio della  $k$ -esima combinazione per  $T = T_i$ .

Ciò assicura che la combinazione prescelta sia la meno lontana in media dalla forma spettrale costituente l'obiettivo della ricerca.

Si riportano in Fig. 4.3.a le immagini degli accelerogrammi naturali selezionati ed in Fig. 4.3.b i loro spettri di risposta elastici, lo spettro medio della distribuzione (curva in rosso), lo spettro elastico dell'Eurocodice 8 per suolo C e smorzamento viscoso del 5% (curva continua in nero) nonché i limiti imposti per la verifica del criterio di spettro-compatibilità rispetto allo spettro target (curve tratteggiate in nero) e la delimitazione del campo di periodi di controllo (linee verticali tratteggiate in nero).

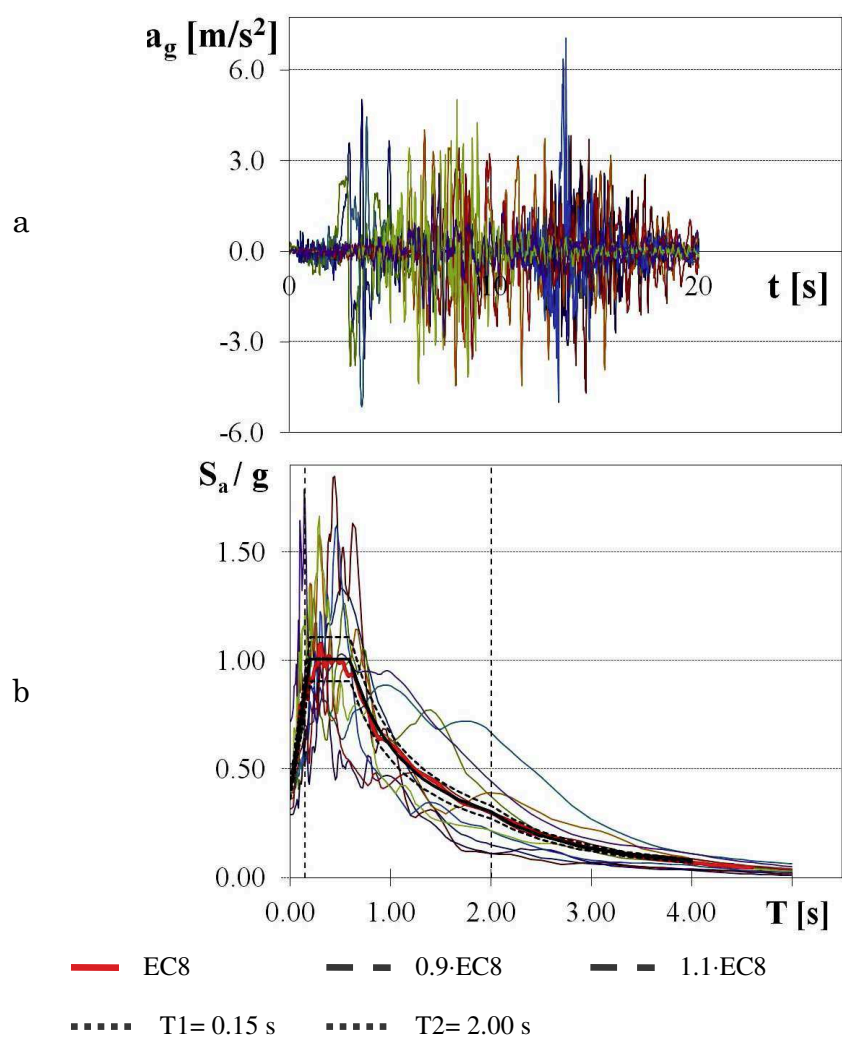


Fig. 4.3. Accelerogrammi naturali. storia temporale (a) e loro spettri di risposta elastici (b) insieme a spettro e limiti di normativa.

#### 4. Parametri di confronto

Obiettivo del confronto è accertare che gli accelerogrammi generati con le caratteristiche sopra illustrate, costituiscano un input realistico per le analisi dinamiche non lineari da condurre nel presente studio. Spesso infatti è stato notato come segnali artificialmente generati con il SIMQKE e caratterizzati da lunga durata complessiva e della parte stazionaria nonché da inviluppo del tipo trapezoidale (Fig. 4.4), quali quelli classicamente usati per la valutazione della risposta dinamica non lineare degli edifici, sebbene perfettamente compatibili con le prescrizioni di normativa, siano caratterizzati da un contenuto energetico e da un potenziale distruttivo assai lontani da quelli di registrazioni reali, rispetto alle quali, se confrontati a parità di PGA, tali segnali artificiali si rivelano eccessivamente onerosi, come evidenziato da studi parametrici condotti su campioni di edifici appartenenti a diverse tipologie strutturali. Pertanto sulla base di una serie di parametri adeguatamente scelti è stato condotto un raffronto fra i segnali artificiali sopra descritti ed un gruppo di segnali naturali selezionati come indicato nel precedente paragrafo al fine di comprovare la bontà delle scelte fatte.

Come termini di confronto sono state impiegate tanto quantità relative esclusivamente all'input sismico quanto grandezze rappresentative

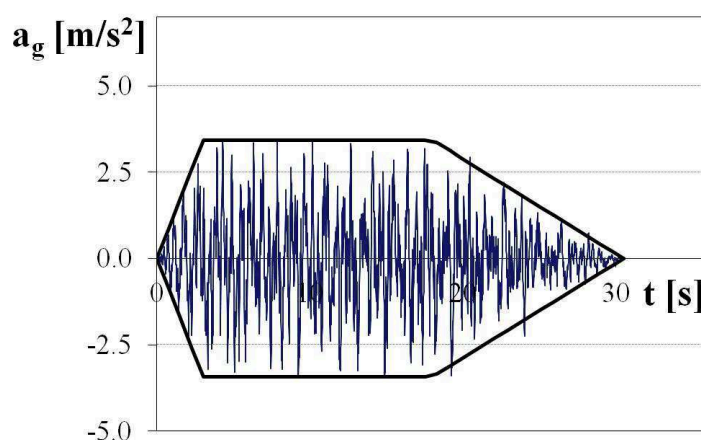


Fig. 4.4. Accelerogramma generato con il SIMQKE con inviluppo trapezoidale

della risposta al sisma di un sistema dotato di un solo grado di libertà sia in campo elastico sia in campo inelastico. Ascrivibili al primo gruppo sono l'intensità di Arias e la durata effettiva del terremoto, mentre nella seconda categoria si collocano gli spettri elastici in termini di pseudo-accelerazione, gli spettri in termini di spostamento massimo elastici ed a duttilità assegnata nonché gli spettri energetici ed infine il numero di cicli equivalenti.

#### 4.1.1. Parametri descrittivi del moto sismico

L'intensità di Arias  $I_A$ , riconosciuta come un indice significativo del potenziale distruttivo di un terremoto, è un parametro integrale, ottenuto come misura cumulativa del moto sismico durante la sua durata. Introdotta la funzione intensità del moto  $I(t)$  definita come:

$$I(t) = \frac{\pi}{2 \cdot g} \cdot \int_0^t \ddot{u}_g(\tau)^2 d\tau \quad (4.10)$$

dove:  $t$  è il generico istante del moto sismico considerato;

$\ddot{u}_g(\tau)$  l'andamento temporale dell'accelerazione al suolo;

$g$  l'accelerazione di gravità.

l'intensità di Arias rappresenta il valore massimo che tale funzione, a valori sempre positivi, assume in corrispondenza dell'istante finale  $t_d$  dell'evento sismico considerato. Tale quantità ha le dimensioni fisiche di una velocità. Essa inoltre riflette tanto l'ampiezza del moto quanto il suo contenuto in frequenza.

Immediatamente correlata all'intensità di Arias è la *durata effettiva di un terremoto*  $t_D$  secondo la definizione che ne hanno dato Trifunac e Brady (1975) ovvero l'intervallo temporale del segnale accelerometrico nel quale il moto sismico risulta significativo in termini di intensità. Esso viene individuato come la differenza tra i due istanti  $t_{0.95}$  e  $t_{0.05}$  in cui si raggiungono rispettivamente il 95% ed il 5% dell'intensità di Arias. Precisamente:

$$t_D = t_{0.95} - t_{0.05} \quad (4.11)$$

dove:

$$\frac{\pi}{2 \cdot g} \cdot \int_0^{t_{0.05}} \ddot{u}_g(\tau)^2 d\tau = 0.05 \cdot I_A \quad (1)$$

(4. 12)

$$\frac{\pi}{2 \cdot g} \cdot \int_0^{t_{0.95}} \ddot{u}_g(\tau)^2 d\tau = 0.95 \cdot I_A \quad (2)$$

La durata del terremoto ha notevole influenza sul danneggiamento delle strutture in quanto condiziona i fenomeni di degrado ciclico.

Nel seguito si riporta una tabella riepilogativa (Tab. 3) dei valori ottenuti per l'intensità di Arias  $I_A$  e la durata efficace del terremoto per i singoli accelerogrammi artificiali impiegati nelle analisi nonché una tabella che pone a confronto i valori medi di questi con i valori medi ottenuti per il gruppo di registrazioni naturali.

Tab. 3 – Intensità di Arias e durata efficace degli accelerogrammi artificiali

segnale	1	2	3	4	5	6	7
$I_A$ (cm/s)	32463.85	31674.01	27307.65	32995.79	31157.59	32765.74	31166.02
$t_D$ (s)	7.75	7.66	8.09	7.58	7.49	7.49	7.38

Tab. 4 – Intensità di Arias e durata efficace medie per segnali artificiali e registrazioni naturali

segnali	$I_A$ (cm/s)	$t_D$ (s)
artificiali	31361.52	7.63
naturali	21033.27	8.16

Come si vede dai valori in tabella 4, al set di accelerogrammi artificiali prescelti per le analisi, competono un valor medio dell'intensità di Arias un pò maggiore rispetto al corrispondente valore relativo alle registrazioni reali ed una durata efficace media del segnale viceversa un pò più bassa. Si può inoltre (Tab. 3) notare come tali valori siano ben poco dispersi per i sette segnali artificiali considerati.

#### 4.1.2. Parametri descrittivi della risposta al sisma di oscillatori semplici

Un secondo gruppo di termini di raffronto include quantità descrittive non del moto in sé, ma piuttosto dei suoi effetti sulle strutture. Si fa a questo scopo usualmente riferimento ad uno schema strutturale semplificato, un oscillatore semplice (Fig. 4.5.a), caratterizzato da un unico grado di libertà traslazionale diretto lungo la medesima direzione dell'input sismico e dotato di una massa  $m$  ed una rigidezza elastica  $k$ . Il legame costitutivo forza - spostamento che ne rappresenta il comportamento (Fig. 4.5.b) è in generale una bilatera con comportamento simmetrico a trazione ed a compressione del tipo elasto-plastico perfetto, caratterizzata da una duttilità di spostamento  $\mu$  fissata a priori e rappresentante il rapporto fra il massimo spostamento  $u_{max}$  sperimentato dalla struttura e quello al limite di snervamento  $u_y$  corrispondente al passaggio dal comportamento elastico al ramo plastico della curva. Al limite, nel caso di comportamento elastico, la duttilità di spostamento assume valore unitario.

Il moto sismico dunque in questo caso viene filtrato attraverso il generico sistema SDF, di cui si valutano i picchi della risposta dinamica al sisma in termini di alcune quantità di risposta quali lo spostamento o

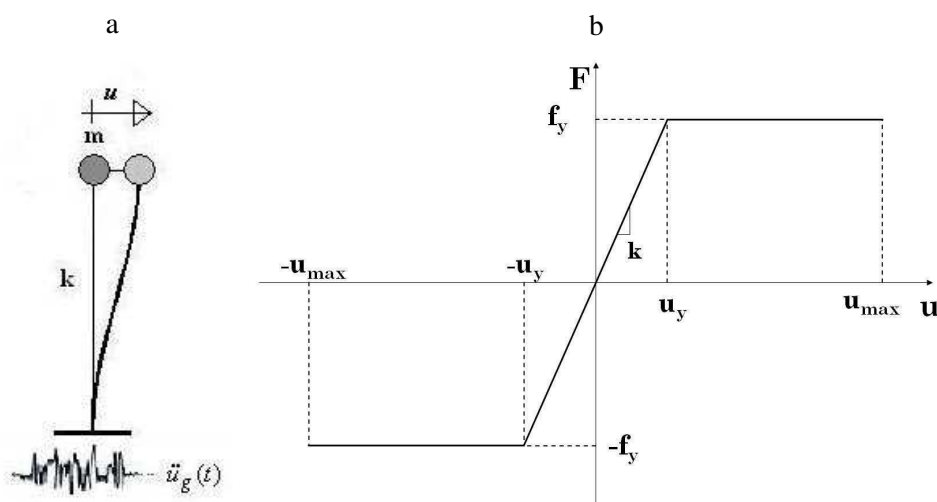


Fig. 4.5. Oscillatore semplice: sistema (a) e legame costitutivo forze - spostamenti elastico - perfettamente plastico (b).



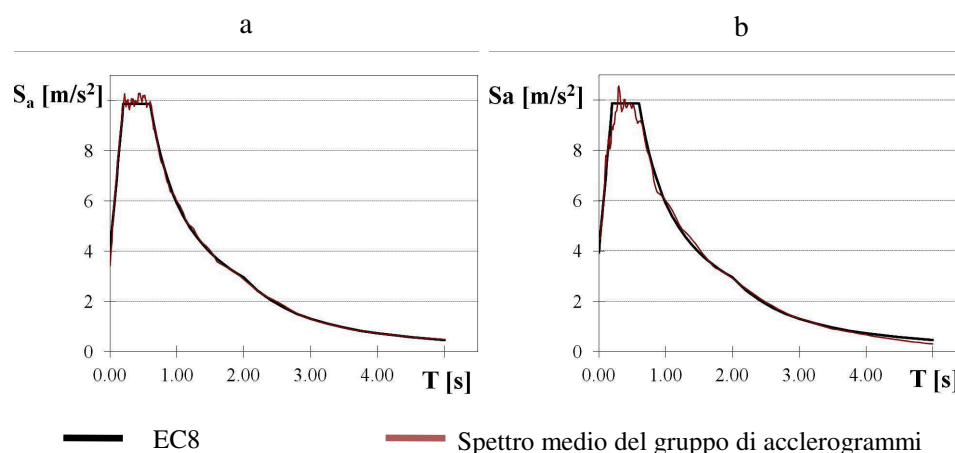


Fig. 4.6. Spettro di risposta elastici in termini di pseudo-accelerazione: accelerogrammi artificiali (a) e naturali (b).

la pseudo-accelerazione. Tali quantità di risposta divengono significative se valutate non su un singolo sistema, ma su una molteplicità di sistemi ciascuno caratterizzato da un diverso rapporto fra rigidezza  $k$  e massa  $m$  ovvero da un diverso valore del periodo  $T$  di oscillazione libera del sistema. Fissato il valore dello smorzamento  $\xi$  pari al 5% e stabilito un valore della duttilità cinematica  $\mu$  al variare del periodo  $T$  del sistema i picchi della risposta di tutti i possibili sistemi ad un grado di libertà SDF (*Single Degree of Freedom*) ad uno stesso evento sismico descrivono lo spettro di risposta di quell'evento sismico in termini di una fissata quantità. Nel seguito si farà riferimento agli spettri *in termini di spostamento massimo*  $S_d$  e di *pseudo-accelerazione*  $S_a$ . Mentre per il secondo di essi si farà riferimento al solo caso elastico corrispondente ad una duttilità cinematica  $\mu$  unitaria, il primo verrà valutato con riferimento a tre distinti valori di duttilità pari a 1 (comportamento elastico), 2 e 4 (comportamento inelastico). In Fig. 4.6.a e 4.6.b sono riportati gli spettri elastici medi (curva in rosso) del gruppo di accelerogrammi rispettivamente artificiali e naturali a confronto con lo spettro dell'Eurocodice 8 (curva in nero) per suolo di classe C e rapporto di smorzamento viscoso del 5%. In Fig. 4.7.a e 4.7.b sono raffigurati invece gli spettri medi del gruppo di accelerogrammi rispettivamente artificiali e naturali

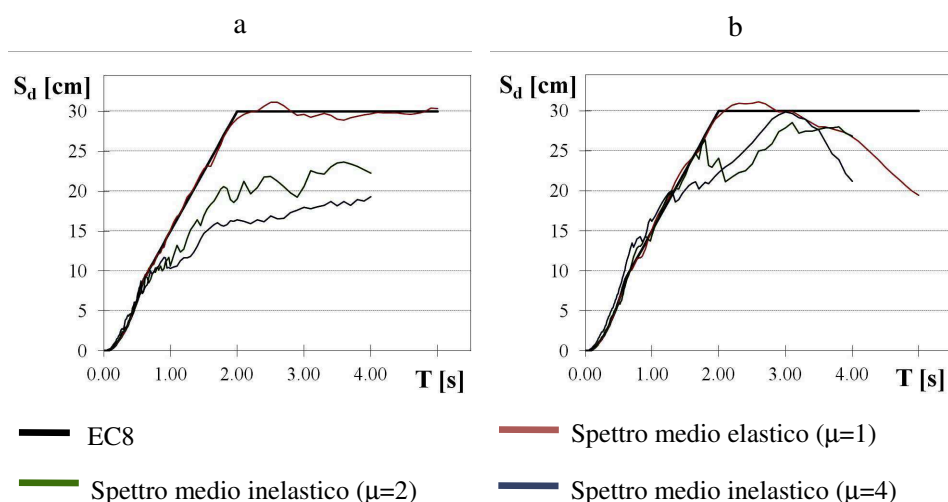


Fig. 4.7. Spettri di risposta elastici ed inelastici, con duttilità assegnata pari a 2 e 4, in termini di spostamento massimo: accelerogrammi artificiali (a) e naturali (b).

in termini di spostamento massimo per sistemi elastici (curva in rosso) ed inelastici con duttilità pari a 2 (curva in verde) e 4 (curva in blu) nonché lo spettro elastico dell' Eurocodice 8 (curva in nero). La particolare condizione di spettro-compatibilità con cui sono stati generati gli accelerogrammi artificiali e selezionati quelli naturali naturalmente assicura un buon accordo dei loro spettri elastici medi con quello di normativa. Per quanto riguarda gli spettri inelastici in termini di duttilità assegnata si nota per gli accelerogrammi artificiali più che per il set dei naturali un maggiore scostamento della regola degli uguali spostamenti per sistemi elastici ed inelastici nel campo dei lunghi periodi.

Un ulteriore parametro che qualifica un evento sismico è *il suo contenuto energetico* ovvero l'energia che esso impartisce alla struttura nonché il modo attraverso cui questa viene bilanciata da altre forme di energia in cui si converte. Precisamente, con riferimento ad un oscillatore semplice elasto-plastico, quale quello definito in precedenza, l'equazione del moto si scrive come:

$$m \cdot \ddot{u} + c \cdot \dot{u} + f_s(u, \dot{u}) = -m \cdot \ddot{u}_g \quad (1)$$

ovvero (4. 13)

$$m \cdot \ddot{u}_t + c \cdot \dot{u} + f_s(u, \dot{u}) = 0 \quad (2)$$

dove:  $u, \dot{u}, \ddot{u}$  sono spostamento, velocità ed accelerazione relativi della massa  $m$  rispetto alla base;

$u_t, \dot{u}_t, \ddot{u}_t$  sono spostamento, velocità ed accelerazione assoluti;

$u_g, \dot{u}_g, \ddot{u}_g$  sono spostamento, velocità ed accelerazione del suolo;

$f_s(u, \dot{u})$  è la forza di richiamo in generale non elastica del sistema.

integrando la relazione (4. 13.2) rispetto allo spostamento relativo della massa  $m$  rispetto alla base si ha:

$$\int m \cdot \ddot{u}_t \, du + \int c \cdot \dot{u} \, du + \int f_s(u, \dot{u}) \, du = 0 \quad (4. 14)$$

In particolare risulta:

$$u_t = u + u_g \quad \Rightarrow \quad du = du_t - du_g \quad (4. 15)$$

sostituendo la (4. 15) nel primo termine della (4. 14) si ottiene:

$$\begin{aligned} \int m \cdot \ddot{u}_t \, du &= \int m \cdot \ddot{u}_t (du_t - du_g) = \int m \cdot \frac{d\dot{u}_t}{dt} du_t - \int m \cdot \ddot{u}_t \, du_g \\ &= \frac{m \cdot \dot{u}_t^2}{2} - \int m \cdot \ddot{u}_t \, du_g \end{aligned} \quad (4. 16)$$

sostituendo la (4. 16) nella (4. 14) in definitiva:

$$\underbrace{\frac{m \cdot \dot{u}_t^2}{2}}_{E_k} + \underbrace{\int c \cdot \dot{u} \, du}_{E_v} + \underbrace{\int f_s(u, \dot{u}) \, du}_{E_a} = \underbrace{\int m \cdot \ddot{u}_t \, du_g}_{E_i} \quad (4. 17)$$

La relazione (4. 17) rappresenta il bilancio energetico del sistema considerato, dei cui termini nel seguito si chiarisce il significato:

$$E_k = \frac{m \cdot \dot{u}_t^2}{2} \quad (4. 18)$$

rappresenta l'energia cinetica che il sistema possiede per il fatto di essere animato dalla velocità assoluta  $\dot{u}_t$ .

$$E_v = \int c \cdot \dot{u} \, du \quad (4. 19)$$

è l'energia dissipata dal sistema per smorzamento viscoso.

$$E_a = \int f_s(u, \dot{u}) du \quad (4.20)$$

è l'energia assorbita dal sistema ovvero il lavoro globalmente compiuto durante il terremoto dalle forze di richiamo con gli spostamenti relativi.

$$E_i = \int m \cdot \ddot{u}_t du_g \quad (4.21)$$

infine è l'energia di input impartita al sistema dal moto al suolo.

L'energia assorbita  $E_a$  dalla forza di richiamo si può ulteriormente suddividere nelle due aliquote  $E_s$  ed  $E_h$  rappresentanti rispettivamente l'energia di deformazione elastica e l'energia dissipata per isteresi, la quale ultima è una quantità dissipata legata al comportamento plastico del materiale.

In definitiva il bilancio energetico può risciversi nella forma.

$$E_k + E_v + \underbrace{E_s + E_h}_{E_a} = E_i \quad (4.22)$$

Dall'evoluzione temporale delle diverse quantità energetiche per un o-

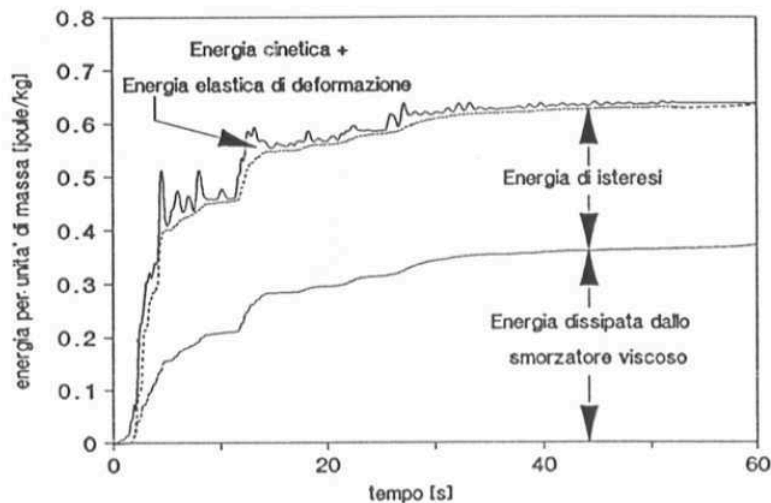


Fig. 4.8. Evoluzione delle diverse quantità energetiche per un oscillatore elasto-plastico soggetto al terremoto di El Centro (De Luca e Serini, 1988)

scillatore elasto-plastico soggetto ad un accelerogramma alla base si possono trarre le seguenti considerazioni (Fig. 4.8): l'energia viscosa e quella isteretica sono funzioni crescenti del tempo in quanto rappresentano forme di energia non recuperabili che si accumulano progressivamente; al contrario l'energia cinetica e quella elastica di deformazione sono restituite (ad esempio l'energia elastica è restituita allo scarico) e presentano picchi e ritorni allo zero.

Ciò che qui interessa è ancora una volta non la risposta del singolo sistema ad un grado di libertà, bensì la risposta di tutti i possibili SDF al variare del periodo e per alcuni diversi valori assegnati di duttilità. Precisamente nel seguito si costruiranno degli *spettri dell'energia* per oscillatori semplici con duttilità cinematica pari a 1 (comportamento elastico), 2 e 4 (comportamento inelastico). Si chiariscono ora alcuni aspetti relativi alla costruzione degli spettri dell'energia in forma automatizzata per l'implementazione all'interno di apposite subroutine di calcolo.

Innanzitutto il dominio di integrazione coincide con l'intervallo  $[0, t_d]$  essendo  $t_d$  la durata dell'intero evento sismico. Dunque l'espressione corretta della *energia cinetica*  $E_k$  è:

$$E_k = \left. \frac{m \cdot \dot{u}_t^2}{2} \right|_0^{t_d} \quad (4.23)$$

Per quanto riguarda l'*energia viscosa*  $E_v$  è possibile operare una sostituzione nella (4.19) ottenendo la sua espressione definitiva:

$$u = \dot{u} dt \Rightarrow E_v = \int c \cdot \dot{u}^2 dt \quad (4.24)$$

Nell'ambito di una procedura di integrazione step by step per la risoluzione in forma numerica dell'equazione del moto, ai fini del calcolo delle storie temporali di spostamento e velocità del sistema, viene risolta anche la (4.24), assumendo che l'energia dissipata per smorzamento viscoso durante l'intera durata dell'evento sismico sia la somma delle variazioni di energia viscosa relative ai singoli passi di integrazione numerica in cui il dominio del tempo viene decomposto. Precisamente:

$$E_v = \sum_{i=1}^{N_p} \Delta E_v \quad \text{con} \quad \Delta E_v = \int_{t_1}^{t_2} c \cdot \dot{u}^2 dt \quad (4.25)$$

dove:  $N_p$  è il numero totale dei passi di integrazione;  
 $\Delta E_v$  la variazione nel generico passo di integrazione;  
 $[t_1, t_2]$  il generico passo di integrazione di ampiezza  $\Delta t$ .

L'espressione analitica della velocità  $\dot{u}$  che figura nella (4. 25) dipende dalle ipotesi a base del metodo di integrazione numerica prescelto per l'equazione del moto. Se, come di norma avviene, il metodo utilizzato è quello dell'accelerazione lineare nel passo, la velocità  $\dot{u}$  sarà rappresentata da una legge parabolica  $\beta(t)$  del tipo:

$$\beta(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + d \quad (4. 26)$$

Le costanti  $a$ ,  $b$ ,  $d$  che figurano nella (4. 26) si determinano imponendo le condizioni al contorno:

$$\begin{cases} \dot{u}(t_1) = \dot{\beta}(t_1) & (1) \\ \ddot{u}(t_1) = \ddot{\beta}(t_1) & (2) \\ \ddot{u}(t_2) = \ddot{\beta}(t_2) & (3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{\ddot{u}(t_2) - \ddot{u}(t_1)}{2 \cdot \Delta t} & (1) \\ b = \ddot{u}(t_1) - 2 \cdot a \cdot t_1 & (2) \\ d = \dot{u}(t_1) - a \cdot t_1^2 - b \cdot t_1 & (3) \end{cases} \quad (4. 27)$$

In definitiva la variazione di energia viscosa  $\Delta E_v$  nel generico passo di integrazione di ampiezza  $\Delta t$  assume la forma:

$$\Delta E_v = c \cdot \left( \frac{a^2 t^5}{5} \Big|_{t_1}^{t_2} + \frac{abt^4}{2} \Big|_{t_1}^{t_2} + \frac{(b^2 + 2ad) \cdot t^3}{3} \Big|_{t_1}^{t_2} + bdt^2 \Big|_{t_1}^{t_2} + d^2 t \Big|_{t_1}^{t_2} \right) \quad (4. 28)$$

Con riferimento all' *energia assorbita dal sistema* nelle sue *due aliquote elastica  $E_s$  ed isteretica  $E_h$*  sussiste ancora la determinazione come sommatoria di variazioni di energia  $\Delta E_s$  e  $\Delta E_h$  su diversi intervalli di integrazione. Tali intervalli tuttavia in tal caso non sono i medesimi per le due forme di energia in quanto: nei passi in cui il comportamento del sistema è elastico, l'energia assorbita è quella di deformazione elastica ed il contributo all' accumulo di energia viscosa sarà nullo, viceversa nei passi in cui il sistema si muove sul ramo plastico del suo legame forza-spostamento (Fig. 4.5.b), sarà nullo il contributo all'energia di deformazione elastica. Quindi sarà:

$$E_a = E_s + E_h \quad (4. 29)$$

con:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_s = \sum_{i=1}^{N_{ps}} \Delta E_s \quad (1) \\ E_h = \sum_{i=1}^{N_{ph}} \Delta E_h \quad (2) \end{array} \right. \quad (4.30)$$

dove:  $N_{ps}$  è il numero dei passi di integrazione in cui il comportamento del sistema è elastico;

$N_{ph}$  è il numero dei passi di integrazione in cui il comportamento del sistema è plastico.

Siano  $[t_1, t_1 + \Delta t]$  e  $[t_2, t_2 + \Delta t]$  i generici intervalli in cui il comportamento del sistema è rispettivamente elastico e plastico. In essi le variazioni di energia  $\Delta E_s$  e  $\Delta E_h$  assumeranno le forme seguenti:

$$\Delta E_s = \int_{t_1}^{t_1 + \Delta t} f_s(u, \dot{u}) du = \int_{t_1}^{t_1 + \Delta t} k \cdot u du = k \int_{t_1}^{t_1 + \Delta t} u du = k \frac{u^2}{2} \Big|_{t_1}^{t_1 + \Delta t} = \frac{f_s(t)^2}{2 \cdot k} \Big|_{t_1}^{t_1 + \Delta t} \quad (4.31)$$

$$\Delta E_h = \int_{t_2}^{t_2 + \Delta t} f_s(u, \dot{u}) du = \int_{t_2}^{t_2 + \Delta t} f_y du = f_y \int_{t_2}^{t_2 + \Delta t} du = f_y \cdot u(t) \Big|_{t_2}^{t_2 + \Delta t} \quad (4.32)$$

Infine per l'energia in ingresso  $E_i$  operando un cambiamento di variabile nella (4.21) si ottiene:

$$u_g = \dot{u}_g dt \Rightarrow E_i = \int_0^{t_d} m \cdot \ddot{u}_t du_g = \int_0^{t_d} m \cdot \ddot{u}_t \dot{u}_g dt \quad (4.33)$$

L'integrale che figura nella (4.33) deve essere risolto per via numerica dopo aver in precedenza valutato le storie temporali dell'accelerazione totale  $\ddot{u}_t$  e della velocità del terreno  $\dot{u}_g$ . Quest'ultima altri non è se non la funzione integrale della storia temporale dell'accelerazione al suolo  $\ddot{u}_g$  espressa dall'accelerogramma costituente il dato di input ovvero:

$$\dot{u}_g(t) = \int_0^t \ddot{u}_g dt \quad (4.34)$$

Si nota in conclusione che, per quanto detto in precedenza, l'energia in ingresso  $E_i$ , come somma secondo la (4.22) di alcuni termini che attingono al valore massimo in corrispondenza della fine dell'evento sismico

e di altri che invece raggiungono il massimo in un istante della storia temporale del moto al suolo non coincidente con la sua conclusione, in generale assume il suo valore massimo in un generico istante distinto da quello finale  $t_d$  del sisma.

Si riportano in Fig. 4.9.a e 4.9.b gli spettri medi per i gruppi di accelerogrammi rispettivamente artificiali e naturali dell'energia impartita in ingresso  $E_i$  (curva in blu) e viscosa  $E_v$  (curva in rosso) per gli oscillatori elastici nonché dell'energia in ingresso  $E_i$  (curva in blu), della somma  $E_h + E_v$  delle energie isteretica e viscosa (curva in verde) e della sola energia isteretica  $E_h$  (curva in arancio) per sistemi inelastici con duttilità assegnata pari a 2 e 4. Come si può ben vedere, nonostante la durata ridotta complessiva e della parte stazionaria dei segnali generati con il SIMQKE, l'andamento qualitativo delle curve relative ai segnali artificiali è analogo a quello delle corrispondenti curve relative alle registrazioni reali e per entrambe si nota un picco in corrispondenza ai periodi compresi tra 0.5 e 0.6 s. Inoltre, a meno del valore un pò più pronunciato del picco per i segnali artificiali, mediamente le curve corrispondenti relative ai due gruppi di accelerogrammi si attestano su valori simili e pertanto anche le aree da esse sottese, come si vedrà nel seguito, sono assai prossime fra loro. In definitiva il contenuto energetico dei due gruppi di segnali, artificiali e naturali, è mediamente raffrontabile, nonostante la minore durata degli accelerogrammi artificiali rispetto alle registrazioni reali, fattore questo che peraltro agevolerà l'esecuzione delle molte analisi dinamiche non lineari su sistemi a molti gradi di libertà, rese necessarie dalle indagini che si eseguiranno nell'ambito del presente studio.

Per descrivere compiutamente gli effetti di un terremoto su una struttura non basta prendere in considerazione la durata del terremoto e la massima energia totale impartita al sistema dal moto al suolo e che esso deve dissipare; è opportuno mettere il conto anche altri fattori quali l'ampiezza e la forma dei cicli di deformazione, il numero dei cicli plastici ed il valore medio della loro ampiezza. Dal momento che non tutti i cicli di isteresi che si verificano durante un terremoto sono uguali e non tutti sono pieni è stato introdotto un *numero di cicli equivalente*  $N_{eq}$



(McCabe e Hall, 1989), che indica il numero di cicli con la massima escursione plastica che la struttura dovrebbe compiere per dissipare la

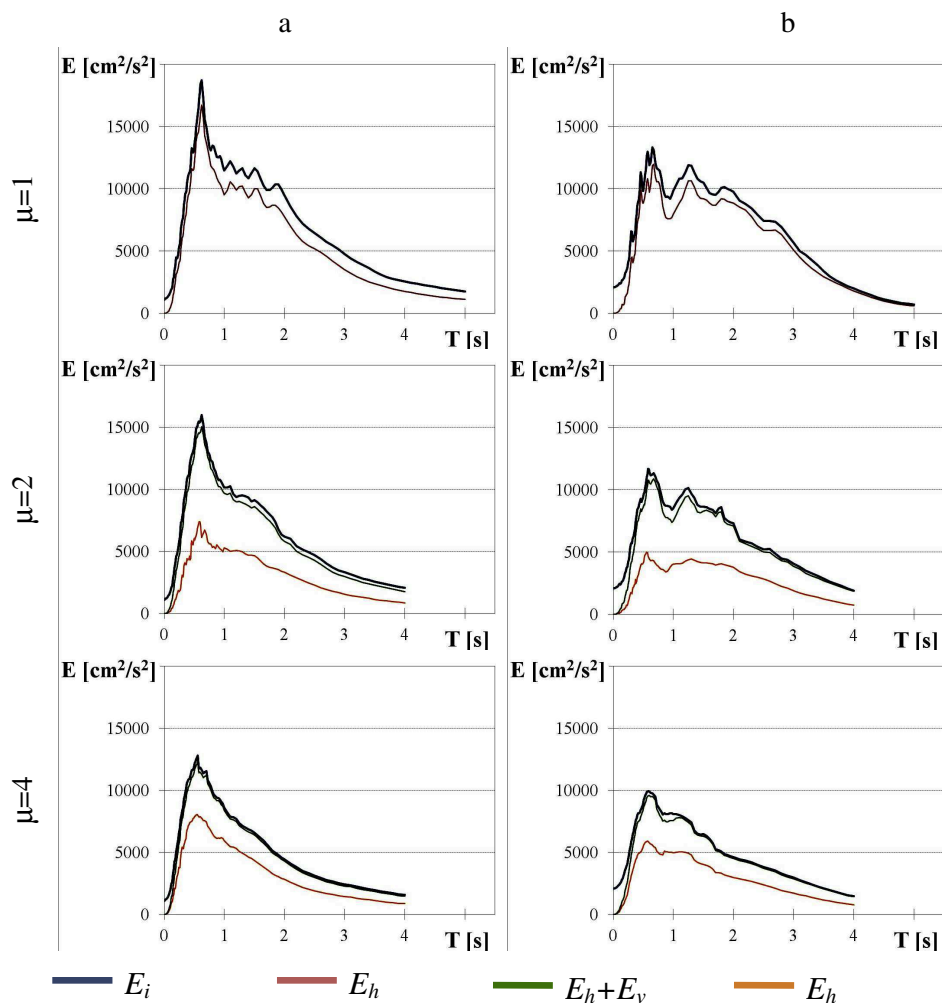


Fig. 4.9. Spettri dell'energia in ingresso, isteretica e della somma di energia isteretica e viscosa per sistemi elastici ed a duttilità assegnata pari a 2 e 4: accelerogrammi artificiali (a) e naturali (b).

quantità di energia isteretica  $E_h$  associata alla reale distribuzione dei cicli. Nel caso di un oscillatore semplice a comportamento elasto-plastico perfetto, quale quello descritto dal diagramma in Fig 4.5.b, sussiste la seguente espressione del numero di cicli equivalente:

$$N_{eq} = \frac{E_h}{A_h} = \frac{E_h}{f_y \cdot \Delta u_{max}} = \frac{E_h}{f_y \cdot (u_{max} - u_y)} \quad (4.35)$$

dove:  $E_h$  è l'energia da dissipare per isteresi ciclica;

$A_h$  la massima area sottesa dal ramo plastico del legame forza - spostamenti del sistema;

$f_y$  la forza al limite elastico;

$\Delta u_{max} = (u_{max} - u_y)$  la massima escursione plastica della distribuzione dei cicli.

Un numero equivalente di cicli prossimo all'unità segnala la presenza di un unico grande ciclo plastico ed è tipico dei terremoti impulsivi, viceversa alti valori di  $N_{eq}$  denotano distribuzioni con molti cicli di grande ampiezza e sono tipici di terremoti di lunga durata. Naturalmente anche il numero di cicli equivalente viene determinato in questo caso non per un solo SDF, ma in forma spettrale per tutti gli oscillatori semplici con rapporto di smorzamento pari al 5% e con periodo compreso in un

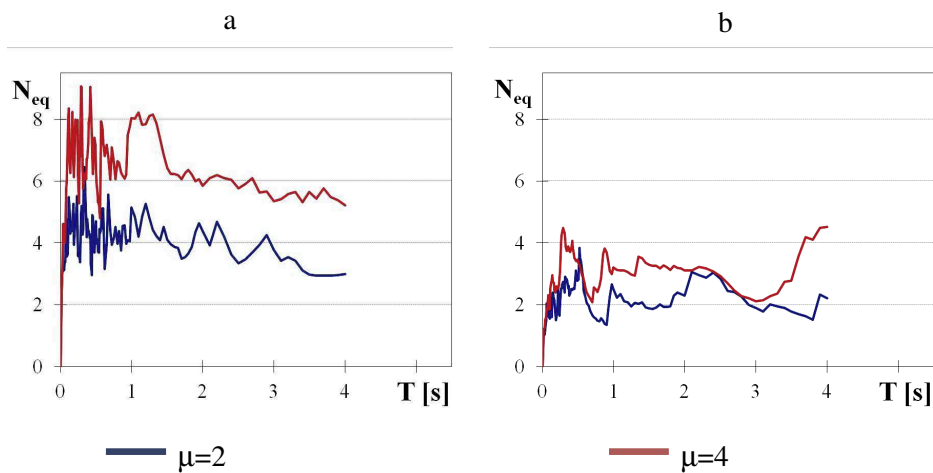


Fig. 4.10. Spettri del numero di cicli equivalenti, con duttilità assegnata pari a 2 e 4: accelerogrammi artificiali (a) e naturali (b).

fissato campo valori. In tal caso naturalmente, per il significato proprio del parametro in oggetto, la valutazione viene fatta solo per sistemi inelastici con duttilità pari a 2 e 4. In Fig. 4.10.a e 4.10.b infatti si riportano gli spettri medi del numero di cicli equivalenti rispettivamente per segnali artificiali e naturali con duttilità pari a 2 (curva in blu) e a 4 (curva in rosso). Con riferimento a questo parametro si riconosce un minor accordo fra i due gruppi di registrazioni: ai segnali artificiali infatti corrispondono valori più elevati del numero di cicli equivalenti, che indicano la presenza di più cicli di isteresi ampi, nonostante la durata ridotta del segnale, mentre alle registrazioni naturali competono valori nettamente inferiori del parametro  $N_{eq}$ , che segnalano la presenza di pochi cicli ampi. Nel seguito si riepilogano in forma sintetica i risultati ottenuti dal confronto fra il set di accelerogrammi spettro-compatibili prescelto per le successive analisi numeriche su edifici multipiano ed un set di registrazioni naturali appositamente estratto dalla banca dati ESD con il programma REXEL v3.2 (beta).

## 5. Indici per il confronto numerico dei risultati

Al fine di quantizzare gli esiti del suddetto confronto dei segnali artificiali prescelti con un gruppo di registrazioni reali, in termini di quantità spettrali medie relative alle due distribuzioni, sono stati definiti due indicatori, in base ai quali effettuare il confronto. Il primo di essi è la *deviazione standard media*  $\delta_j$  per il  $j$ -esimo parametro di riferimento, fra quelli in precedenza individuati, definita come:

$$\delta_j = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{S_{media,j}(T_i) - S_{media,nat,j}(T_i)}{S_{media,nat,j}(T_i)} \right)^2} \quad (4.36)$$

dove:  $N$  è il numero di periodi di controllo;

$T_i$  è l' $i$ -esimo periodo di controllo;

$S_{media,j}(T_i)$  l'ordinata spettrale media del  $j$ -esimo parametro per  $T = T_i$

per il gruppo di accelerogrammi artificiali;

$S_{media,nat,j}(T_i)$  l'ordinata spettrale media del  $j$ -esimo parametro per  $T = T_i$

per il gruppo di accelerogrammi naturali;

Un tale parametro fornisce un'indicazione media sugli scostamenti esistenti fra le curve spettrali medie, per un preciso parametro quale ad esempio l'energia in ingresso  $E_i$ , relative al gruppo degli accelerogrammi artificiali e le corrispondenti relative alle registrazioni naturali di confronto. Valori bassi della deviazione standard media segnalano un esito positivo del confronto indicando un buon accordo tra gli spettri medi dei due set di segnali. Viceversa valori più alti di  $\delta_j$  denotano una minore prossimità fra le curve spettrali poste a confronto.

Un secondo indice per il raffronto è stato riconosciuto nel rapporto fra le aree sottese dalla generica curva spettrale media per il gruppo degli artificiali e dalla corrispondente curva per il set dei naturali. Quindi per il  $j$ -esimo parametro di confronto, un tale indicatore, nel seguito denominato  $R_j$ , assume l'espressione:

$$R_j = \frac{A_j}{A_{nat,j}} \quad (4.37)$$

dove:  $A_j$  l'area sottesa dallo spettro medio del  $j$ -esimo parametro per il gruppo di accelerogrammi artificiali;

$A_{nat,j}$  l'area sottesa dallo spettro medio del  $j$ -esimo parametro per il gruppo di accelerogrammi naturali.

Coerentemente alla definizione che ne è stata data, il coefficiente  $R_j$  assume valore unitario in caso di perfetta corrispondenza fra le aree sottese dai grafici posti a confronto. Dunque valori di  $R_j$  prossimi all'unità evidenziano una buona corrispondenza per il  $j$ -esimo parametro di confronto fra gli spettri medi dei due insiemi di segnali, viceversa valori sempre più lontani dall'unità sono sintomo di un sempre minore accordo fra tali curve spettrali.

Nel seguito si riportano due grafici sintetici (Fig. 4.11) che ripropongono i valori dei due suddetti indicatori per ciascuno dei parametri passati in rassegna sopra e per i quali è stata valutata la distribuzione spettrale al variare del periodo dell'oscillatore semplice, di cui si è valutata la risposta dinamica. In particolare si nota che per gli spettri elastici in termini di pseudo-accelerazione, per gli spettri elastici ed inelastici in termini di spostamento massimo nonché per gli spettri elastici ed inelastici in termini di energia in ingresso i valori della deviazione standard

media sono piuttosto bassi oscillando tra 0.05 e 0.30 circa e corrispondentemente il coefficiente  $R$ , variando fra 0.72 ed 1.15, si mantiene assai prossimo all'unità. Ciò denuncia, come già in precedenza osservato, una decisa corrispondenza fra i due set di accelerogrammi e segnatamente un contenuto energetico per i segnali generati artificialmente con il SIMQKE, secondo le modalità suesposte, coerente con quello di un gruppo di registrazioni naturali. Per il numero di cicli equivalenti invece valori abbastanza alti sia dell'indice  $\delta$  (1.14 per  $\mu=2$ , 1.29 per  $\mu=4$ ) sia del coefficiente  $R$  (2.02 per  $\mu=2$ , 2.16 per  $\mu=4$ ) attestano una minor consonanza fra i due set di accelerogrammi limitatamente a questo parametro.

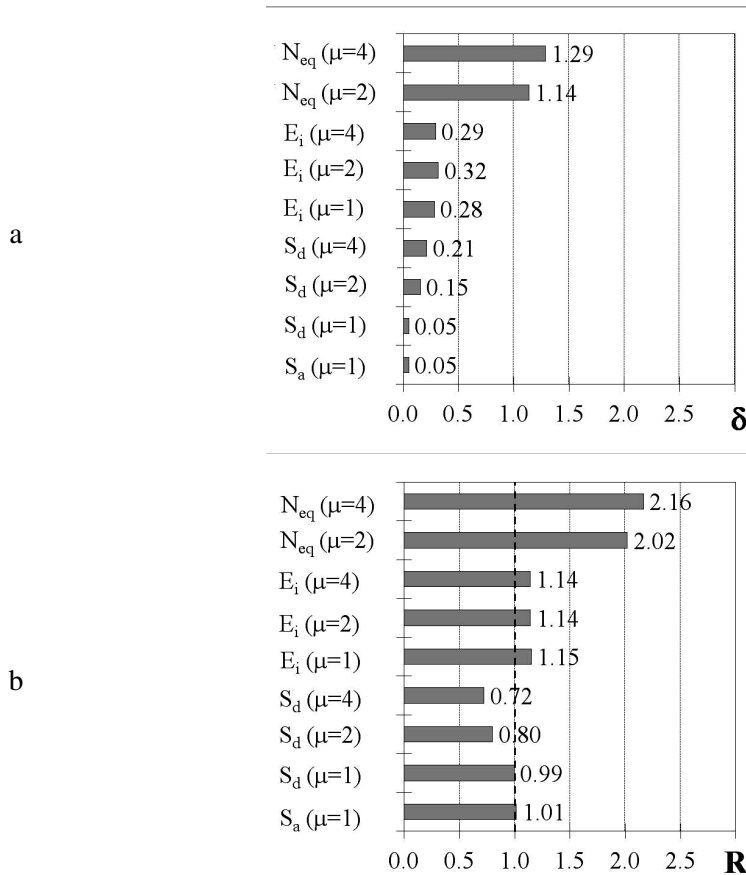


Fig. 4.11. Valori della deviazione media standard  $\delta$  (a) e del coefficiente  $R$  (b) per tutti i parametri di confronto presi in esame.



## **Capitolo 5**

### **MODELLAZIONE**

#### **1. Introduzione**

Gli obiettivi del presente lavoro impongono la necessità di condurre analisi statiche e dinamiche non lineari su modelli strutturali rappresentanti edifici multipiano a telaio in cemento armato con accoppiamento latero-torsionale. Si tratta dunque di sistemi strutturali tridimensionali caratterizzati da un alto grado di iperstaticità e nei quali il comportamento ciclico inelastico dei componenti strutturali è ben rappresentato se si fa riferimento a leggi costitutive dei materiali differenziate per calcestruzzo ed acciaio e capaci di descrivere alcuni fenomeni che ne contrassegnano il comportamento come ad esempio il degrado di resistenza al crescere delle deformazioni per il calcestruzzo. Si è riconosciuto nel software OpenSees un valido strumento di calcolo, adeguato agli scopi delle indagini che si vogliono condurre. Nel presente capitolo si descrivono le principali scelte di modellazione operate per la costruzione degli schemi strutturali rappresentanti gli edifici oggetto di studio. In primo luogo la selezione degli elementi-trave e delle leggi costitutive dei materiali implementate all'interno del programma e successivamente la descrizione delle problematiche incontrate nella modellazione di strutture spaziali a telaio dotate di diaframmi rigidi e le soluzioni a tale riguardo individuate.

## 2. Caratterizzazione degli elementi - trave

Fra gli elementi- trave disponibili in OpenSees vi sono elementi a plasticità distribuita. Principale pregio degli elementi a plasticità distribuita è la capacità di considerare l'interazione sforzo assiale-momento flettente, che tanto condiziona il comportamento dei componenti strutturali in cemento armato, e di integrarla con il comportamento della trave. Ciò diversamente dai modelli a plasticità concentrata, caratterizzati dalla concentrazione delle non linearità della risposta in cerniere plastiche che agiscono come molle rotazionali poste alle estremità di un elemento lineare.

I modelli a plasticità distribuita sono poi classificabili in due principali categorie in base all'approccio prescelto per la risoluzione dell'elemento:

- a) Elementi basati sull'approccio agli spostamenti o della rigidità;
- b) Elementi basati sull'approccio alle forze o di flessibilità.

Entrambi si fondano su una serie di ipotesi- base quali l'ipotesi di Bernoulli circa il mantenimento delle sezioni trasversali piane ed ortogonali all'asse geometrico deformato, che implica la linearità delle deformazioni assiali sulla generica sezione trasversale, nonché l'ipotesi di comportamento lineare per i gradi di libertà torsionali della trave e di disaccoppiamento di questi dai gradi di libertà flessionali ed assiali. Ne consegue la possibilità di trascurare i gradi di libertà torsionali nella trattazione matematica di questi elementi.

*Nella formulazione degli elementi basati sugli spostamenti o sulle rigidità, tipica dell'approccio standard agli elementi finiti, si parte dall'imporre la congruenza del campo di spostamenti lungo l'asse della trave con gli spostamenti nodali incogniti dell'elemento, esprimendo in funzione di questi ultimi il campo di spostamenti attraverso opportune funzioni di interpolazione o funzioni di forma. Generalmente si assumono dei polinomi cubici hermitiani per gli spostamenti trasversali alla linea d'asse e dei polinomi lineari per gli spostamenti lungo l'asse della trave. In conseguenza della planarità delle sezioni il campo di deformazioni lungo la trave è individuato dalle derivate prime degli spostamenti assiali, che rappresentano la deformazione assiale  $\epsilon(x)$ , e dalle derivate seconde degli spostamenti trasversali, che rappresentano le curvature flessionali  $\chi(x)$ . Per la posizione fatta sul campo di spostamenti, nella*



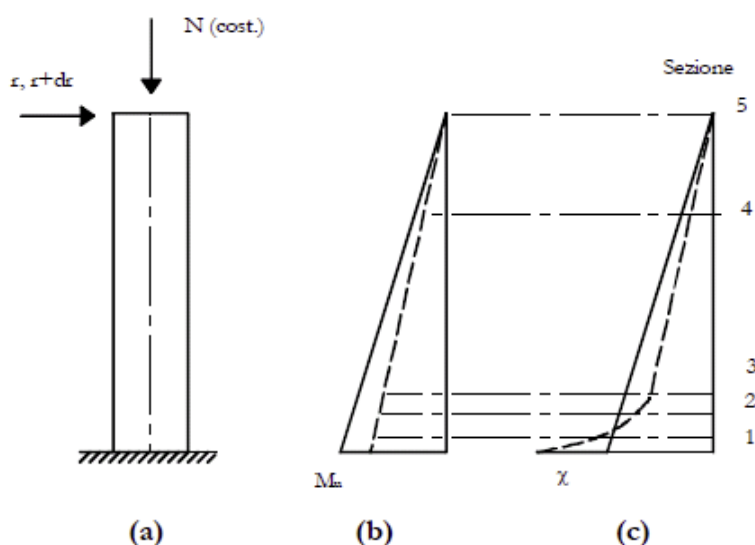


Fig. 5.1. Comportamento softening del modello di mensola:

- (a) struttura con carichi applicati;
- (b) distribuzione del momento;
- (c) distribuzione della curvatura sulla base della relazione Momento-Curvatura prescelta.

definizione del campo di deformazioni, tali derivate si trasferiscono sulle funzioni di forma implicando un andamento costante lungo l'asse della trave per le deformazioni assiali  $\epsilon(x)$  ed un andamento lineare per le curvature flessionali  $\chi(x)$ .

Per le travi che compongono un modello strutturale tridimensionale soggetto ad input sismico tali andamenti del campo di deformazioni lungo l'asse della trave sono corretti nel caso di comportamento lineare o quasi lineare, ma risultano assai lontani dalla reale distribuzione delle deformazioni nelle zone della trave in cui si concentrano le non linearità della risposta. Si pensi ad esempio alla distribuzione di curvature in prossimità della sezione di incastro di una mensola in cemento armato caricata in sommità con un carico assiale ed uno trasversale alla linea d'asse (Fig. 5.1).

Naturalmente la conseguenza di quanto detto è una risoluzione dell'elemento poco accurata, caratterizzata per lo più dal soddisfaci-

mento dell'equilibrio dell'elemento in termini globali ma non in senso stretto sezione per sezione e dunque da errori nella valutazione delle sollecitazioni nelle sezioni dell'elemento.

Per migliorare l'accuratezza di tali elementi è dunque necessario intervenire sulle funzioni di forma, magari adottando polinomi di grado superiore ovvero suddividere la trave in un elevato numero di elementi finiti in corrispondenza delle zone plastiche, in modo da approssimare così accettabilmente la distribuzione non lineare di curvatura in tali zone attraverso un elevato numero di tratti lineari relativi ai singoli sottoelementi. D'altra parte non è sempre facile individuare delle funzioni di forma di grado elevato che siano capaci di approssimare correttamente l'andamento non lineare delle deformazioni lungo le zone plastiche e peraltro, suddividere la trave in più elementi finiti, conduce ad un non trascurabile aumento del numero di gradi di libertà del sistema, dunque dell'onere computazionale della risoluzione e dei tempi di calcolo.

Una promettente alternativa viene dagli *elementi basati sull'approccio alle forze o di flessibilità*, nei quali diversamente dal caso precedente, sono le sollecitazioni nelle sezioni, non più gli spostamenti e dunque le deformazioni, ad essere interpolate in funzione questa volta delle forze nodali. In tal caso è sempre necessario riferirsi agli elementi-trave senza componenti di moto rigido, come ad es. una trave semplicemente appoggiata (Fig. 5.2). Si assumono in tal caso come gradi di libertà della trave le rotazioni flessionali agli estremi della trave intorno agli assi  $z$  ed  $y$ ,  $\theta_{z1}$ ,  $\theta_{z2}$ ,  $\theta_{y1}$  e  $\theta_{y2}$  e lo spostamento assiale differenziale  $u$  fra tali estremi. Tali gradi di libertà vengono raccolti nel vettore  $\mathbf{q}$ . Le corrispondenti forze nodali, raccolte nel vettore  $\mathbf{Q}$ , sono i due momenti flettenti agli estremi della trave intorno agli assi  $z$  ed  $y$   $M_{z1}$ ,  $M_{z2}$ ,  $M_{y1}$  ed  $M_{y2}$ , e lo sforzo normale  $N$ . Precisamente si ha:

$$\mathbf{q} = [q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad q_4 \quad q_5]^T = [u \quad \theta_{z1} \quad \theta_{z2} \quad \theta_{y1} \quad \theta_{y2}]^T; \quad (1)$$

$$\mathbf{Q} = [Q_1 \quad Q_2 \quad Q_3 \quad Q_4 \quad Q_5]^T = [N \quad M_{z1} \quad M_{z2} \quad M_{y1} \quad M_{y2}]^T \quad (2) \quad (5.1)$$

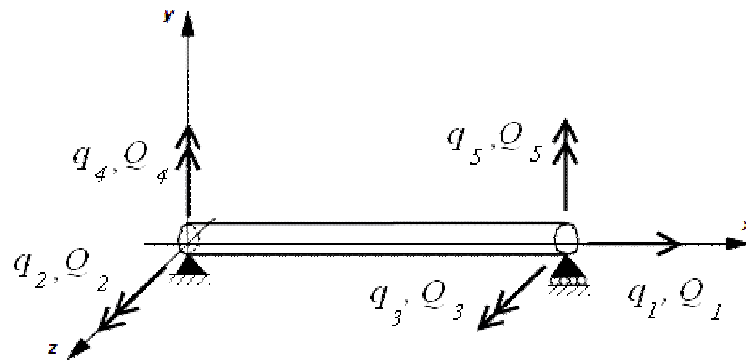


Fig. 5.2. Gradi di libertà e forze nodali della trave semplicemente appoggiata

L'interpolazione delle sollecitazioni attraverso opportune funzioni in grado di assicurare l'equilibrio della trave in maniera puntuale, sezione per sezione, si traduce matematicamente nella relazione:

$$\mathbf{D}(x) = \mathbf{b}(x) \cdot \mathbf{Q} \quad \text{dove:} \quad (5.2)$$

$$\mathbf{D}(x) = [N(x) \quad M_z(x) \quad M_y(x)]^T \quad (5.3)$$

è il vettore delle sollecitazioni nella generica sezione

$$\mathbf{b}(x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{x}{L} - 1 & \frac{x}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{x}{L} - 1 & \frac{x}{L} \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

è la matrice delle funzioni di interpolazione valutata sulla generica sezione

Si assumono dunque, come si vede, funzioni di interpolazioni lineari per i momenti flettenti e costanti per lo sforzo normale. Tale assunzione è corretta ed assicura il soddisfacimento dell'equilibrio in senso stretto in assenza di carichi distribuiti sulla trave, non è rigorosamente vera in presenza di carichi distribuiti, ma conduce a risultati ragionevolmente accurati purché l'entità di tali carichi distribuiti e le conseguenti sollecitazioni non siano rilevanti rispetto a quelle indotte dall'azione simica.

Le corrispondenti deformazioni sulla sezione, raccolte nel vettore  $\mathbf{d}(x)$ , sono la deformazione assiale  $\varepsilon(x)$  e la due curvatures flessionali  $\chi_z(x)$  e  $\chi_y(x)$  ovvero:

$$\mathbf{d}(x) = [\varepsilon(x) \quad \chi_z(x) \quad \chi_y(x)]^T \quad (5.5)$$

è il vettore delle deformazioni nella generica sezione

La relazione costitutiva della sezione si esprime come:

$$\mathbf{d}(x) = \mathbf{f}(x) \bullet \mathbf{D}(x) \quad \text{dove:} \quad (5.6)$$

$$\mathbf{f}(x) = \left( \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial \mathbf{D}} \right)_x \quad (5.7)$$

è la matrice di flessibilità della sezione ed è l'inversa della sua matrice di rigidità :

$$\mathbf{f}(x) = (\mathbf{k}(x))^{-1} \quad \text{dove:} \quad (5.8)$$

$$\mathbf{k}(x) = \left( \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial \mathbf{d}} \right)_x \quad \text{matrice di rigidità della sezione} \quad (5.9)$$

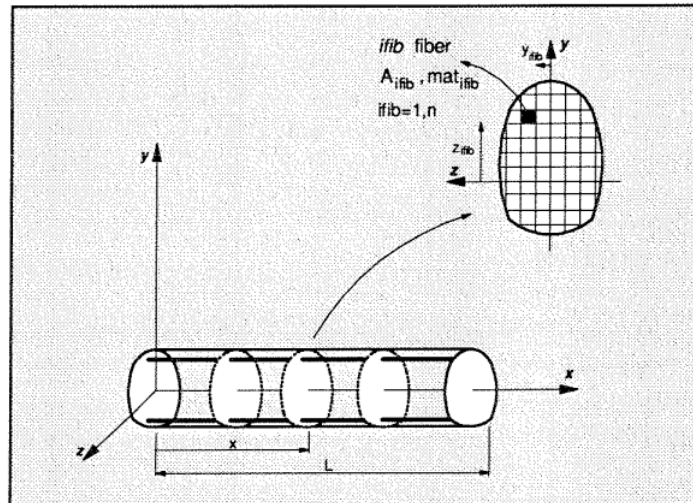


Fig. 5.3. Modello a fibre nel sistema di riferimento locale: suddivisione della sezione trasversale in fibre.

La relazione costitutiva della sezione e specificatamente la sua matrice di rigidezza dipende dal modello prescelto per la sezione. Nel caso degli elementi implementati all'interno del software OpenSees si tratta di modelli a fibre, secondo i quali la sezione viene suddivisa in un numero finito di fibre longitudinali, ciascuna delle quali è caratterizzata da una posizione nel riferimento locale del baricentro della fibra, da un'area  $A_i$  della fibra e da una legge costitutiva uniassiale (Fig. 5.3). Pertanto il comportamento della sezione non viene assegnato in maniera esplicita, ma è desunto per integrazione dalla risposta delle singole fibre e la matrice di rigidezza della sezione consegue all'assemblaggio delle rigidezze delle singole fibre secondo la relazione seguente:

$$\mathbf{k}(x) = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{nf} E_i \cdot A_i & -\sum_{i=1}^{nf} E_i \cdot A_i \cdot y_i & \sum_{i=1}^{nf} E_i \cdot A_i \cdot z_i \\ -\sum_{i=1}^{nf} E_i \cdot A_i \cdot y_i & \sum_{i=1}^{nf} E_i \cdot A_i \cdot y_i^2 & -\sum_{i=1}^{nf} E_i \cdot A_i \cdot y_i \cdot z_i \\ \sum_{i=1}^{nf} E_i \cdot A_i \cdot z_i & -\sum_{i=1}^{nf} E_i \cdot A_i \cdot y_i \cdot z_i & \sum_{i=1}^{nf} E_i \cdot A_i \cdot z_i^2 \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

dove:

$nf$  è il numero di fibre in cui è discretizzata la sezione;

$E_i$  è il modulo elastico tangente della singola fibra  
desunto dalla sua legge costitutiva

$A_i$  è l'area della singola fibra

$z_i, y_i$  sono le coordinate del baricentro della singola fibra rispetto  
al sistema di riferimento locale

Applicando il principio dei lavori virtuali, che equivale a cercare la soluzione congruente del problema, si perviene alla relazione di compatibilità dell'elemento:

$$\underbrace{\delta \mathbf{Q}^T \bullet \mathbf{q}}_{Lve} = \underbrace{\int_0^L \delta \mathbf{D}^T(x) \bullet \mathbf{d}(x)}_{Lvi} dx = \delta \mathbf{Q}^T \bullet \int_0^L \mathbf{b}^T(x) \bullet \mathbf{d}(x) dx \quad \text{e ciò } \forall \delta \mathbf{Q}^T \quad (5.11)$$

$$\text{da cui: } \mathbf{q} = \int_0^L \mathbf{b}^T(x) \bullet \mathbf{d}(x) dx \quad (5.12)$$

Linearizzando la (5.12) si perviene alla espressione della matrice di flessibilità dell'elemento  $\mathbf{F}$  come integrale della matrice di flessibilità della sezione:

$$\mathbf{F} = \left( \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \mathbf{Q}} \right)_x = \frac{\partial}{\partial \mathbf{Q}} \int_0^L \mathbf{b}^T(x) \bullet \mathbf{d}(x) dx = \int_0^L \mathbf{b}^T(x) \bullet \frac{\partial}{\partial \mathbf{Q}} \mathbf{d}(x) dx = \int_0^L \mathbf{b}^T(x) \bullet \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial \mathbf{D}} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial \mathbf{Q}} dx \quad (5.13)$$

$$\mathbf{F} = \left( \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \mathbf{Q}} \right)_x = \int_0^L \mathbf{b}^T(x) \bullet \mathbf{f}(x) \bullet \mathbf{b}(x) dx \quad (5.14)$$

Si nota inoltre che la matrice di flessibilità dell'elemento è l'inversa della sua matrice di rigidità:

$$\mathbf{F} = (\mathbf{K})^{-1} \quad \text{dove: } \mathbf{K} = \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{q}} \text{ è la matrice di rigidità dell'elemento} \quad (5.15)$$

Gli integrali che figurano nelle relazioni (5.12) e (5.14) vengono in realtà valutati per via numerica attraverso regole di Quadratura Gaussiana ovvero vengono convertiti in sommatorie di prodotti del valore della funzione integranda valutata in una fissata ascissa  $\xi_i$  e di un relativo peso di integrazione  $\omega_i$ . Ciò corrisponde a considerare la funzione integranda costante a tratti assumendo che  $\omega_i$  sia l'ampiezza del tratto per cui la funzione si mantiene costante (Fig. 5.4). Le relazioni (5.12) e (5.14) assumono dunque la forma:

$$\mathbf{q} = \sum_{i=1}^{Np} (\mathbf{b}^T(x) \bullet \mathbf{d}(x))_{x=\xi_i} \cdot \omega_i \quad (5.16)$$

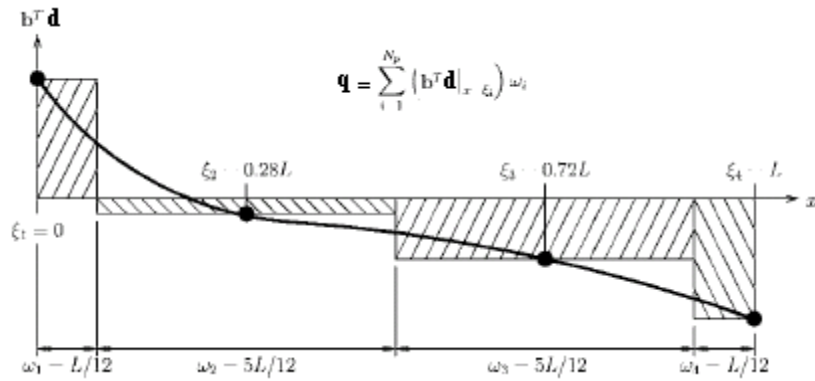


Fig. 5.4. Integrazione numerica con regola di Gauss-Lobatto a quattro punti per la valutazione della relazione di compatibilità nell'elemento basato sulla flessibilità.

$$\mathbf{F} = \sum_{i=1}^{N_p} \left( \mathbf{b}^T(x) \cdot \mathbf{f}(x) \cdot \mathbf{b}(x) \right)_{x=\xi_i} \cdot \omega_i \quad (5.17)$$

dove:  $N_p$  è il numero di punti di integrazione

Si nota che il principale ostacolo all'utilizzo degli elementi basati su approccio alle forze consiste nella loro implementazione all'interno di un codice agli elementi finiti che risolve la struttura attraverso il metodo della rigidità, nel quale pertanto per ciascun passo di analisi sono noti gli spostamenti lungo i gradi di libertà della struttura, da cui sono deducibili gli spostamenti nodali del singolo elemento, ma non le sue forze nodali. Per questo motivo la risoluzione dell'elemento di cui sono noti gli spostamenti, dedotti dalla risoluzione della struttura, implica l'utilizzo di una procedura iterativa descritta in *Taucer e Spacone, 1991*. In tale procedura, qui di seguito sintetizzata, all'interno dell' $i$ -esimo passo di risoluzione del sistema di equazioni di equilibrio globale della struttura si compiono una serie di iterazioni allo scopo di determinare al termine di esse lo stato del generico elemento-trave che la compone. Per avviare la procedura è necessario in primo luogo determinare l'incremento  $\Delta \mathbf{q}^i$  per gli spostamenti nodali del generico elemento relativo all' $i$ -esimo passo del ciclo superiore di risoluzione globale della struttura. Nel  $j$ -esimo passo del ciclo di risoluzione dell'elemento invece si procede come di seguito descritto:

- si valutano le *forze nodali*  $\mathbf{Q}^j$  dell'elemento utilizzando la sua matrice di rigidità  $\mathbf{K}^{j-1}$  ottenuta al passo precedente:

$$\Delta \mathbf{Q}^j = \mathbf{K}^{j-1} \cdot \Delta \mathbf{q}^j \quad \text{dove: } j=1 \Rightarrow \Delta \mathbf{q}^1 = \Delta \mathbf{q}^i; \mathbf{K}^0 = \mathbf{K}^{i-1} \quad (5.18)$$

$$\mathbf{Q}^j = \mathbf{Q}^{j-1} + \Delta \mathbf{Q}^j \quad (5.19)$$

- dall'incremento di forze nodali si ricavano attraverso le funzioni di interpolazione le *sollecitazioni nelle sezioni di controllo*, poste in corrispondenza dei punti di integrazione e dunque *le deformazioni nelle stesse sezioni* come somma di deformazioni residue valutate al passo precedente e di un contributo corrispondente alle sollecitazioni correnti ma valutato attraverso la matrice di flessibilità della sezione relativa al passo precedente:

$$\Delta \mathbf{D}^j(x) = \mathbf{b}(x) \cdot \Delta \mathbf{Q}^j \quad \Rightarrow \quad \mathbf{D}^j(x) = \mathbf{D}^{j-1}(x) + \Delta \mathbf{D}^j(x) \quad (5.20)$$

$$\Delta \mathbf{d}^j(x) = \mathbf{f}^{j-1}(x) \cdot \Delta \mathbf{D}^j(x) + \mathbf{r}^{j-1}(x) \quad \text{dove: } j=1 \Rightarrow \mathbf{r}^0(x) = \mathbf{0} \quad (5.21)$$

$$\mathbf{d}^j(x) = \mathbf{d}^{j-1}(x) + \Delta \mathbf{d}^j(x) \quad (5.22)$$

- quindi si valutano le *deformazioni nelle singole fibre* dalla planarità delle sezioni nonché le corrispondenti *tensioni* ed il *modulo elastico tangente* attraverso la legge costitutiva della singola fibra:

$$\forall i=1 \dots n_f \quad \begin{cases} \Delta \varepsilon_i^j(x) = \Delta \varepsilon^j(x) - y_i \cdot \Delta \chi_z(x) + z_i \cdot \Delta \chi_y(x) & (1) \\ \varepsilon_i^j(x) = \varepsilon_i^{j-1}(x) + \Delta \varepsilon_i^j(x) & (2) \end{cases} \quad (5.23)$$

$$\forall i=1 \dots n_f \quad \begin{cases} \sigma_i^j(x) = \sigma(\varepsilon_i^j(x)) & (1) \\ E_i^j(x) = E(\varepsilon_i^j(x)) = \left( \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} \right)_{\varepsilon_i^j} & (2) \end{cases} \quad (5.24)$$

- si assembla la *nuova matrice di rigidità della sezione* e la corrispondente *matrice di flessibilità*:

$$\mathbf{k}^j(x) = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n_f} E_i^j \cdot A_i & - \sum_{i=1}^{n_f} E_i^j \cdot A_i \cdot y_i & \sum_{i=1}^{n_f} E_i^j \cdot A_i \cdot z_i \\ - \sum_{i=1}^{n_f} E_i^j \cdot A_i \cdot y_i & \sum_{i=1}^{n_f} E_i^j \cdot A_i \cdot y_i^2 & - \sum_{i=1}^{n_f} E_i^j \cdot A_i \cdot y_i \cdot z_i \\ \sum_{i=1}^{n_f} E_i^j \cdot A_i \cdot z_i & - \sum_{i=1}^{n_f} E_i^j \cdot A_i \cdot y_i \cdot z_i & \sum_{i=1}^{n_f} E_i^j \cdot A_i \cdot z_i^2 \end{bmatrix} \quad (5.25)$$



$$\mathbf{f}^j(x) = [\mathbf{k}^j(x)]^{-1} \quad (5.26)$$

- si determinano attraverso le relazioni di equilibrio *della sezione le sollecitazioni resistenti* della stessa:

$$\mathbf{D}_R^j(x) = \left[ \sum_{i=1}^{nf} \sigma_i \cdot A_i \quad - \sum_{i=1}^{nf} \sigma_i \cdot A_i \cdot y_i \quad \sum_{i=1}^{nf} \sigma_i \cdot A_i \cdot z_i \right]^T \quad (5.27)$$

- quindi si valutano le *sollecitazioni residue non equilibrate*  $\mathbf{D}_U^j$ , come differenza fra le sollecitazioni in equilibrio con le forze nodali e quelle resistenti desunte, come sopra descritto, a partire dalle deformazioni delle singole fibre, nonché *le deformazioni residue sulle sezioni*  $\mathbf{r}^j$  ovvero le deformazioni che corrispondono alle sollecitazioni residue attraverso la matrice di flessibilità corrente della sezione:

$$\mathbf{D}_U^j(x) = \mathbf{D}^j(x) - \mathbf{D}_R^j(x) \quad (5.28)$$

$$\mathbf{r}^j(x) = \mathbf{f}^j(x) \bullet \mathbf{D}_U^j(x) \quad (5.29)$$

- si determinano *le matrici di flessibilità e di rigidezza dell'elemento*:

$$\mathbf{F}^j = \int_0^L \mathbf{b}^T(x) \bullet \mathbf{f}^j(x) \bullet \mathbf{b}(x) \, dx \quad (5.30)$$

$$\mathbf{K}^j = [\mathbf{F}^j]^{-1} \quad (5.31)$$

- *si verifica che i residui in termini di deformazione siano inferiori ad una prefissata tolleranza*. Se ciò accade si interrompono le iterazioni e si assume che lo stato dell'elemento sia quello determinato in corrispondenza dell'ultima iterazione eseguita. Altrimenti si valutano gli spostamenti nodali residui  $\mathbf{s}^j$  e si impone che nella nuova iterazione le forze nodali siano quelle corrispondenti a tali spostamenti ovvero:

$$\mathbf{s}^j = \int_0^L \mathbf{b}^T(x) \bullet \mathbf{r}^j(x) \, dx \quad (5.32)$$

$$\Delta \mathbf{q}^{j+1} = -\mathbf{s}^j \Rightarrow \Delta \mathbf{Q}^{j+1} = \mathbf{K}^j \bullet \Delta \mathbf{q}^{j+1} \quad (5.33)$$

L'elemento fin qui descritto è un elemento a plasticità distribuita basato sull'approccio di flessibilità ed implementato all'interno del software OpenSees come "*Nonlinear Beam Column*". Un elemento siffatto consente di giungere ad un buon livello di accuratezza nella valutazione

della risposta non lineare di componenti strutturali utilizzando un unico elemento in luogo dei parecchi elementi richiesti nel caso di utilizzo di un approccio agli spostamenti. D'altra parte il principale inconveniente di questi elementi a fibre basati sull'approccio di flessibilità risiede nella mancanza di oggettività della risposta nel caso di analisi di componenti con comportamento degradante. In tal caso, infatti, così come negli elementi basati sugli spostamenti la risposta dipende dalla lunghezza caratteristica degli elementi stessi, qui la risposta viene a dipendere dal peso di integrazione associato alla singola sezione in cui si localizzano le deformazioni, che in qualche modo quella lunghezza caratteristica rappresenta, e dunque in definitiva dal numero di punti di integrazione. Per ovviare a tale inconveniente risulta necessario intervenire con una procedura di regolarizzazione sul legame costitutivo delle fibre e modificarlo opportunamente in ragione della lunghezza della zona plastica desunta dalla particolare regola di integrazione utilizzata. Una valida alternativa a questo elemento è rappresentata dall'elemento "*Beam With Hinges*". Si tratta sempre di un elemento basato sull'approccio di flessibilità, ma che confina il comportamento non lineare solo nelle zone di estremità dell'elemento definite attraverso delle sezioni a fibre, assumendo che la zona centrale abbia un comportamento elastico-lineare. Un tale elemento ovviamente non consente lo sviluppo di non linearità al di fuori delle zone di estremità, di specificate lunghezze  $l_{pI}$  ed  $l_{pJ}$ , circostanza questa che peraltro generalmente si propone per le travi di strutture intelaiate in cemento armato soggette ad input sismico qualora non siano presenti carichi gravitazionali sulle travi tanto rilevanti da indurre plasticizzazioni nelle zone centrali di esse. Con le ipotesi fatte la relazione di compatibilità (5. 12) si particolarizza come segue:

$$\mathbf{q} = \int_0^{l_{pI}} \mathbf{b}^T(x) \bullet \mathbf{d}(\mathbf{x}) dx + \int_{l_{pI}}^{L-l_{pJ}} \mathbf{b}^T(x) \bullet \mathbf{d}(\mathbf{x}) dx + \int_{L-l_{pJ}}^L \mathbf{b}^T(x) \bullet \mathbf{d}(\mathbf{x}) dx \quad (5. 34)$$

Assumendo che nelle zone a comportamento inelastico gli integrali vengano risolti per via numerica mentre nella zona centrale linearmente-elastica la risoluzione avvenga per via analitica in forma chiusa attra-

verso la matrice di flessibilità elastica della zona interna, la (5. 34) diviene:

$$\mathbf{q} = \sum_{i=1}^{Np} \left( \mathbf{b}^T(x) \bullet \mathbf{d}(\mathbf{x}) \right)_{x=\xi_i} \cdot \omega_i + \mathbf{f}_{\text{int}}^e \bullet \mathbf{q} \quad (5. 35)$$

dove  $\mathbf{f}_{\text{int}}^e$  è la matrice di flessibilità elastica della zona centrale ottenuta a partire dalla matrice di flessibilità della sezione elastica ovvero:

$$\mathbf{f}_{\text{int}}^e = \int_{l_{pI}}^{L-l_{pJ}} \mathbf{b}^T(x) \bullet \mathbf{f}^e \bullet \mathbf{b}(x) \, dx \quad \text{con:} \quad (5. 36)$$

$$\mathbf{f}^e = \begin{bmatrix} \frac{1}{EA} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{EI_z} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{EI_y} \end{bmatrix}^T \quad (5. 37)$$

dove:  $E$  è il modulo elastico della zona centrale elastica;

$A$  è l'area della sezione trasversale della zona centrale elastica;

$I_z, I_y$  sono i momenti di inerzia della sezione trasversale della zona centrale elastica rispetto ai due assi del sistema di riferimento locale.

La matrice di flessibilità sarà dunque la somma di due contributi, uno relativo alle zone a comportamento inelastico e l'altro relativo alla zona interna elastica:

$$\mathbf{F} = \sum_{i=1}^{Np} \left( \mathbf{b}^T(x) \bullet \mathbf{f}(\mathbf{x}) \bullet \mathbf{b}(\mathbf{x}) \right)_{x=\xi_i} \cdot \omega_i + \mathbf{f}_{\text{int}}^e \quad (5. 38)$$

Come regola di integrazione si assume la regola di Gauss-Radau (Fig. 5.5.a) con quattro punti di integrazione con ascisse  $\xi = \{0, 2/3 \cdot l_{pI}, L - 2/3 \cdot l_{pJ}, L\}$  e relativi pesi di integrazione  $\omega = \{l_{pI}/4, 3/4 \cdot l_{pI}, 3/4 \cdot l_{pJ}, l_{pJ}/4\}$ . Al fine di fare in modo che la lunghezza della zona plastica rappresentata dal peso di integrazione dei punti di integrazione più esterni  $l_p/4$  coincida con il valore per essa fis-

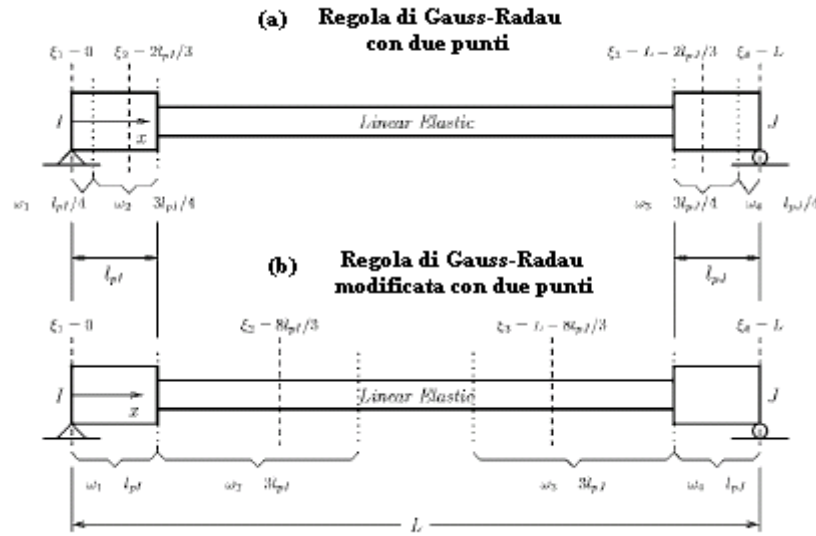


Fig. 5.5. Regola di integrazione numerica di Gauss-Radau (a) e di Gauss-Radau modificata (b).

sato  $l_p$ , si applica la regola di integrazione sulle lunghezze  $4l_{pI}$  e  $4l_{pJ}$ , ottenendo in tal modo come ascisse dei punti di integrazione e relativi pesi i seguenti valori (Fig. 5.5.b):

$$\xi = \{0, 8/3 \cdot l_{pI}, L - 8/3 \cdot l_{pJ}, L\} \quad (5.39)$$

$$\omega = \{l_{pI}, 3 \cdot l_{pI}, 3 \cdot l_{pJ}, l_{pJ}\} \quad (5.40)$$

Infine per assicurare che il comportamento non lineare sia confinato solo alle zone di estremità di lunghezza  $l_{pI}$  e  $l_{pJ}$  si attribuisce alle sezioni corrispondenti ai due punti più interni un comportamento linearmente elastico caratterizzato dalle medesime proprietà della zona centrale. In tal modo il contributo elastico alla matrice di flessibilità dell'elemento diviene:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{\text{int}}^e = & \left( \mathbf{b}^T(x) \bullet \mathbf{f}(x) \bullet \mathbf{b}(x) \right)_{x=8/3 \cdot l_{pI}} \cdot 3 \cdot l_{pI} + \\ & + \int_{4 \cdot l_{pI}}^{L-4 \cdot l_{pJ}} \mathbf{b}^T(x) \bullet \mathbf{f}(x) \bullet \mathbf{b}(x) \, dx + \\ & + \left( \mathbf{b}^T(x) \bullet \mathbf{f}(x) \bullet \mathbf{b}(x) \right)_{x=L-8/3 \cdot l_{pJ}} \cdot 3 \cdot l_{pJ} \end{aligned} \quad (5.41)$$

Un confronto fra le risposte degli elementi *Nonlinear Beam Column* e *Beam With Hinges* si trova in *Scott. e Fenves* (2006). Qui si valuta la risposta di una pila in cemento armato ad un carico applicato in sommità in maniera monotonicamente crescente (Fig.5.6. a) con il software OpenSees, dapprima impiegando l'elemento *Nonlinear Beam Column* con quattro, cinque e sei punti di integrazione e poi con l'elemento *Beam With Hinges*. Tali risposte vengono confrontate in Fig. 5.6. b e 5.6. c con l'involuppo della risposta ciclica ottenuto a seguito di una prova sperimentale. Si può facilmente notare come, mentre nel primo caso la risposta risulta fortemente dipendente dal numero di punti di integrazione utilizzati, che condiziona pesantemente la rapidità con cui avviene lo scarico, nel secondo caso invece la risposta forza-spostamento valutata con il software riproduce con notevole accuratezza l'involuppo della prova sperimentale ciclica.

Per le ragioni appena menzionate la scelta fra gli elementi implementati all'interno del software OpenSees è ricaduta sul *Beam With Hinges*. Ciò comporta la necessità di fissare a priori una *lunghezza dei tratti di trave caratterizzati da un comportamento non lineare*. Le possibilità in tal senso sono molteplici. Si può esprimere la lunghezza della zona plastica  $l_p$  come percentuale della lunghezza complessiva della trave  $L$  oppure porla pari all'altezza della sezione trasversale della trave o infine utilizzare una formula empirica come ad esempio quella fornita da *Paulay e Priestley*, 1992 ovvero:

$$l_p = 0.08 \cdot L + 0.022 \cdot f_y \cdot d_b \text{ (kN, mm)} \quad (5.42)$$

dove:  $f_y$  è la tensione di snervamento delle barre di armatura;

$d_b$  è il diametro delle barre longitudinali.

Molteplici sono gli studi sperimentali volti a valutare la reale lunghezza  $l_p$  dei tratti a comportamento inelastico di travi in cemento armato e variegato il panorama delle conclusioni cui si è pervenuti. Di volta in volta sono state riconosciute dipendenze di  $l_p$  da più parametri come il rapporto  $L/h$  fra lunghezza della trave ed altezza della sua sezione trasversale, la percentuale  $\rho_l$  di armatura longitudinale presente e, nel caso di colonne, anche l'entità dello sforzo normale agente in relazione al massimo sforzo assiale di compressione  $P_0$  che la sezione della trave è in grado di portare.

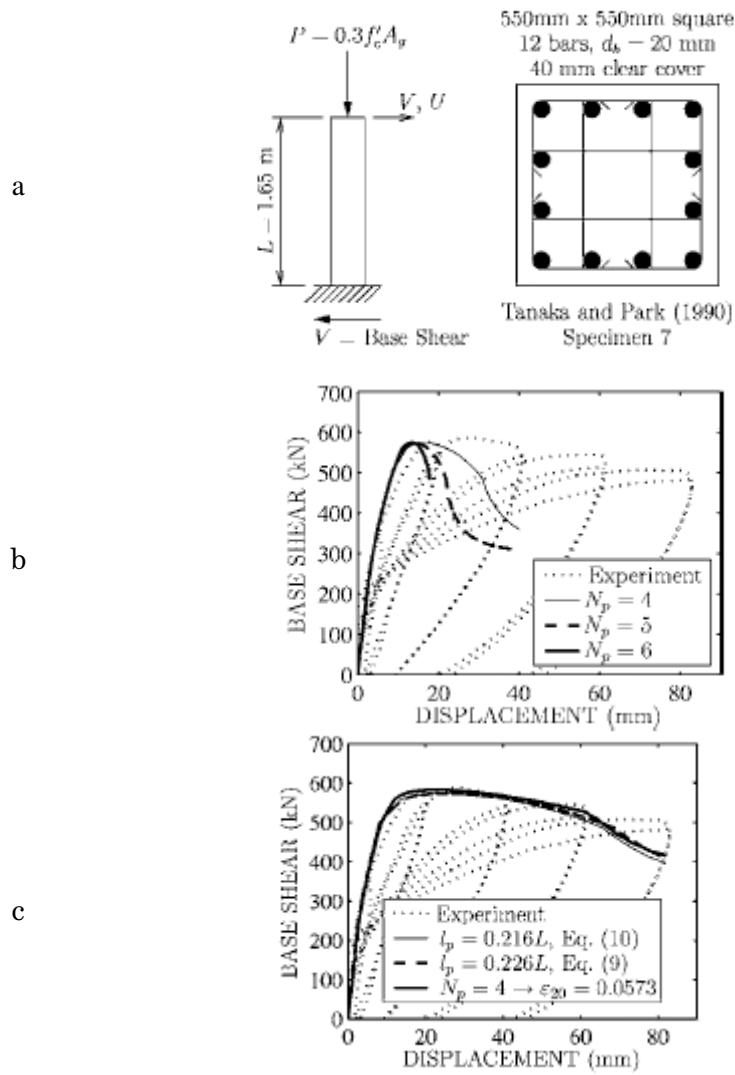


Fig. 5.6. Risposta di una pila in C.A. ad un carico in sommità monotonicamente crescente:

- a) la struttura;
- b) risposta valutata con l'elemento non linear beam column;
- c) risposta valutata con l'elemento beam with hinges.

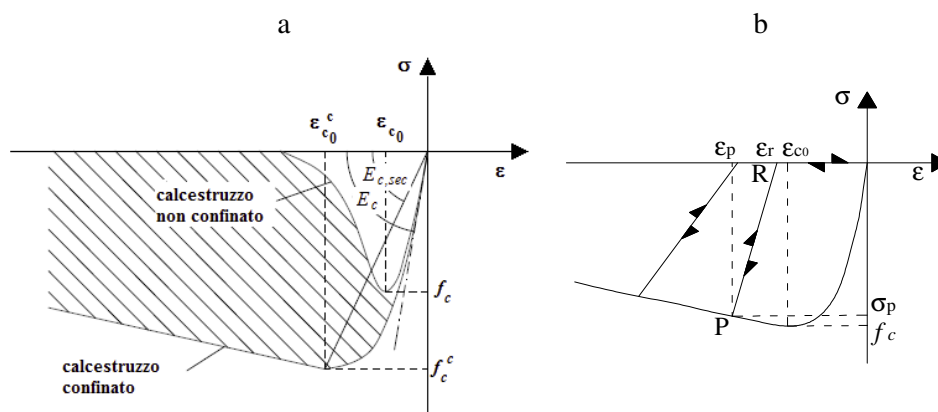


Fig. 5.7. Legame costitutivo per calcestruzzo compresso.

- a) Inviluppo monotonic: modello di Mander et al., 1988;  
 b) Compormamento isteretico: modello di Karsan e Jirsa, 1969.

Data l'ampia variabilità dei suddetti parametri all'interno degli edifici multipiano oggetto di indagine, si è ritenuta obbligatoria nell'ambito del presente studio una semplificazione e pertanto si è assunto di potersi sempre riferire a tratti di lunghezza pari alla massima dimensione della sezione trasversale della trave. Si è poi scelto di trascurare la rigidità torsionale delle travi assumendo che il fattore di rigidità torsionale  $J$  fosse pari per tutte ad un valore convenzionale molto piccolo, in considerazione anche del fatto che la rigidità torsionale di travi di sezione rettangolare, quali quelle dei modelli in esame, è di norma molto bassa.

### 3. Legame uniassiale per calcestruzzo

L'utilizzo di un modello a fibre consente di attribuire ad ogni fibra un differente legame costitutivo e dunque di distinguere, nel caso di sezioni in cemento armato, il comportamento delle barre di armatura da quello delle fibre di conglomerato e per queste ultime eventualmente anche quello delle zone interne alle staffe da quello delle zone esterne. Si pone dunque il problema di scegliere degli opportuni legami costitutivi u-

niassiali per modellare il comportamento delle diverse parti della sezione. Fra i modelli costitutivi per calcestruzzo implementati all'interno del software OpenSees è stato selezionato quello denominato come "Concrete04", in cui si assume vi sia anche una certa resistenza a trazione del calcestruzzo.

Per quanto attiene al *comportamento monotonicamente a compressione del calcestruzzo* il legame implementato è quello proposto da Mander et al (1988) e basato su un'equazione suggerita da Popovics (Fig.5.7. a) , forse quello che riscuote maggior successo nell'ambito della comunità scientifica. Si tratta di un modello di comportamento degradante, caratterizzato da un iniziale tratto crescente non lineare fino al raggiungimento di un picco di tensione e da un successivo tratto decrescente. La relazione costitutiva è rappresentata da una unica curva descritta dalla seguente relazione analitica:

$$\sigma = f_c \frac{r \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}}{r - 1 + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}\right)^r} \quad (5.43)$$

dove:  $f_c$  è la resistenza a compressione del calcestruzzo ovvero il picco di tensione del legame;  
 $E_c$  è il modulo tangente nell'origine;  
 $\varepsilon_{c0}$  la deformazione cui corrisponde il picco di tensione.

Il coefficiente  $r$  è funzione del modulo elastico tangente  $E_c$  del calcestruzzo e del modulo secante  $E_{sec}$  corrispondente alla massima tensione secondo la relazione:

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} \quad \text{con :} \quad (5.44)$$

$$E_c = 5000 \cdot \sqrt{f_c} \quad \text{con } f_c \text{ espressa in MPa} \quad (5.45)$$

$$E_{sec} = \frac{f_c}{\varepsilon_{c0}} \quad (5.46)$$



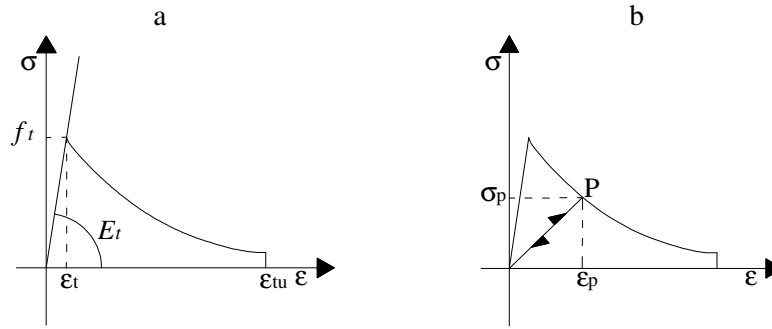


Fig. 5.8. Legame costitutivo per calcestruzzo teso.

- a) Inviluppo monotonic;
- b) Compormamento isteretico.

Il legame appena descritto consente di distinguere, come meglio dettagliato nel successivo paragrafo, il comportamento di calcestruzzo confinato e non confinato.

Per quanto attiene al *comportamento ciclico a compressione del conglomerato* il modello isteretico qui implementato è quello inizialmente formulato dai ricercatori Karsan e Jirsa (1969): i percorsi di scarico e ricarico sono lineari con pendenza non costante, ma progressivamente decrescente con l'evoluzione del processo di carico per tener conto del degrado di rigidezza del materiale (Fig.5.7. b). La pendenza del singolo tratto di scarico, che parte da un generico punto P corrispondente alla deformazione  $\epsilon_p$  della curva di inviluppo monotonic, si determina fissando la posizione  $\epsilon_r$  della intersezione R di detto tratto con l'asse delle deformazioni a tensione nulla. L'ascissa di questo punto, secondo la relazione individuata da Karsan e Jirsa in funzione della ascissa  $\epsilon_{c0}$  del punto di massima tensione, si esprime come:

$$\frac{\epsilon_r}{\epsilon_{c0}} = 0.145 \cdot \left( \frac{\epsilon_p}{\epsilon_{c0}} \right)^2 + 0.13 \cdot \frac{\epsilon_p}{\epsilon_{c0}} \quad \text{se } \frac{\epsilon_p}{\epsilon_{c0}} < 2 \quad (1)$$

$$\frac{\epsilon_r}{\epsilon_{c0}} = 0.707 \cdot \left( \frac{\epsilon_p}{\epsilon_{c0}} - 2 \right) + 0.834 \quad \text{se } \frac{\epsilon_p}{\epsilon_{c0}} \geq 2 \quad (2)$$

Una volta raggiunto il punto R il legame costitutivo eventualmente prosegue lungo l'asse delle deformazioni, a tensione nulla. Infine il ricarico

a compressione avviene unicamente a seguito del raggiungimento della tensione  $\varepsilon_r$  di cui sopra.

Come già osservato, il modello Concrete04 ammette la presenza di una certa resistenza a trazione del conglomerato. L'*inviluppo monotónico a trazione* (Fig.5.8. a). è caratterizzato da una legge costitutiva inizialmente lineare con pendenza iniziale  $E_t$  pari al modulo tangente  $E_c$  a compressione nell'origine e da un successivo tratto di softening matematicamente descritto da una legge di decadimento:

$$\sigma = E_t \cdot \varepsilon \quad \text{se } \varepsilon \leq \varepsilon_t \quad (1)$$

$$\sigma = f_t \cdot \beta^{\frac{\varepsilon - \varepsilon_t}{\varepsilon_t - \varepsilon_{tu}}} \quad \text{se } \varepsilon_t < \varepsilon \leq \varepsilon_{tu} \quad (2) \quad (5.48)$$

$$\sigma = 0 \quad \text{se } \varepsilon > \varepsilon_{tu} \quad (3)$$

dove:  $f_t$  è la resistenza a trazione del calcestruzzo;

$E_t$  è il modulo tangente a trazione nell'origine ;

$\varepsilon_t$  la deformazione al limite elastico a trazione;

$\varepsilon_{tu}$  la deformazione ultima a trazione;

$\beta$  la base della potenza della legge di decadimento .

Infine il *comportamento isteretico a trazione* del calcestruzzo è definito da percorsi di scarico e ricarico lineari con pendenza pari alla rigidità secante nel punto a partire dal quale avviene lo scarico ovvero pari al rapporto fra tensione e deformazione del punto di inizio scarico (Fig.5.8. b).

#### 4. Confinamento delle staffe

Come già anticipato, si è messo in conto l'effetto di contenimento che le staffe esercitano sul volume di calcestruzzo da esse racchiuso: infatti costituiscono un vincolo alla dilatazione trasversale del conglomerato compreso al loro interno e, lavorando a trazione, inducono in esso un'azione di compressione trasversale (Fig. 5.9), che nel caso di sezione circolare, è pari a:

$$\sigma_{c,trasv} = \frac{f_y \cdot A_{st}}{s \cdot r_0} \quad (5.49)$$

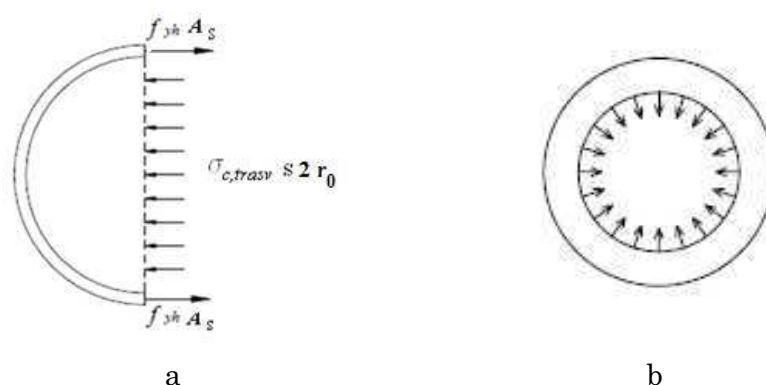


Fig. 5.9. Funzionamento delle staffe :

- (a) trazione nelle staffe
- (b) compressione nel calcestruzzo.

dove:  $\sigma_{c,transv}$  è l'entità della compressione in direzione trasversale sul calcestruzzo;

$A_{st}$  l'area della sezione trasversale delle staffe;

$s$  il passo delle staffe;

$r_0$  il raggio del nucleo circolare interno alla linea media delle staffe;

$f_y$  la tensione di snervamento dell'acciaio.

Si nota in proposito che il volume effettivamente confinato è in realtà inferiore al volume di conglomerato racchiuso dalle staffe, in quanto esistono zone di calcestruzzo non ben confinate tanto sul piano della sezione trasversale quanto lungo lo sviluppo longitudinale della trave (Fig. 5.10). Usualmente le zone di cui sopra vengono individuate a mezzo dei loro profili tanto sul piano della sezione trasversale quanto su un piano ad esso ortogonale e passante per l'asse longitudinale della trave. Longitudinalmente tali profili vengono di norma assunti corrispondenti con segmenti parabolici, i cui estremi si trovano in corrispondenza di due staffe contigue, mentre sul piano della sezione trasversale si considerano ancora segmenti parabolici con estremi questa volta posti in corrispondenza di barre longitudinali contigue dotate di collegamento trasversale realizzato mediante staffe o tirantini. Di norma alle suddette parabole si attribuisce una pendenza di  $45^\circ$  in corrispondenza degli estremi. É dunque possibile, alla luce di queste considerazioni, effettuare un calcolo rigoroso del volume effettivamente confinato mettendo anche

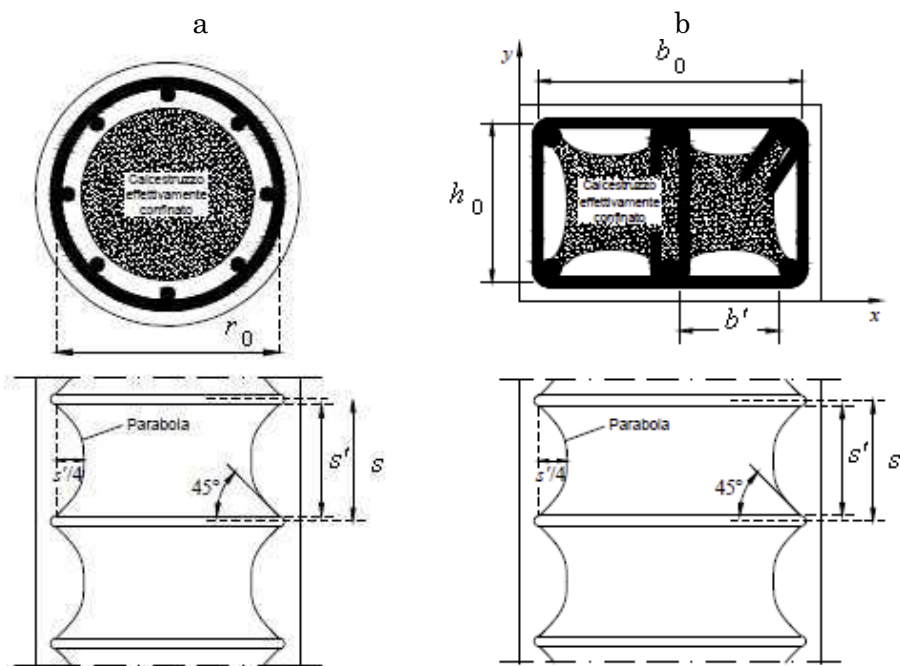


Fig. 5.10. Volume effettivamente confinato:

- a) sezione circolare;
- b) sezione rettangolare.

in conto fattori specifici, che ne condizionano la forma, come ad esempio nel caso delle travi compresse superiormente l'ulteriore azione di confinamento dovuta alla presenza del solaio. Il calcolo dunque può divenire assai oneroso nel caso di un edificio a più piani con molte aste caratterizzate da diverso ruolo all'interno dello schema strutturale (travi o pilastri) e diversi tipi di staffature. È stato introdotto a tal proposito un *coefficiente  $\alpha$  di efficacia del confinamento*, che si qualifica come un coefficiente riduttivo corrispondente al rapporto fra i volumi effettivamente e teoricamente confinati. Per esso Priestley (2008) suggerisce di assumere forfaitariamente un valore compreso fra 0.75 e 0.85 indipendentemente da calcoli più precisi. Nell'ambito del presente studio si è assunto un unico valore del coefficiente di efficacia del confinamento, comune a tutte le aste degli edifici analizzati e pari a 0.80.

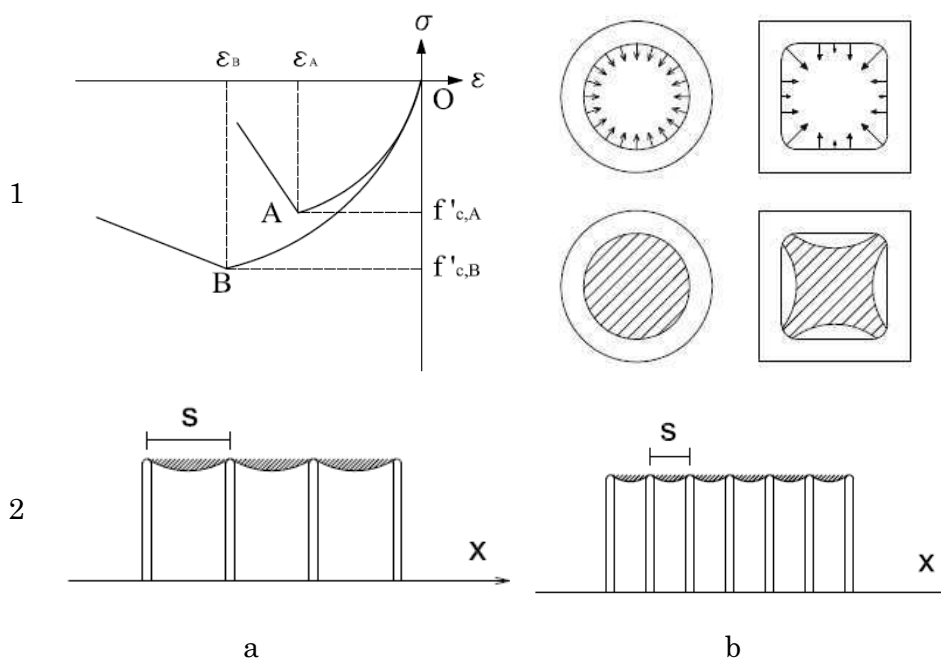


Fig. 5.11. Effetti del confinamento delle staffe:

- 1a) aspetti su cui si ripercuote il confinamento;
- 1b) influenza della forma delle staffe sulla efficacia del confinamento;
- 2) influenza del passo delle staffe sulla efficacia del confinamento.

Le dimensioni del volume che può ritenersi efficacemente confinato dipendono tanto dalla forma dalle staffe, per via della diversa modalità di trasmissione delle tensioni, quanto dal passo con cui sono disposte. In particolare staffe circolari o a spirale risultano esercitare un confinamento senz'altro maggiore sul piano della sezione trasversale rispetto a staffe rettangolari (Fig.5.11.1. b), mentre per quanto attiene al passo si nota, osservando lo sviluppo della trave, che nel caso di staffatura più fitta (Fig.5.11.2.b), a parità di percentuale di armatura necessaria, si riduce l'area tratteggiata in Fig. 5.11.2.a, che non può considerarsi confinata.

Gli effetti benefici del confinamento si traducono nei seguenti tre aspetti fondamentali illustrati in Fig. 5.11.1.a:

- *L'aumento della tensione di picco per calcestruzzo confinato rispetto al calcestruzzo non confinato ( $f'_{c,A} > f'_{c,B}$ );*
- *L'aumento della deformazione alla quale la tensione di picco si raggiunge ( $\epsilon_{c,A} > \epsilon_{c,B}$ );*
- *La riduzione della pendenza della curva di degrado e dunque la conservazione delle proprietà meccaniche del calcestruzzo per un periodo più lungo, con conseguente aumento della deformazione ultima.*

Nel seguito si precisa come viene messo in conto all'interno dei legami per calcestruzzo compresso utilizzati nell'ambito del presente lavoro l'effetto cerchiante dell'armatura trasversale costituita da staffe ed eventuali tirantini. Siano:

$f_c, f_c^c$  la tensione massima a compressione rispettivamente per calcestruzzo non confinato e confinato;

$\epsilon_{c0}, \epsilon_{c0}^c$  la deformazione alla quale corrisponde la tensione massima rispettivamente per calcestruzzo non confinato e confinato;

La *resistenza massima del calcestruzzo confinato* si può esprimere in funzione di quella del calcestruzzo non confinato come:

$$f_c^c = k \cdot f_c \quad (5.50)$$

dove  $k$  è un fattore che tiene conto dell'incremento di resistenza dovuto all'effetto di confinamento ed è dato, secondo la teoria di Mander, dalla seguente espressione:

$$k = 2.254 \cdot \sqrt{1 + 3.97 \cdot \alpha \omega_{st}} - \alpha \omega_{st} - 1.254 \quad (5.51)$$

dove:  $\omega_{st}$  è la percentuale meccanica di armatura di confinamento.

La percentuale meccanica  $\omega_{st}$  di armatura di confinamento si definisce come:

$$\omega_{st} = \rho_{st} \cdot \frac{f_y}{f_c} \quad (5.52)$$

dove:  $f_y$  è la tensione di snervamento delle staffe.

$\rho_{st}$  la percentuale geometrica di armatura di confinamento.

La percentuale geometrica  $\rho_{st}$  di armatura di confinamento si definisce come il rapporto fra il volume di armatura di confinamento, sia staffe sia eventuali tirantini, ed il volume racchiuso dalle staffe per un tratto

di trave di lunghezza pari al passo  $s$  delle staffe ovvero centrato sulla generica staffa:

$$\rho_{st} = \frac{\sum A_{st} \cdot l_{st} + \sum A_{tir} \cdot l_{tir}}{b_0 \cdot h_0 \cdot s} \quad (5.53)$$

dove:  $A_{st}$  è l'area della sezione trasversale della generica staffa;

$l_{st}$  è la lunghezza complessiva delle staffe presenti;

$A_{tir}$  è l'area della sezione trasversale del generico tirantino presente;

$l_{tir}$  è la lunghezza complessiva dei tirantini presenti;

$b_0, h_0$  sono le dimensioni della porzioni di sezione inclusa

entro la linea media delle staffe.

La *deformazione di picco del calcestruzzo confinato* rispetto al non confinato può valutarsi come:

$$\varepsilon_{c0}^c = [1 + 5 \cdot (k - 1)] \cdot \varepsilon_{c0} \quad \text{dove si può porre: } \varepsilon_{c0} = 0.02 \quad (5.54)$$

Infine l'*incremento di deformazione ultima del calcestruzzo per effetto del confinamento delle staffe* si può valutare considerando, come suggerito da Mander, la rottura del calcestruzzo confinato come conseguente alla crisi dell'armatura trasversale di contenimento ovvero al raggiungimento della deformazione ultima  $\varepsilon_{su}$  dell'acciaio delle staffe. Uguagliando l'energia di deformazione del calcestruzzo del nucleo cerchiato all'energia corrispondente alla crisi delle staffe, Priestley (2008) ha ricavato una espressione della deformazione ultima  $\varepsilon_{cu}^c$  del calcestruzzo del nucleo cerchiato in ragione di quella del calcestruzzo non confinato  $\varepsilon_{cu}$ , della percentuale meccanica delle staffe  $\omega_{st}$  e della deformazione ultima dell'acciaio delle staffe  $\varepsilon_{su}$ :

$$\varepsilon_{cu}^c = \varepsilon_{cu} + \frac{1.4 \cdot \omega_{st}}{k} \cdot \varepsilon_{su} \quad (5.55)$$

Per quanto attiene ai valori della deformazione ultima del calcestruzzo di ricoprimento e dell'acciaio delle staffe, per la prima si è assunto il valore indicato da Mander ovvero 0.004, mentre per la seconda si è assunto il valor minimo consentito dalla normativa per acciaio B450C ovvero 0.075.

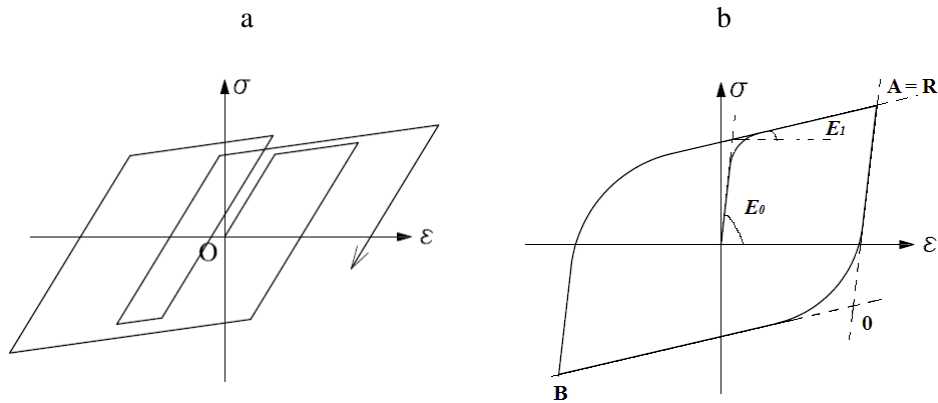


Fig. 5.12. Legami costitutivi per acciaio:  
 a) legame elasto-plastico incrudente;  
 b) modello di Menegotto e Pinto, 1973.

## 5. Legame uniassiale per acciaio

Il modello costitutivo utilizzato per le barre di armatura è quello di *Giuffrè-Menegotto-Pinto* (1973), implementato in OpenSees come "*Steel02*", che sembra offrire un buon compromesso tra accuratezza ed efficienza numerica.

Esso è costituito da una legge continua che descrive una transizione curvilinea tra due asintoti aventi pendenza differente: dalla pendenza  $E_0$  del ramo elastico si giunge alla pendenza  $E_I$  del ramo incrudente.

Si tratta dunque di un diagramma (Fig. 5.12.b) che si adagia ai due tratti rettilinei del legame elasto-plastico incrudente (Fig. 5.12.a) a mezzo di un raccordo curvilineo. La relazione analitica della curva non lega esplicitamente le quantità  $\sigma$  ed  $\varepsilon$ , ma ricorre a due variabili ausiliare,  $\sigma^*$  ed  $\varepsilon^*$  definite come segue:

$$\varepsilon^* = \frac{\varepsilon - \varepsilon_r}{\varepsilon_0 - \varepsilon_r} \quad (5.56)$$

$$\sigma^* = \frac{\sigma - \sigma_r}{\sigma_0 - \sigma_r} \quad (5.57)$$



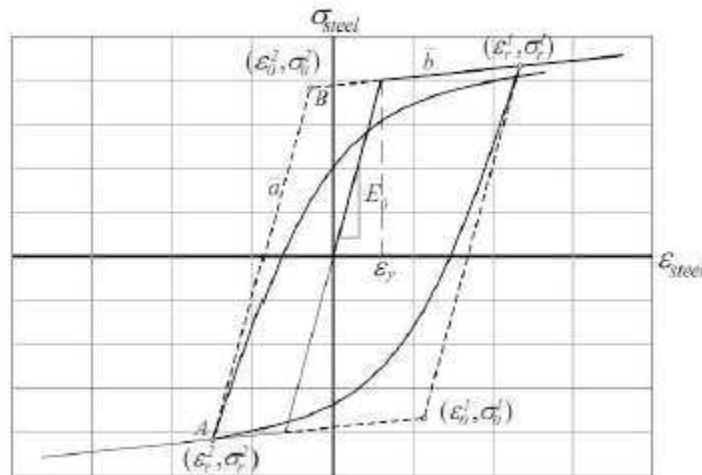


Fig. 5.13. Legame di Menegotto e Pinto(1973): comportamento isteretico.

Per l' $i$ -esimo tratto del percorso di carico  $R = (\epsilon_r, \sigma_r)$  è il punto a partire da quale si è avuta l'ultima inversione del ciclo di carico, mentre  $O = (\epsilon_0, \sigma_0)$  è la successiva intersezione tra i due asintoti dell'arco di curva che si sta percorrendo: ad esempio, con riferimento al tratto AB della figura 5.12.  $b$ ,  $A$  coincide con il punto  $R$ , in cui si è invertito il segno della velocità di deformazione, mentre l'intersezione fra i due asintoti, cui si adagia il tratto AB della curva, è già denotata come  $O$ . Nel caso di un percorso di carico monotono il punto  $O$  rappresenta l'intersezione fra i due tratti elastico ed incrudente di pendenza rispettivamente  $E_0$  ed  $E_1$  ovvero coincide con il punto di snervamento del modello elasto-plastico incrudente, cui il legame di Menegotto-Pinto tende. La posizione dei due punti  $O$  ed  $R$ , di cui sopra, varia e deve pertanto essere ricalcolata ad ogni inversione del segno della velocità di deformazione, come si può vedere in Figura 5.13.

La relazione analitica che lega le variabili  $\sigma^*$  ed  $\epsilon^*$  è:

$$\sigma^* = b \cdot \epsilon^* + \frac{(1-b) \cdot \epsilon^*}{(1 + \epsilon^{*R})^{1/R}} \quad (5. 58)$$

Il termine  $b$  rappresenta il rapporto di incrudimento ovvero la pendenza  $E_1$  del ramo incrudente rapportata alla pendenza elastica iniziale  $E_0$ . Il parametro  $R$  introdotto nell' equazione (5. 58) governa la forma della

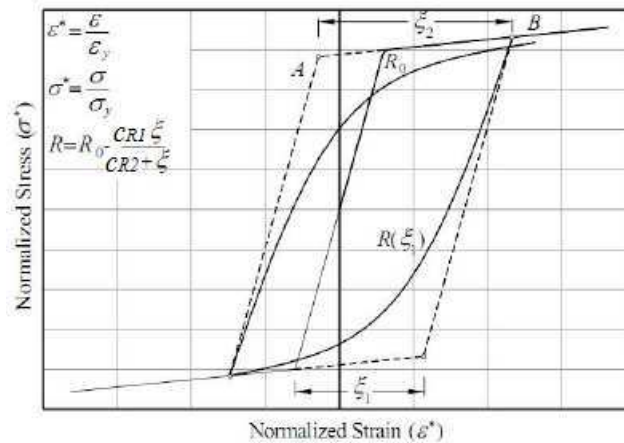


Fig. 5.14. Legame di Menegotto e Pinto(1973):  
determinazione del parametro  $R$ .

curva di raccordo e condiziona fortemente la maggiore o minore vicinanza della curva stessa alla spezzata del legame elasto-plastico incrudente corrispondente. Nel caso di un percorso di carico monotono,  $R$  è un parametro sperimentale per il quale si consiglia di assumere un valore compreso tra 10 e 20. Nel caso di comportamento isteretico il parametro  $R$  dipende dalla storia di carico e deve essere aggiornato ad ogni inversione del ciclo secondo la relazione:

$$R_i = R(\xi_i) = R_0 - \frac{C_{R1} \cdot \xi_i}{C_{R2} + \xi_i} \quad (5.59)$$

dove  $R_0$  è il valore iniziale di  $R$  in corrispondenza del punto di intersezione fra i due rami, elastico e plastico, della curva vergine prima di qualunque inversione del percorso di carico (Fig. 5.14), mentre  $C_{R1}$  e  $C_{R2}$  sono due parametri che vengono determinati sperimentalmente, come  $R_0$ , e per i quali si consigliano i valori rispettivamente di 0.925 e 0.15. La variabile  $\xi$  è invece adimensionale, rappresenta la massima escursione in campo plastico raggiunta nel precedente ciclo di deformazione e viene a coincidere, per l' $i$ -esimo ciclo, con la differenza fra la deformazione  $\varepsilon_{p,i}$  del punto R del ciclo corrente e la deformazione  $\varepsilon_{0^{(i-1)}}$  del punto 0 del ciclo precedente, normalizzata rispetto alla deformazione  $\varepsilon_{sy}$  al limite elastico ovvero:

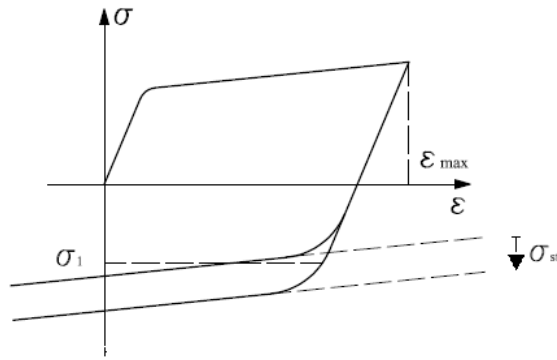


Fig. 5.15. Legame di Menegotto e Pinto(1973):  
incrudimento isotropo.

$$\xi_i = \frac{\epsilon_r^i - \epsilon_o^{i-1}}{\epsilon_{Sy}} \tag{5. 60}$$

Il modello fin qui descritto, implementato in OpenSees, è stato modificato da Filippou (1983) per consentire anche l'incrudimento isotropo del materiale, che si traduce nella traslazione di una quantità  $\sigma_{st}$  degli asintoti della curva di involuppo corrispondenti ai tratti a comportamento plastico, tanto a trazione quanto a compressione. La traslazione dei suddetti asintoti va effettuata ad ogni ciclo, prima della determinazione del punto R, di cui si è detto in precedenza. La relazione matematiche, che esprime l'entità di una tale traslazione, è la seguente:

$$\frac{\sigma_{st}}{\sigma_y} = a_3 \cdot \left[ \frac{\epsilon_{max}}{\epsilon_{Sy}} - a_4 \right] \tag{5. 61}$$

dove:  $\sigma_{st}$  è la traslazione dell'asintoto;

$\sigma_y$  la tensione a snervamento;

$\epsilon_y$  la deformazione a snervamento;

$\epsilon_{max}$  la massima all'atto di inversione dell'incremento di deformazione;

$a_3, a_4$  sono due parametri che regolano l'aumento della tensione di involuppo e vanno detreminati sperimentalmente.

Le espressioni analitiche implementate in OpenSees sono tuttavia differenti e consentono di distinguere fra incrudimento dal lato delle trazioni e dal lato delle compressioni. Precisamente:

$$\frac{\sigma_{st}^c}{\sigma_y} = 1 + a_1 \cdot \left[ \frac{\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}}{2 \cdot a_2 \cdot \varepsilon_{Sy}} \right]^{0.8} \quad (1)$$

$$\frac{\sigma_{st}^t}{\sigma_y} = 1 + a_3 \cdot \left[ \frac{\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}}{2 \cdot a_4 \cdot \varepsilon_{Sy}} \right]^{0.8} \quad (2)$$

dove:  $\sigma_{st}^t$  è la traslazione dell'asintoto dal lato della trazione;

$\sigma_{st}^c$  è la traslazione dell'asintoto dal lato della compressione;

$\sigma_y$  la tensione a snervamento;

$\varepsilon_{\max}$ ,  $\varepsilon_{\min}$  sono la massima e la minima deformazione al momento di inversione dell'incremento di deformazione.

$a_1$ ,  $a_2$  sono due parametri che regolano l'aumento della tensione di involuppo a compressione;

$a_3$ ,  $a_4$  sono due parametri che regolano l'aumento della tensione di involuppo a trazione.

Nell'ambito del presente studio si è trascurato l'incrudimento isotropo dell'acciaio ponendo le suddette costanti pari ai valori seguenti:

$$a_1 = 0.00; \quad a_2 = 1.00; \quad a_3 = 0.00; \quad a_4 = 1.00 \quad (5.63)$$

Per quanto riguarda l'incrudimento cinematico si è invece assunto  $b = 0.003$ . Infine come valore iniziale del parametro R si è impiegato  $R_0 = 20$ .

## 6. Proprietà meccaniche dei materiali

La distribuzione reale delle proprietà meccaniche dei materiali in un edificio a più piani non costituisce un dato prevedibile e determinabile in maniera certa. È stato tuttavia provato in passato che, ad una valutazione sufficientemente accurata del comportamento inelastico medio di queste strutture, si può pervenire tramite un'analisi di tipo determi-

nistico, ma eseguita non utilizzando i valori caratteristici delle resistenze dei materiali, prescritte dalle normative per il progetto degli edifici, bensì facendo riferimento alle loro caratteristiche medie. Anche le recenti Norme Tecniche per le Costruzioni del 2008 prescrivono, nel caso di verifica sismica di edifici esistenti, di riferirsi a tali valori. Pertanto, in linea con questa tendenza, nelle successive analisi degli edifici oggetto di indagine si è ritenuto di assumere come *valori delle proprietà meccaniche dei materiali* quelli corrispondenti ad una probabilità di superamento del 50%.

Per quanto riguarda il calcestruzzo, il valor medio della distribuzione gaussiana è stato valutato secondo la formula prescritta dalle Norme Tecniche per le Costruzioni:

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \quad (\text{MPa}) \quad (5.64)$$

Poiché tanto per gli edifici *SG*, progettati per sostenere i soli carichi gravitazionali, quanto per gli edifici antisismici *SS*, si è adoperato per il progetto un calcestruzzo di classe *Rck* pari a 25 MPa, per cui il valore caratteristico  $f_{ck}$  della resistenza cilindrica a compressione è 20 MPa, il valor medio di quest'ultimo, da assumere come *resistenza a compressione del calcestruzzo di ricoprimento*, sarà in definitiva  $f_c = f_{cm} = 28$  (MPa). La resistenza a trazione del conglomerato è stata poi determinata, in ragione della sua resistenza a compressione secondo la ben nota formula:

$$f_t = 0.62 \cdot \sqrt{f_c} \quad (\text{MPa}) \quad (5.65)$$

Il modulo elastico tangente nell'origine è stato invece valutato con la relazione (5.45) riportata durante la descrizione del legame di Mander. Per la deformazione ultima a trazione del calcestruzzo non confinato si è assunto il valore  $\varepsilon_{cu} = 0.004$ , mentre per la deformazione cui corrisponde il picco della tensione di compressione si è assunto il valore  $\varepsilon_{c0} = 0.002$ . La deformazione ultima a trazione, adeguatamente più bassa di quella a compressione, è invece scaturita da un confronto fra il modello di decadimento esponenziale, che caratterizza l'inviluppo monotonicamente a trazione implementato nel Concrete04 (curva continua in nero in Fig. 5.16), ed una più semplice legge di decadimento lineare (linea

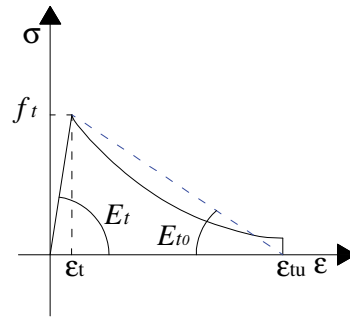


Fig. 5.16. Involuppo monotónico a trazione: deformazione ultima.

tratteggiata in blu in Fig. 5.16), tipica di altri modelli per calcestruzzo implementati in OpenSees come ad esempio il Concrete02.

Attraverso la legge di decadimento lineare, fissando la pendenza  $E_{t0}$  del tratto di softening, che è stata posta pari ad un decimo del modulo tangente a trazione nell'origine  $E_t$ , a sua volta pari a quello a compressione  $E_c$ , è stato possibile valutare l'entità della deformazione ultima a trazione:

$$E_t = E_c ; \quad E_{t0} = \frac{1}{10} \cdot E_t \Rightarrow \varepsilon_{tu} = f_t \cdot \left( \frac{1}{E_t} + \frac{1}{E_{t0}} \right) \quad (5.66)$$

Si riepilogano qui di seguito le proprietà meccaniche del calcestruzzo di ricoprimento (Tab. 1).

Tab. 1 – Proprietà meccaniche del calcestruzzo non confinato

Comportamento a compressione					
$f_{cm}$ (MPa)	$E_c$ (MPa)	$\varepsilon_{c0}$ (-)	$E_{c,sec}$ (MPa)	$r$	$\varepsilon_{cu}$ (-)
28.00	26458	0.002	14000	2.124	0.004
Comportamento a trazione					
$f_{ct}$ (MPa)	$E_t$ (MPa)	$\varepsilon_{ct}$ (-)	$\beta$	$\varepsilon_{cu}$ (-)	
3.281	26458	0.000124	0.1	0.001289	

Relativamente alle *caratteristiche meccaniche dell'acciaio delle armature* risulta necessario invece operare una distinzione fra il gruppo di edifici *SG* per carichi verticali e quello degli edifici *SS*. Per i primi infatti sono state utilizzate nel progetto barre ad aderenza migliorata del tipo FeB38k, cui corrisponde una tensione di snervamento caratteristi-

ca di 375 MPa, mentre per i secondi barre del tipo FeB44k con tensione di snervamento caratteristica di 430 MPa. Per la tensione di snervamento media corrispondente si possono assumere rispettivamente i valori di 400 MPa e 450 MPa. Infine come modulo elastico in entrambi i casi ci si è riferiti al classico valore  $E_s = 206000$ (MPa) .

Si riporta nel seguito un prospetto riepilogativo delle proprietà meccaniche delle barre di armatura (Tab. 2) per le due classi di edifici SG ed SS:

Tab. 2 – Proprietà meccaniche delle barre di acciaio

<b>Edifici SG: barre FeB38k</b>			
$f_{vm}$ (MPa)	$E_s$ (MPa)	$\epsilon_{vm}$ (-)	<b>b</b>
400.00	206000	0.0019	0.003
<b>Edifici SS: barre FeB44k</b>			
$f_{vm}$ (MPa)	$E_s$ (MPa)	$\epsilon_{ct}$ (-)	<b>b</b>
450.00	206000	0.0022	0.003

Più articolata è stata *la determinazione delle proprietà meccaniche del calcestruzzo del nucleo cerchiato*. Per quanto concerne il comportamento a trazione, i valori di resistenza meccanica ed i parametri deformativi sono identici a quelli del calcestruzzo di ricoprimento. Viceversa le caratteristiche di resistenza e deformazione dal lato delle compressioni sono caratterizzate dagli incrementi dovuti all'effetto cerchiante delle staffe e descritti nel relativo paragrafo. A tal proposito si precisa però che dall'esame delle caratteristiche meccaniche di un campione significativo di aste estratto da ciascuno degli edifici esaminati è emersa una variabilità abbastanza ridotta di tali valori. Per questa ragione si è ritenuto di poter assumere nelle successive analisi degli edifici un unico set di parametri di resistenza e di deformazione per calcestruzzo confinato per tutte le aste del generico edificio-base individuato, rendendo peraltro così più snella la successiva valutazione della risposta sismica di tali edifici. Si è inoltre osservato come si possano assumere per tutti gli edifici analizzati unicamente due distinti gruppi di parametri meccanici per calcestruzzo confinato, relativi alle altrettante tipologie di edifici-base, SG ed SS, in precedenza individuate. Nel seguito (Fig. 5.17) si riportano quattro diagrammi a barre che illustrano la distribu-

zione della resistenza e della deformazione ultima del calcestruzzo del nucleo cerchiato su un campione rappresentativo di sezioni per due distinti edifici, l'uno appartenente alla classe *SG* e l'altro alla classe *SS*. Come si può notare gli edifici progettati per resistere ad azione sismica (gruppo *SS*), essendo dotati di staffature più fitte e dunque di migliori condizioni di confinamento rispetto agli edifici progettati per soli carichi gravitazionali (gruppo *SG*), manifestano mediamente valori un po' più alti di resistenza e deformazione ultima del calcestruzzo confinato. Comunque la distribuzione delle proprietà meccaniche risulta piuttosto

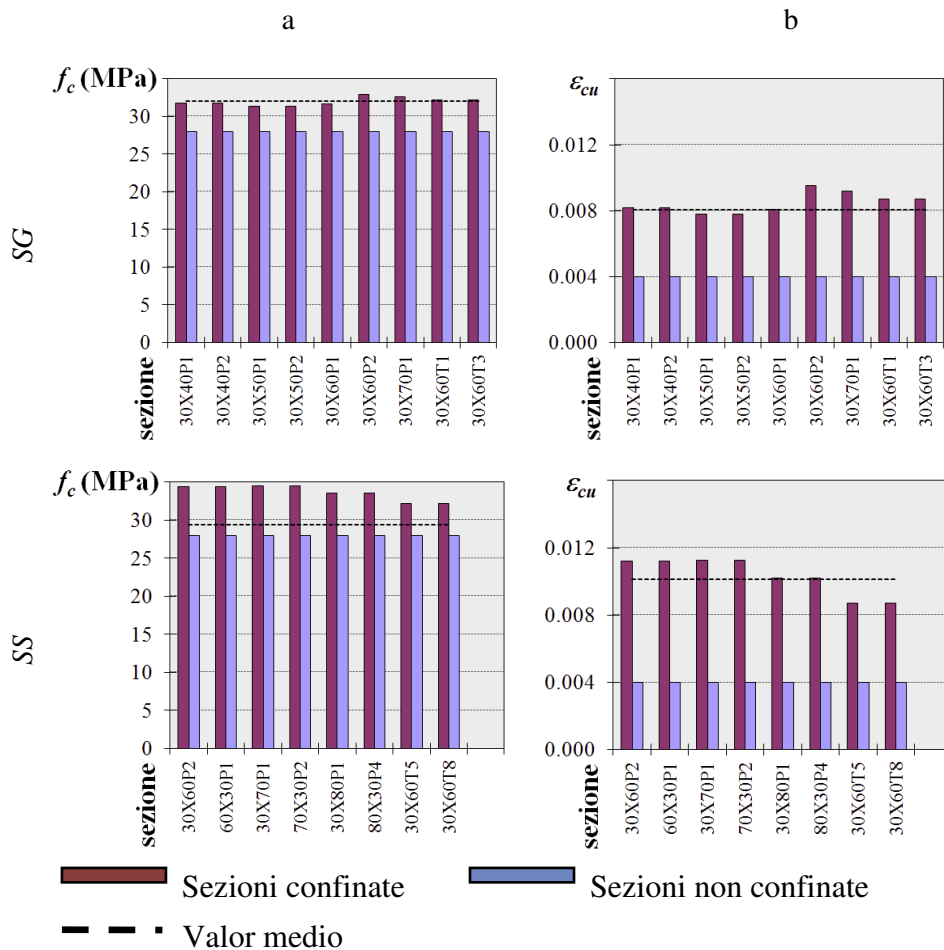


Fig. 5.17. Distribuzione delle proprietà meccaniche per calcestruzzo confinato: resistenza a compressione (a) e deformazione ultima (b).



uniforme per entrambe le tipologie di edifici esaminati specialmente in termini di resistenza del materiale. Anche la variabilità del parametro deformazione ultima è sicuramente piuttosto bassa ed i valori da esso assunti oscillano intorno a 0.01, che pertanto, arrotondando un po' sulle medie ottenute, è stato assunto come valore unico tanto per la classe SG quanto per la classe SS.

Si riepilogano quindi nel successivo prospetto (Tab. 3) le proprietà meccaniche del calcestruzzo del nucleo cerchiato che verranno prese come riferimento nella valutazione delle due classi di edifici.

Tab. 3 – Proprietà meccaniche del calcestruzzo non confinato

<b>Edifici SG</b>					
<b>Comportamento a compressione</b>					
$f_{cm}$ (MPa)	$E_c$ (MPa)	$\epsilon_{c0}$ (-)	$E_{c,sec}$ (MPa)	$r$	$\epsilon_{cu}$ (-)
32.00	28284	0.0034	9412	1.499	0.01
<b>Comportamento a trazione</b>					
$f_{ct}$ (MPa)	$E_t$ (MPa)	$\epsilon_{ct}$ (-)	$\beta$	$\epsilon_{cu}$ (-)	
3.281	26458	0.000124	0.1	0.001289	
<b>Edifici SS</b>					
<b>Comportamento a compressione</b>					
$f_{cm}$ (MPa)	$E_c$ (MPa)	$\epsilon_{c0}$ (-)	$E_{c,sec}$ (MPa)	$r$	$\epsilon_{cu}$ (-)
34.00	29155	0.004	8500	1.412	0.01
<b>Comportamento a trazione</b>					
$f_{ct}$ (MPa)	$E_t$ (MPa)	$\epsilon_{ct}$ (-)	$\beta$	$\epsilon_{cu}$ (-)	
3.281	26458	0.000124	0.1	0.001289	

Si presentano nella successiva figura 5.18 gli involuipi monotoniche delle relazioni costitutive per calcestruzzo confinato e non ed acciaio per le due tipologie di edifici esaminati.

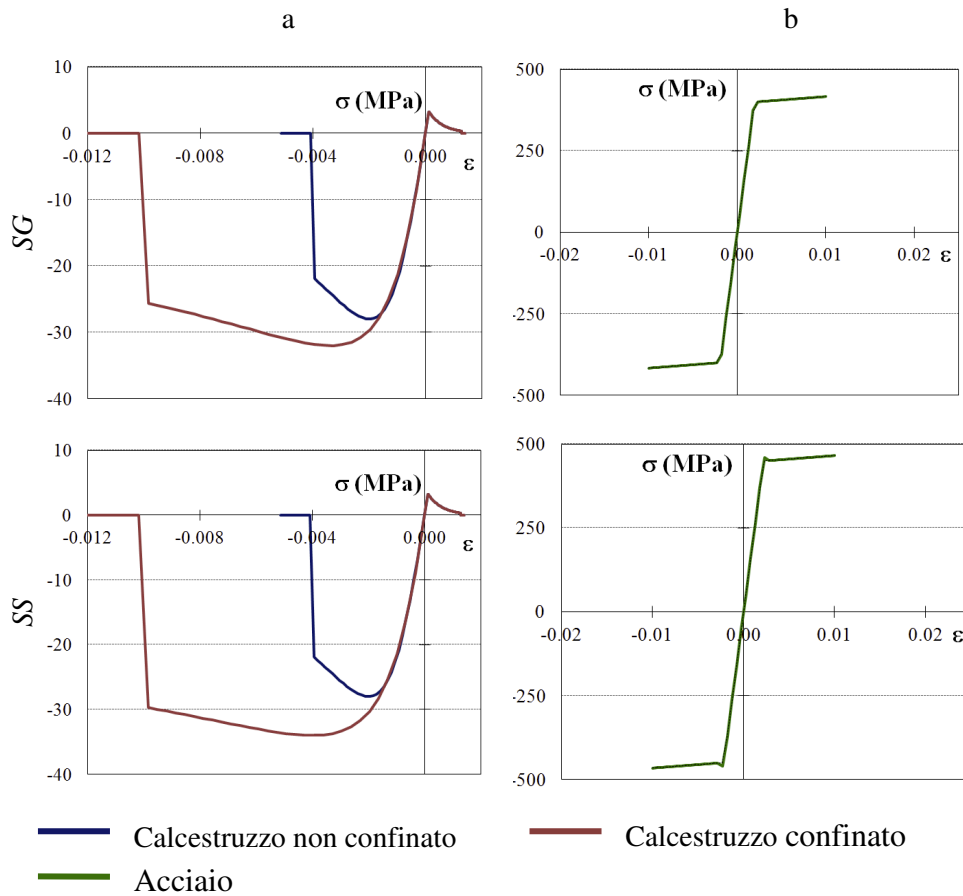


Fig. 5.18. Inviluppo monotonic delle relazioni costitutive: calcestruzzo (a) e acciaio (b).

## 7. Discretizzazione della sezione in fibre

Come già osservato in precedenza, la generica sezione viene modellata come un insieme di fibre, ciascuna delle quali è contraddistinta da una posizione del suo baricentro rispetto al sistema di riferimento locale, la cui origine risiede nel baricentro geometrico della sezione, da un'area e da un legame uniassiale tensioni-deformazioni. Per le analisi svolte nel presente studio, dinamiche e statiche, lineari e non, ciascuna sezione è stata decomposta in fibre componenti secondo la modalità qui di seguito

espressa ed illustrata in Fig. 5.19 con riferimento alla sezione di una generica trave di base 30 cm ed altezza 60 cm, avente armatura dissimmetrica costituita superiormente da  $2\text{Ø}20$  di spigolo e  $2\text{Ø}14$  interni ed inferiormente da  $3\text{Ø}14$  nonché da  $2\text{Ø}14$  come ferri di parete.

Ciascuna delle barre di armatura è stata modellata come una fibra singola, di area pari alla superficie della sezione trasversale della barra e concentrata in corrispondenza del baricentro della barra stessa. Ad essa è stato attribuito il legame costitutivo *Steel02* descritto in precedenza. Per quanto riguarda il calcestruzzo invece si è operata una distinzione preliminare tra il nucleo cerchiato incluso all'interno delle staffe, di forma rettangolare, e le zone del ricoprimento, ulteriormente suddivise, come indicato in figura, in quattro superfici di forma trapezoidale: ricoprimento laterale sinistro denotato come 1, ricoprimento laterale destro denotato come 2, ricoprimento superiore ovvero 3 e ricoprimento inferiore ovvero 4. Il calcestruzzo del nucleo confinato è stato ulteriormente decomposto in piccoli rettangoli suddividendo le due dimensioni del nucleo cerchiato in un numero di parti uguali. Precisamente la dimensione  $b_0 = b - 2 \cdot c$ , dove  $c$  è il ricoprimento, è stata sud-

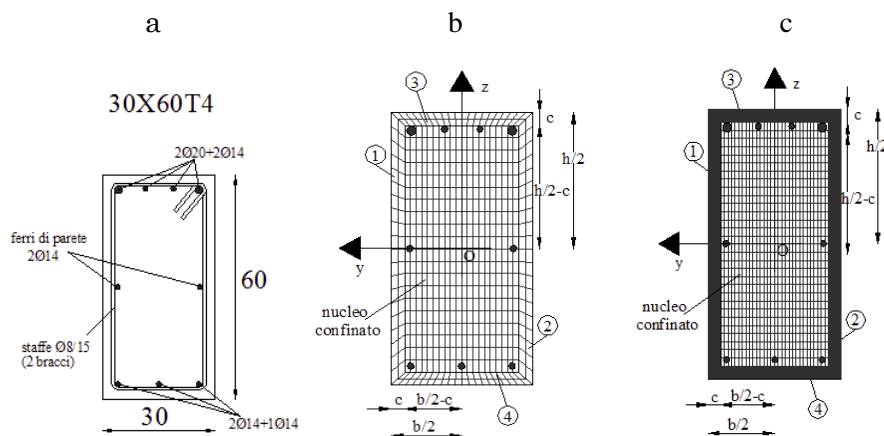


Fig. 5.19. Sezione trasversale di una generica trave: geometria (a), discretizzazione in fibre utilizzata per le analisi (b) e per la costruzione dei diagrammi momento- curvatura (c).

divisa in 20 parti e così anche la dimensione  $h_0 = h - 2 \cdot c$ . Ciascuno dei rettangoli componenti costituisce una fibra con posizione nel baricentro del rettangolo, area pari al prodotto delle due dimensioni dello stesso e legame costitutivo *Concrete04 con le proprietà meccaniche proprie del calcestruzzo confinato*. Il generico trapezio costituente una delle quattro zone del ricoprimento viene invece suddiviso in fibre di forma anch'essa trapezia, decomponendo le sue diagonali maggiore e minore in un certo numero di fibre, nel caso in esame 20, e la sua altezza, di dimensione pari al ricoprimento, in un numero in generale diverso di fibre, nel caso in esame 2. A ciascuna fibra, di area derivante dalla sua geometria del trapezio e collocata in corrispondenza del baricentro di questo, viene attribuita una relazione costitutiva ancora del tipo *Concrete04* ma questa volta avente *le caratteristiche meccaniche proprie del calcestruzzo non confinato*.

Nel caso di analisi di tipo lineare, quali quelle necessarie al calcolo dei parametri elastici  $e_r$  ed  $\Omega_0$ , ovvero per la risoluzione dell'autoproblema per la determinazione delle proprietà dinamiche del sistema, si trascura il contributo alla risposta delle fibre di armatura e si attribuisce un comportamento unico alle fibre di calcestruzzo del nucleo cerchiato e del ricoprimento ovvero si assegna loro un unico legame costitutivo elastico-lineare. Quest'ultimo in Opensees è denotato come "*Elastic*" ed è caratterizzato unicamente dal modulo elastico  $E$  posto pari al modulo tangente nell'origine a compressione  $E_c$  del calcestruzzo non confinato (nello specifico  $E_c = 26458$  MPa).

Al fine di mostrare il comportamento non lineare della generica sezione, modellata come sopra descritto, nel seguito si riportano alcuni diagrammi momento-curvatura, sempre ottenuti con il software OpenSees, per una trave con sezione costante e pari a quella in Fig. 5.19. a e per un pilastro 30X80 con armatura simmetrica e diversi livelli del carico assiale. In quest'ultimo caso vengono analizzati separatamente i comportamenti nei due piani di flessione del pilastro trascurando l'interazione fra i due momenti flettenti. Il diagramma è stato ottenuto imponendo monotonicamente incrementi di curvatura e determinando in corrispondenza del corrente valore della curvatura il relativo assetto della sezione in condizioni di equilibrio e l'entità del corrispondente

momento. Il processo di carico è stato interrotto in corrispondenza del raggiungimento della deformazione ultima del conglomerato del nucleo cerchiato,  $\epsilon_{cu} = 0.01$ , ovvero di un valore di deformazione per l'acciaio teso,  $\epsilon_{su} = 0.04$ , indicato nella circolare esplicativa del DM 14.01.2008 a proposito della valutazione della rotazione rispetto alla corda allo snervamento. La condizione che per prima si verifica individua la curvatura ultima della sezione.

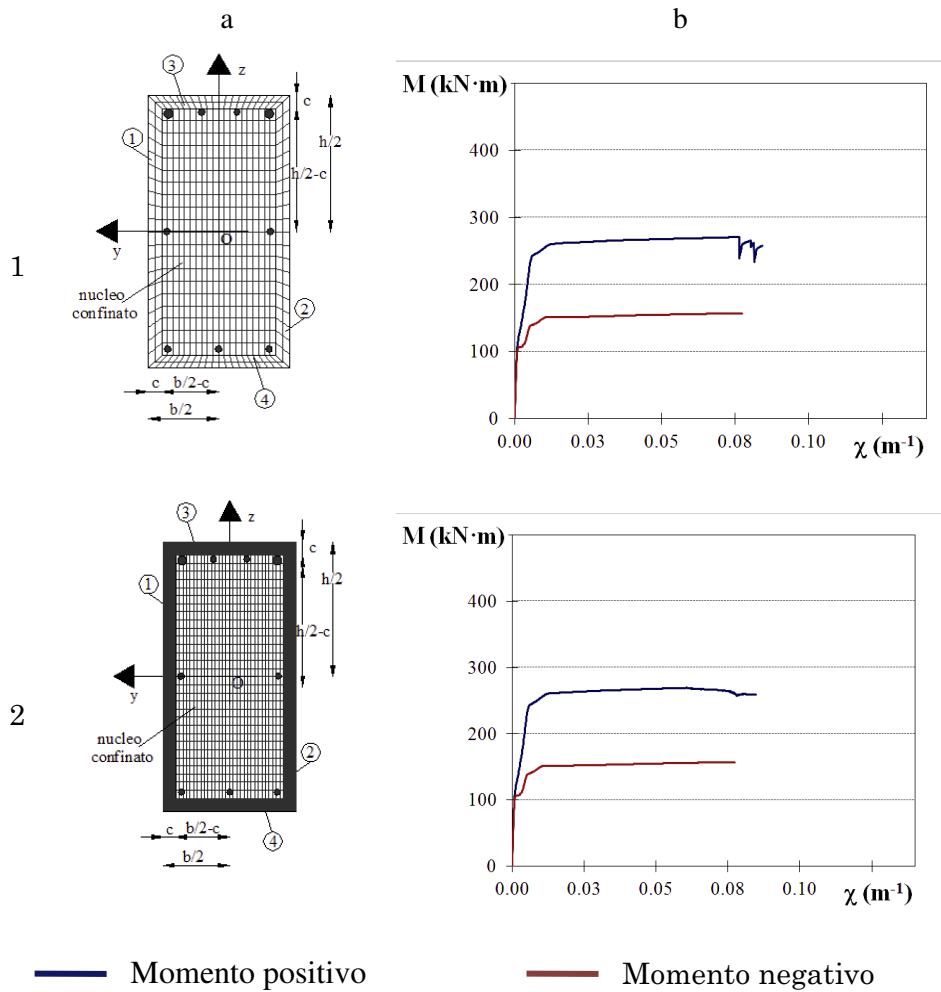


Fig. 5.20. Geometria e diagramma momento-curvatura della sezione di una trave: discretizzazione più rada(1) e più fitta (2).

Nel caso della trave il diagramma in Fig. 5.20. 1 rappresenta il comportamento della sezione discretizzata come sopra descritto per momento positivo (curva in blu) e negativo (curva in rosso). Come si evince dalla figura il diagramma è stabile fino ad elevate curvature pari a circa 0.08. Oltre quel valore una serie di salti nel diagramma segnalano l'espulsione del ricoprimento e la perdita brusca di una porzione di calcestruzzo resistente. Per una simulazione più accurata del comportamento della sezione anche nel campo delle curvature elevate, come in Figura 5.20. 2, è necessario adottare una discretizzazione più fine quale quella indicata in Fig. 5.19. c. In tal caso le due dimensioni  $b_0$  ed  $h_0$  del nucleo cerchiato sono state suddivise entrambe in 30 parti uguali e la medesima suddivisione si è impiegata per le quattro zone del ricoprimento. L'altezza ridotta dei trapezi del ricoprimento superiore ed inferiore consente di cogliere la graduale perdita del contributo delle zone più esterne del ricoprimento dando luogo nella curva ad un tratto decrescente con continuità. Si nota che la discretizzazione più rada di Fig. 5.19. b consentiva comunque di cogliere sia il livello di resistenza della sezione sia la sua curvatura ultima. L'obiettivo di conciliare un buon risultato con tempi di calcolo accettabili per analisi dinamiche non lineari di strutture complesse a molte iperstatiche, quali quelle oggetto di indagine, giustifica la scelta della discretizzazione più rada sopra esposta e raffigurata per la trave in oggetto in Fig. 5.19. b.

Per quanto riguarda il pilastro sono stati rappresentati per livelli crescenti dello sforzo assiale di compressione da 0 a 2000 kN i diagrammi momento-curvatura rispetto all'asse forte in Fig. 5.21. 1 e rispetto all'asse debole in Fig. 5.21. 2. Si nota che, a parità di sforzo normale, rispetto all'asse forte si ha sempre una maggiore resistenza flessionale ma una minore curvatura ultima. Inoltre, fissato il piano di flessione, al crescere del livello dello sforzo assiale, la resistenza flessionale cresce, in quanto aumenta la porzione di conglomerato reagente, ma per la stessa ragione la sezione si infragilisce: infatti, a causa delle maggiori dimensioni della sezione di calcestruzzo reagente, aumenta il contributo alla risposta del conglomerato rispetto a quello dell'acciaio, laddove il primo è un materiale di per sé fragile ed il secondo duttile. Ciò spiega la riduzione progressiva, all'aumentare della compressione,

della duttilità della sezione e dunque del valore ultimo della curvatura. Si nota infine che per tutti gli edifici analizzati, soprattutto per quelli antisismici *SS*, il livello di sforzo normale dovuto ai soli carichi gravitazionali, è mediamente basso rispetto alla resistenza assiale dei pilastri e pertanto il comportamento delle sezioni sarà di tipo duttile.

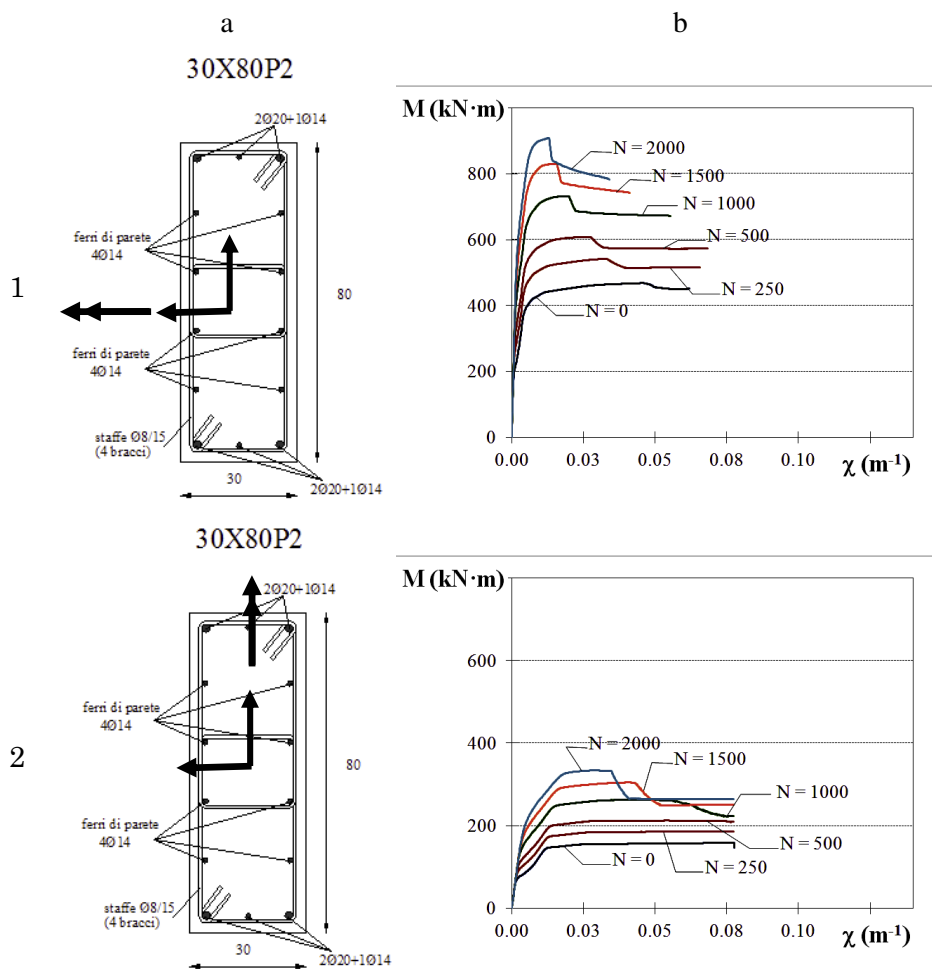


Fig. 5.21. Geometria e diagramma momento-curvatura della sezione di una pilastro nei suoi due piani di flessione per diversi sforzi normali.

## 8. Dettagli per analisi numeriche

Lo studio svolto nella presente tesi impone l'esecuzione di svariate analisi dinamiche e statiche non lineari su schemi tridimensionali a molte iperstatiche. Fra le molteplici possibilità che il software OpenSees mette a disposizione degli utenti si illustrano nel seguito le impostazioni prescelte per lo svolgimento di tali analisi nell'ambito del presente studio e si chiariscono alcuni aspetti inerenti scelte di modellazione soggettive.

### 8.1. Dettagli per analisi dinamiche non lineari

Si precisa innanzi tutto che l'esecuzione delle analisi dinamiche non lineari sugli edifici-studio avviene su una configurazione iniziale già deformata per effetto dei carichi gravitazionali, preliminarmente applicati in maniera statica alla struttura, ed il cui valore scaturisce da un'analisi dei carichi del generico edificio.

#### 8.1.1. Distribuzione delle masse

Nel modello del singolo edificio le masse strutturali, anch'esse desunte da una preliminare analisi dei carichi, sono state assunte concentrate a livello degli impalcati, supposti rigidi nel loro piano, localizzate in corrispondenza del centro di massa CM del generico impalcato e caratterizzate da tre componenti per ciascun piano: due masse traslazionali uguali fra loro lungo le due direzioni principali X ed Y della pianta ed un momento di inerzia polare rispetto ad un asse verticale passante per il centro di massa.

#### 8.1.2. Modello di smorzamento

Si è assunto un modello classico di smorzamento alla Rayleigh, nel quale la matrice di smorzamento  $\mathbf{c}$  viene espressa come combinazione lineare delle matrici di massa  $\mathbf{m}$  e di rigidezza  $\mathbf{k}$  secondo due coefficienti di combinazione  $\alpha$  e  $\beta$ :

$$\mathbf{c} = \alpha \cdot \mathbf{m} + \beta \cdot \mathbf{k} \quad (5.67)$$



I due coefficienti che figurano nella (5. 67) sono funzione del rapporto di smorzamento modale imposto e di due frequenze naturali di vibrazione opportunamente scelte secondo le ben note relazioni:

$$\begin{cases} \alpha = 2 \cdot \xi \cdot \frac{\omega_i \cdot \omega_j}{\omega_i + \omega_j} & (1) \\ \beta = 2 \cdot \xi \cdot \frac{1}{\omega_i + \omega_j} & (2) \end{cases} \quad (5. 68)$$

Una volta fissato il valore del rapporto di smorzamento modale  $\xi$ , che nello specifico si è posto pari al 5%, il problema della determinazione di  $\alpha$  e  $\beta$  si riduce quindi alla selezione delle due frequenze  $\omega_i$  ed  $\omega_j$ . Nel caso degli studi eseguiti sul monopiano per la determinazione delle eccentricità correttive previste dal metodo proposto, si erano assunte la prima e la terza frequenza modale per ciascuno dei sistemi analizzati, corrispondenti di norma nel caso dei sistemi asimmetrici a modi con accoppiamento latero-torsionale. Qui si è pensato di procedere in maniera analoga. Precisamente, dal momento che tutti i sistemi analizzati sono caratterizzati da simmetria monoassiale rispetto all'asse X, i modi di vibrazione del generico sistema asimmetrico sono raggruppabili in terne all'interno delle quali vi sono sempre un modo disaccoppiato in direzione X e due modi con accoppiamento fra rotazione torsionale e traslazione in direzione Y. Si è pensato allora di escludere i modi disaccoppiati lungo la direzione X di simmetria del sistema e di scegliere, come frequenza  $\omega_i$ , quella corrispondente al massimo fra i periodi accoppiati associati a deformate modali senza inversioni del segno degli spostamenti lungo l'altezza e, come frequenza  $\omega_j$ , quella corrispondente al massimo dei periodi accoppiati associati a deformate modali con una sola inversione del segno degli spostamenti lungo l'altezza. Si nota fin d'ora che la metodologia seguita per la validazione del metodo proposto, richiede anche la determinazione della risposta non lineare, statica e dinamica, di un sistema bilanciato, associato al generico schema asimmetrico oggetto di studio e vincolato a traslare solo lungo la direzione Y. Nel caso di sistema bilanciato, traslante unicamente in direzione Y, i modi di vibrazione del sistema saranno necessariamente tutti traslazionali nella stessa direzione, sicché le due frequenze  $\omega_i$  ed  $\omega_j$  corrisponderanno a deformate modali traslazionali lungo quella direzione ed aventi rispetti-

vamente zero ed una inversione nel segno degli spostamenti lungo l'altezza.

### 8.1.3. Integrazione numerica

Per la risoluzione delle equazioni del moto, che governano la risposta dinamica del sistema ad un generico segnale di accelerazione al suolo, si è selezionato il metodo di integrazione numerica di Newmark con coefficienti  $\gamma=0.5$  e  $\beta=0.25$  ovvero il cosiddetto metodo dell'accelerazione media nel passo, che è già stato impiegato per la determinazione della risposta dinamica negli studi sul monopiano e che risulta essere incondizionatamente stabile, requisito quest'ultimo fondamentale per l'analisi dinamica di sistemi a molti gradi di libertà. Ne consegue che l'unico vincolo da rispettare nella selezione del passo di integrazione temporale  $\Delta t$  è quello di accuratezza della risposta. Si è assunto come passo di integrazione il valore  $\Delta t = 0.01$  s corrispondente al passo di campionamento dei segnali accelerometrici impiegati. L'algoritmo prescelto per la soluzione del sistema di equazioni non lineari di equilibrio della struttura è quello di KrylovNewton descritto in *Scott e Fenves (2010)* e particolarmente idoneo allo studio dell'evoluzione del comportamento non lineare di sistemi in cui il danneggiamento ed i meccanismi locali di collasso coinvolgono alcuni gradi di libertà mentre i rimanenti componenti strutturali permangono in campo quasi lineare. Ciò di norma contraddistingue l'evoluzione del danno in sistemi a struttura intelaiata in cemento armato, quali quelli in esame, caratterizzati da legami costitutivi dei materiali degradanti e modello a fibre delle sezioni, che include l'interazione momento flettente-sforzo assiale. Da un confronto su un edificio campione fra quelli oggetto di studio è emersa una netta superiorità di questo algoritmo in termini di rapidità di calcolo rispetto al classico algoritmo di Newton Raphson o alla sua versione modificata, più veloce anche se meno accurata, in cui si assume la matrice di rigidità tangente costante nel processo iterativo. Una sostanziale coincidenza fra i risultati ottenuti con i diversi algoritmi in termini di storie temporali della risposta ha in definitiva motivato la scelta di Krylov Newton. In corrispondenza di ciascuna iterazione richiesta dall'algoritmo la convergenza alla soluzione esatta è stata valutata in termini di

norma del prodotto interno tra il vettore delle forze squilibrate lungo i gradi di libertà del sistema ed il vettore degli incrementi di spostamento lungo gli stessi. Infine all'interno del file *.tcl*, costituente l'input dei dati per la generica analisi dinamica non lineare, è presente una procedura iterativa che impone il dimezzamento del passo di analisi nei casi in cui la convergenza risulti problematica.

## 8.2. Dettagli per analisi pushover

Come già osservato per le analisi dinamiche, anche qui il punto di partenza per lo svolgimento della generica analisi statica non lineare è una configurazione già deformata, ottenuta in esito all'applicazione statica dei carichi gravitazionali uniformemente distribuiti lungo gli assi delle travi.

### 8.2.1. Modalità di esecuzione della pushover

Le analisi pushover eseguite nel presente studio sono del tipo a controllo di spostamento: assegnata una distribuzione di forze lungo l'altezza in una fissata direzione, queste vengono incrementate monotonicamente fino al raggiungimento di un fissato spostamento target in corrispondenza del centro di massa dell'ultimo impalcato. L'analisi è suddivisa in un numero intero sufficientemente elevato di passi, a ciascuno dei quali corrisponde un fissato incremento di spostamento in corrispondenza del nodo di controllo in testa all'edificio. Per le analisi svolte nel presente studio si è ritenuto di poter adottare un incremento di spostamento per ciascun passo  $\Delta u_{CM,top} = 0.001$  m. Il numero di passi in cui si compie la generica analisi pushover è dunque semplicemente fornito dal rapporto fra lo spostamento target, che si vuole raggiungere incrementando i carichi, e l'incremento di spostamento nel passo per il medesimo nodo di controllo e lungo il medesimo grado di libertà. In caso di problemi di convergenza nel passo, una procedura iterativa, appositamente implementata all'interno del generico file di input in formato *.tcl* relativo all'analisi in oggetto, consente di eseguire in luogo di un unico passo di analisi più passi di ampiezza ridotta in modo tale da coprire nel loro complesso l'incremento di spostamento del passo originario, consentendo in tal modo di cogliere il verificarsi di particolari "eventi" ovvero di

cambiamenti nello stato della struttura dovuti alla progressiva diffusione del danno.

L'algoritmo di risoluzione del sistema non lineare di equazioni di equilibrio globale della struttura impiegato per le analisi statiche non lineari è il classico algoritmo di Newton Raphson, con aggiornamento della matrice di rigidezza tangente ad ogni iterazione nel passo. Il test di convergenza, al termine della generica iterazione, anche qui si esprime come confronto fra una prefissata tolleranza e la norma del prodotto interno del vettore dei carichi squilibrati e di quello degli incrementi di spostamento.

### 8.3. Dettagli per analisi lineari

La determinazione dei parametri  $e_r$  ed  $\Omega_0$ , legati al comportamento elastico della struttura, e dai quali dipende l'entità delle eccentricità con cui applicare il carico nelle pushover, richiede l'esecuzione anche di più analisi lineari. Queste ultime vengono semplicemente condotte a controllo di forze con un unico passo di analisi su un modello nel quale, come già osservato in precedenza, si esclude la presenza delle barre di armatura e si attribuisce al conglomerato un comportamento elastico con modulo di elasticità costantemente pari al modulo tangente nell'origine a compressione del legame di Mander relativo al calcestruzzo non confinato.

### 8.4. Effetti P-Delta

Gli edifici oggetto di studio, a struttura intelaiata in cemento armato, appartengono ad una tipologia strutturale non particolarmente deformabile, quale invece può considerarsi quella di edifici a telaio in acciaio. Essi hanno inoltre un'altezza modesta, in totale 16 m, essendo costituiti da cinque elevazioni fuori terra con interpiano di 3.20 m. Per queste ragioni si è ritenuto di poter escludere dalle analisi numeriche gli effetti P-Delta, consistenti nell'effetto instabilizzante dei carichi gravitazionali associati alla deformazione laterale della struttura causata dalle azioni sismiche orizzontali.

A riprova di ciò si presentano qui di seguito i risultati di un confronto fra analisi dinamiche e statiche non lineari, condotte su un edifi-

cio campione, selezionato fra quelli in esame, una volta escludendo ed una volta considerando gli effetti P-Delta. L'edificio in questione è uno degli edifici antisismici della classe *SST*, dimensionati senza eccentricità delle forze di progetto ed avente pertanto una distribuzione delle armature doppiamente simmetrica rispetto ai due piani verticali passanti per l'asse dei centri geometrici degli impalcati. Per semplicità sono state escluse eventuali asimmetrie nelle masse e si è dunque posto il centro di massa in corrispondenza del centro geometrico dell'impalcato, a sua volta coincidente con il centro di rigidezza. In Fig. 5.22.a e 5.22.b si rappresentano le storie temporali di spostamento rispettivamente in

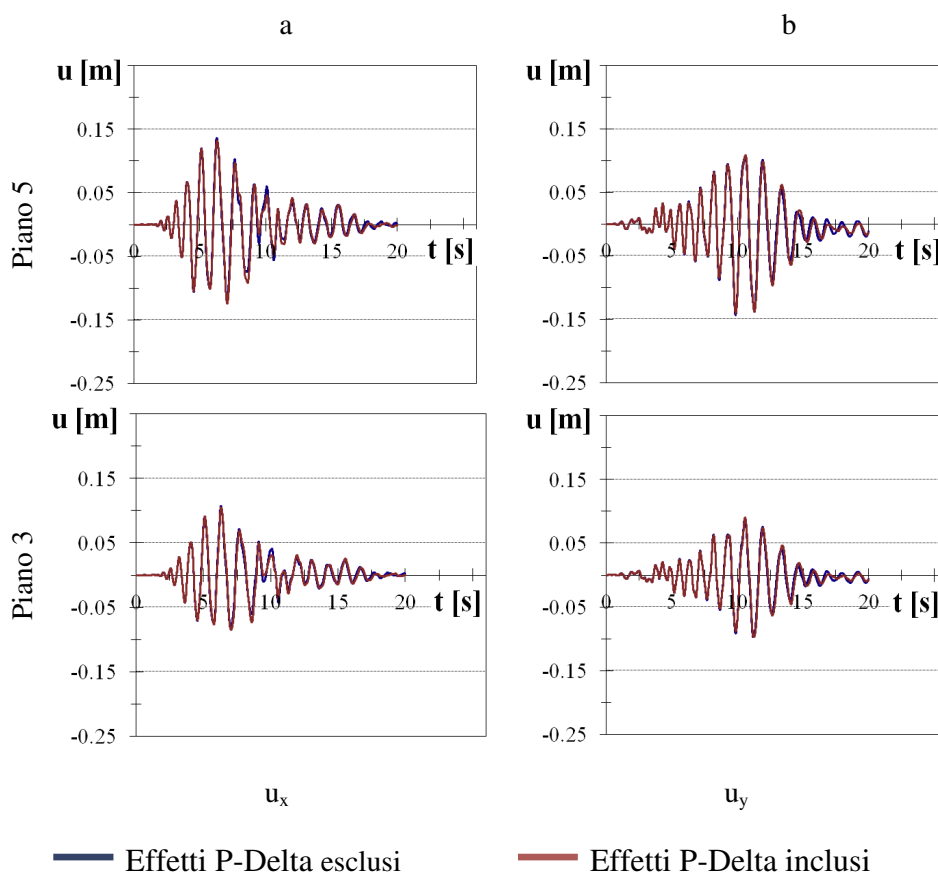


Fig. 5.22. Confronto delle Storie temporali di spostamento in direzione x (a) ed y (b) dei centri di massa di terzo e quarto piano in risposta alla coppia accelerometrica n.2 con effetti P-Delta inclusi ed esclusi.

direzione X ed Y dei centri di massa degli impalcati 3 e 5 in risposta alla coppia accelerometrica n. 2, sia escludendo dall'analisi gli effetti P-Delta (curva continua in blu) sia includendoli (curva continua in rosso). Come si può facilmente notare l'andamento nel tempo degli spostamenti dinamici risulta pochissimo influenzato dal fenomeno, essendo le due curve di ciascun diagramma pressoché coincidenti fra loro. Evidentemente ancora più contenuta sarà l'influenza sui valori di picco della risposta. Per dare una misura di ciò si riportano nel successivo prospetto riepilogativo (Tab. 4) gli errori percentuali che si commettono trascurando gli effetti P-Delta nella stima dello spostamento di picco del centro di massa ai vari piani nelle due direzioni. Come si può notare l'entità di tali errori è nettamente inferiore al 5%.

Tab. 4 – Errori percentuali nella stima dello spostamento di picco

Piano	1	2	3	4	5
$\Delta u_x = (u_x - u_x^{PD}) / u_x^{PD} (\%)$	3.74	3.34	1.88	2.74	3.20
$\Delta u_y = (u_y - u_y^{PD}) / u_y^{PD} (\%)$	2.17	2.44	0.30	2.60	1.63

Un po' meno benevolo si rivela il confronto degli esiti della pushover, eseguita lungo la direzione globale Y adottando una distribuzione di forze del tipo triangolare inversa e spingendo la struttura fino ad uno spostamento in testa del centro di massa dell'ultimo impalcato pari a 40 cm. Si riportano in Fig. 5.23 le curve taglio alla base  $V_b$  - spostamento del centro di massa dell'ultimo impalcato  $u_{CM}$  ottenute escludendo (cur-

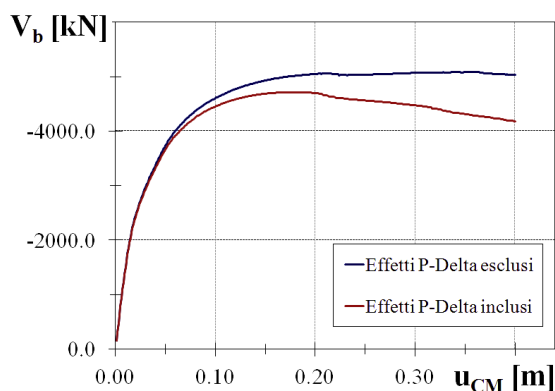


Fig. 5.23. Confronto delle curve pushover ottenute escludendo ed includendo nell'analisi gli effetti P-Delta..

va in blu) ed includendo (curva in rosso) gli effetti P-Delta. Come si può osservare l'influenza del fenomeno sulla pendenza iniziale della curva ovvero sulla iniziale rigidità della struttura è praticamente nulla e, fino a spostamenti di 20 cm circa, lo scostamento delle curve è abbastanza basso: si giunge al più ad un 10% circa di differenza fra i tagli alla base nei due casi. Gli scarti chiaramente aumentano al crescere della deformazione, per spostamenti superiori ai 20 cm, giungendo in corrispondenza della fine dell'analisi, per uno spostamento pari ad un quarantesimo dell'altezza dell'edificio, ad una differenza percentuale pari al 20% circa, non trascurabile ma nettamente inferiore a quelle usualmente riscontrata per edifici in acciaio medio-alti. Si nota infine che, come si vedrà nel seguito, le analisi pushover degli edifici-studio, per i motivi più avanti illustrati, verranno interrotte in corrispondenza a livelli di spostamento al più dell'ordine di 20 cm e, come appena visto in tale campo di valori, gli errori che si commettono ignorando gli effetti del secondo ordine sono più che accettabili. Dunque l'approssimazione fatta risulta pienamente giustificata.

## **9. Particolari problematiche di modellazione in OpenSees**

Vengono ora di seguito discusse alcune particolari questioni e problematiche inerenti la modellazione degli edifici-studio con il software prescelto nonché le strategie seguite per la loro risoluzione.

### **9.1. Problematiche connesse all'uso di impalcati rigidi**

In sede di esecuzione delle analisi statiche si è potuta notare la presenza nel modello strutturale di sforzi normali insolitamente alti sulle travi. Consultando il sito ufficiale del programma OpenSees ed i forum di supporto agli utenti si è riconosciuto un tale problema come un inconveniente noto e connesso all'introduzione di impalcati rigidi nel modello. Per ovviare a questo inconveniente si è pensato di introdurre all'interno del modello in corrispondenza dei nodi di concorrenza fra pilastri e travi, interposti fra le aste dello schema, degli ulteriori elementi nel seguito denominati "*cuscinetti*". A questo scopo fra gli elementi disponibili nel framework OpenSees sono stati selezionati gli "*Zero*

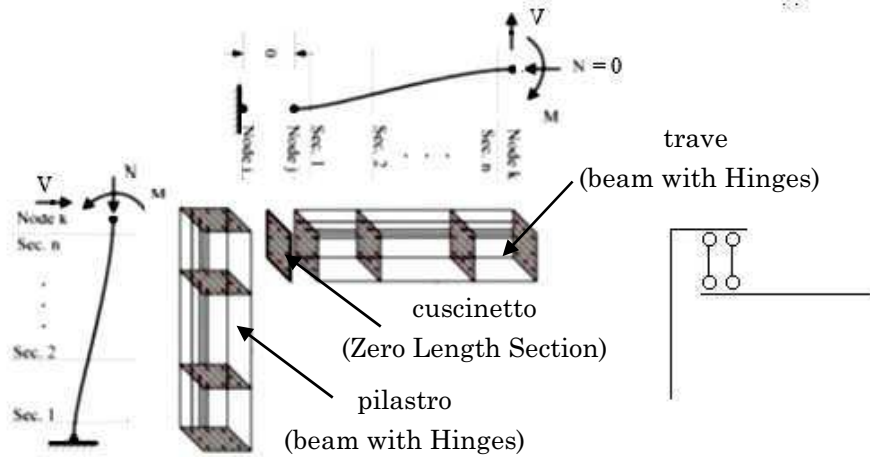


Fig. 5.24. Funzionamento di un elemento cuscinetto *Zero Length Section*.

*Length Section*”, caratterizzati dall'aver nodi di estremità nominalmente differenti ma aventi la medesima posizione, e dunque dall'aver lunghezza nulla, nonché costituiti da una unica sezione trasversale, le cui caratteristiche possono essere opportunamente fissate in base alle esigenze dell'utente. Focalizziamo l'attenzione su un generico innesto trave-colonna di un generico piano (Fig. 5.24). In corrispondenza di esso, immediatamente a monte della trave confluyente sul nodo, si frappone fra le due aste, uno di questi cuscinetti, il cui primo estremo coincide con il nodo di testa del pilastro ed il secondo invece con l'estremo iniziale della successiva trave. La sezione di questo elemento interposto viene dotata di una rigidezza assiale estremamente bassa e di rigidezze flessionali che al contrario sono elevatissime. In tal modo il cuscinetto, in virtù della sua elevatissima deformabilità assiale, consente lo spostamento assiale reciproco fra i suoi nodi di estremità, coincidenti con gli estremi di trave e colonna confluenti nell'innesto, ed assorbendo così integralmente l'azione orizzontale proveniente dalla colonna, ne limita la trasmissione alla trave. Viene in definitiva annullato in maniera pressoché integrale lo sforzo assiale su quest'ultima, in accordo con l'obiettivo di partenza.

D'altra parte deve essere garantita la continuità fra colonna e trave in termini di trasmissione dei momenti flettenti e degli sforzi di taglio. Per assicurare il primo di questi requisiti è necessario dotare la sezione



di rigidezze flessionali nei due piani di flessione molto elevate, come già detto sopra. Ciò si ottiene attribuendo all'unica sezione del pilastro un comportamento elastico attraverso l'oggetto "*section Elastic*" dell'Opensees, completamente definito una volta assegnati i moduli di elasticità longitudinale  $E$  e trasversale  $G$  ed il fattore di rigidezza torsionale  $J$  nonché l'area ed i momenti d'inerzia rispetto ai due assi principali della sezione di solo calcestruzzo. Come modulo di Young si assume il valore del modulo tangente a compressione nell'origine, valutato secondo il modello di Mander per calcestruzzo non confinato, il modulo di rigidezza trasversale  $G$  è quello che gli corrisponde secondo la ben nota relazione:

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad (5.69)$$

dove  $\nu$  è il coefficiente di Poisson fissato pari a 0.2.

Per quanto riguarda il fattore di rigidezza torsionale  $J$  si assume il medesimo valore impiegato per tutte le aste dello schema.

I dati geometrici della sezione, quali area e momenti di inerzia, devono invece risultare, la prima molto piccola ed i secondi molto grandi rispetto ai valori propri delle sezioni delle altre aste costituenti il modello. Per tale ragione, fatto convenzionalmente riferimento ad una sezione minima di calcestruzzo con dimensioni di 30×30 cm, si è assunto che l'area da attribuire alla sezione elastica del generico cuscinetto fosse pari ad un decimillesimo di quella della sezione di riferimento ed i suoi momenti di inerzia fossero invece diecimila volte superiori a quelli della stessa sezione. Un tale metodo di taratura delle rigidezze assiali e trasversali dei cuscinetti si è rivelato efficace per le analisi svolte nel seguito.

Altro problema è la trasmissione tra pilastro e trave in corrispondenza del generico nodo delle azioni verticali che, tanto per la trave quanto per il cuscinetto interposto fra essa ed il pilastro, coincidono con gli sforzi taglienti. Al fine di assicurare la trasmissione di queste azioni, al comportamento flessionale ed assiale della sezione elastica del generico cuscinetto si è associata una legge costitutiva taglio-scorrimento di tipo lineare per ciascuno dei tagli nei due piani. La realizzazione di ciò è stata consentita dall'impiego dell'oggetto "*section Aggregator*" presente

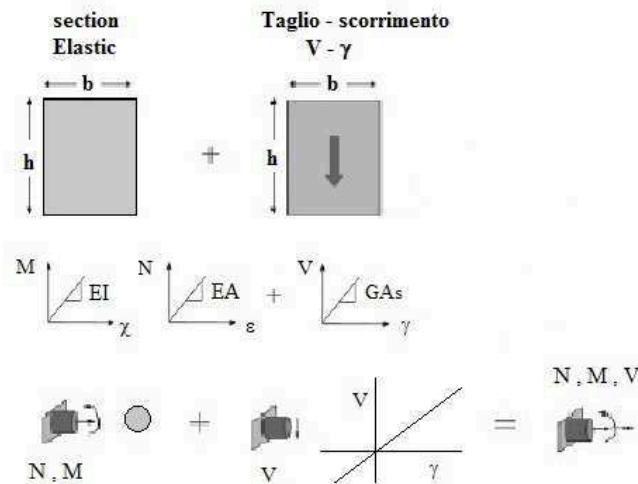


Fig. 5.25. Modello costitutivo della sezione dell'elemento cuscinetto  
Zero Length Section.

in OpenSees, che consente di mettere insieme più relazioni costitutive a definire il modello costitutivo completo di una sezione (Fig. 5.25). Le relazioni aggregate tramite questo oggetto rimangono indipendenti fra loro e non vi sono pertanto interazioni fra le corrispondenti caratteristiche della sollecitazione. Nel caso in esame, alla sezione elastica è stata legata una relazione lineare taglio-scorrimento caratterizzata da un elevato valore del modulo di elasticità del legame, corrispondente al prodotto  $GA_s$ , essendo  $A_s$  l'area a taglio della sezione.

Un valore molto elevato della rigidità a taglio  $GA_s$  per gli elementi cuscinetto garantisce la loro pressoché totale indeformabilità a taglio con la trasmissione, a fronte di scorrimenti praticamente nulli, del taglio attraverso l'elemento, in perfetto accordo con il proposito iniziale. La rigidità convenzionale a taglio attribuita agli elementi cuscinetto è di mille volte superiore al modulo di Young attribuito alla loro sezione elastica. La frapposizione tra pilastro e trave dell'elemento sopra descritto in un certo qual modo è assimilabile alla realizzazione fra le due aste di un vincolo costituito da un doppio pendolo con pendoli ortogonali all'asse della trave (Fig. 5.24) che, in quanto tale, blocca tutti i moti relativi fra le due aste connesse escluso quello lungo la direzione di scorrimento dei pendoli e che, dualmente, consente la trasmissione di tutti

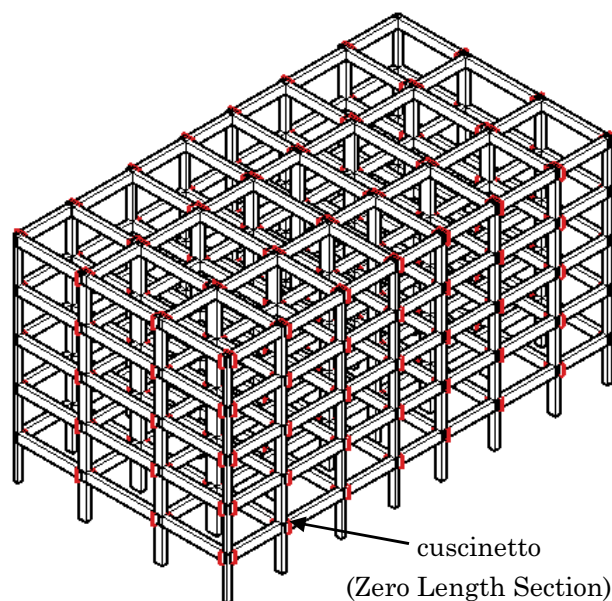


Fig. 5.26. Distribuzione nel modello spaziale degli elementi cuscinetto  
Zero Length Section

gli sforzi escluso quello assiale, che proprio lungo la direzione di scorrimento dei pendoli è diretto. In Fig. 5.26 è illustrata la disposizione dei cuscinetti nello schema, presenti in numero pari al numero di campate di travi: è, infatti, sufficiente disporre un solo cuscinetto per ciascuna campata di trave, esclusivamente in corrispondenza del primo estremo di questa.

## 9.2. Aspetti generali di modellazione

*Un primo aspetto riguarda la presenza della scala*, la cui posizione è fissa in tutti gli edifici esaminati. Si precisa che, come è consuetudine nella prassi tecnica, nella costruzione del modello spaziale non si è messa in conto la presenza, in corrispondenza di uno dei due telai del vano scala, di travi di appoggio a quota intermedia a sostegno del pianerottolo di riposo: si è assunto comunque nel modello che queste travi fossero disposte all'altezza degli impalcati. La reale dislocazione delle travi nei telai che delimitano il vano scala costituisce una variazione nella maglia strutturale ed è argomento di apposite trattazioni mirate a qualificarne gli effetti soprattutto in ambito sismico. Oggetto del pre-

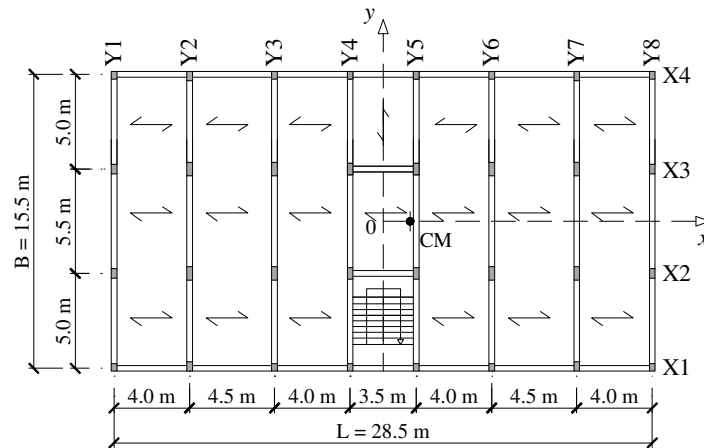


Fig. 5.27. Pianta della carpenteria degli edifici per sostenere i soli carichi gravitazionali

sente studio è invece la valutazione di un metodo per la stima della risposta sismica di edifici planimetricamente irregolari a mezzo di analisi statica non lineare. Sulla scorta di molti studi presenti in letteratura sulle strutture irregolari, si è dunque ritenuto che esulasse dagli scopi di questo lavoro mettere in conto un aspetto specifico come l'influenza della tipologia strutturale della scala sul comportamento dell'edificio.

In questa sede si ritiene di dover menzionare anche una particolare scelta di modellazione, che riguarda solo la classe di edifici SG progettati per sostenere i soli carichi gravitazionali. Qui l'assenza di travi lungo la direzione X della pianta (Fig. 5.27), corrispondente al suo maggiore sviluppo, pone il problema della mancanza di un collegamento trasversale fra telai paralleli diretti lungo la direzione ortogonale. In realtà una forma di collegamento esiste comunque ed è data dal solaio ordito proprio nel senso delle travi mancanti. Si è scelto di tenerne conto in sede di modellazione di questi edifici introducendo nel modello degli elementi trave, nel prosieguo denominati "*cordoli*", distesi lungo il tracciato delle travi mancanti. Essi rappresentano l'azione di collegamento trasversale tra telai paralleli esplicita da una fascia di solaio di ampiezza pari ad un metro e pertanto sono schematizzati come delle travi, la cui sezione trasversale deriva dall'affiancamento di un numero

di travetti pari a quelli presenti in un metro di solaio. Nello specifico si è immaginato, rifacendosi alle pratiche costruttive più diffuse nell'Italia meridionale, ad un solaio con pignatte di alleggerimento larghe 33 cm e tre travetti al metro aventi una base di 8 cm ed altezza pari a quella del solaio ovvero 24 cm. La sezione geometrica di calcestruzzo del generico cordolo è dunque una sezione quadrata di 24 × 24 cm. I cordoli sono stati modellati come elementi *Beam With Hinges* al pari delle altre aste: il nucleo centrale è elastico con le proprietà geometriche della sezione di conglomerato 24×24, modulo di elasticità  $E$  pari al valore tangente nell'origine della curva costitutiva di Mander per calcestruzzo non confinato, fattore di rigidità torsionale  $J$  pari al valore convenzionale comune a tutte le aste dello schema; alle estremità, per un tratto pari all'altezza della sezione, ovvero i 24 cm del solaio, sono presenti due sezioni discretizzate a fibre secondo le modalità in precedenza descritte. In esse non si è questa volta operata distinzione tra nucleo cerchiato e ricoprimento, ma sono state attribuite all'intera sezione le proprietà meccaniche del calcestruzzo non confinato, dal momento che, per problemi di esecuzione, generalmente nei solai non si dispongono staffe. Infine sono presenti delle armature che simulano le barre di tre travetti affiancati. Si sono assunte per il singolo travetto armatura superiore ed inferiore coincidenti e pari ad 1Ø12. L'armatura complessiva del cordolo è dunque costituita da due strati uguali, uno superiore ed uno inferiore, ciascuno composto da 3Ø12.

### 9.3. Sistema bilanciato

Verranno nel prosieguo illustrate le ragioni per cui la validazione del metodo proposto richiede l'esecuzione di analisi statiche e dinamiche su sistemi bilanciati associati agli edifici asimmetrici di volta in volta esaminati. In questa sede si prende semplicemente atto di questa necessità e ci si pone il problema della loro realizzazione. In campo lineare un sistema siffatto si ottiene semplicemente spostando, a livello di ogni impalcato, il centro di massa in corrispondenza del centro di rigidità. Ciò in quanto il primo costituisce il punto di applicazione del risultante delle azioni inerziali di piano che nascono in seno alla struttura durante il sisma, mentre il secondo è il baricentro della distribuzione delle azio-

ni resistenti della struttura. Per tale ragione la coincidenza dei due punti realizza un assetto statico assimilabile ad una coppia di braccio nullo, che pertanto non richiede alcun momento torcente per l'equilibrio globale della struttura. Ciò giustifica il comportamento traslante dell'edificio in corrispondenza ad una tale configurazione dei due centri. In campo non lineare il discorso si complica in quanto alla ripartizione delle azioni inerziali dovute al sisma, gli elementi strutturali partecipano non più solo in ragione della loro rigidezza, ma anche in ragione delle resistenze di cui sono dotati e la relazione fra l'influenza delle rigidezze e quella delle resistenze è variabile al progredire dell'analisi e con essa del danneggiamento strutturale. In condizioni limite di completo danneggiamento, la ripartizione delle azioni inerziali avviene esclusivamente in ragione delle resistenze. In uno stadio intermedio del danneggiamento entrambe le distribuzioni incidono sulla ripartizione del carico sismico e pertanto i punti di applicazione delle azioni resistenti della struttura in generale non coincidono con i centri di rigidezza di piano ovvero con la posizione dell'asse dei centri elastici per una struttura che ne è dotata. Ciò comporta che l'applicazione di un carico statico in corrispondenza di tale asse non assicura un comportamento traslazionale lungo la direzione del carico applicato come invece avviene in campo lineare. Un semplice esempio illustra più chiaramente questo fenomeno. Si riportano nel seguito gli esiti di un'analisi dinamica non lineare di un edificio caratterizzato da una distribuzione doppiamente simmetrica in pianta delle rigidezze, ma non delle armature dei singoli componenti strutturali e dunque delle resistenze. Si tratta di uno degli edifici della classe *SSR*, proporzionati con posizione eccentrica delle forze di progetto lungo la direzione Y. In esso è dunque presente una asimmetria lungo la direzione X nella distribuzione delle armature che si traduce in una eccentricità delle resistenze. Per annullare la asimmetria fra masse e rigidezze si pone ad ogni piano il baricentro delle masse in corrispondenza dell'asse dei centri elastici ovvero del centro di rigidezza. L'edificio viene sottoposto all'applicazione di un input sismico rappresentato dalla coppia accelerometrica n. 2. Si riportano in Fig. 5.28.1, 5.28.2 e 5.28.3 gli esiti di questa analisi in termini di storie temporali rispettivamente di spostamento in direzione X ed Y nonché di rotazione torsio-

nale in corrispondenza dei centri di massa dei vari impalcati. Come si evince dalla figura, nonostante la doppia simmetria dello schema, il sistema comunque ruota per effetto della dissimmetria delle armature e dunque delle resistenze. Si pone dunque il problema

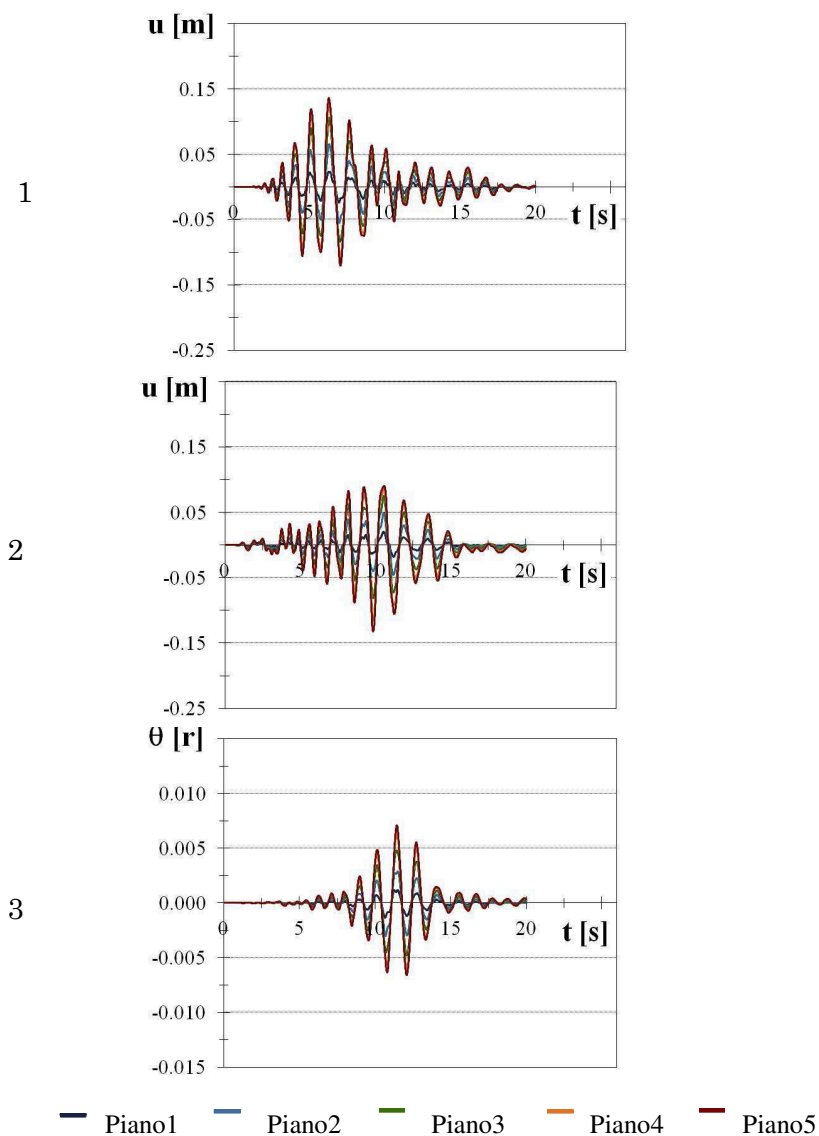


Fig. 5.28. Storia temporale degli spostamenti in direzione X (1) ed Y(2) e delle rotazioni torsionali ai vari impalcati dell'edificio sottoposto alla coppia accelerometrica n.2

della realizzazione di un sistema bilanciato, forzato a muoversi esclusivamente lungo la direzione di interesse. La soluzione più ovvia sarebbe apporre dei vincoli alla rotazione in corrispondenza di ciascun impalcato. Tale operazione si è però rivelata incompatibile con il funzionamento del programma conducendo a risultati del tutto irrealistici ed inaccettabili nel caso di analisi pushover. Si è dunque seguita una strada alternativa ponendo i vincoli agli impalcati in due ulteriori elementi (Fig. simmetria), che connettono due spigoli di ciascun impalcato ad altrettanti nodi fissi esterni alla struttura e sono caratterizzati unicamente da funzionamento assiale. Siffatti elementi vengono disposti in direzione ortogonale a quella lungo cui devono avvenire le traslazioni del sistema e pertanto impediscono tanto la rotazione torsionale degli impalcati quanto la traslazione lungo l'asse degli stessi elementi di vincolo.

Gli elementi selezionati allo scopo sono ancora una volta *Zero Length Section*. Il modello costitutivo attribuito alla loro unica sezione trasversale è questa volta un legame uniassiale sforzo assiale - rigidità assiale ed è caratterizzato da un valore piuttosto elevato di quest'ultima. Il loro comportamento è assimilabile a quello di due pendoli ad assi paralleli e normali alla direzione di traslazione del bilanciato. Si tratta comunque di elementi elastici e la loro rigidità assiale deve essere opportunamente tarata. In particolare quest'ultima viene calibrata in modo tale da garantire la coincidenza fra i modi di vibrazione del sistema così vincolato e quelli, fra i modi di vibrazione del sistema bilanciato "naturalmente", cioè avente baricentro delle masse e delle rigidità coincidenti fra loro, che sono diretti ortogonalmente agli assi degli elementi di vincolo.

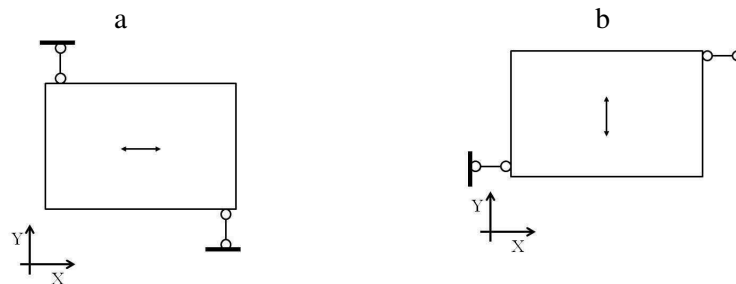


Fig. 5.29. Sistema di vincolo per realizzazione di schemi bilanciati in direzione X (a) ed Y (b) in corrispondenza del generico impalcato.



## **Capitolo 6**

### **APPLICAZIONE DEL METODO AL MULTIPIANO**

#### **1. Introduzione**

L'intento del presente studio è estendere la metodologia di calcolo, proposta per schemi monopiano e basata sullo svolgimento di due distinte analisi statiche non lineari del modello spaziale con altrettante eccentricità del carico, ad edifici multipiano planimetricamente irregolari, ma dotati di una sostanziale regolarità della struttura in elevazione, quali gli usuali edifici caratterizzati dalla presenza di un piano tipo.

Per il modello monopiano sono stati determinati i valori di tali eccentricità correttive, da applicare sull'unico impalcato presente, in forma chiusa in funzione dei pochi parametri che ne governano la risposta dinamica. Il passaggio al multipiano comporta l'insorgere di una serie di problematiche. Prima fra tutte il riconoscimento per esso a livello dei singoli impalcati e con riferimento alla globalità della struttura di quei parametri chiave in ragione dei quali nel modello monopiano sono state espresse le eccentricità del carico e successivamente la definizione di una appropriata distribuzione in altezza delle forze di piano.

Nel presente capitolo si descrivono le strategie per la definizione di tali parametri, il particolare modello di carico prescelto per l'esecuzione delle analisi pushover e si sintetizza, con riferimento ad un esempio numerico l'intera sequenza operativa seguita per la validazione del metodo sul singolo edificio. Infine si descrive sommariamente il funzionamento di un programma di calcolo appositamente realizzato, con fun-

zione di preprocessor e postprocessor per l'OpenSees, per svolgere in maniera sequenziale il complesso delle analisi richieste dal metodo.

## 2. Definizione dei parametri-chiave

Si ricorda che i parametri-chiave impiegati nella definizione delle eccentricità correttive sono sostanzialmente quattro, due governano la risposta elastica del modello monopiano, precisamente l'eccentricità delle rigidezze  $e_r$  ed il rapporto  $\Omega_0$  fra le due pulsazioni torsionale e traslazionale nella direzione di azione sismica del bilanciato, gli altri due sono legati al comportamento inelastico del sistema, precisamente l'eccentricità delle resistenze  $e_s$  ed il rapporto  $R_\mu$  fra il taglio alla base elastico del bilanciato e la resistenza del sistema nella direzione di azione sismica. Si nota subito che per i sistemi strutturali che si vuole esaminare si ammette la costanza a tutti i piani dei baricentri delle masse  $CM_i$  nonché dei raggi giratori delle masse  $r_{mi}$  intorno ai loro centri e dunque l'allineamento dei suddetti centri lungo una stessa verticale dell'edificio. Il problema della definizione delle summenzionate eccentricità strutturali  $e_r$  ed  $e_s$  dunque si concretizza nella ricerca di quei punti che per il monopiano sono stati semplicemente definiti come baricentro delle rigidezze CR e baricentro delle resistenze CS, cosa in quel caso possibile trattandosi di due distribuzioni di quantità scalari per le quali si può definire e facilmente determinare un baricentro. Per il multipiano gli equivalenti di questi due punti dovrebbero essere definiti a livello del singolo impalcato ed una loro identificazione è in realtà un fatto tutt'altro che banale. In particolare, mentre per l'individuazione del primo è possibile appoggiarsi ad un numero consistente di studi consolidati in proposito, per quanto riguarda il secondo non sono ancora stati individuati in letteratura lavori che affrontino l'argomento e forniscano delle possibili soluzioni.

### 2.1. Eccentricità delle rigidezze e rapporto $\Omega_0$

Gli edifici oggetto di studio sono tutti dotati di doppia simmetria nella distribuzione delle rigidezze e dunque possiedono un asse dei centri elastici coincidente con la verticale passante per i baricentri geometrici de-

gli impalcati. La traccia di quest'asse su ciascun impalcato ne costituisce il centro di rigidezza CR. L'eccentricità strutturale  $e_r$  è dunque semplicemente la distanza, misurata sul generico impalcato fra asse dei centri elastici ed asse dei centri di massa ed assume segno positivo se CR segue CM nel verso positivo delle X, negativo nell'eventualità opposta. Tale eccentricità è dunque immediatamente determinabile una volta fissata la posizione del centro di massa CM. Quest'ultimo nei sistemi analizzati si è posto sempre lungo l'asse X, a destra del baricentro geometrico dell'impalcato ovvero dell'asse dei centri elastici. Si avranno dunque eccentricità sempre monoassiali e negative. Poiché al centro delle masse sono stati attribuiti i due soli valori  $e_m=0.05L$  ed  $e_m=0.15L$ , gli unici valori di eccentricità delle rigidezze corrispondentemente riscontrati sono  $e_r=-0.05L$  ed  $e_r=-0.15L$ .

Nell'ottica di proporre una procedura di analisi di validità generale, applicabile anche a sistemi strutturali diversi da quelli analizzati e non dotati di asse dei centri elastici con posizione nota a priori, si è pensato di far riferimento, per la definizione dell'eccentricità strutturale  $e_r$ , alla nozione di asse di torsione ottimale in precedenza introdotta. Dunque, assunta come unica ipotesi che i centri di massa di tutti gli impalcati siano allineati lungo una stessa verticale, si valuta l'eccentricità delle rigidezze come distanza fra l'asse di torsione ottimale e l'asse dei centri di massa. La posizione  $x_0$  dell'asse di torsione ottimale lungo l'asse X viene determinata secondo l'approccio numerico descritto in Marino e Rossi (2004), a partire direttamente da due vettori contenenti le rotazioni d'impalcato  $\boldsymbol{\theta}_{F_y}$  conseguenti l'applicazione di una distribuzione di forze  $\mathbf{F}_y$ , ortogonale all'asse X, e le rotazioni d'impalcato  $\boldsymbol{\theta}_M$  conseguenti l'applicazione di una distribuzione di coppie torcenti agli impalcati  $\mathbf{M} = \mathbf{1} \cdot \mathbf{F}_y$ , numericamente uguali alle suddette forze. Si riportano qui per chiarezza espositiva le formule per il calcolo, già in precedenza illustrate nel capitolo relativo alla caratterizzazione degli edifici multipiano irregolari. Precisamente:

$$x_0 = -\frac{b}{2 \cdot a} \quad \text{dove:} \quad (6.1)$$

$$a = \boldsymbol{\theta}_M^T \bullet \boldsymbol{\theta}_M \quad (6.2)$$

$$b = 2 \cdot \boldsymbol{\theta}_F^T \cdot \boldsymbol{\theta}_M \quad (6.3)$$

Nel caso di eccentricità monoassiale, esclusivamente lungo l'asse X, ambito questo di validità delle eccentricità correttive tarate sugli schemi monopiano e tipico del presente studio, è evidente che la posizione dell'asse di torsione ottimale lungo l'asse Y sarà sempre nulla. In caso contrario essa è determinabile con un'equazione analoga alla (6. 1), nella quale alla distribuzione di forze  $\mathbf{F}_y$  dirette lungo l'asse Y va sostituita una uguale distribuzione di forze  $\mathbf{F}_x$  stavolta dirette lungo X.

Il rapporto  $\Omega_\theta$  lungo le due direzioni viene valutato secondo la procedura indicata da Anastassiadis e Makarios (1998 a):

$$\Omega_{\theta_x} = \frac{\omega_\theta}{\omega_x} = \frac{r_{ky}}{r_m}; \quad \Omega_{\theta_y} = \frac{\omega_\theta}{\omega_y} = \frac{r_{kx}}{r_m} \quad \text{con:} \quad (6.4)$$

$$r_{ky} = \sqrt{\frac{u_x^{(F_x)}(z_0)}{\theta_z^{(M_z)}(z_0)}}; \quad r_{kx} = \sqrt{\frac{u_y^{(F_y)}(z_0)}{\theta_z^{(M_z)}(z_0)}} \quad (6.5)$$

dove:  $r_{ky}, r_{kx}$  sono i raggi giroatori delle rigidezze nelle due direzioni;

$r_m$  il raggio giratore delle masse;

$z_0 = 0.8 \cdot H$  individua la quota a cui valutare gli spostamenti

(con  $H$  altezza totale dell'edificio)

$u_x^{(F_x)}(z_0), u_y^{(F_y)}(z_0)$  spostamenti degli impalcati in direzione X ed Y

dovuti all'applicazione delle forze  $\mathbf{F}_x = \mathbf{F}$  ed  $\mathbf{F}_y = \mathbf{F}$

$\theta_z^{(M_z)}(z_0)$  rotazioni di impalcato dovuti all'applicazione delle coppie torcenti  $\mathbf{M} = 1 \cdot \mathbf{F}$

Nel caso degli edifici in esame la direzione di interesse, cui ci si riferisce per la determinazione delle eccentricità correttive è la Y, normale alla direzione di asimmetria X, ovvero:

$$\Omega_\theta = \Omega_{\theta_y} = \frac{r_{kx}}{r_m} \quad (6.6)$$

## 2.2. Rapporto $R_\mu$

Esistono varie possibilità per la definizione di questo parametro. In analogia a quanto fatto nel caso del sistema monopiano si è pensato di determinarlo con riferimento al sistema torsionalmente bilanciato associato al generico sistema asimmetrico in oggetto. Precisamente il parametro  $R_\mu$  è stato definito come il rapporto tra il taglio alla base elastico del sistema bilanciato nella direzione di azione sismica  $V_{by,el}$ , ottenuto in esito ad una analisi modale del sistema spaziale con combinazione quadratica completa CQC dei diversi contributi modali, ed il taglio alla base resistente nella stessa direzione  $V_{by,u}$ , ottenuto a seguito di un'analisi statica non lineare dello stesso sistema bilanciato.

$$R_\mu = \frac{V_{by,el}}{V_{by,u}} \quad (6.7)$$

La determinazione di tale parametro richiede dunque l'esecuzione di due distinte analisi sullo schema torsionalmente bilanciato, un'analisi modale con spettro di risposta ed un'analisi pushover. Lo spettro di riferimento utilizzato per la determinazione dei tagli alla base relativi ai singoli contributi modali, da combinare poi secondo la CQC, è lo spettro elastico dell'Eurocodice 8 per suolo di classe C e rapporto di smorzamento  $\xi$  pari al 5%, lo stesso per il quale è stato imposto il requisito di spettro-compatibilità degli accelerogrammi artificiali generati appositamente per le analisi dinamiche degli edifici-studio presi in esame in questo lavoro. L'accelerazione di ancoraggio per la definizione dello spettro corrisponde a prefissati valori indicati nel capitolo sul progetto degli edifici e qui per convenienza ricordati: per gli edifici *SG* è stato impiegato un unico valore pari a 0.20g, mentre per la classe *SS* sono stati impiegati due distinti valori di PGA, rispettivamente pari a 0.25g e 0.4275g, al fine di ottenere altrettanti valori distinti di  $R_\mu$ . Parimenti il taglio alla base ultimo è stato valutato da analisi pushover del bilanciato in corrispondenza a diversi livelli di spostamento, coerenti con la diversa intensità del sisma considerata, come meglio dettagliato in seguito.

### 2.3. Eccentricità delle resistenze

Anche per questo parametro si è scelto di far riferimento al sistema torsionalmente bilanciato associato all'asimmetrico oggetto di studio. Precisamente, per il generico schema bilanciato, l'idea è quella di eseguire un'analisi pushover del modello spaziale, determinando ad ogni passo di analisi i tagli di piano del  $j$ -esimo telaio piano componente la struttura. Per ciascun piano è dunque possibile valutare l'eccentricità delle resistenze a quel piano come baricentro rispetto al centro delle masse della distribuzione dei tagli di piano ovvero:

$$e_{s_y}^i = y_{CS} - y_{CM} = \frac{\sum_{j=1}^{nx} V_{j,x}^i (y_j - y_{CM})}{\sum_{j=1}^{nx} V_{j,x}^i}; \quad (1)$$

(6. 8)

$$e_{s_x}^i = x_{CS} - x_{CM} = \frac{\sum_{j=1}^{ny} V_{j,y}^i (x_j - x_{CM})}{\sum_{j=1}^{nx} V_{j,y}^i} \quad (2)$$

dove:

$nx, ny$  sono il numero di telai rispettivamente in direzione X ed Y;

$V_{j,x}^i, V_{j,y}^i$  sono il taglio all' $i$ -esimo piano del  $j$ -esimo elemento  
rispettivamente in direzione X ed Y;

$x_{CM}, y_{CM}$  le coordinate del centro delle masse;

$x_{CS}, y_{CS}$  le coordinate del centro delle resistenze;

Per applicare le formule per la valutazione delle eccentricità correttive peraltro serve un unico valore del parametro  $e_s$ . Si è pertanto ritenuto di poter fare riferimento al valore di tale parametro corrispondente al piano terra come rappresentativo del comportamento dell'intera struttura. Naturalmente, nel caso degli edifici presi in esame in questo studio, dovendo essere l'eccentricità monodirezionale, esclusivamente lungo l'asse X e dunque nulla la posizione del centro di resistenza lungo Y, è stato possibile prendere in esame unicamente i telai piani in direzione

Y e valutare attraverso la seconda delle (6. 8), particolarizzata per il primo piano, la posizione lungo X del centro di resistenza CS. Tanto la determinazione dell'eccentricità delle resistenze quanto quella del rapporto  $R_{\mu}$  pongono il problema della valutazione della richiesta di spostamento del sisma sulla struttura: infatti tale livello di spostamento, lungo la direzione Y in oggetto, individua il passo dell'analisi pushover in corrispondenza del quale considerare sia il taglio alla base globale  $V_{by,el}$  necessario al calcolo di  $R_{\mu}$ , sia la distribuzione dei tagli alla base dei telai piani paralleli all'asse Y, dalla quale dedurre attraverso la seconda delle (6. 8) la posizione del centro di resistenza CS.

### 3. Richiesta di spostamento del sisma sulla struttura

Come appena osservato la definizione dello stato della struttura, come da analisi pushover, e della sua risposta al sisma in corrispondenza di un tale stato, richiede la valutazione di un livello di spostamento per il centro di massa dell'ultimo impalcato nella direzione in esame. Quest'ultima per tutti gli edifici analizzati, dotati di eccentricità mono-assiale lungo l'asse X, sarà ovviamente quella parallela ad Y. La stima della richiesta di spostamento del sisma sulla struttura dovrebbe essere fatta a norma di un qualunque metodo statico non lineare come ad esempio il metodo N2. Quest'ultimo, tuttavia, pur conducendo a stime accettabili della risposta sismica per schemi puramente traslanti, costituisce comunque un'approssimazione dei loro massimi spostamenti dinamici effettivi. Negli studi sul monopiano, che hanno condotto alla calibrazione delle eccentricità correttive caratterizzanti il metodo che qui si intende estendere ai sistemi multipiano, si è, per questa ragione, scelto di determinare la richiesta di spostamento del sisma sulla struttura in maniera alternativa: come domanda si è assunto il valor medio, ottenuto a seguito di manipolazione statistica, degli spostamenti dell'unico impalcato lungo la direzione Y corrispondenti a più analisi dinamiche non lineari dello schema puramente traslante. Qui in maniera analoga si assume quale spostamento richiesto dal sisma il valor medio degli spostamenti dinamici del centro di massa dell'ultimo impalcato lungo la direzione Y, desunti da sette analisi dinamiche non lineari del cor-

rispondente edificio bilanciato, eseguite applicando ciascuno dei sette segnali accelerometrici esclusivamente lungo la direzione di traslazione dello schema. Sono pertanto necessarie sette analisi dinamiche con sisma monodirezionale per la determinazione della richiesta di spostamento del sisma sulla struttura lungo la direzione di interesse, finalizzata alla successiva determinazione dei parametri  $e_s$  ed  $R_\mu$ .

#### 4. Modello di carico per analisi pushover

I profili di carico impiegati nell'analisi statica non lineare di un edificio mirano a simulare la distribuzione delle forze di inerzia nascenti nella struttura durante un terremoto. Una tale distribuzione in realtà non è invariante né con il tempo né con la severità dell'evento sismico. Dunque la simulazione delle forze inerziali a mezzo di un unico modello di carico laterale, invariante nel corso dell'analisi, costituisce un'ulteriore approssimazione dell'analisi statica non lineare. Nel caso di schemi strutturali piani, tale approssimazione conduce a risultati abbastanza accurati per strutture basse, in cui gli effetti dei modi superiori sono trascurabili e le plasticizzazioni risultano distribuite in modo uniforme lungo l'altezza dell'edificio; essa si rivela invece spesso inefficace, conducendo a risultati assai poco accurati, per strutture con meccanismi di snervamento localizzati e periodi lunghi, nelle quali è più forte l'influenza dei modi superiori. Per tale ragione in passato molti ricercatori hanno cercato di superare il problema, elaborando per schemi piani, distribuzioni di carico del tipo *multi*-modale (Freeman et al., 1998; Valles et al. 1996), in grado di includere al loro interno il contributo alla risposta di più modi di vibrare, e distribuzioni di carico cosiddette *adattive* (Bracci et al., 1997; Gupta e Kunnath, 2000; Elnashai, 2001) in quanto variano durante l'analisi in ragione delle caratteristiche correnti della struttura ogni qual volta in essa si verifichi un significativo cambiamento di stato connesso al progredire delle plasticizzazioni. In quest'ultimo caso è possibile seguire più da vicino l'evoluzione della distribuzione delle forze di inerzia che con tali modelli di carico si devono simulare: infatti durante l'analisi variano non solo l'intensità ovvero il risultante della distribuzione di carico, ma anche la sua forma ovvero il rap-



porto fra le forze applicate a piani diversi; quindi la forma del vettore di carico viene di norma stabilita passo dopo passo, in ragione dei risultati dell'analisi e dunque delle caratteristiche resistenti registrate dalla struttura al termine del passo precedente. Nell'ambito degli studi sugli schemi piani sono state formulate molteplici proposte nel tempo e l'opportuna scelta di un modello di carico, invariante o adattivo, per analisi pushover costituisce ancora un problema aperto. Data la difficoltà di giungere a conclusioni generali in merito, di norma si raccomanda di eseguire su uno stesso edificio due distinte analisi pushover con altrettanti profili di carico laterale, in modo da poter così inviluppare la reale distribuzione di forze inerziali. Normalmente uno dei due profili è proporzionale alla prima forma modale ovvero corrisponde ad una distribuzione triangolare inversa, che ne approssima la forma. Tale profilo, nell'ipotesi che il primo modo di vibrare sia prevalente sugli altri, chiaramente si riferisce ad una condizione di struttura non danneggiata. L'altra distribuzione raccomandata dai codici è quella proporzionale alle masse di piano, che nel caso frequente di masse uguali a tutti i piani, si riduce ad una distribuzione uniforme, la quale invece rappresenta una condizione di danneggiamento. Al variare della distribuzione di forze e dunque della posizione del punto di applicazione del suo risultante varia il rapporto fra momento ribaltante e risultante della distribuzione. In particolare si osserva, con riferimento alla curva di prestazione ottenuta applicando alla struttura tali profili di carico, che la distribuzione di carico uniforme, cui compete la minima altezza del risultante, corrisponde alla massima resistenza della struttura ed ai minimi spostamenti al limite elastico ed a collasso e che essa inoltre massimizza le richieste ai piani inferiori rispetto a quelle ai piani superiori. Viceversa la distribuzione lineare, cui spetta la massima posizione del risultante, corrisponde al minimo taglio alla base della struttura ed a valori massimi dello spostamento al limite elastico e di snervamento.

Obiettivo del presente lavoro è la validazione della efficienza delle eccentricità correttive nella previsione della risposta torsionale di un edificio multipiano irregolare in pianta, prescindendo dalle problematiche che sono connesse allo sviluppo lungo l'altezza dell'edificio ed in particolare dalla definizione di un profilo di carico laterale. A questo scopo si è

pensato di utilizzare un modello di carico, la cui determinazione è abbastanza complessa, che non costituisce una proposta da abbinare alla correzione in pianta per migliorare la stima della risposta dinamica dell'edificio a mezzo di analisi statica non lineare, bensì uno strumento la cui finalità si esaurisce con questo studio. In altre parole si è definito non un modello di carico, bensì una procedura rivolta ad ottenere per ciascuno degli edifici analizzati un profilo di carico laterale diverso, non determinato secondo una legge o una regola precisa, ma valutato per via numerica in modo tale da riprodurre un assegnato profilo di spostamenti lungo l'altezza. Un profilo di carico così determinato risulta necessariamente di tipo adattivo in quanto muta al progredire dell'analisi in modo da ricalcare l'evoluzione del comportamento strutturale che infine conduce al profilo di spostamenti target costituente l'obiettivo da raggiungere. Nel caso delle analisi condotte in questo studio in realtà sono stati impiegati due distinti modelli di carico laterale: uno per la previsione degli spostamenti assoluti e l'altro per la previsione degli spostamenti di interpiano. Nel seguito si descrive la procedura messa in atto per valutare tali profili di carico.

#### **4.1. Profilo di carico per la previsione degli spostamenti assoluti**

L'obiettivo è la riproduzione di un assegnato profilo di spostamenti con l'esecuzione di analisi pushover sullo schema bilanciato di un generico edificio asimmetrico. Il profilo di spostamenti target prescelto viene valutato sempre con riferimento al sistema bilanciato corrispondente all'asimmetrico in esame e si tratta della distribuzione in altezza dei massimi spostamenti dinamici dei vari impalcati nella direzione di interesse ovvero la Y. Esso viene determinato come media degli involucri degli spostamenti in direzione Y dei vari impalcati relativi alle analisi dinamiche condotte con i singoli accelerogrammi. Un tale profilo non corrisponde ad una configurazione deformata realmente assunta dallo schema, ma costituisce un profilo fittizio, selezionato allo scopo di imporre la coincidenza per lo schema bilanciato fra la distribuzione in altezza degli spostamenti assoluti ottenuta in esito alla generica pushover su di esso eseguita ed il profilo in altezza dei suoi massimi sposta-

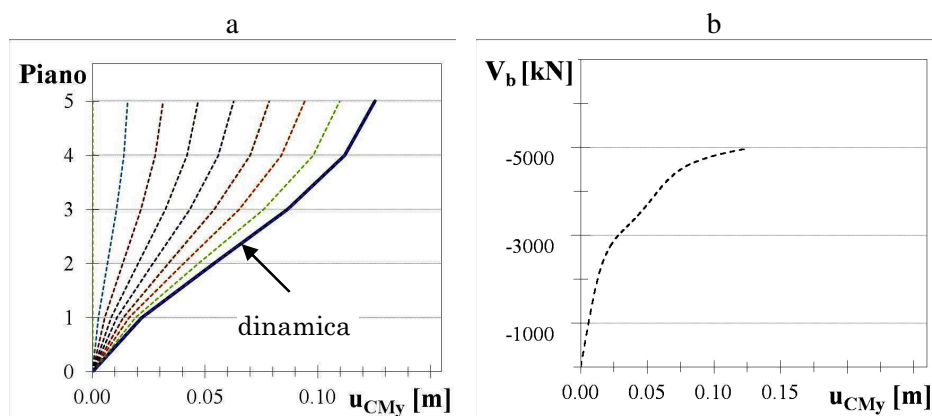


Fig. 6.1. *Pushover0* per l'edificio *SSR-G1* ( $e_m=0.15L$ ):

- (a) profilo degli spostamenti in momenti diversi dell'analisi e profilo degli spostamenti dinamici ;  
 (b) curva di capacità.

menti dinamici. Risulta dunque necessario definire una opportuna distribuzione di forze, variabile durante l'analisi, in grado di riprodurre un tale profilo di spostamenti. La procedura a tale scopo messa in atto e qui di seguito illustrata richiede l'esecuzione di varie analisi sul sistema bilanciato.

- In primo luogo deve essere determinato il profilo di spostamenti target e sono, a questo scopo, necessarie varie analisi dinamiche non lineari condotte con i singoli accelerogrammi, da ciascuna delle quali estrarre un profilo di spostamento: il profilo target sarà la media dei singoli profili di spostamento così ottenuti.
- Successivamente si esegue sul sistema bilanciato un'analisi pushover nella quale la struttura viene caricata non con uno schema di forze orizzontali, bensì con una distribuzione di spostamenti nodali: quella ottenuta normalizzando il profilo degli spostamenti dinamici del bilanciato rispetto al suo valore in testa. L'analisi viene condotta per successivi incrementi di carico fino al raggiungimento di uno spostamento in testa pari alla domanda di spostamento dinamico dell'ultimo impalcato del sistema bilanciato. I profili di spostamento in altezza relativi a momenti diversi di questa analisi sono rappresentati da curve tutte fra loro proporzionali (Fig. 6.1. a). Nel seguito

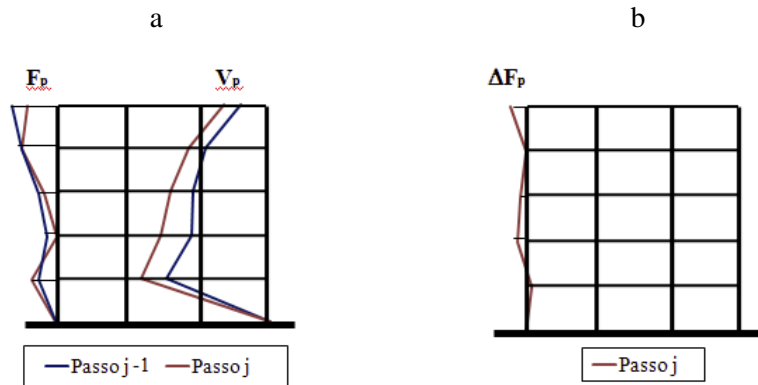


Fig. 6.2. Determinazione della distribuzione di forze al passo  $j$ :

(a) profili dei tagli di piano e delle forze di piano ai passi  $j$  e  $j-1$  desunti dalla *Pushover0*;

(b) profilo di forze non normalizzate per il passo  $j$  della *Pushover1*.

per brevità tale pushover verrà chiamata "*Pushover0*". Si nota che per l'esecuzione di essa risulta necessario utilizzare un passo di incremento ridotto rispetto a quello usualmente impiegato per pushover in cui si applica una distribuzione di forze. Ciò comporta che lo stesso livello di spostamento venga raggiunto con un numero superiore di passi.

È proprio da quest'ultima analisi che si ottengono i dati necessari alla determinazione del profilo di carico operando come qui di seguito esposto. Si precisa inoltre che, a seguito della determinazione del suddetto modello di carico, al solo scopo di verificarne l'efficacia nel riprodurre il profilo di spostamenti target sul sistema bilanciato, su quest'ultimo verrà eseguita una pushover, nel seguito chiamata "*Pushover1*", con imposto tale profilo di forze ormai noto.

Siano  $N_0$  ed  $N_1$  il numero di passi necessari a raggiungere il fissato livello di spostamento in testa rispettivamente nella *Pushover0* ed in una qualunque Pushover con schema di forze imposto, da eseguire con il modello di carico evolutivo che qui si vuole determinare, in particolare nella *Pushover1*.

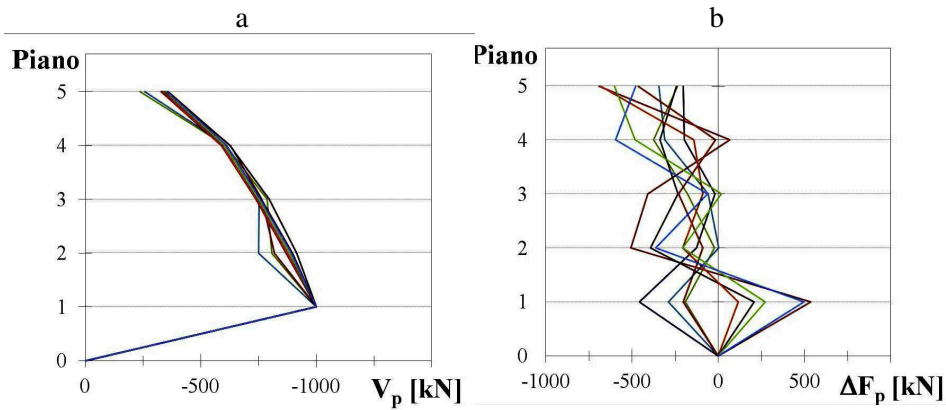


Fig. 6.3. Edificio *SSR-G1* ( $e_m=0.15L$ ):

- (a) profilo dei tagli di piano desunti dalla *Pushover0*;
- (b) profilo di forze da applicare nella *Pushover1*.

- 1) dai dati della *Pushover0* vengono ricavati i tagli di piano ai vari livelli per un numero  $N_l$  di passi estratti ad intervalli regolari dagli  $N_0$  passi dell'analisi. Ciò in quanto essi servono a valutare le forze da applicare in corrispondenza degli  $N_l$  passi della *Pushover1*. In particolare con il simbolo  $V_i^j$  verrà indicato il taglio alla base dell' $i$ -esimo piano per un passo della *Pushover0* corrispondente al  $j$ -esimo passo della *Pushover1*;
- 2) per ciascun passo della *Pushover1*, a ciascun piano si valutano le corrispondenti forze di piano, come differenza fra i tagli allo stesso piano ed i tagli al piano immediatamente superiore relativi al corrispondente passo della *Pushover0* (Fig. 6.2. a):

$$\begin{aligned}
 \text{al passo } j-1 \quad F_i^{j-1} &= V_i^{j-1} - V_{i+1}^{j-1} \quad ; \\
 \text{al passo } j \quad F_i^j &= V_i^j - V_{i+1}^j
 \end{aligned}
 \tag{6.9}$$

- 3) la forza da applicare all' $i$ -esimo piano nel  $j$ -esimo passo della *Pushover1* sarà la differenza fra le forze ottenute come al precedente punto 2 relative al passo  $j$  ed al passo  $j-1$  che immediatamente lo precede (Fig. 6.2. b):

$$\text{al passo } j \quad \Delta F_i^j = F_i^j - F_i^{j-1}
 \tag{6.10}$$

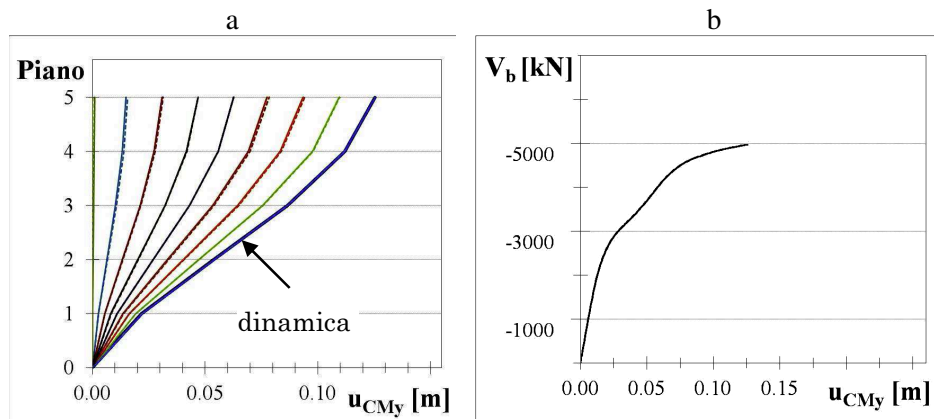


Fig. 6.4. *Pushover1* per l'edificio *SSR-G1* ( $e_m=0.15L$ ):

(a) profilo degli spostamenti in momenti diversi dell'analisi e profilo degli spostamenti dinamici ;(b) curva di capacità.

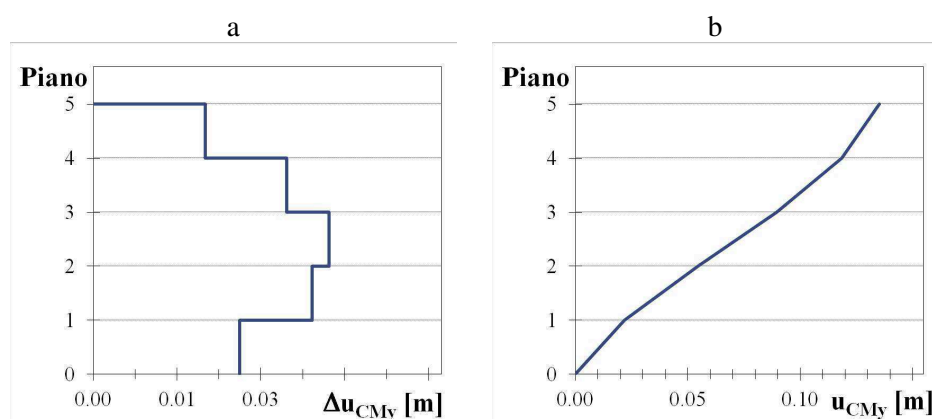
- 4) Infine per ragioni di comodo le forze vengono scalate linearmente in modo che le distribuzioni di forze relative ai diversi passi della *Pushover1* abbiano tutte un medesimo fissato valore  $R_b$  del risultante:

$$\text{al passo } j \quad \Delta F_i^j = \frac{\Delta F_i^{*j} \cdot R_b}{\sum_{k=1}^N \Delta F_i^{*k}} \quad (6.11)$$

dove:  $N$  è il numero di piani dell'edificio.

In Fig. 6.3. a sono rappresentati i profili dei tagli di piano lungo l'altezza desunti dalla *Pushover0* per diversi momenti dell'analisi nel caso dell'edificio *SSR-G1*. In Fig. 6.3. b sono rappresentati per lo stesso edificio i profili normalizzati delle forze da applicare in alcuni dei passi della *Pushover1*.

Eseguendo la *Pushover1* imponendo a ciascun passo dell'analisi il modello di carico determinato per quel passo, si ottiene in esito all'analisi, una curva di capacità taglio alla base- spostamento in testa (curva continua in nero in Fig. 6.4. b) che sostanzialmente ripercorre la corrispondente curva ottenuta al termine della *Pushover0*, eseguita imponendo il profilo target degli spostamenti dinamici del bilanciato. Analogamente i profili di spostamento relativi a diversi momenti dell'analisi della *Pushover1* (curve continue in Fig. 6.4. a) si sovrappongono quasi perfetta-

Fig. 6.5. Edificio *SSR-G1* ( $e_m=0.15L$ ):

- (a) profilo degli spostamenti di interpiano da analisi dinamica non lineare;  
 (b) profilo degli spostamenti assoluti derivato dal profilo degli spostamenti di interpiano.

mente, a meno di piccolissime approssimazioni, ai corrispondenti profili di spostamento della *Pushover0* (curve tratteggiate in Fig. 6.4. a). Ciò a riprova della bontà della procedura ideata per la determinazione del modello di carico.

#### 4.2. Profilo di carico per la previsione degli spostamenti di interpiano

Il modello di carico adattivo da impiegare nelle pushover per la stima degli spostamenti di interpiano viene determinato con la medesima procedura sopra descritta a proposito della stima degli spostamenti assoluti. L'unica differenza risiede nel profilo di spostamenti target da imporre nella *Pushover0* al fine di determinare il profilo di forze per la successiva *Pushover1*. Un tale profilo, sempre necessariamente espresso in termini di spostamenti assoluti, questa volta non viene semplicemente desunto dalla manipolazione statistica dei dati delle analisi dinamiche non lineari del sistema bilanciato, ma costruito dai dati che esse forniscono intermini di spostamenti di interpiano. Precisamente:

- le varie analisi dinamiche non lineari, eseguite con i singoli accelerogrammi, restituiscono un set di profili lungo l'altezza degli spostamenti di interpiano;

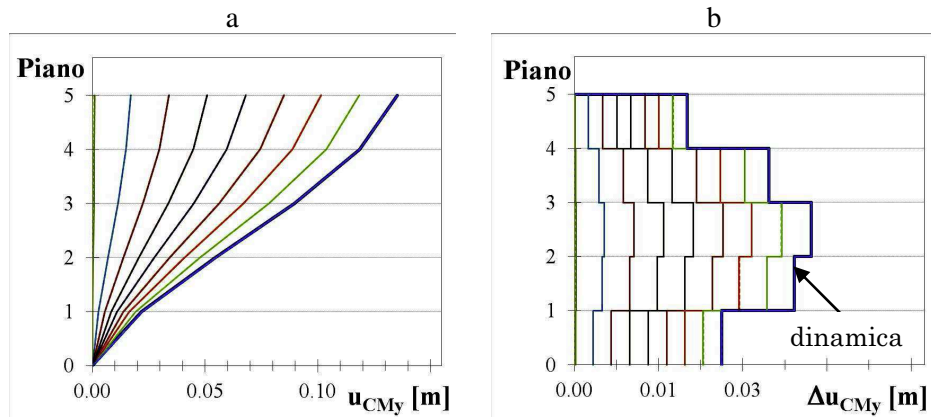


Fig. 6.6. Edificio *SSR-G1* ( $e_m=0.15L$ ) confronto fra *Pushover0* e *Pushover1*:

(a) profilo degli spostamenti assoluti;

(b) profilo degli spostamenti di interpiano.

- da questo set di distribuzioni se ne estrae una media, costituente un profilo di riferimento nella valutazione del profilo target di spostamenti assoluti da imporre nella *Pushover0*;
- il profilo target di spostamenti assoluti cercato si ottiene semplicemente sommando a ciascun piano il valore del drift relativo a quel piano e di tutti quelli relativi ai piani sottostanti:

$$u_i = u_{i-1} + \Delta u_i = \sum_{k=1}^i \Delta u_k \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (6.12)$$

In Fig. 6.5. a e 6.5. b sono rappresentati rispettivamente per l'edificio *SSR-G1* il profilo degli spostamenti dinamici di interpiano ed il profilo degli spostamenti assoluti da esso derivato attraverso la relazione (6.12). Si nota che il profilo degli spostamenti assoluti così dedotto da quello degli spostamenti di interpiano è sempre caratterizzato da uno spostamento in testa più alto di quello del profilo dinamico degli spostamenti assoluti dell'edificio (6.3. a): nel caso dell' edificio *SSR-G1* ad esempio mentre il secondo giunge a 12.5 cm, il primo arriva a 13.5 cm. Anche in questo caso l'esecuzione della *Pushover0* con profilo degli spostamenti imposto e della *Pushover1* con profilo delle forze imposto conducono praticamente ai medesimi risultati come si può notare dalla perfetta sovrapposizione dei relativi diagrammi (curve tratteggiate per la



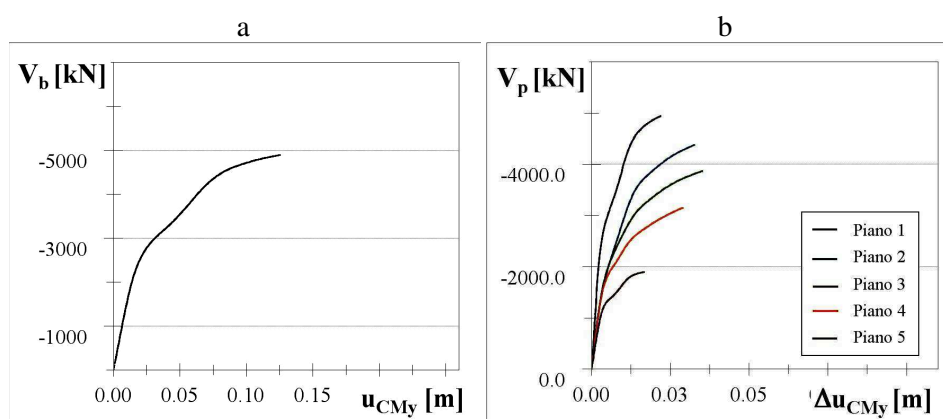


Fig. 6.7. Edificio *SSR-G1* ( $e_m=0.15L$ ) confronto fra *Pushover0* e *Pushover1*:

(a) curva taglio alla base - spostamento intesta;

(b) curve taglio di piano - spostamento di interpiano ai vari piani.

*Pushover0* e continue per la *Pushover1*) sia in termini di profili di spostamento di interpiano e assoluti per diversi passi dell'analisi (Fig. 6.6. a e 6.6. b) sia in termini di curva di capacità e curve taglio di piano - spostamento di interpiano ai vari livelli (Fig. 6.7. a e 6.7. b).

Si riportano in conclusione due grafici (Fig. 6.8. a e 6.8. b) che rappresentano l'altezza della risultante della distribuzione di forze applicate al crescere dello spostamento in testa ovvero la sua evoluzione al progredire dell'analisi, tanto per il modello di carico impiegato nella previsione degli spostamenti assoluti quanto per il modello di carico impiegato nella previsione dei drift di piano. Si può notare in entrambi i casi un andamento analogo: inizialmente, fino ad un livello di spostamento di circa 2.5 cm, l'altezza  $h$  del risultante della distribuzione di forze decresce; nel successivo tratto, fino a 5 cm,  $h$  cresce; segue una nuova riduzione di  $h$  fino ad un valore minimo in corrispondenza di 7.5 cm; infine  $h$  riprende a crescere fino alla fine dell'analisi.

All'iniziale tratto in cui  $h$  decresce corrisponde, a parità di livello di forze, una riduzione del momento ribaltante e dunque dello spostamento, per cui nella pushover si ha una rigidità iniziale elevata. Nel successivo tratto in cui  $h$  decresce il momento ribaltante e lo spostamento, a parità di risultante si riducono con una conseguente forte riduzione

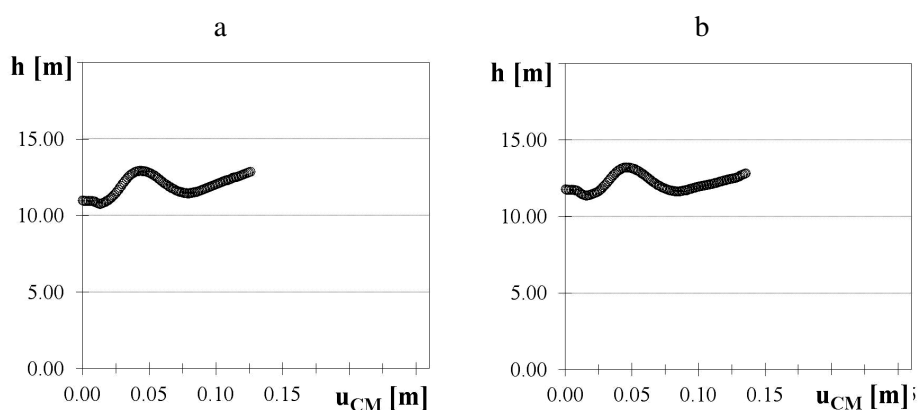


Fig. 6.8. Edificio *SSR-G1* ( $e_m=0.15L$ ) altezza della risultante dei carichi:

(a) modello di carico per la previsione degli spostamenti assoluti;

(b) modello di carico per la previsione dei drift.

della rigidezza, come si evince dalle Fig. 6.4. b e 6.7. a. Nel tratto seguente in cui  $h$  si riduce nuovamente si ha una nuova ripresa di rigidezza come visibile nelle relative curve pushover. Nell'ultimo tratto infine, in cui  $h$  riprende a crescere, la rigidezza si riduce nuovamente. Ciò in definitiva spiega l'andamento ondulato delle curve pushover in Fig. 6.4. b e 6.7. a particolarmente pronunciato nell'intervallo di spostamenti tra 5 cm e 7.5 cm.

## 5. Analisi richieste per lo studio del generico edificio

L'approccio proposto in questo lavoro per la previsione della componente torsionale della risposta di edifici planimetricamente irregolari a mezzo di analisi statica non lineare prescrive l'esecuzione di due distinte analisi pushover con altrettante eccentricità del carico, definite rispetto al baricentro delle masse e valutate in ragione di una serie di parametri individuati come quantità caratterizzanti il generico edificio analizzato. Come visto nel precedente paragrafo 2 la determinazione di tali parametri presuppone l'esecuzione di ulteriori analisi, che sono qui di seguito riassunte per il caso più generale di edifici privi di asse dei centri elastici noto.

- Tre distinte analisi lineari del sistema asimmetrico con forze  $\mathbf{F}$  in direzione X ed Y e coppie torcenti  $\mathbf{M} = 1 \cdot \mathbf{F}$  applicate in corrispondenza di un qualunque punto dell'impalcato, per la determinazione della posizione rispetto a questo punto di riferimento dell'asse di torsione ottimale e dunque dell'eccentricità delle rigidezze  $e_r$ ;
- Tre distinte analisi lineari del sistema asimmetrico con forze  $\mathbf{F}$  in direzione X ed Y e coppie torcenti  $\mathbf{M} = 1 \cdot \mathbf{F}$  applicate in corrispondenza dell'asse di torsione ottimale, per la determinazione dei parametri  $\Omega_{\theta x}$  ed  $\Omega_{\theta y}$ ;
- Una analisi modale con spettro di risposta elastico del corrispondente schema bilanciato nella direzione di interesse, lungo la quale eseguire le successive pushover dell'asimmetrico, per il calcolo del taglio alla base elastico della struttura, finalizzato alla successiva valutazione del rapporto  $R_{\mu}$ ;
- Una analisi pushover del sistema bilanciato per la valutazione del taglio alla base ultimo della struttura e dunque del rapporto  $R_{\mu}$  nonché della eccentricità delle resistenze  $e_s$ .

Alle analisi di cui si è appena detto nel presente studio è necessario aggiungere altre a causa della particolare scelta fatta di determinare la domanda di spostamento del sisma sul sistema, non a mezzo di un qualunque metodo statico non lineare, bensì con un metodo più rigoroso. Si tratta di:

- Più analisi dinamiche non lineari dello schema bilanciato nella direzione di interesse, in numero pari al numero dei segnali accelerometrici prescelto (nel caso in esame sette), per la determinazione, a seguito di manipolazione statistica dei risultati, della richiesta di spostamento del sisma in cima alla struttura;

Si nota inoltre che l'esecuzione delle analisi dinamiche del sistema bilanciato necessariamente prevede una preliminare analisi modale dello stesso schema per il calcolo delle frequenze con cui valutare i coefficienti  $\alpha$  e  $\beta$  di smorzamento secondo Rayleigh. Ma una tale analisi è peraltro già richiesta per il calcolo del rapporto  $R_{\mu}$  ed è stata pertanto già messa in conto sopra nel novero delle operazioni necessarie.

A tutto ciò si aggiunge che in questa sede l'obiettivo non è la semplice applicazione del metodo proposto, quanto piuttosto la sua valida-

zione attraverso il confronto con uno strumento di indagine più sofisticato ma anche necessariamente più accurato, qual è l'analisi dinamica non lineare. Il metodo in oggetto si presenta come una valida alternativa ad essa, ma ciò deve essere adeguatamente provato verificando che, nonostante le inevitabili differenze, l'approccio qui esposto riesce ad approssimare adeguatamente i risultati del metodo di riferimento, ovvero l'analisi dinamica non lineare, cogliendo con sufficiente accuratezza la risposta dinamica di un edificio planimetricamente irregolare, in termini di spostamenti assoluti e derivate di piano dei diversi punti degli impalcati ai vari livelli. Pertanto dal novero delle analisi necessarie non può mancare lo strumento di indagine di confronto insieme ad altri che a sua volta da esso sono richiesti. Bisogna dunque aggiungere alla lista delle analisi richieste per la valutazione del metodo sul singolo edificio anche:

- Più analisi dinamiche non lineari dello schema asimmetrico, in numero pari al numero dei segnali accelerometrici prescelto (nel caso in esame sette), per la determinazione, a seguito di manipolazione statistica dei risultati, dei diagrammi di confronto degli spostamenti assoluti e di interpiano dei punti dell'impalcato ai vari livelli
- Una analisi modale dello schema asimmetrico, preliminare alle successive analisi dinamiche non lineari e finalizzata al calcolo dei coefficienti  $\alpha$  e  $\beta$  di smorzamento secondo Rayleigh, da esse richiesti.

Infine, allo scopo di mettere in luce l'efficienza del metodo statico non lineare qui proposto rispetto alle usuali procedure che fanno uso di analisi pushover, si stabilisce un confronto diretto fra i risultati cui tale metodo di indagine conduce rispetto agli esiti delle analisi dinamiche non lineari ed i risultati cui invece si perverrebbe seguendo l'approccio prescritto dalla normativa, che prevede l'esecuzione di una unica analisi statica non lineare con forze in corrispondenza dei centri di massa degli impalcati. Risulta quindi necessario includere fra le analisi richieste:

- Tre distinte analisi pushover dello schema asimmetrico, una con forze applicate in corrispondenza dei centri di massa dei vari impalcati ed altre due con forze applicate in punti distanti dal centro delle masse di quantità pari alle eccentricità correttive.

## 6. Sequenza operativa per lo studio del generico edificio

La valutazione sul generico edificio-studio dell'efficienza del metodo di indagine proposto nella stima della risposta dinamica non lineare di edifici planimetricamente irregolari risulta pertanto una procedura abbastanza articolata, sia per il numero elevato di analisi che essa richiede sia per la precisa progressione con cui queste devono succedersi. Si è pertanto definita, e successivamente automatizzata in forma pressoché totale, una precisa sequenza operativa, nel seguito descritta facendo riferimento ad un esempio numerico, che corrisponde allo svolgimento completo dei calcoli per uno degli edifici in esame. Si tratta del medesimo edificio cui si riferiscono le figure riportate nel paragrafo 4 durante la descrizione del modello di carico impiegato per le analisi pushover: è lo schema denotato come *SSR-G1*, caratterizzato da eccentricità delle masse  $e_m=0.15L$ , scaturito da un progetto antisismico con applicazione delle forze di progetto in direzione Y in posizione eccentrica rispetto al baricentro dell'impalcato di una quantità pari al baricentro delle masse ed analizzato con il livello di intensità sismica individuato da una PGA di 0.25g.

### 6.1. Esempio numerico: sequenza operativa

La sequenza operativa delle analisi da eseguire sull'edificio si compone di due tempi: in un primo momento si effettuano le analisi sullo schema bilanciato, finalizzate a valutare la richiesta di spostamento del sisma sulla struttura ed i parametri  $e_s$  ed  $R_{\mu}$  legati al comportamento inelastico; successivamente si passa al sistema asimmetrico, per valutare i parametri  $e_r$  ed  $\Omega_0$  legati al comportamento elastico dello schema strutturale ed infine svolgere la validazione vera e propria del metodo. Si nota che i parametri  $e_s$  ed  $R_{\mu}$ , legati alla risposta inelastica dell'edificio, assumono valori in generale distinti al variare del modello di carico utilizzato per le analisi pushover dello schema bilanciato e del livello di spostamento in corrispondenza del quale interromperle. Quindi in definitiva si avranno valori in generale diversi di tali parametri e delle conseguenti eccentricità correttive con essi valutate nei due casi di previsione degli spostamenti assoluti e degli spostamenti di interpiano.

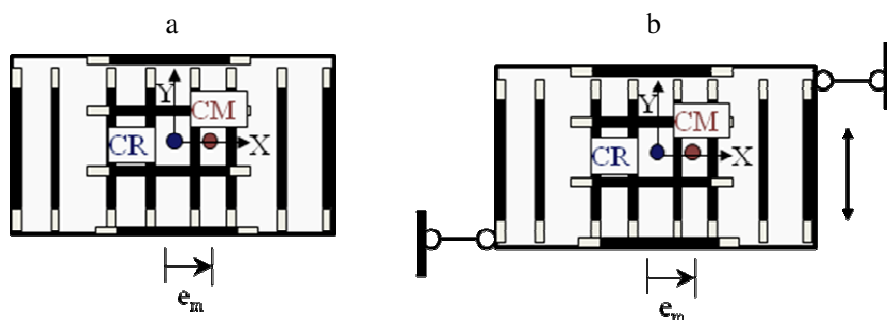


Fig. 6.9. Edificio *SSR-G1* ( $e_m=0.15L$ ):  
schema asimmetrico (a) e bilanciato (b).

### 6.1.1. Sequenza operativa per schema bilanciato

Il sistema bilanciato corrispondente all'edificio in oggetto, come descritto nel capitolo sulla modellazione degli schemi strutturali, si ottiene semplicemente apponendo, ad ogni livello, in corrispondenza di due spigoli del generico impalcato, due elementi di vincolo aventi assi ortogonali alla direzione di traslazione del sistema (Fig. 6.9. b). Tali elementi sono realizzati attraverso due *Zero Length Section*, alla cui unica sezione trasversale viene attribuita una relazione lineare sforzo assiale - allungamento caratterizzata da un valore di rigidezza assiale elevato ed adeguatamente calibrato. Nel seguito viene illustrata, con riferimento ai risultati dell'edificio *SSR-G1*, la progressione delle analisi da svolgere sul corrispondente schema torsionalmente bilanciato.

1. *Analisi modale con spettro di risposta* dello schema per la determinazione di periodi e deformate modali nonché del taglio alla base della struttura.

Si riepilogano nel successivo prospetto (Tab. 1) i cinque periodi modali del sistema bilanciato.

Tab. 1 – Periodi e frequenze modali per sistema bilanciato

Modo	1	2	3	4	5
$T_v$ (s)	0.6580	0.2125	0.1203	0.0810	0.0627
$\omega_v$ (rad/s)	9.5448	29.5577	52.2238	77.5674	100.2125

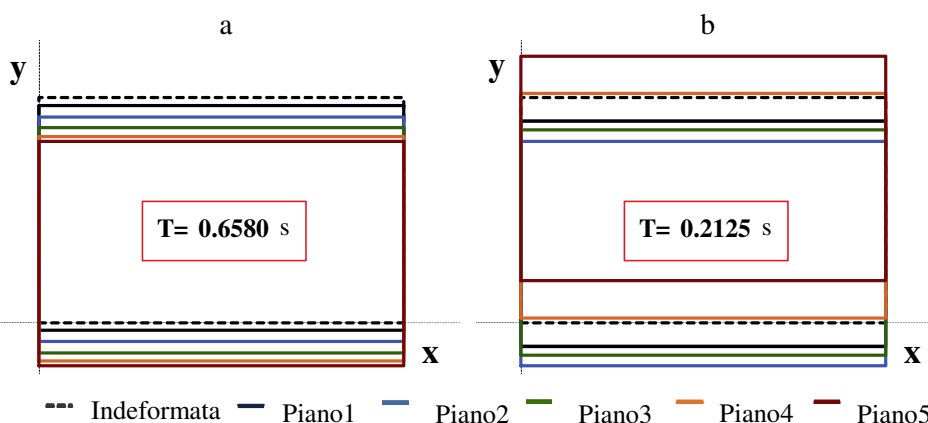


Fig. 6.10. Deformate modali del bilanciato dell' edificio *SSR-G1* ( $e_m=0.15L$ ):  
 (a) primo modo: zero nodi;(b) secondo modo: un nodo.

Si estraggono le frequenze  $\omega$  ed  $\omega_j$  corrispondenti ai modi con deformate aventi rispettivamente zero ed una inversione nel segno degli spostamenti (Fig. 6.10). E, fissato il rapporto di smorzamento modale  $\xi$  pari al 5%, si valutano i coefficienti  $\alpha$  e  $\beta$  di smorzamento di Rayleigh, da impiegare per valutare la risposta dinamica dello schema bilanciato (Tab. 2).

Tab. 2 – Coefficienti di Rayleigh per analisi dinamiche su schema bilanciato

$\omega_1$ (rad/s)	$\omega_2$ (rad/s)	$\alpha$	$\beta$
9.5448	29.5577	0.7219	0.0026

Si valutano i tagli alla base della struttura dovuti ai contributi dei singoli modi di vibrare ed il taglio alla base modale elastico come loro combinazione modale (Tab. 3), facendo riferimento allo spettro di risposta elastico dell'Eurocodice 8 per suolo di classe C e rapporto di smorzamento  $\zeta=0.05$  con  $PGA=0.25g$ .

Tab. 3 – Tagli alla base modali per sistema bilanciato

Modo	1	2	3	4	5	$V_{bv,el} =$ $= CQC(V_{bv,i})_{i=1,\dots,5}$ (kN)
$V_{bv}^{st}$ (kN)	1958.35	257.02	98.92	47.56	26.72	
$Sae^{ECS}$ ( $m/s^2$ )	6.4299	7.0509	5.3640	4.5329	4.1460	
$V_{bv}$ (kN)	12592.01	1812.20	530.60	215.58	110.80	12750.52

2. Esecuzione delle *analisi dinamiche non lineari* con i sette segnali accelerometrici artificiali fissati (Metodo di integrazione numerica: Newmark con  $\gamma=0.5$  e  $\beta=0.25$ ; Passo di integrazione:  $\Delta t=0.01$  s) per la determinazione della domanda di spostamento del sistema in cima all'edificio. Sono rappresentati in Fig. 6.11.a e 6.11.b rispettivamente i diagrammi dei massimi spostamenti dinamici assoluti e di interpiano lungo la direzione Y dei punti del terzo e del quinto impalcato in risposta ai sette accelerogrammi (linee tratteggiate con indicatori di varia forma) nonché i loro diagrammi medi (linee continue senza indicatori).

In Fig. 6.12. a e 6.12. b sono invece rappresentati i profili lungo l'altezza dei massimi spostamenti assoluti e di interpiano lungo Y.

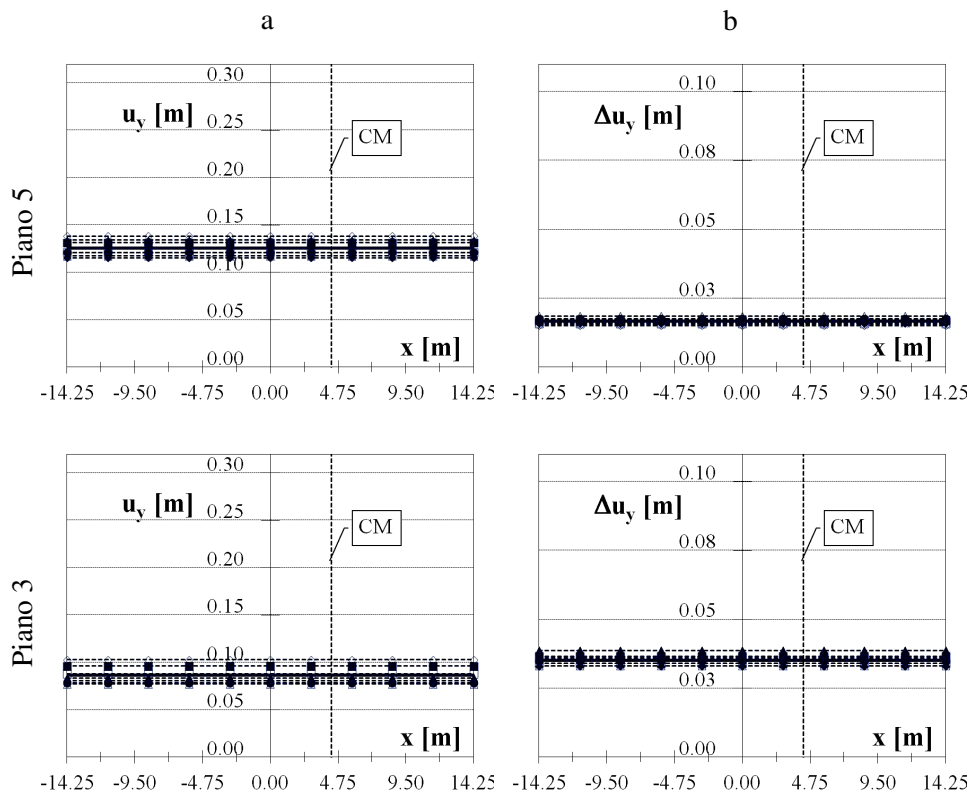


Fig. 6.11. Diagrammi dei massimi spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) dei punti del terzo e del quinto impalcato in risposta ai sette accelerogrammi e loro medie per schema bilanciato.



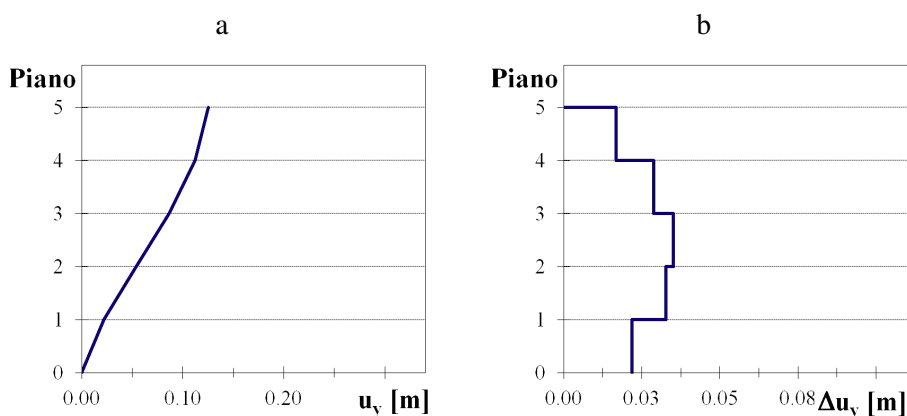


Fig. 6.12. Profili medi lungo l'altezza degli spostamenti dinamici :  
assoluti (a) e di interpiano (b).

Vengono ora valutati, come descritto nel precedente paragrafo 4, i modelli di carico da impiegare per le analisi pushover per la previsione di spostamenti assoluti e drift. Per quest'ultimo caso risulta necessario determinare preliminarmente il profilo di spostamenti assoluti che da quelli di interpiano è derivato secondo la relazione (6. 12) e che è già stato rappresentato in Fig. 6.5. b. Il valore in testa di quest'ultimo profilo rappresenta lo spostamento target fino al quale bisogna spingere la struttura nelle analisi statiche non lineari dello schema asimmetrico, finalizzate alla stima degli spostamenti di interpiano. Nel caso di previsione degli spostamenti assoluti lo spostamento target è semplicemente il valore in cima alla struttura del profilo di spostamenti dinamici raffigurato in Fig. 6.12. a. I valori di tali spostamenti target sono qui di seguito riportati (Tab. 4).

Tab. 4 – Spostamenti target per analisi pushover

$u_{top,target}$ (m)	Previsione spostamenti assoluti	Previsione spostamenti di interpiano
	0.1255	0.1354

3. Esecuzione di *analisi statiche non lineari*. Tali analisi sono finalizzate alla determinazione dei parametri inelastici  $e_s$  ed  $R_u$ . Sono necessarie due analisi distinte e due determinazioni distinte: una utilizza

il modello di carico per la stima degli spostamenti assoluti ed il corrispondente spostamento target, l'altra il modello di carico e lo spostamento target per la stima degli spostamenti relativi.

- *Determinazione del rapporto  $R_{\mu}$*  (Tab. 5) come rapporto tra il taglio alla base modale, determinato al precedente punto 1, ed il taglio alla base ottenuto in esito alla generica analisi pushover del sistema, in corrispondenza dello spostamento target valutato come al punto 2 e con il relativo modello di carico.

Tab. 5 – Valori del rapporto  $R_{\mu}$

$V_{b,v,el}$ (kN)	Previsione spostamenti assoluti	Previsione spostamenti di interpiano
12750.52		
$V_{b,u}$ (kN)	4973.17	4943.03
$R_{\mu}$	2.564	2.579

- *Determinazione dell'eccentricità delle rigidezze  $e_s$* , come posizione lungo l'asse X del baricentro dei tagli alla base dei telai piani paralleli ad Y componenti la struttura, secondo la seconda delle relazioni (6. 8). Anche in questo caso è necessario fare due distinti calcoli in corrispondenza delle due analisi statiche non lineari eseguite con altrettanti modelli di carico e spostamenti target. In Tab. 6 sono riportati i tagli alla base dei telai ed in Tab. 7 l'eccentricità delle resistenze.

Tab. 6 – Posizione rispetto al baricentro dell'impalcato e tagli alla base dei telai in direzione Y in corrispondenza dello spostamento target

Previsione spostamenti assoluti								
Telaio	1	2	3	4	5	6	7	8
$x$ (m)	-14.25	-10.25	-5.75	-1.75	1.75	5.75	10.25	14.25
$V_{bv}^{st}$ (kN)	-375.52	-504.09	-362.60	-822.02	-874.50	-392.84	-1030.60	-611.01
Previsione spostamenti di interpiano								
Telaio	1	2	3	4	5	6	7	8
$x$ (m)	-14.25	-10.25	-5.75	-1.75	1.75	5.75	10.25	14.25
$V_{bv}^{st}$ (kN)	-372.43	-500.44	-362.02	-814.41	-866.63	-392.14	-1025.29	-609.66

Tab. 7 – Eccentricità delle resistenze

Previsione spostamenti assoluti				
L=LX (m)	$e_m/L$	$e_m$ (m)	$e_s$ (m)	$e_s/L$
28.50	0.15	4.275	-2.462	-0.0859
Previsione spostamenti di interpiano				
L=LX (m)	$e_m/L$	$e_m$ (m)	$e_s$ (m)	$e_s/L$
28.50	0.15	4.275	-2.449	-0.0864

Come si può osservare il rapporto  $R_u$  varia seppur di poco al variare del modello di carico e dello spostamento target, mentre il parametro  $e_s$  rimane sostanzialmente invariato.

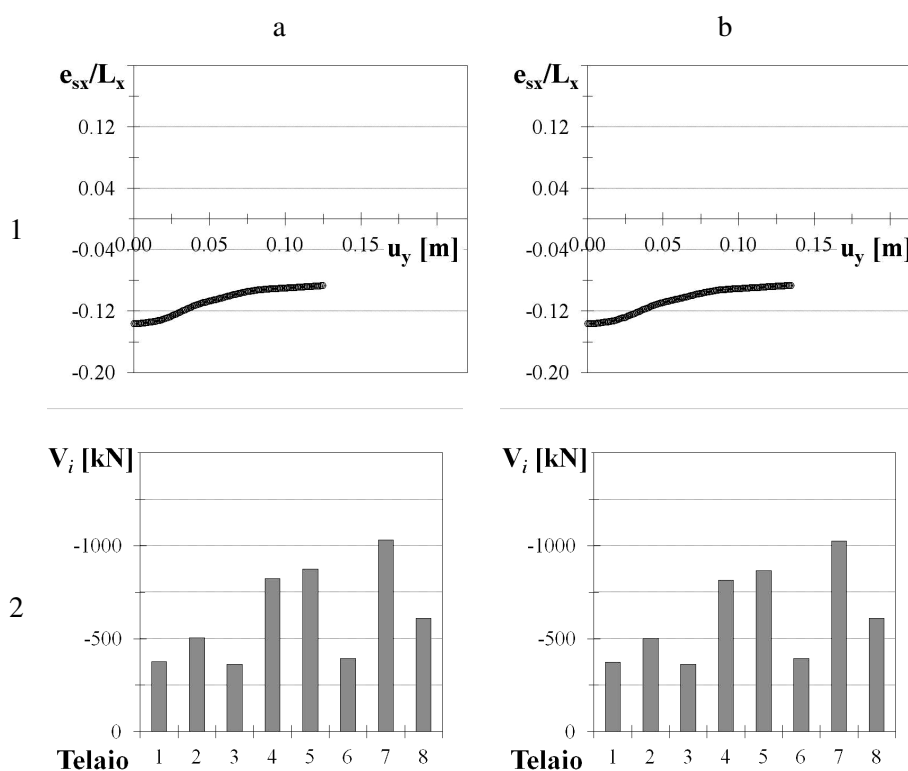


Fig. 6.13. Evoluzione dell'eccentricità delle resistenze durante l'analisi (1) e distribuzione dei tagli alla base negli elementi resistenti alla fine dell'analisi (2) per previsione degli spostamenti assoluti (a) e dei drift (b).

In Fig. 6.13.1.a e 6.13.1.b è rappresentata l'evoluzione della posizione del centro di resistenza CS lungo l'asse X durante l'analisi, nel caso di modello di carico e spostamento target rispettivamente finalizzato alla previsione degli spostamenti assoluti e di quelli di interpiano. Si può ben vedere che in entrambi i casi l'eccentricità delle resistenze, inizialmente nulla, condizione che corrisponde all'ovvia coincidenza fra i centri di rigidezza e di resistenza ad inizio analisi, comincia a crescere in valore assoluto e dunque a ridursi in valore relativo (avvicinamento di CS al centro delle masse CM), fino ad assestarsi su un valore mediamente costante e pari a quello finale in corrispondenza di uno spostamento in testa dell'edificio di circa 10 cm. Quindi al termine dell'analisi la posizione del centro delle resistenze è stabile. In Fig. 6.13.2.a e 6.13.2.b sono invece rappresentate, rispettivamente nei casi di modello di carico e spostamento target per la previsione degli spostamenti assoluti e per quella dei drift, le distribuzioni dei tagli alla base degli elementi in direzione Y alla fine dell'analisi: nei due casi le distribuzioni sono praticamente coincidenti come peraltro si vede anche dalla tabella 6. In Fig. 6.14.a e 6.14.b è infine rappresentata nei suoi casi la posizione sull'impalcato del centro di resistenza, intermedia fra quella dei centri di rigidezza e di massa.

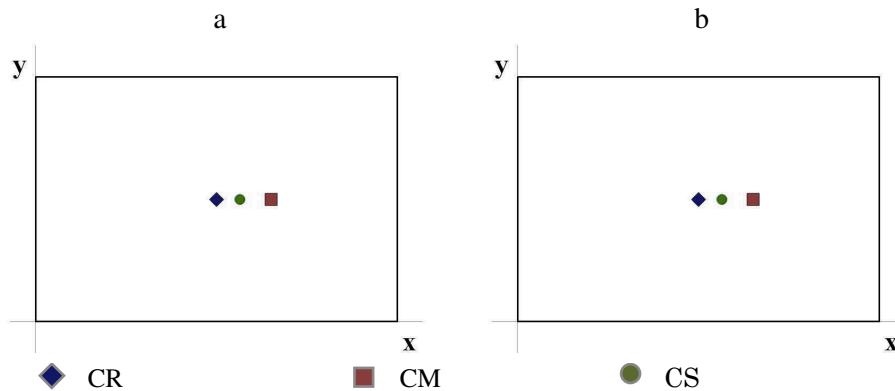


Fig. 6.14. Posizione del centro di resistenza CS sull'impalcato : per previsione degli spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b).

### 6.1.2. Sequenza operativa per schema asimmetrico

La sequenza operativa per lo schema asimmetrico richiede il calcolo dei parametri elastici  $e_r$  ed  $\Omega_0$ , il calcolo delle eccentricità correttive, l'esecuzione delle analisi pushover con e senza eccentricità correttive e le analisi dinamiche non lineari costituenti lo strumento di controllo. Nel seguito verranno passati in rassegna i diversi passi della procedura, con riferimento all'edificio *SSR-G1* prescelto per lo svolgimento di questo esempio numerico.

4. *Analisi modale con spettro di risposta* dello schema per la determinazione di periodi e deformate modali nonché dei coefficienti di smorzamento di Rayleigh. Si riepilogano nel successivo prospetto (Tab. 8) i periodi modali del sistema asimmetrico, raggruppati in terne modali, ciascuna delle quali corrisponde ad un numero di nodi nella deformata modale inferiore di uno al numero identificativo della terna stessa. Data la simmetria dell'edificio intorno al piano verticale OXZ, ciascuna terna è costituita da un modo disaccoppiato lungo la direzione X e due modi con accoppiamento latero-torsionale nella direzione ortogonale. Come si può vedere dai valori dei periodi in tabella, tendono ad "accavallarsi" le terne corrispondenti ad un numero più elevato di inversione del segno degli spostamenti nella relativa deformata (ad esempio uno dei due modi accoppiati della quarta terna "precede" uno dei due modi accoppiati della terza terna avendo periodo maggiore).

Tab. 8 – Periodi e frequenze modali per sistema bilanciato

Terna modale	1	2	3	4	5
$T_x$ (s)	0.6370	0.2084	0.1204	0.0834	0.0665
$T_{v\theta}$ (s)	0.7680	0.2483	0.1412	0.0968	0.0758
$T_{\theta v}$ (s)	0.5040	0.1632	0.0924	0.0632	0.0496

Per quanto detto in precedenza, ai fini della determinazione delle frequenze  $\omega$  ed  $\omega$ , necessarie al calcolo di  $\alpha$  e  $\beta$ , si escludono i modi traslazionali lungo X e si considerano due modi accoppiati, appartenenti uno alla prima e l'altro alla seconda terna, cui corrisponde il periodo maggiore nell'ambito della medesima terna. Le frequenze corrisponden-

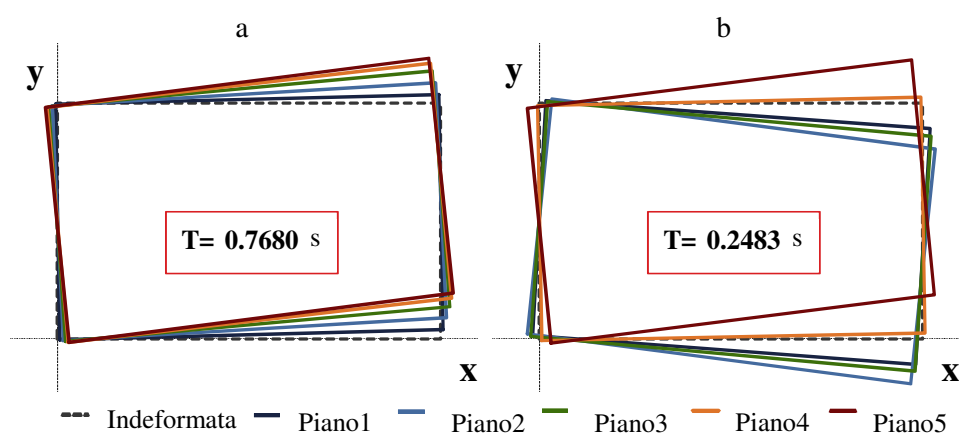


Fig. 6.15. Modi dello schema asimmetrico dell'edificio *SSR-G1* ( $e_m=0.15L$ ):

(a) prima terna modale: zero nodi; (b) seconda terna modale: un nodo.

ti a tali modi saranno quelle con cui valutare  $\alpha$  e  $\beta$ . Nel seguito si propone il calcolo (Tab. 9) per l'esempio in oggetto, effettuato avendo posto il rapporto di smorzamento  $\xi$  pari al 5%.

Tab. 9 – Coefficienti di Rayleigh per analisi dinamiche su schema asimmetrico

$T_i$ (s)	$T_j$ (s)	$\omega_i$ (rad/s)	$\omega_j$ (rad/s)	$\alpha$	$\beta$
0.7680	0.2483	8.1810	25.3007	0.6182	0.0030

In Fig. 6.15. a e 6.15. b si rappresentano le deformate modali corrispondenti alle frequenze  $\omega$  ed  $\omega_j$  selezionate per il calcolo dei coefficienti di smorzamento di Rayleigh.

5. *Determinazione della posizione dell'asse di torsione ottimale e dunque dell'eccentricità delle rigidità  $e$* : esecuzione di tre distinte analisi lineari del sistema asimmetrico con forze  $\mathbf{F}$  in direzione X ed Y e coppie torcenti  $\mathbf{M} = 1 \cdot \mathbf{F}$  applicate in corrispondenza di un qualunque punto dell'impalcato, nel caso in esame il centro di massa, rispetto al quale verrà valutata la posizione dell'asse. Si nota in proposito che la distribuzione di forze utilizzata allo scopo è quella triangolare inversa, in quanto approssimando la forma del primo modo del corrispondente sistema bilanciato, è rappresentativa di una condizione di struttura non danneggiata e dunque si ritiene appropriata per un calcolo lineare. Va comunque notato che nel particolare caso in esa-

me l'edificio è doppiamente simmetrico nelle rigidezze e l'asimmetria è limitata alla sola distribuzione delle armature che, come già detto in precedenza, non vengono incluse nel modello di calcolo nello svolgimento delle analisi lineari. Dunque esso risulta dotato di asse dei centri elastici, coincidente con la verticale passante per i centri di tutti gli impalcati. L'asse di torsione ottimale viene dunque a coincidere con l'asse dei centri elastici ed in questo caso la sua posizione è indipendente dalla particolare distribuzione di forze utilizzata per determinarla. Nel più generale caso di assenza di un asse dei centri elastici, la posizione dell'asse di torsione ottimale è invece, anche se debolmente, condizionata dalla distribuzione di forze usata per valutarla. La posizione dell'asse di torsione ottimale rispetto alla verticale passante per i centri di massa di tutti gli impalcati, in cui le suddette distribuzioni di forze e coppie sono applicate, si ricava, a partire dalle distribuzioni di rotazioni torsionali, che da esse sono determinate, secondo le relazioni (6. 1), (6. 2) e (6. 3) riportate nel precedente paragrafo 2.1, come qui di seguito illustrato.

Tab. 10 – Rotazioni torsionali di impalcato ai vari livelli causati dai tre sistemi di carico considerati

Piano	$\theta^{FX}$ (rad)	$\theta^{FY}$ (rad)	$\theta^M$ (rad)
1	-4.9407E-12	4.7569E-05	1.1127E-05
2	-1.8516E-11	1.1454E-04	2.6793E-05
3	-4.5857E-11	1.7584E-04	4.1131E-05
4	-7.8410E-11	2.2205E-04	5.1943E-05
5	-1.2895E-10	2.4956E-04	5.8378E-05

La precedente tabella 10 riporta i valori delle rotazioni torsionali d'impalcato ai vari livelli conseguenti l'applicazione della medesima distribuzione lineare di forze dapprima lungo X e poi lungo Y nonché di una distribuzione di coppie aventi ai vari piani la medesima intensità delle corrispondenti forze di piano delle due precedenti distribuzioni.

Nella successiva tabella 11 si riporta la posizione dell'asse di torsione ottimale rispetto al centro di massa del generico impalcato lungo entrambi gli assi di riferimento.

Tab. 11 – Posizione dell'asse di torsione ottimale rispetto al centro delle masse

<b>a</b>	<b>b<sup>FY</sup></b>	<b>b<sup>FX</sup></b>	<b>x<sub>0</sub>-x<sub>CM</sub> (m)</b>	<b>y<sub>0</sub>-y<sub>CM</sub> (m)</b>
8.6394E-09	7.3867E-08	-2.8075E-14	-4.2750	0.0000

Si nota subito che la distanza dell'asse di torsione ottimale rispetto al centro di massa rappresenta proprio l'eccentricità delle rigidezze cercata, la quale per definizione al centro di massa è riferita. Per l'uso di questo parametro all'interno delle formule di calcolo delle eccentricità correttive è però necessario normalizzarne il valore rispetto alla lunghezza dell'impalcato lungo la direzione di asimmetria del sistema ovvero la X. Infine si nota che la posizione lungo X dell'asse di torsione ottimale rispetto al centro delle masse è uguale e contraria all'eccentricità  $e_m$  di quest'ultimo rispetto al centro geometrico dell'impalcato. Dunque in definitiva l'asse di torsione ottimale in questo caso coincide, come peraltro già noto, con la verticale passante per i baricentri geometrici dei vari impalcati costituente l'asse dei centri elastici dell'edificio. Si riporta a seguire la tabella 12 con l'indicazione definitiva dell'eccentricità delle rigidezze adimensionalizzata rispetto alla lunghezza dell'impalcato nella direzione di asimmetria del sistema strutturale.

Tab. 12 – Eccentricità delle rigidezze normalizzata rispetto alla lunghezza dell'impalcato

<b>L=L<sub>X</sub> (m)</b>	<b>e<sub>r</sub>=x<sub>0</sub>-x<sub>CM</sub> (m)</b>	<b>e<sub>r</sub>/L</b>
28.50	7.3867E-08	-0.15

6. *Determinazione dei parametri  $\Omega_{\theta x}$  ed  $\Omega_{\theta y}$* : esecuzione di tre distinte analisi lineari del sistema asimmetrico con forze  $\mathbf{F}$  in direzione X ed Y e coppie torcenti  $\mathbf{M} = 1 \cdot \mathbf{F}$ , applicate in corrispondenza dell'asse di torsione ottimale. Ai fini del calcolo è questa volta necessario estrarre i valori degli spostamenti, in direzione X ed Y, della traccia  $P_0$  dell'asse di torsione ottimale sull'impalcato posto a quota approssimativamente pari a  $z_0 = 0.8 \cdot H$ , dovuti rispettivamente ad una distribuzione di forze lungo X e lungo Y, nonché le rotazioni torsionali dello stesso impalcato conseguenti l'applicazione di una distribuzione di coppie torcenti numericamente uguali piano per piano alle forze



delle suddette distribuzioni. I profili in altezza di forze e coppie impiegate a questo scopo sono i medesimi in precedenza utilizzati per l'individuazione della posizione dell'asse di torsione ottimale.

In primo luogo viene dunque individuato l'impalcato a quota  $z_0$  in ragione dell'altezza totale  $H$  dell'edificio ovvero dell'altezza di interpiano  $h$  e del numero dei piani  $N_p$  (Tab. 13).

Tab. 13 – Impalcato a quota  $z_0=0.8 H$ 

$h$ (m)	$N_p$	$H$ (m)	$z_0$ (m)	impalcato
3.20	5	16.00	12.80	4

Successivamente si valutano (Tab. 14) le componenti di moto del punto  $P_0$  in precedenza definito in corrispondenza dell'impalcato individuato in Tab. 13.

Tab. 14 – Componenti di moto in  $P_0$  sull'impalcato a quota  $z_0$ 

impalcato	$u_x^{FX}$ (m)	$u_y^{FY}$ (m)	$\theta^M$ (rad)
4	5.9296E-03	6.3466E-03	5.1943E-05

Infine si determinano, a partire dalle suddette componenti di moto i raggi giratori delle rigidezze  $r_{kx}$  ed  $r_{ky}$  secondo le relazioni (6. 5) e da questi, insieme al raggio giratore delle masse  $r_m$ , secondo le (6. 4) i parametri  $\Omega_{\theta x}$  ed  $\Omega_{\theta y}$  (Tab.15), il secondo dei quali viene impiegato per il calcolo delle eccentricità correttive.

Tab. 15 – Parametri  $\Omega_{\theta x}$  ed  $\Omega_{\theta y}$ 

$r_{kx}$ (m)	$r_{ky}$ (m)	$r_m$ (m)	$\Omega_{\theta x}$	$\Omega_{\theta y}$	$\Omega_{\theta}$
11.054	10.684	9.871	1.082	1.120	1.120

7. Esecuzione delle *analisi dinamiche non lineari* del sistema asimmetrico con le sette coppie di accelerogrammi artificiali fissati (Metodo di integrazione numerica: Newmark con  $\gamma=0.5$  e  $\beta=0.25$ ; Passo di integrazione:  $\Delta t = 0.01$  s) per la determinazione dei diagrammi di confronto degli spostamenti dinamici lungo la direzione di interesse, ovvero la Y, assoluti e di interpiano, dei punti dei vari impalcati. Sono rappresentati in Fig. 6.16.a e 6.16.b rispettivamente i diagrammi dei massimi spostamenti dinamici assoluti e di interpiano lungo la dire-

zione Y dei punti del terzo e del quinto impalcato in risposta alle sette coppie accelerometriche nonché i loro diagrammi medi (le linee tratteggiate con indicatori di varia forma si riferiscono ai diagrammi conseguenti l'applicazione della singola coppia di accelerogrammi, le linee continue senza indicatori invece si riferiscono ai diagrammi medi fra quelli relativi alle singole coppie).

In Fig. 6.17.a e 6.17.b sono raffigurati i diagrammi degli spostamenti medi in direzione Y rispettivamente assoluti e di interpiano ai vari livelli dell'edificio: queste distribuzioni costituiscono le curve di riferimento con cui confrontare i diagrammi degli spostamenti, assoluti e relativi, dei punti degli impalcati ottenuti dalle analisi statiche non lineari. Accanto alle distribuzioni di spostamento per il sistema a-

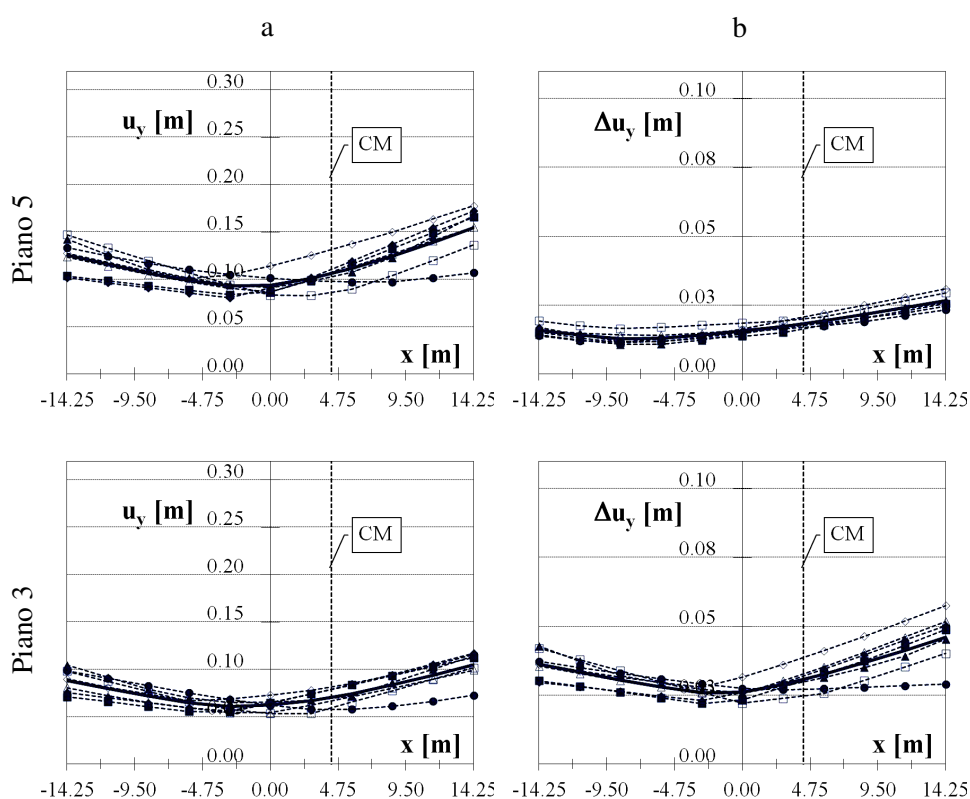


Fig. 6.16. Diagrammi dei massimi spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) dei punti del terzo e del quinto impalcato in risposta ai sette accelerogrammi e loro medie per schema asimmetrico.

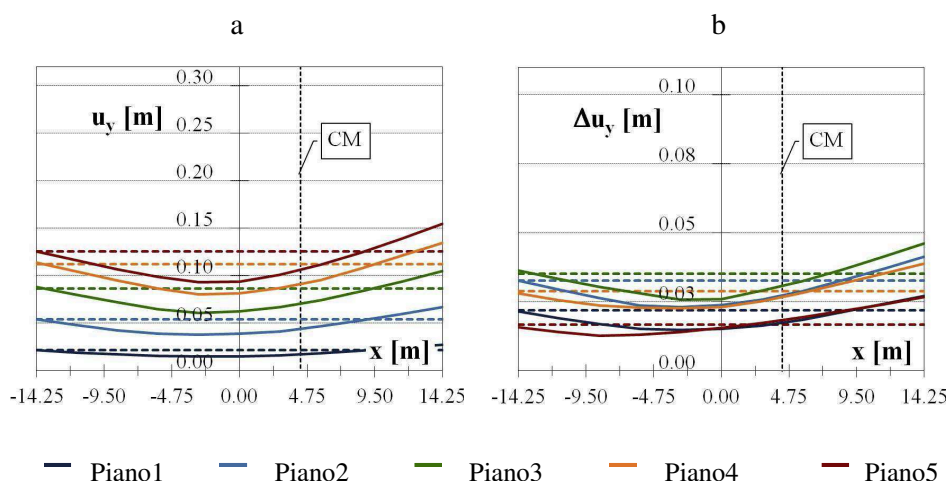


Fig. 6.17. Diagrammi dei massimi spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) ai vari piani come medie dei diagrammi relativi alle singole coppie accelerometriche per schema asimmetrico e bilanciato.

simmetrico, indicate con linea continua di colore variabile a seconda del piano come indicato in legenda, sono tracciate anche delle linee tratteggiate con i medesimi colori, che rappresentano i corrispondenti diagrammi degli spostamenti ottenuti per lo schema bilanciato associato all'edificio in oggetto. Come si può osservare le curve dell'asimmetrico relative ai vari piani (curve continue in Fig. 6.17.a) hanno andamenti simili fra loro e ciò è indice di una certa regolarità della struttura in elevazione. Se poi si raffrontano tali curve con le corrispondenti dello schema bilanciato si possono sempre riconoscere, soprattutto ai piani alti: spostamenti comparabili tra asimmetrico e bilanciato sul lato sinistro dell'impalcato, ovvero il lato rigido nel seguito denotato Lato 1; spostamenti superiori nell'asimmetrico rispetto al bilanciato sul lato destro, ovvero il lato flessibile nel seguito indicato come Lato2; mentre nella zona interna dell'impalcato gli spostamenti dell'asimmetrico sono nettamente inferiori a quelli del bilanciato, condizione quest'ultima che giustifica la modalità di sviluppo dei diagrammi statici prevista dal metodo proposto, come si illustrerà meglio in seguito. Per quanto attiene alle distribuzioni

in pianta degli spostamenti di interpiano, si può notare che le curve dell'asimmetrico (curve continue in Fig. 6.17.b) relative agli ultimi due piani si trovano al di sotto di quelle relative ai primi tre, il che evidenzia una massima richiesta di spostamenti di interpiano al terzo piano dell'edificio. Il confronto fra tali curve e le corrispondenti del bilanciato rivela tendenze analoghe a quelle già osservate a proposito degli spostamenti assoluti.

Significativi sono inoltre i profili degli spostamenti dinamici medi assoluti e di interpiano lungo l'altezza, rappresentati rispettivamente in Fig. 6.18.a e 6.18.b per sistema bilanciato (curva tratteggiata in blu) e sistema asimmetrico in corrispondenza della verticale passante per i centri di massa (curva continua in blu), del Lato 1, (curva continua in rosa) e del Lato 2 (curva continua in azzurro). L'andamento in altezza degli spostamenti assoluti (Fig. 6.18.a) conferma quanto già osservato sopra circa le distribuzioni in pianta: il profilo dell'asimmetrico in corrispondenza dei centri di massa, posti nella zona interna dell'impalcato, è più arretrato rispetto al corrispondente profilo del bilanciato; il profilo relativo al lato 1 è praticamente coincidente con quello del bilanciato, il profilo relativo al lato 2 si trova tutto più a destra di quello del bilanciato.

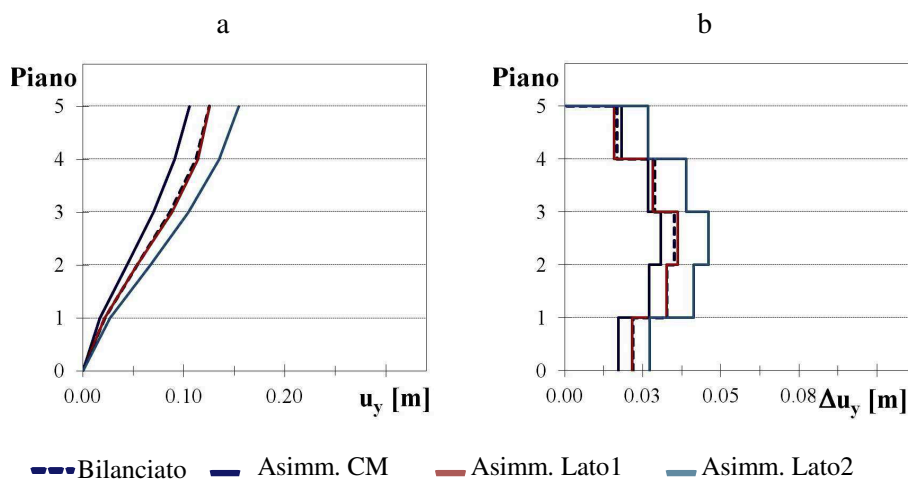


Fig. 6.18. Profili in altezza dei massimi spostamenti dinamici medi assoluti (a) e di interpiano (b) per bilanciato e asimmetrico.

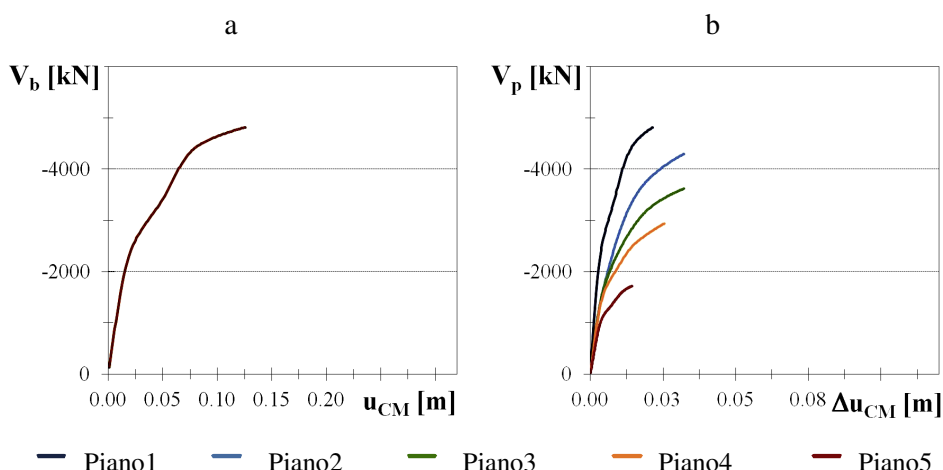


Fig. 6.19. Pushover di Normativa per previsione degli spostamenti assoluti: Curva taglio alla base - spostamento in testa (a) e curve taglio di piano- spostamento di interpiano (b).

Analoghe tendenze si riconoscono in Fig. 6.18.b per le derivate di piano, dove risulta ben visibile una forma comune ai diversi profili, probabilmente in conseguenza del modello di carico adottato, caratterizzata da un andamento crescente della domanda sismica degli spostamenti di interpiano ai primi due piani, con raggiungimento di un picco al terzo piano e successiva progressiva riduzione agli ultimi due piani.

8. Esecuzione di *una analisi statica non lineare secondo l'approccio di normativa* con forze applicate in corrispondenza del centro di massa ai vari piani. Si riportano in Fig. 6.19.a la curva taglio alla base - spostamento in testa relativa a questa analisi ed in Fig. 6.19.b le curve taglio di piano - spostamento di interpiano ai vari livelli dell'edificio. Le curve di Fig. 6.19 si riferiscono all'analisi finalizzata alla previsione degli spostamenti assoluti. Naturalmente è stata condotta una analoga analisi per la previsione dei drift, della quale qui, semplicemente per brevità, non si riportano le relative immagini.
9. *Applicazione della metodologia di indagine* proposta mediante esecuzione di due distinte analisi pushover con altrettante eccentricità del carico, denominate eccentricità correttive, ed involuppo dei risul-

tati in termini di spostamenti statici assoluti e relativi dei punti degli impalcati ai vari livelli della struttura.

- *Calcolo delle eccentricità correttive*, attraverso le formule riportate nel relativo capitolo, in ragione dei parametri  $e_r$ ,  $\Omega_{\theta x}$ ,  $e_s$  ed  $R_{\mu}$ .  
Dato che i parametri  $e_s$  ed  $R_{\mu}$  in generale variano con il modello di carico e lo spostamento target della pushover del bilanciato con cui sono stati determinati, si fanno due distinti calcoli delle eccentricità correttive: una coppia di esse deve essere usata per la previsione degli spostamenti assoluti, l'altra per la previsione degli spostamenti di interpiano. Si riporta in tabella 16 il calcolo delle eccentricità correttive, riferite al centro delle masse del generico impalcato e normalizzate rispetto alla dimensione dell'impalcato lungo la direzione di asimmetria. Si riepilogano nel successivo prospetto (Tab. 17) le loro posizioni sull'impalcato rispetto al centro di massa in unità di lunghezza.

Tab. 16 – Calcolo delle eccentricità correttive

Previsione degli spostamenti assoluti					
$e_r/L$	$\Omega_{\theta x}$	$e_s/L$	$R_{\mu}$	$e_1/L$	$e_2/L$
-0.1500	1.120	-0.0859	2.564	-0.0800	0.0127
Previsione degli spostamenti di interpiano					
$e_r/L$	$\Omega_{\theta x}$	$e_s/L$	$R_{\mu}$	$e_1/L$	$e_2/L$
-0.1500	1.120	-0.0864	2.579	-0.0799	0.0127

Tab. 17 – Posizione sull'impalcato dei punti di applicazione delle forze statiche secondo il metodo proposto

Previsione degli spostamenti assoluti				
$L=L_x$ (m)	$e_1/L$	$e_2/L$	$e_1$ (m)	$e_2$ (m)
28.50	-0.0800	0.0127	-2.280	0.363
Previsione degli spostamenti di interpiano				
$L=L_x$ (m)	$e_1/L$	$e_2/L$	$e_1$ (m)	$e_2$ (m)
28.50	-0.0799	0.0127	-2.277	0.363

Come si può osservare i valori delle eccentricità correttive da impiegare nella previsione dei drift di piano sono sostanzialmente i

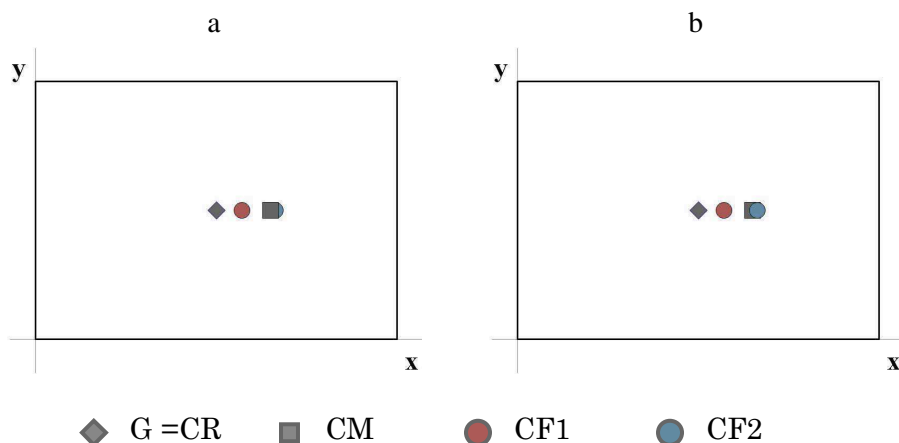


Fig. 6.20. Posizione sull' impalcato dei punti di applicazione delle forze statiche secondo il metodo proposto : previsione di spostamenti assoluti (a) e drift (b).

medesimi da impiegare nella previsione degli spostamenti assoluti. Inoltre si nota che, mentre sul lato 1 il punto di applicazione delle forze statiche CF1 si colloca in posizione intermedia tra centro di rigidezza e centro di massa, sul lato 2 la sua posizione CF2 è assai prossima a quella del baricentro delle masse come visibile in Fig. 6.20.

- *Esecuzione della prima analisi pushover prevista dal metodo proposto, con eccentricità correttiva  $e_1$ , necessaria a cogliere gli spostamenti dinamici sul lato 1 dell'impalcato.*

In Fig. 6.21.1.a e 6.21.1.b sono rappresentate rispettivamente la curva pushover e le curve taglio di piano-spostamenti di interpiano ottenute ai vari livelli a seguito di questa analisi, con il modello di carico e lo spostamento target da impiegare per la previsione degli spostamenti assoluti. Analoghi diagrammi sono stati ricavati con il modello di carico e lo spostamento target relativi agli spostamenti di interpiano.

- *Esecuzione della seconda analisi pushover prevista dal metodo proposto, con eccentricità correttiva  $e_2$ , necessaria a cogliere gli spostamenti dinamici sul lato 2 dell'impalcato.*

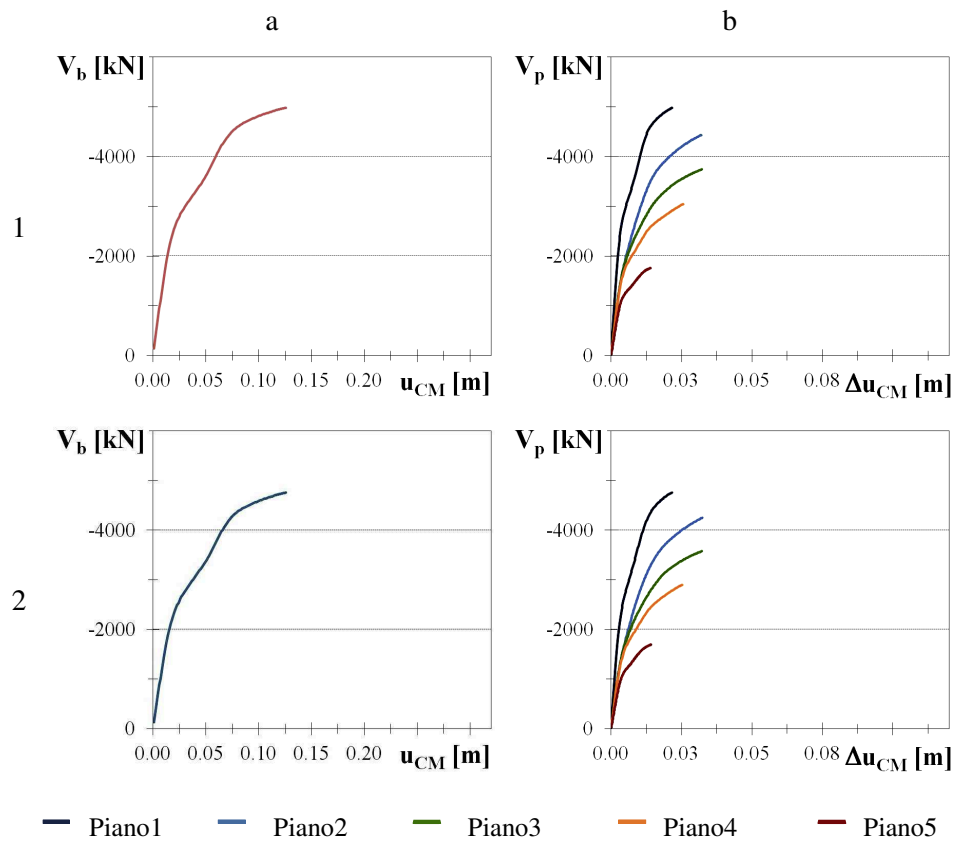


Fig. 6.21. Pushover con eccentricità  $e_1$  (1) ed  $e_2$  (2) per previsione degli spostamenti assoluti:

Curva taglio alla base - spostamento in testa (a) e curve taglio di piano- spostamento di interpiano (b).

Le Fig. 6.21.2.a e 6.21.2.b raffigurano rispettivamente la curva pushover e le curve taglio di piano-spostamenti di interpiano ai vari livelli dell'edificio, ottenute a seguito di questa analisi, con il modello di carico e lo spostamento target da impiegare per la previsione degli spostamenti assoluti. Analoghi diagrammi sono stati ricavati con il modello di carico e lo spostamento target relativi agli spostamenti di interpiano.

- *Inviluppo dei diagrammi statici ottenuti con eccentricità correttive per approssimare l'andamento della distribuzione in pianta dei*



massimi spostamenti dinamici, assoluti e di interpiano, ai vari livelli e confronto con le reali distribuzioni degli spostamenti dinamici nonché con il diagramma degli spostamenti statici ottenuto seguendo l'approccio di normativa, ovvero una semplice analisi pushover con forze applicate ai centri di massa dei vari impalcati. In Fig. 6.22. a e 6.22. b si propongono i diagrammi di confronto, in termini rispettivamente di spostamenti assoluti e di interpiano, fra analisi dinamica (curva continua in blu), involuppo delle due

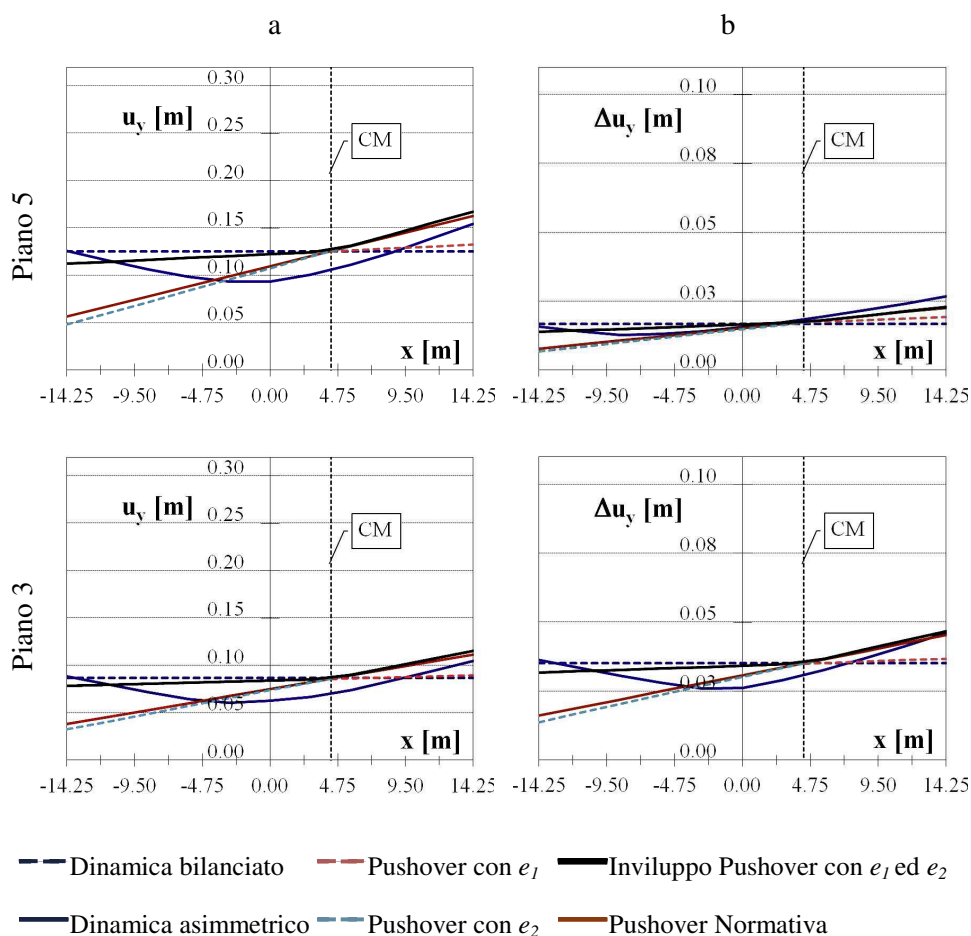


Fig. 6.22. Diagrammi dei massimi spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) dei punti del terzo e del quinto impalcato: confronti fra analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

pushover con eccentricità correttive (curva continua in nero) ed approccio normativo (curva continua in marrone). Nelle stesse figure sono riportati, come linee tratteggiate, anche il diagramma degli spostamenti dinamici del sistema bilanciato (in blu), i diagrammi interi degli spostamenti statici relativi alle singole pushover con eccentricità  $e_1$  (curva in rosa) ed  $e_2$  (curva in azzurro). Come si può notare all'ultimo impalcato tutti i diagrammi degli spostamenti assoluti (Fig. 6.22. a) conseguenti ad analisi statiche non lineari si incontrano in corrispondenza dello spostamento dinamico del centro di massa per schema bilanciato. Ciò è dovuto alla costruzione stessa della presente procedura ed in particolare alla scelta di assumere tale valore come spostamento target per le analisi statiche dell'asimmetrico. Per la medesima ragione la spezzata dell'inviluppo presenta il cambio di pendenza proprio in corrispondenza del punto avente, come ascissa la posizione del centro di massa, ed ordinata coincidente con lo spostamento dinamico del bilanciato. Il punto di incontro dei diagrammi statici ai piani inferiori è invece in generale spostato, anche se di poco, rispetto alla posizione del baricentro delle masse. Come già osservato in precedenza, lo spostamento dinamico dello schema bilanciato risulta a tutti i piani sempre adeguatamente maggiore dello spostamento del baricentro delle masse nel corrispondente asimmetrico. Ciò è essenziale al fine di ottenere, a mezzo dell'inviluppo delle due pushover con eccentricità correttive, una stima conservativa degli spostamenti dinamici dell'asimmetrico nei punti interni dell'impalcato. Infatti ai vari livelli l'incontro dei diagrammi relativi alle due pushover con eccentricità correttive avviene proprio in corrispondenza dello spostamento dinamico del bilanciato sempre in prossimità della posizione del baricentro delle masse. Uno spostamento dell'asimmetrico in corrispondenza del baricentro delle masse più alto di quello del corrispondente bilanciato, che individua il punto di incontro dei diagrammi statici relativi alle due pushover con eccentricità correttive, condurrebbe infatti ad una stima non cautelativa degli spostamenti dei punti dell'impalcato in un intorno più o meno ampio del centro di massa. Si può

inoltre sempre notare che sul lato 2, il lato flessibile, la stima degli spostamenti dinamici a mezzo del metodo proposto migliora di poco la previsione che si ottiene seguendo l'approccio normativo. Viceversa sul lato1, il lato rigido, l'involuppo delle due pushover riduce notevolmente la sottostima degli spostamenti dinamici rispetto all'unica pushover prescritta dalla normativa. Per quanto attiene alla distribuzione planimetrica degli spostamenti di interpiano in fissati punti dell'impalcato (Fig. 6.22. b) va innanzi tutto ricordato che essa è stata ottenuta a seguito di una diversa analisi pushover con un differente modello di carico, un differente spostamento target ed in generale anche differenti eccentricità correttive  $e_1$  ed  $e_2$ , anche se in realtà il loro valore in questo caso è praticamente coincidente con quello impiegato per la stima degli spostamenti assoluti. Le tendenze registrate sono analoghe a quelle osservate per gli spostamenti assoluti, a meno di qualche sottostima, peraltro assai piccola, che in questo caso si registra al quinto piano anche sul lato flessibile. Va notato infine che per gli spostamenti relativi, a differenza che per gli spostamenti assoluti, l'incontro dei diagrammi relativi alle varie pushover al quinto piano in corrispondenza del centro di massa non viene imposto, in quanto tale vincolo viene fissato piuttosto per il profilo fittizio degli spostamenti assoluti, che da quello degli spostamenti di interpiano è derivato in sede di determinazione del relativo modello di carico. Tale condizione viene tuttavia mediamente rispettata e ciò contribuisce al buon funzionamento del metodo. Per dare una misura dell'efficacia di questo nella previsione della risposta torsionale dell'edificio, in termini di effetti sulla distribuzione planimetrica di spostamenti di piano e di interpiano ai vari livelli, rispetto alle usuale prassi avallata dalle prescrizioni dei codici sismici, si riportano nelle successive tabelle 18 e 19 gli errori percentuali nella stima degli spostamenti sui due lati dell'impalcato rispetto ai valori dinamici, ottenuti tanto con il metodo di indagine proposto quanto seguendo l'approccio normativo. Si precisa che tali errori sono stati valutati secondo la relazione:

$$\text{Err} (\%) = \frac{u^{\text{st}}(\text{P}) - u^{\text{din}}(\text{P})}{u^{\text{din}}(\text{P})} \quad (6.13)$$

dove: P è un generico punto dell'impalcato;

$u^{\text{st}}(\text{P})$ ,  $u^{\text{din}}(\text{P})$  sono gli spostamenti rispettivamente  
statico e dinamico in P

Sulla base della (6.13) ovviamente un errore negativo rappresenta una sottostima degli spostamenti dinamici, un errore positivo una loro sovrastima.

Tab. 18 – Errori percentuali nella stima degli spostamenti dinamici sui due lati dell'impalcato: spostamenti assoluti

Piano	Metodo proposto		Normativa	
	Lato 1	Lato2	Lato 1	Lato2
1	-5.650	6.430	-56.661	3.154
2	-8.613	8.178	-56.815	4.748
3	-11.039	9.897	-56.814	6.541
4	-11.427	10.144	-56.082	6.984
5	-10.796	8.208	-55.162	5.278

Tab. 19 – Errori percentuali nella stima degli spostamenti dinamici sui due lati dell'impalcato: spostamenti di interpiano

Piano	Metodo proposto		Normativa	
	Lato 1	Lato2	Lato 1	Lato2
1	-4.935	5.839	-56.122	2.711
2	-9.059	6.424	-55.937	2.957
3	-12.838	1.113	-55.671	-1.916
4	-9.971	-2.293	-52.173	-4.710
5	-12.512	-13.839	-51.020	-15.165

È evidente, come già visibile dalle figure 6.22. a e 6.22. b, che mentre sul lato flessibile l'approccio proposto e quello normativo si equivalgono, tanto nella stima degli spostamenti assoluti quanto in quella dei drift, sul lato rigido la metodologia presentata conduce a

riduzioni notevoli delle sottostime, che dal 50% si abbassano fino al 10% circa.

Infine in Fig. 6.23. a e 6.23. b sono riportati, con la medesima simbologia delle figure 6.22. a e 6.22. b., i confronti fra analisi dinamica non lineare, metodo proposto ed approccio normativo. I diagrammi confermano le tendenze già evidenziate sopra a proposito delle distribuzioni planimetriche degli spostamenti.

Si nota una certa prossimità fra i profili degli spostamenti dinamici

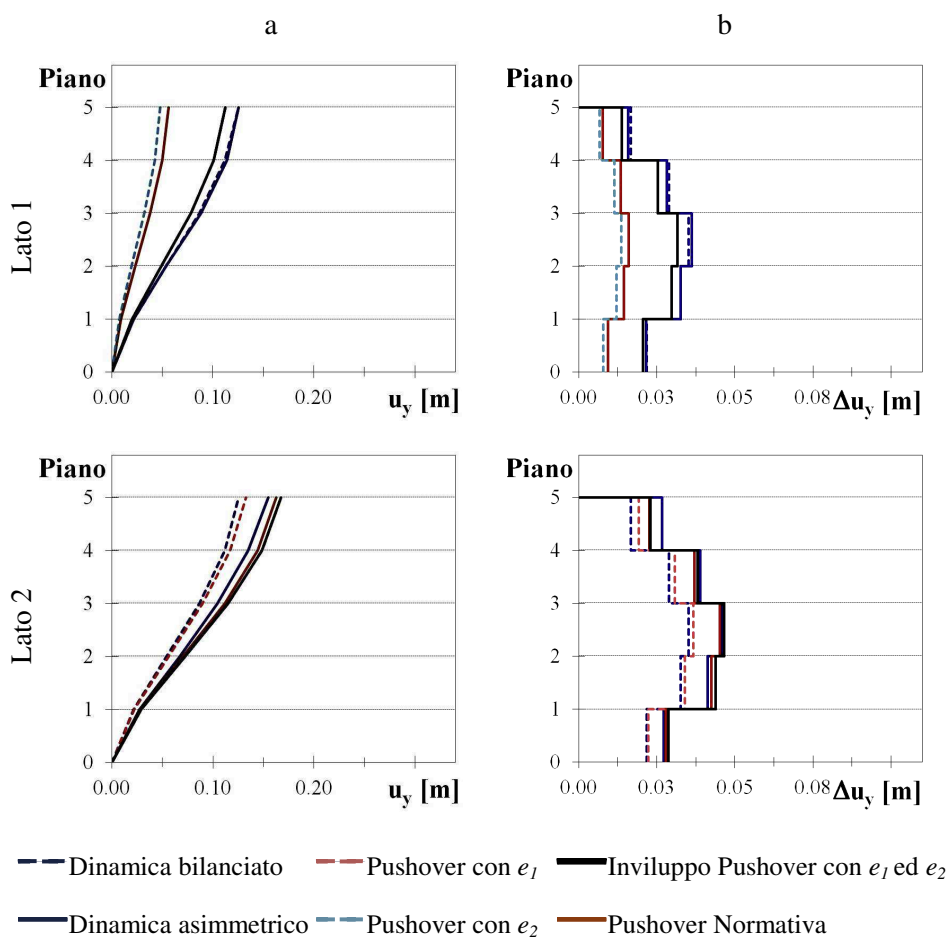


Fig. 6.23. Profili in altezza dei massimi spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: confronti fra analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

di asimmetrico e bilanciato sul lato rigido, mentre sul lato flessibile il profilo dell'asimmetrico si spinge sempre più avanti del corrispondente profilo del bilanciato a tutti i livelli, tanto per spostamenti assoluti quanto per spostamenti di interpiano. I profili dinamici di spostamento di asimmetrico e bilanciato hanno tuttavia una medesima forma, che si riconosce anche nei profili di spostamento statici, grazie alla particolare scelta dei modelli di carico impiegati per le analisi pushover e derivati proprio dalla forma dei profili di spostamento dinamici assoluti e relativi dello schema bilanciato, come descritto nel precedente paragrafo 4. Anche da questi diagrammi è ben visibile la tendenza a sottostimare gli spostamenti dinamici, tanto assoluti quanto di interpiano, sul lato rigido ed a sovrastimarli lievemente su quello flessibile. Si nota come le sottostime sul lato rigido siano fortemente ridotte dall'impiego del metodo proposto.

## 7. Automatizzazione della procedura operativa

L'applicazione del metodo proposto e la valutazione della sua efficacia nello stimare la risposta sismica di edifici multipiano comportano l'esecuzione in forma sequenziale di più analisi. Inoltre il software OpenSees prescelto per lo svolgimento di tali analisi non è dotato di interfaccia grafica e ciò comporta qualche complicazione per la scrittura dei dati di ingresso, che definiscono il modello geometrico e di carico, specificano le analisi da eseguire e le modalità con cui eseguirle, nonché le quantità di risposta da memorizzare e l'ordine con cui registrarle in appositi files denominati "*recorders*". Altrettanto difficoltosa risulta la lettura e l'interpretazione di tali files di output. Queste considerazioni, insieme all'esigenza di analizzare un numero elevato di sistemi strutturali e dunque alla necessità di ridurre i tempi richiesti dalla compilazione dei files di input del programma in formato "*.tcl*", limitando così anche la possibilità di commettere errori durante queste fasi del lavoro, hanno motivato la decisione di automatizzare tali operazioni realizzando un programma in linguaggio *Visual Basic* che funga da *preprocessor* e *postprocessor* per l'*OpenSees*. Tale programma, a partire da un file di

testo unico, che raccoglie l'insieme di dati necessari per la completa definizione del modello strutturale e di tutte le analisi richieste dal metodo, dopo aver letto e memorizzato i dati in esso contenuti, per ciascuna delle analisi previste scrive in maniera automatica il file *.tcl* per l'OpenSees, avvia l'esecuzione del programma e produce in output le quantità richieste, ordinate in più files di output classificati in base alle informazioni in essi contenute ed articolati secondo prestabiliti formati.

Il programma consiste di un "main" che gestisce le istruzioni necessarie all'esecuzione in forma sequenziale delle analisi che consentono per il generico edificio in esame nell'ordine: di valutare l'entità dei parametri-chiave  $e_r$ ,  $e_s$ ,  $R_\mu$  ed  $\Omega_0$ ; di determinare in ragione di essi le eccentricità correttive con cui applicare le forze statiche per le due analisi pushover richieste dal metodo; di eseguire in successione analisi dinamiche non lineari del modello spaziale soggetto a  $N$  coppie accelerometriche agenti lungo le due principali direzioni della pianta e di mediare i risultati relativi alla singole coppie, al fine di ottenere per ciascun impalcato il diagramma completo dei massimi spostamenti dinamici nella direzione oggetto di studio. Tali diagrammi verranno successivamente confrontati, con i due diagrammi degli spostamenti statici conseguenti l'esecuzione delle due analisi pushover con eccentricità correttive di cui sopra.

### 7.1. L'input dei dati

Il file di input con tutti i dati si articola come segue.

- a) Dapprima vi è un gruppo di dati che descrive la *geometria del complesso spaziale* ovvero forma dell'impalcato, numero di telai piani presenti nelle due direzioni e, per ciascun telaio: posizione rispetto al sistema di riferimento globale, numero di campate, luci delle campate e numero di piani del telaio in corrispondenza della singola campata.
- b) Successivamente sono specificate le *caratteristiche dei materiali*. Si indica il numero di materiali presenti, di norma tre necessari per modellare le sezioni a fibre e corrispondenti al calcestruzzo confinato, a quello non confinato ed all'acciaio per le barre di armatura. Per ciascun materiale si denota, attraverso un indice, il tipo di legame

uniassiale che si intende attribuire ad esso. Quindi, in base al tipo di legge costitutiva  $\sigma$ - $\varepsilon$ , si assegnano i valori delle proprietà meccaniche richieste per la definizione del corrispondente materiale in OpenSees. Il programma consente di impiegare diversi legami implementati in OpenSees. Precisamente per il calcestruzzo si possono utilizzare, oltre al legame elastico, un materiale non reagente a trazione con comportamento a compressione definito dalla legge di Kent e Park (*Concrete01*), un materiale reagente a trazione con comportamento a compressione ancora descritto dalla legge di Kent e Park (*Concrete02*), un materiale reagente a trazione con comportamento a compressione descritto dalla legge di Mander (*Concrete04*). Per l'acciaio i legami uniassiali che si possono impiegare, oltre quello elastico, sono del tipo elasto-plastico perfetto, elasto-plastico incrudente con rapporto di incrudimento da assegnare ed infine il legame di Giuffrè-Menegotto-Pinto.

- c) Segue l'indicazione della directory in cui è contenuto *il sagomario delle sezioni presenti nel modello spaziale* e l'indicazione del numero di fibre, secondo le direzioni degli assi locali  $y$  e  $z$ , in cui discretizzare il nucleo di calcestruzzo racchiuso dalle staffe ed i ricoprimenti della sezione. Di queste sezioni, tutte rettangolari, nel sagomario si indicano dapprima la designazione, poi le dimensioni geometriche della sezione di calcestruzzo, lungo l'asse locale  $y$  (base  $B$ ) e lungo l'asse locale  $z$  (altezza  $H$ ) nonché i copriferri  $c_B$  e  $c_H$  lungo le medesime direzioni. Segue la definizione delle barre di armatura della sezione. Si possono specificare le armature dei due strati superiore ed inferiore, corrispondenti rispettivamente a valore positivo e negativo della coordinata locale  $z$ , nonché le barre di armatura di parete, che si assumono uguali sui due lati della sezione. Per gli strati superiore ed inferiore è possibile utilizzare due diametri differenti, uno per le armature di spigolo ed uno per le armature centrali. Infine l'indicazione per le singole parti della sezione ovvero calcestruzzo confinato, non confinato e armature, del materiale precedentemente definito da attribuire ad esse.



- d) Segue per le singole aste, travi e colonne, a tutti i piani e di tutti i telai nelle due direzioni, l'attribuzione delle sezioni precedentemente definite.
- e) Vengono dunque specificate: *le masse traslazionali ed i raggi giratori delle masse* a tutti i piani nonché il rapporto di smorzamento modale imposto.
- f) Quindi *i dati per l'esecuzione delle analisi pushover* quali: la direzione lungo cui eseguire la pushover; il tipo di pushover da eseguire, a controllo di forze o di spostamento; gli incrementi per i vari passi, di carico nel primo caso o di spostamento nel secondo caso, e, nel caso di controllo di spostamenti, lo spostamento massimo fino a cui spingere la struttura.
- g) Successivamente *i dati per l'esecuzione delle analisi dinamiche non lineari* quali i valori dei coefficienti  $\gamma$  e  $\beta$  per l'integrazione delle equazioni del moto secondo il metodo di Newmark ed il passo di integrazione da utilizzare.
- h) I dati relativi all' *input sismico*. Per le coppie accelerometriche: la direzione del moto al suolo, X/Y o bidirezionale; il numero di accelerogrammi da considerare; il numero ed i valori delle accelerazioni di picco al suolo con cui scalarli; la durata complessiva ed il passo di campionamento. Per le analisi che richiedono *uno spettro di risposta* si adopera lo spettro dell'Eurocodice 8 e si può fornire in ingresso l'indicazione della categoria di suolo da utilizzare.
- i) Infine, allo scopo di rappresentare meglio il diagramma degli spostamenti, assoluti e di interpiano, dei punti del generico impalcato, si definisce in input il numero di ascisse, lungo le direzioni globali X ed Y della pianta, in cui tali spostamenti devono essere valutati.

## 7.2. Il programma principale (*main*)

Nel seguito si descrive *la sequenza* secondo cui *il main gestisce le operazioni* da eseguire per la corretta applicazione del metodo al sistema strutturale oggetto di studio, coincidente con quella illustrata in corso di svolgimento dell'esempio numerico nel precedente paragrafo 6. Dal momento che, secondo quanto detto sopra, per la valutazione dei parametri-chiave è necessario prendere in esame non solo il sistema asimmetrico oggetto di studio, ma anche il suo bilanciato, vincolato a traslare unicamente lungo la direzione di simmetria del sistema, il programma prenderà in esame in tempi successivi entrambi questi sistemi.

- Per il sistema bilanciato, analizzato per primo, il programma esegue :
  - a) dapprima *un'analisi modale con spettro di risposta* determinando periodi e deformate modali, tagli alla base della struttura corrispondenti alla distribuzione di forze associata al singolo modo ed infine valutando il taglio alla base complessivo secondo una combinazione quadratica completa dei vari tagli modali;
  - b) successivamente *un'analisi pushover* con forze nel centro delle masse valutando anche in questo caso il taglio alla base della struttura, ma anche i tagli alla base dei singoli telai piani componenti il complesso spaziale;
  - c) Il rapporto fra i tagli alla base della struttura ottenuti in esito alle precedenti due analisi costituisce il valore del *rapporto*  $R_{\mu}$  cercato;
  - d) Dall'equilibrio alla rotazione rispetto al centro delle masse CM dei tagli alla base dei singoli telai piani si determina secondo le relazioni (6. 8) la posizione del baricentro delle resistenze CS e dunque *l'eccentricità delle resistenze*  $e_s$ ;
  - e) Infine *una serie di analisi dinamiche non lineari* con  $N$  accelerogrammi applicati lungo la direzione di traslazione dello schema ed una successiva elaborazione statistica dei dati, in termini di spostamenti dei punti dell'impalcato, vengono utilizzate per determinare *la richiesta di spostamento del sisma sul sistema*, come massimo spostamento dinamico del centro di massa dell'ultimo impal-

cato, in perfetto accordo con quanto fatto in precedenza per il sistema monopiano.

- Per il sistema asimmetrico, analizzato *in seguito*, il programma opera come segue.
  - f) Dapprima esegue *un'analisi modale* volta a determinare periodi e deformate modali del sistema;
  - g) Successivamente *tre distinte analisi lineari* del sistema con forze  $\mathbf{F}$ , in direzione ora X ed ora Y, e coppie  $\mathbf{M} = \mathbf{1} \cdot \mathbf{F}$ , applicate in corrispondenza del centro di massa dell'impalcato, restituiscono la posizione rispetto ad esso dell'asse di torsione ottimale, quindi *l'eccentricità delle rigidezze*  $e_r$  come distanza fra quest'ultimo e l'asse verticale passante per i centri di massa di tutti gli impalcati;
  - h) Altre *tre analisi lineari del sistema* con forze  $\mathbf{F}$ , in direzione ora X ed ora Y, e coppie  $\mathbf{M} = \mathbf{1} \cdot \mathbf{F}$ , applicate questa volta in corrispondenza dell'asse di torsione ottimale, forniscono invece i valori dei parametri  $\Omega_{\theta x}$  ed  $\Omega_{\theta y}$ , valutati attraverso le relazioni (6. 4) e (6. 5) a partire dalle componenti di moto del centro di torsione  $P_0$  dell'impalcato posto a quota  $z_0$ ;
  - i) Seguono *le analisi dinamiche non lineari del sistema* con le varie coppie di accelerogrammi e l'elaborazione statistica dei risultati, con la conseguente determinazione ad ogni piano dei *diagrammi dei massimi spostamenti dinamici* nella direzione oggetto di studio, come spostamenti assoluti e relativi rispetto ai corrispondenti punti dell'impalcato sottostante. Tali spostamenti vengono valutati, per ciascuna coppia accelerometrica e per ciascun passo di analisi, in corrispondenza di un fissato gruppo di ascisse equidistanti disposte lungo l'asse ortogonale alla direzione oggetto di studio ed il cui numero viene fissato inizialmente tra i dati in ingresso.
  - j) Successivamente vengono valutate le eccentricità correttive per la applicazione della metodologia proposta a partire dai parametri chiave  $e_r$ ,  $e_s$ ,  $R_\mu$  ed  $\Omega_\theta$  ora noti, attraverso le formule riportate nel capitolo con la descrizione dell'approccio proposto per schemi monopiano;

- k) Quindi vengono eseguite *tre distinte analisi pushover*, la prima con forze nei baricentri delle masse CM di tutti gli impalcati, secondo l'approccio di normativa, e le rimanenti due con forze ad ogni impalcato applicate in corrispondenza di punti distanziati dal centro delle masse dello stesso impalcato di una quantità pari alla eccentricità correttiva prima valutata, e ciò prima per il lato 1 (rigido) dell'impalcato e poi per il lato2 (flessibile). In esito a tali analisi verranno prodotti degli output contenenti, come nel caso dell'analisi dinamica non lineare, i valori degli spostamenti assoluti e di interpiano in corrispondenza dello stesso gruppo di ascisse di cui sopra.

Al fine di ottenere a partire da uno stesso edificio *sistemi strutturali caratterizzati da un diverso impegno plastico* la precedente sequenza operativa può venire ciclicamente ripetuta facendo variare l'accelerazione di picco al suolo entro un insieme di valori prefissato e specificato nel file dati del programma.

### 7.3. File input per OpenSees

Per l'esecuzione della singola analisi viene dapprima costruito il modello geometrico e successivamente vengono specificati i dettagli dell'analisi e degli output da registrare.

Si assume che il sistema di riferimento globale abbia il piano OXY coincidente con la base dell'edificio e l'origine O posta in corrispondenza dello spigolo sinistro, mentre l'asse Z si assume verticale verso l'alto.

Alla definizione del file di input *.tcl* per l'esecuzione della singola analisi tramite OpenSees è dedicato un intero modulo del programma. Essa comporta le operazioni qui di seguito descritte.

- a) Prima di tutto vi è *la definizione e memorizzazione automatizzata delle etichette* e delle coordinate rispetto al sistema di riferimento globale *di tutti i nodi del modello* e precisamente: dei nodi di estremità delle aste dello schema, dei nodi secondi estremi degli elementi *Zero Length Section* da inserire tra travi e colonne e presenti in numero pari al numero totale di campate del modello nelle due direzioni nonché dei nodi centro di massa di tutti gli impalcati, dei centri

geometrici degli stessi impalcati e dei generici punti degli impalcati in cui vengono applicate le forze statiche. Ciò si realizza tramite un'apposita subroutine inclusa nel modulo del programma per la scrittura del file *.tcl*.

- b) Segue la definizione dei *vincoli esterni ed interni*. I *vincoli esterni* sono gli incastrati alla base dell'edificio. *Vincoli interni* sono invece il vincolo di impalcato rigido a livello di piano fra un nodo master, identificato con il centro di massa di quel piano, ed una serie di nodi slaves rappresentati da tutti i nodi giacenti sul medesimo impalcato. Anche l'insieme per l'assegnazione dei vincoli alla struttura è raccolto all'interno di un'apposita subroutine.
- c) Vengono poi definite le *trasformazioni geometriche* o in altri termini l'origine e l'orientamento degli assi della terna locale per ciascuna asta. Si assume che vi siano tre diverse trasformazioni geometriche, la prima comune a tutte le travi in direzione X, la seconda alle travi in direzione Y e la terza alle colonne. Per tutte le aste l'asse locale *x* coincide con l'asse dell'asta e risulta equiverso, rispettivamente per i tre gruppi di aste su individuati, con gli assi globali X, Y e Z. Si assume poi per le travi nelle due direzioni che l'asse locale *z* sia verticale verso l'alto, rimanendo di conseguenza determinato anche l'asse locale *y*, e che sia invece coincidente con l'asse globale Y per le colonne. Queste istruzioni sono incluse all'interno di un'altra subroutine del medesimo modulo.
- d) Quindi le subroutines per la scrittura sul file *.tcl* delle istruzioni per la definizione dei *materiali* e delle *sezioni* nonché degli *elementi*, dei quali vengono memorizzate le etichette per poi richiamarle agevolmente al momento in cui si definiscono i recorders di quantità di risposta caratteristiche degli elementi, quali ad esempio le sollecitazioni. Come detto in precedenza le aste sono tutte modellate come elementi *Beam With Hinges*, di cui va specificata la lunghezza delle zone terminali a comportamento inelastico. Il programma offre la possibilità di valutare tale lunghezza in tre modi distinti e precisamente come una specificata percentuale della lunghezza dell'asta, come una specificata percentuale della massima dimensione della sezione geometrica di calcestruzzo ovvero attraverso la formula di

Paulay e Priestley (6. 14) riportata nel capitolo di modellazione e qui di seguito ricordata:

$$l_p = 0.08 \cdot L + 0.022 \cdot f_y \cdot d_b \quad (\text{kN, mm}) \quad (6. 14)$$

dove:  $f_y$  è la tensione di snervamento delle barre di armatura;

$d_b$  è il diametro delle barre longitudinali.

Nella (6. 14) in particolare si assume come  $d_b$  il massimo diametro delle barre longitudinali presenti nella sezione.

Ulteriori elementi sono gli *Zero Length Section* utilizzati, come spiegato nel capitolo di modellazione, per impedire lo sviluppo di forti sforzi normali sulle travi. Ad essi convenzionalmente si attribuisce una sezione trasversale di materiale elastico con bassa rigidità assiale e dunque area piccola, convenzionalmente pari ad un decimillesimo di quella di una sezione 30X30 cm, ed alta rigidità flessionale dunque momenti di inerzia rilevanti, convenzionalmente posti pari a diecimila volte quelli della stessa sezione 30X30. Nel caso di sistema bilanciato si devono introdurre ulteriori elementi di vincolo dell'impalcato, forzato unicamente a traslare in una fissata direzione, quella lungo cui si vuole eseguire la pushover dell'edificio. Si tratta ancora di coppie di elementi *Zero Length Section* disposti a livello di ogni impalcato in corrispondenza di due suoi spigoli opposti ed aventi assi normali alla direzione di traslazione dello schema bilanciato. Sono elementi caratterizzati da un funzionamento unicamente assiale descritto da una legge costitutiva lineare con elevata rigidità assiale.

- e) Segue la definizione, sempre con apposita subroutine, delle *masse* e dei *momenti di inerzia polari delle masse*, attribuiti al centro delle masse di ciascun impalcato.
- f) Successivamente, in maniera differenziata in base al tipo di analisi da eseguire, vi sono le procedure per la *definizione del modello di carico e dei recorders* da stampare. Le analisi che si possono condurre sono: risoluzione del problema autovalori-autovettori per la determinazione di frequenze modali e periodi naturali di vibrazione, analisi statiche lineari e non lineari, queste ultime a controllo di forze o di spostamenti, analisi dinamiche non lineari. Nel caso di analisi statica e dinamica non lineare è possibile attivare o meno l'applicazione alle travi di carichi gravitazionali uniformemente distribuiti, la cui

entità viene specificata nel file dati del programma per tutte le cam-pate a tutti i piani dei telai nelle due direzioni. Oltre i carichi distri-buiti sulle aste si possono definire carichi nodali, che sono distribu-zioni di forze in direzione X o Y oppure di coppie torcenti applicate agli impalcati. È possibile definire un tipo di distribuzione in altezza e specificare un risultante della distribuzione: il programma valuterà in automatico l'entità delle forze o delle coppie applicate ai singoli impalcati. Si è predisposto il programma per supportare distribu-zioni in altezza uniformi, triangolari invertite o descritte dalla successi-va relazione (6. 15):

$$F_i = F_b \frac{m_i \cdot z_i}{\sum_{j=1}^N m_j \cdot z_j} \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (6. 15)$$

dove:  $F_i$  è la forza applicata all' $i$ -esimo impalcato

$m_i$  e  $z_i$  sono rispettivamente la massa e la quota rispetto alla base dell' $i$ -esimo impalcato

$F_b$  è il taglio alla base

Si nota che non è predisposto all'interno del programma il calcolo au-tomatizzato dei modelli di carico secondo la procedura descritta nel paragrafo 4. I records prodotti in output per le singole analisi sono di vari tipi: un primo tipo raccoglie le tre componenti di moto, tra-slazione nelle due direzioni e rotazione torsionale, dei centri di mas-sa dei vari impalcati; un secondo tipo riporta le caratteristiche della sollecitazione delle aste lette nel sistema di riferimento globale; vi sono poi quelli contenenti le sollecitazioni delle aste nel riferimento locale ed infine i records con l'indicazione delle deformazioni gene-ralizzate in fissate sezioni delle aste ai vari piani, suddivise per cate-goria (travi in direzione X, travi in direzione Y e pilastri). A questi si aggiungono, nel caso di risoluzione del problema autovalori-autovettori, i files contenenti le frequenze ed i periodi modali, nonché quelli con le tre componenti di moto dei centri di massa di tutti gli impalcati nelle varie deformate modali.

- g) Infine, sempre in maniera differenziata in base al tipo di analisi da eseguire, vengono specificati *i dettagli per l'esecuzione delle analisi.*

In particolare vengono indicati: il tipo di analisi da eseguire (statica o dinamica), le modalità di numerazione dei gradi di libertà dello schema e di applicazione delle equazioni di vincolo, il tipo di solutore impiegato per la risoluzione del sistema lineare di equazioni, il tipo di algoritmo di soluzione, l'algoritmo con cui si applicano gli incrementi di carico o di spostamento per analisi statica ovvero di passo temporale per analisi dinamica e, nel caso di analisi non lineari, le modalità con cui si valuta la convergenza della procedura iterativa resa necessaria dalle non linearità meccaniche del sistema. La convergenza della soluzione può essere verificata in termini di norma del carico squilibrato o dell'incremento del vettore di spostamento all'iterazione corrente o ancora, come si è assunto nelle analisi in questo studio condotte, in termini di norma del prodotto interno di carico sbilanciato ed incremento di spostamento. Precisamente va controllato che tale norma sia inferiore ad una specificata tolleranza. Il programma stabilisce automaticamente che le analisi statiche lineari siano condotte a controllo di forze con un unico passo di analisi, mentre le analisi pushover possono essere condotte a controllo di forze con incremento di carico e numero di passi fissato o a controllo di spostamento con spostamento massimo imposto ed incremento di spostamento fissato, sulla base delle assegnazioni fatte nel file dati del programma. Le analisi pushover eseguite nell'ambito del presente studio sono a spostamenti controllati. Infine per le analisi dinamiche il programma seleziona in automatico il metodo di integrazione numerica di Newmark, per il quale è possibile specificare in ingresso i valori dei parametri  $\gamma$  e  $\beta$ . Nell'ambito del presente studio, in accordo a quanto fatto nel monopiano, sono stati utilizzati i valori dei parametri  $\gamma=0.5$  e  $\beta=0.25$ .

- h) *Solo nel caso di analisi dinamica* devono essere specificati ulteriori dettagli e per ciascuno di essi vi è una apposita subroutine di definizione. Innanzi tutto deve essere specificato *l'input sismico* costituito da una coppia di accelerogrammi, agenti in generale simultaneamente lungo entrambe le direzioni della pianta ed opportunamente scalati rispetto al valore di accelerazione di picco al suolo imposto per l'analisi corrente. Quindi la modalità di determinazione dello *smor-*



*zamento*. Si assume che il sistema sia classicamente smorzato e che sia caratterizzato da uno smorzamento alla Rayleigh determinato sulla base di due coefficienti  $\alpha$  e  $\beta$ . Questi ultimi vengono valutati in ragione dello smorzamento modale  $\xi$ , fissato nel file dati del programma, che di norma per edifici in cemento armato a struttura intelaiata come quelli analizzati è posto pari al 5%. Le formule con cui si valutano  $\alpha$  e  $\beta$  sono le ben note relazioni, già in precedenza richiamate nel capitolo di modellazione:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = 2 \cdot \xi \cdot \frac{\omega_i \cdot \omega_j}{\omega_i + \omega_j} \quad (1) \\ \beta = 2 \cdot \xi \cdot \frac{1}{\omega_i + \omega_j} \quad (2) \end{array} \right. \quad (6.16)$$

dove  $\omega_i, \omega_j$  sono due frequenze di vibrazione del sistema

Il problema della determinazione di  $\alpha$  e  $\beta$  si riduce quindi alla selezione delle due frequenze  $\omega_i$  e  $\omega_j$ . Il programma è dotato di un'apposita procedura di selezione di tali frequenze, secondo i criteri dettagliatamente esposti nel di modellazione, a partire dall'esame delle deformate dei singoli modi.

#### 7.4. Gli output del programma

In esito a ciascuna delle analisi condotte il programma produce una serie di files contenenti gli output dell'analisi e differenziati in base alle quantità di risposta in essi rappresentate. Si descrivono brevemente nel seguito le tipologie di output forniti dal programma.

- a) Una *prima tipologia di output* è relativa alla sola analisi modale del sistema esaminato e riepiloga *per ciascun modo di vibrazione* periodo e frequenza modale nonché le tre componenti di moto, traslazioni lungo le due direzioni X ed Y e rotazione torsionale, dei centri di massa di tutti gli impalcati nella corrispondente deformata modale.
- b) Un *secondo tipo* viene prodotto nel caso di analisi pushover e dinamica non lineare e raccoglie i valori degli *spostamenti assoluti e di interpiano dei punti dell'impalcato* in corrispondenza di un predefinito gruppo di ascisse giacenti lungo l'asse ortogonale alla direzione degli spostamenti. Tali output sono finalizzati alla costruzione dei dia-

grammi degli spostamenti lungo il generico impalcato. Essi rappresentano, piano per piano: nel caso di analisi dinamica, disposti su righe differenti, gli involucri dei massimi spostamenti dinamici relativi alle singole coppie accelerometriche, nonché la loro media sull'ultima riga; nel caso di analisi pushover gli spostamenti dei punti dell'impalcato relativi a tutti gli step di analisi

- c) *Un terzo tipo di output* viene generato solo nel caso di analisi pushover e rappresenta, passando in rassegna tutti i telai piani in direzione X, i loro tagli alla base lungo le direzioni principali della pianta. Vi sono due distinti files per ogni analisi, uno con i tagli in direzione X e l'altro con quelli in direzione Y.
- d) *Un quarto tipo di output* prodotto anch'esso solo nel caso di analisi pushover riporta *i punti della curva pushover* nella direzione di analisi ovvero, per ciascuno step di analisi, i valori dello spostamento in testa del centro di massa  $u_{CM}$  nella direzione esaminata e del taglio alla base della struttura  $V_b$  nella stessa direzione.
- e) Infine *un ultimo file di output* costituisce *un riepilogo generale del singolo caso* analizzato, intendendo con il termine "caso" il complesso delle analisi condotte dal programma per uno stesso edificio con un singolo valore dell'accelerazione di picco al suolo e dunque del parametro  $R_{\mu}$ . Vi sono più gruppi di informazioni in esso raccolte. Innanzi tutto: direzione di asimmetria del sistema, direzione di applicazione del carico statico, direzione dell'input sismico per le analisi dinamiche, intensità sismica ovvero accelerazione di picco al suolo. Segue un gruppo di righe in cui si riepilogano le principali caratteristiche del sistema analizzato quali forma e dimensioni dell'impalcato e valori dei parametri-chiave  $e_r$ ,  $e_s$ ,  $R_{\mu}$  ed  $\Omega_{\theta}$ . Infine si riporta l'indicazione delle eccentricità correttive valutate in ragione di questi parametri e con le quali vanno applicati i carichi statici per involuppare correttamente il diagramma degli spostamenti dinamici a mezzo di analisi pushover sui due lati dell'impalcato.

In conclusione si osserva, che sebbene il programma sia stato ideato per l'esecuzione in forma sequenziale delle analisi richieste dal presente studio, esso può venire agevolmente impiegato anche per la compilazio-

ne del file *.tcl* per lo svolgimento in OpenSees di una singola analisi fra le tipologie sopra descritte ovvero: risoluzione dell'autoproblema per la determinazione di periodi e deformate modali, analisi lineari con forze o coppie torcenti applicate agli impalcati, analisi statiche e dinamiche non lineari. Esso pertanto costituisce uno strumento di uso generale, che agevola l'impiego del software OpenSees nello studio di un generico edificio a struttura intelaiata in cemento armato, da modellare attraverso uno schema spaziale di aste dotato di diaframmi rigidi in corrispondenza dei vari impalcati.



## **Capitolo 7**

### **RISULTATI**

#### **1. Introduzione**

La metodologia di calcolo, in precedenza descritta con riferimento ad un solo caso studio, è stata applicata in maniera sistematica al complesso degli edifici oggetto di indagine in questo lavoro. Argomento del presente capitolo è la valutazione dei risultati complessivi, che si concretizza in un giudizio conclusivo sull'efficacia del metodo nella stima della risposta torsionale di edifici multipiano planimetricamente irregolari. Accanto agli esiti di questa indagine vengono presentate anche delle varianti alla metodologia originariamente formulata per schemi monopiano e qui estesa a sistemi strutturali più complessi rappresentanti edifici a più piani con struttura intelaiata in cemento armato. Tali versioni alternative del metodo statico non lineare sono state elaborate in corso d'opera, sulla base degli esiti del confronto fra metodo proposto ed analisi dinamica non lineare. Limitatamente alla tipologia degli edifici a struttura intelaiata in cemento armato, della quale in questa tesi si è analizzato un significativo campione di edifici, tali varianti consentono in alcuni casi, come si vedrà nel seguito, di migliorare ulteriormente la stima della risposta dinamica degli edifici in termini di spostamento, rispetto a quanto già fatto con il metodo originario in confronto all'approccio proposto dalle attuali normative antisismiche. Inoltre in alcuni casi esse conducono a semplificazioni notevoli nello studio della rispo-

sta degli edifici planimetricamente irregolari a mezzo di analisi statica non lineare.

## 2. Applicazione del metodo agli edifici studio

L'applicazione del metodo statico non lineare agli edifici-campione individuati per questo lavoro è stata condotta singolarmente per tutti attraverso le fasi descritte nel precedente capitolo riguardante l'estensione della metodologia, originariamente proposta per schemi semplificati monopiano, a sistemi strutturali multipiano dotati di irregolarità in pianta. Qui si presenta, tramite grafici e tabelle, una sintesi dei risultati ottenuti, adeguata a valutare l'efficacia del metodo statico non lineare nella previsione della domanda di spostamento dinamica degli edifici.

In primo luogo si riporta un prospetto (Tab. 1) che riassume, per i dieci edifici analizzati ed in precedenza classificati, i valori dei parametri-chiave  $e_r$ ,  $e_s$ ,  $R_\mu$  ed  $\Omega_\theta$ .

Tab. 1 – Parametri - chiave per gli edifici analizzati

Sigla	Tipo progetto	PGA/ g	$e_m/L$	$e_r/L$	$\Omega_\theta$	Previsione spostamenti assoluti		Previsione spostamenti relativi	
						$e_s/L$	$R_\mu$	$e_s/L$	$R_\mu$
<b>SG-P</b>	carichi gravitazionali	0.20	0.05	-0.0500	1.014	-0.0500	2.400	-0.0500	2.417
<b>SG-G</b>	carichi gravitazionali	0.20	0.15	-0.1500	1.014	-0.1500	2.400	-0.1500	2.417
<b>SST-P1</b>	antisismico	0.25	0.05	-0.0500	1.112	-0.0500	2.631	-0.0500	2.637
<b>SST-G1</b>	antisismico	0.25	0.15	-0.1500	1.112	-0.1500	2.631	-0.1500	2.637
<b>SSR-P1</b>	antisismico	0.25	0.05	-0.0500	1.112	-0.0283	2.644	-0.0283	2.649
<b>SSR-G1</b>	antisismico	0.25	0.15	-0.1500	1.112	-0.0864	2.564	-0.0859	2.579
<b>SST-P2</b>	antisismico	0.4275	0.05	-0.0500	1.112	-0.0500	4.163	-0.0500	4.215
<b>SST-G2</b>	antisismico	0.4275	0.15	-0.1500	1.112	-0.1500	4.163	-0.1500	4.215
<b>SSR-P2</b>	antisismico	0.4275	0.05	-0.0500	1.112	-0.0281	4.324	-0.0274	4.384
<b>SSR-G2</b>	antisismico	0.4275	-0.15	-0.1500	1.112	-0.0855	4.050	-0.0854	4.074

Una prima considerazione sui dati in tabella 1 è la seguente: per tutti gli edifici esaminati l'eccentricità delle resistenze  $e_s$  ha sempre lo stesso segno negativo dell'eccentricità delle rigidezze  $e_r$ , ma è minore o al più uguale ad essa in valore assoluto. Ciò corrisponde ad una posizione del centro di resistenza CS in generale intermedia fra quelle dei centri di rigidezza CR e di massa CM o al più coincidente con CR per gli edifici con distribuzione doppiamente simmetrica delle armature. I parametri inelastici  $e_s$  ed  $R_\mu$  sono stati valutati nei due casi di previsione degli spostamenti assoluti e dei drift, ma come si può ben notare le differenze nei due casi sono molto lievi soprattutto per l'eccentricità delle resistenze. Nel seguito si è condotto un calcolo separato per previsione degli spostamenti assoluti e dei drift, seguendo rigorosamente la metodologia in precedenza descritta, ma tale considerazione potrebbe giustificare una prima approssimazione della procedura: l'utilizzo di una unica coppia di eccentricità correttive per la determinazione della risposta sismica della struttura sia in termini di spostamenti assoluti sia in termini di spostamenti relativi tra piani contigui. La vicinanza nei due casi dei parametri  $e_s$  ed  $R_\mu$  conduce infatti a coppie di eccentricità correttive sostanzialmente coincidenti, come si può osservare in tabella 2.

Tab. 2 – Eccentricità correttive per gli edifici analizzati

Sigla	Tipo progetto	PGA/g	Previsione spostamenti assoluti		Previsione spostamenti relativi	
			$e_1/L$	$e_2/L$	$e_1/L$	$e_2/L$
<b>SG-P</b>	carichi gravitazionali	0.20	-0.0530	-0.0241	-0.0530	-0.0240
<b>SG-G</b>	carichi gravitazionali	0.20	-0.1591	-0.0722	-0.1589	-0.0721
<b>SST-P1</b>	antisismico	0.25	-0.0432	-0.0159	-0.0432	-0.0159
<b>SST-G1</b>	antisismico	0.25	-0.1295	-0.0478	-0.1295	-0.0478
<b>SSR-P1</b>	antisismico	0.25	-0.0262	0.0046	-0.0262	0.0046
<b>SSR-G1</b>	antisismico	0.25	-0.0800	0.0127	-0.0799	0.0127
<b>SST-P2</b>	antisismico	0.4275	-0.0343	0.0081	-0.0339	0.0092
<b>SST-G2</b>	antisismico	0.4275	-0.1029	0.0244	-0.1016	0.0277
<b>SSR-P2</b>	antisismico	0.4275	-0.0192	0.0261	-0.0185	0.0274
<b>SSR-G2</b>	antisismico	0.4275	-0.0628	0.0649	-0.0624	0.0660

Si nota inoltre che l'eccentricità correttiva  $e_1$ , necessaria a cogliere gli spostamenti dinamici dell'impalcato sul lato 1, di norma assume valori assai prossimi a quelli dell'eccentricità delle resistenze, tanto negli edifici *SG* progettati per sostenere i soli carichi gravitazionali quanto negli edifici *SS* progettati anche per azioni sismiche. Nei casi di progetto antisismico ed elevato impegno plastico  $R_u$ , ottenuto con il livello più alto di intensità sismica, l'eccentricità  $e_1$  tende però a ridursi in valore assoluto manifestando uno spostamento del corrispondente punto CF1, di applicazione delle forze sismiche, dal centro di resistenza CS verso il centro di massa CM. L'eccentricità correttiva  $e_2$ , necessaria a cogliere gli spostamenti dinamici dell'impalcato sul lato 2, invece assume valori sia negativi sia positivi ma sempre molto piccoli, conducendo a posizioni del punto di applicazione CF2 sul generico impalcato delle relative forze sismiche sempre molto prossime a quelle del centro delle masse.

Si riportano nel seguito alcuni diagrammi (Fig. 7.1, 7.2, 7.3, 7.4 e 7.5) rappresentativi delle distribuzioni planimetriche degli spostamenti assoluti e di interpiano ottenute in esito ad analisi dinamica non lineare (curva continua in blu), involuppo di analisi pushover con eccentricità correttive (curva continua in nero) ed analisi pushover con forze nei baricentri delle masse secondo l'approccio di normativa (curva continua in marrone). I diagrammi si riferiscono per brevità ai soli edifici con grande eccentricità delle masse ( $e_m=0.15L$ ), che si ritengono già esplicativi, mentre il complesso dei grafici per tutti gli edifici e tutti i piani del generico edificio è riportato nelle appendici A2 e A3.

In ciascun grafico sono riportati, come linee tratteggiate, anche il diagramma degli spostamenti dinamici del sistema bilanciato (in blu) ed i diagrammi interi degli spostamenti statici relativi alle singole pushover con eccentricità  $e_1$  (curva in rosa) ed  $e_2$  (curva in azzurro). A ciascuno dei cinque edifici con grande eccentricità analizzati corrisponde una figura costituita da quattro diversi diagrammi: i due grafici sulla colonna di sinistra si riferiscono alla distribuzione planimetrica sul generico implacato degli spostamenti assoluti, i due sulla colonna destra alle distribuzioni planimetriche degli spostamenti relativi fra un piano ed il sottostante; sulla prima riga sono riportate le distribuzioni in pianta per il quinto impalcato, sulla seconda quelle relative al terzo. I



medesimi confronti si ripropongono poi anche sullo sviluppo in altezza degli spostamenti assoluti e di interpiano sui due lati dell'impalcato, dove si mira ad ottenere coincidenza fra spostamenti statici e dinamici. In particolare nelle Fig. 7.6, 7.7, 7.8, 7.9 e 7.10, ciascuna relativa ad un singolo edificio, sono riportati: sul lato sinistro i profili degli spostamenti assoluti e sul lato destro quelli dei drift di piano, con lato rigido sulla prima riga e lato flessibile sulla seconda. I diagrammi relativi agli edifici con piccola eccentricità sono riportati in Appendice A4.

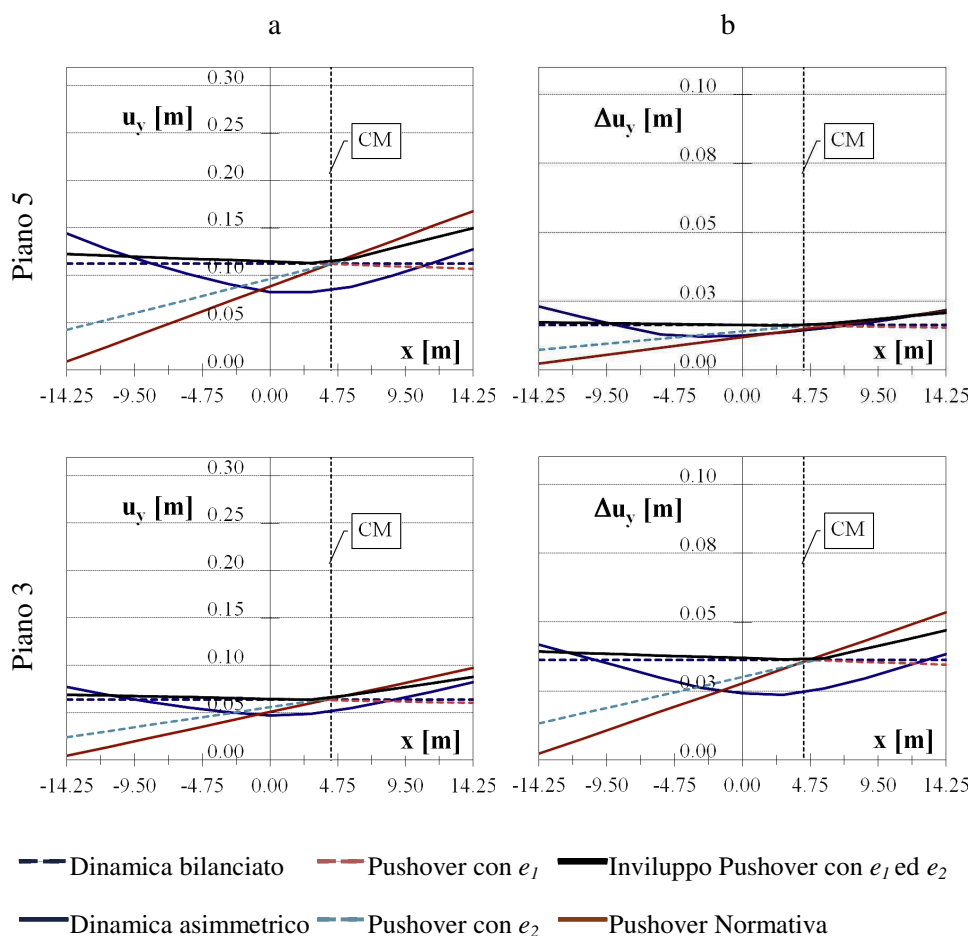


Fig. 7.1. Edificio SG-G: diagrammi dei massimi spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) dei punti del terzo e del quinto impalcato: confronti fra analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

Come si può vedere dai grafici, l'edificio *SG-G* (Fig. 7.1), progettato per soli carichi verticali ed analizzato con PGA pari a 0.20g, è caratterizzato da un livello di spostamento del corrispondente bilanciato di 11.4 cm, valore questo assunto come spostamento target per il centro di massa dell'ultimo impalcato nelle analisi pushover con e senza eccentricità correttive finalizzate alla previsione degli spostamenti assoluti. Lo spostamento dinamico del centro di massa dell'ultimo impalcato nell'asimmetrico è invece di circa 8.5 cm (Fig. 7.1. a).

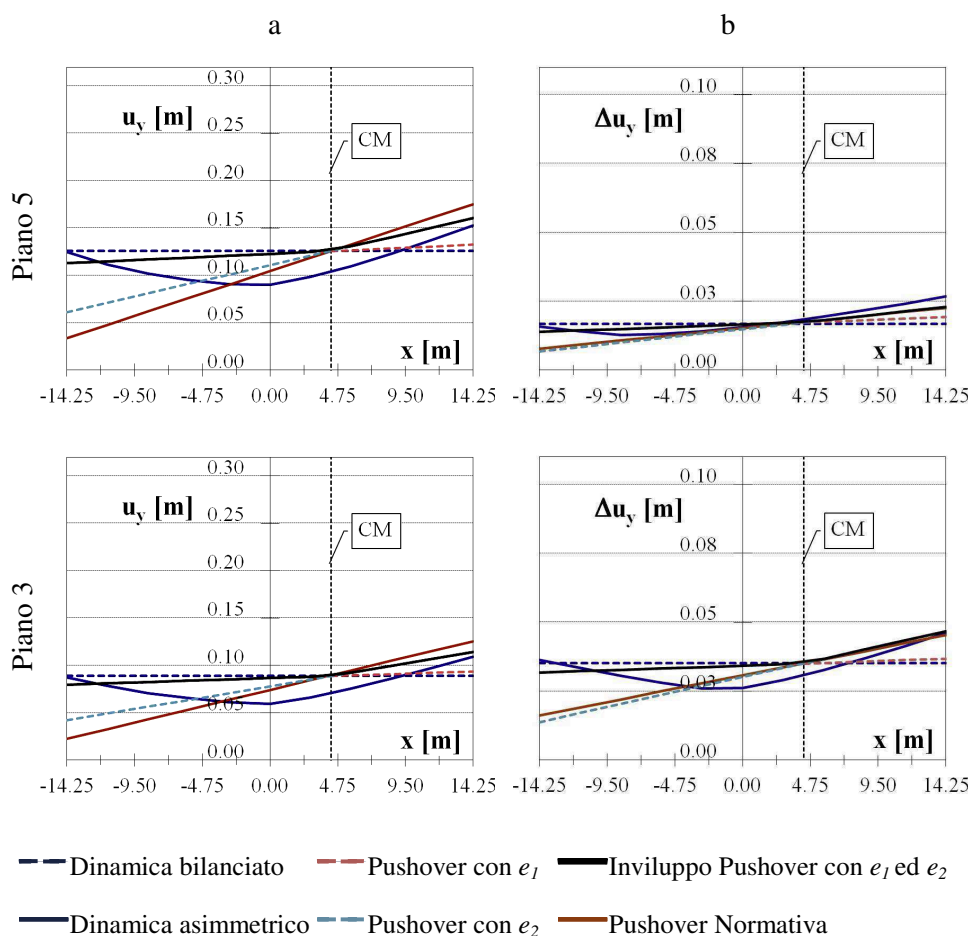


Fig. 7.2. Edificio *SST-G1*: diagrammi dei massimi spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) dei punti del terzo e del quinto impalcato: confronti fra analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

Il diagramma degli spostamenti dinamici dell'asimmetrico in questo caso è caratterizzato da amplificazione, sebbene modesta, degli spostamenti rispetto al corrispondente sistema bilanciato su entrambi i lati dell'impalcato, tanto al quinto quanto al terzo piano. Una tale forma di spostamento è in accordo con quanto avviene anche nei sistemi mono-piano per valori di  $\Omega_0$  prossimi all'unità.

La spezzata (curva in nero) costituente la curva involuppo delle rette, rappresentanti i diagrammi di spostamento conseguenti le due analisi

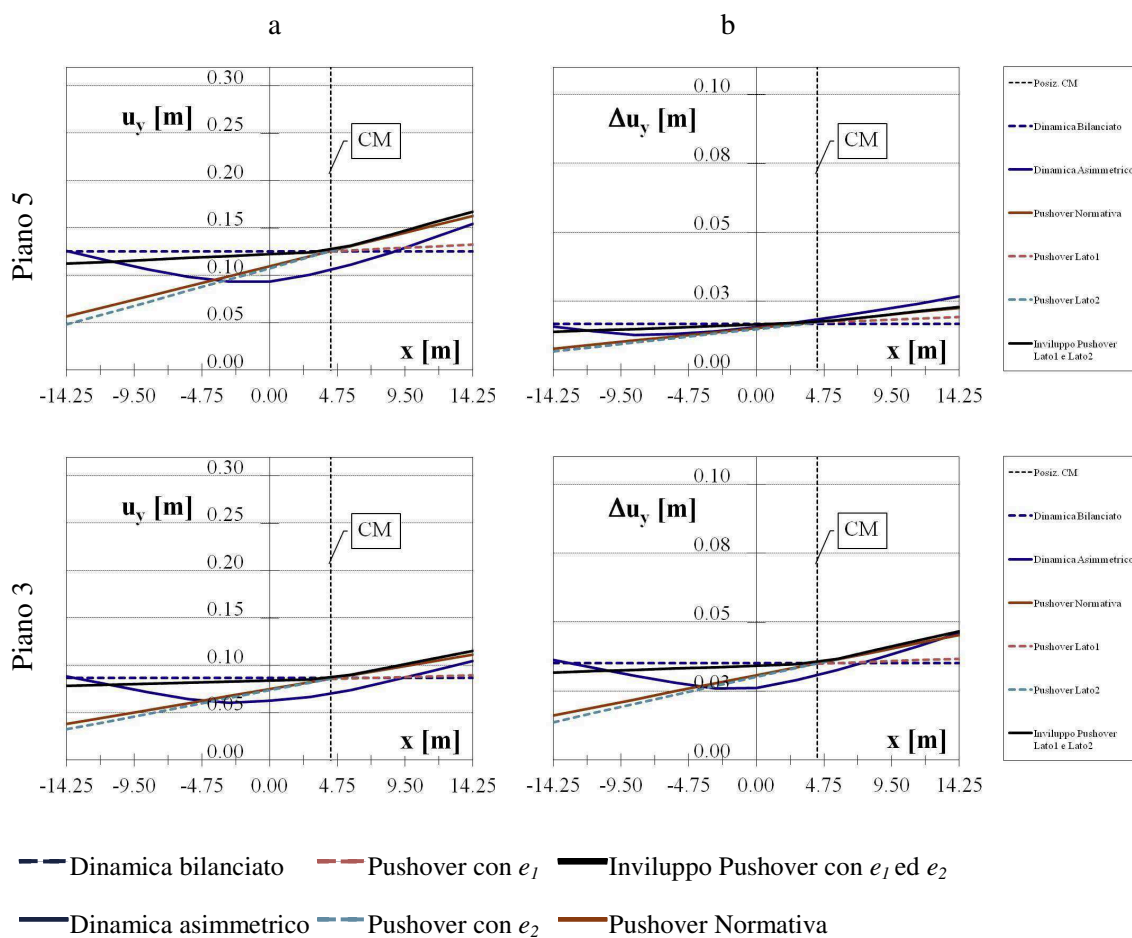


Fig. 7.3. Edificio *SSR-G1*:diagrammi dei massimi spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) dei punti del terzo e del quinto impalcato: confronti fra analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

con eccentricità correttive, dunque coglie bene la forma della distribuzione degli spostamenti dinamici assoluti. Per quanto attiene i valori sui due lati, si registra una moderata sovrastima sul lato flessibile, 17% al quinto piano e 6% al terzo, mentre sul lato rigido vi sono delle piccole sottostime dell'ordine del 15% su entrambi gli impalcati. Diversamente il diagramma rettilineo degli spostamenti, ottenuto con una unica analisi statica non lineare con forze applicate nei centri di massa, chiaramente, se anche riesce a cogliere gli spostamenti sul lato flessibile,

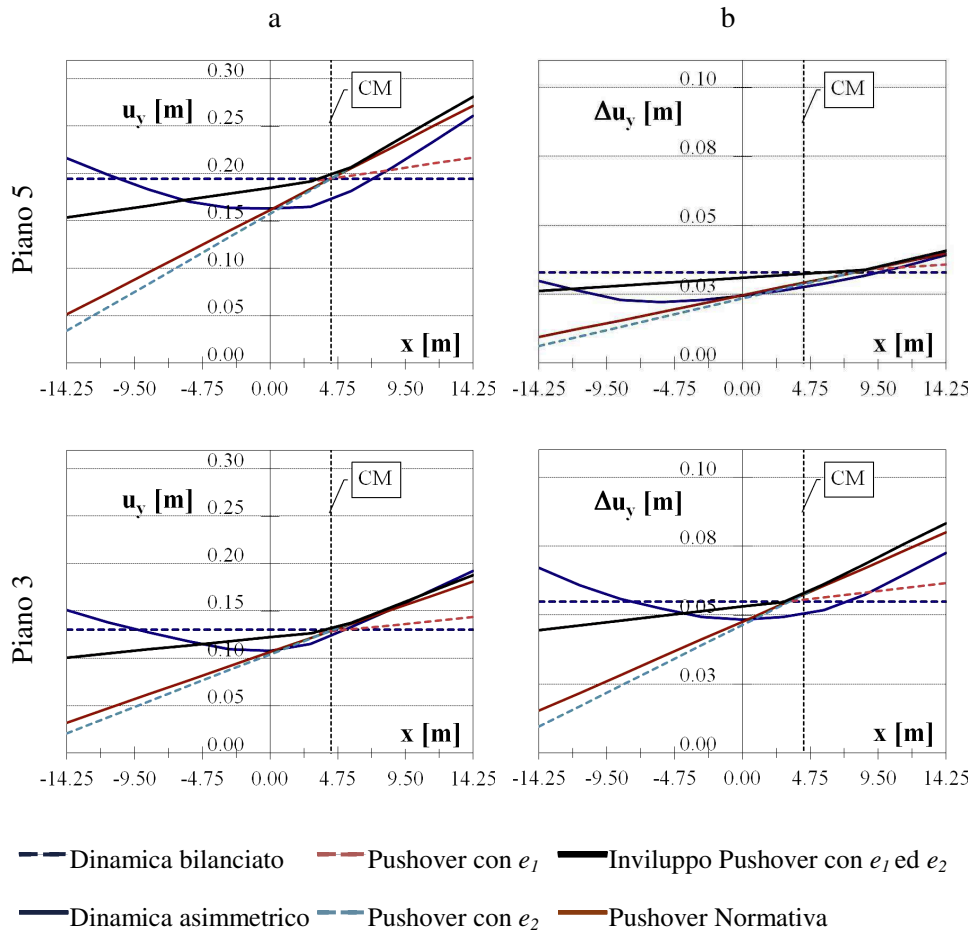


Fig. 7.4. Edificio *SST-G2*: diagrammi dei massimi spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) dei punti del terzo e del quinto impalcato: confronti fra analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

seppur con una sovrastima maggiore, dell'ordine del 30% al quinto piano e del 20% al terzo, conduce tuttavia sul lato rigido a errori parecchio rilevanti a sfavore di sicurezza, che giungono fino al 95% su entrambi gli impalcati. Considerazioni analoghe possono ripetersi anche per la distribuzione planimetrica dei drift di piano (Fig. 7.1. b).

Come si può notare dalla Fig. 7.6.a quanto avviene al terzo ed al quinto piano è rappresentativo anche degli altri impalcati. Sul lato 1 (rigido) infatti gli spostamenti dinamici vengono sempre sottostimati

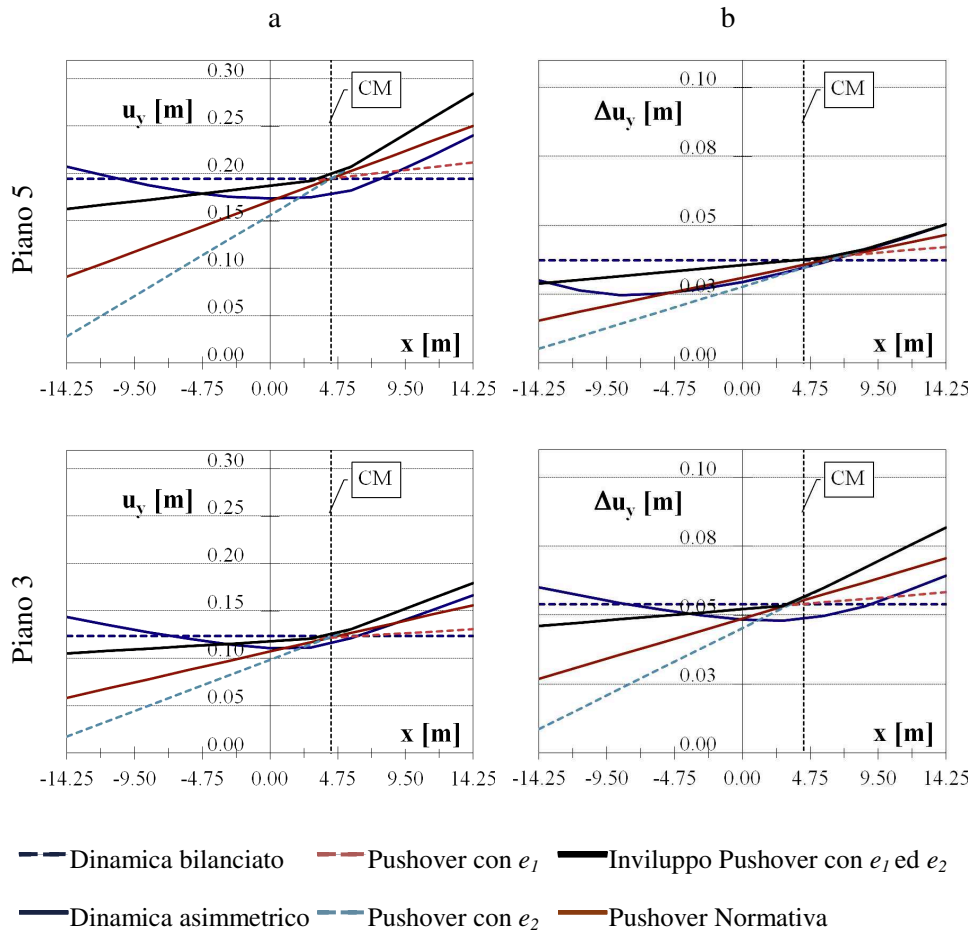


Fig. 7.5. Edificio *SSR-G2*:diagrammi dei massimi spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) dei punti del terzo e del quinto impalcato: confronti fra analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

lungo tutta l'altezza dell'edificio. L'entità di tale sottostima, quando si applica il metodo proposto, è decisamente bassa ai piani inferiori e moderatamente più alta al quarto e quinto impalcato, come visibile dallo scostamento fra le curve continue in blu ed in nero in figura. L'approccio normativo invece conduce a tutti i piani a sottostime notevolmente superiori. Sul lato flessibile tanto il metodo proposto quanto l'approccio normativo sovrastimano gli spostamenti dinamici in misura crescente con l'altezza e sempre più rilevante nel caso di pushover unica senza

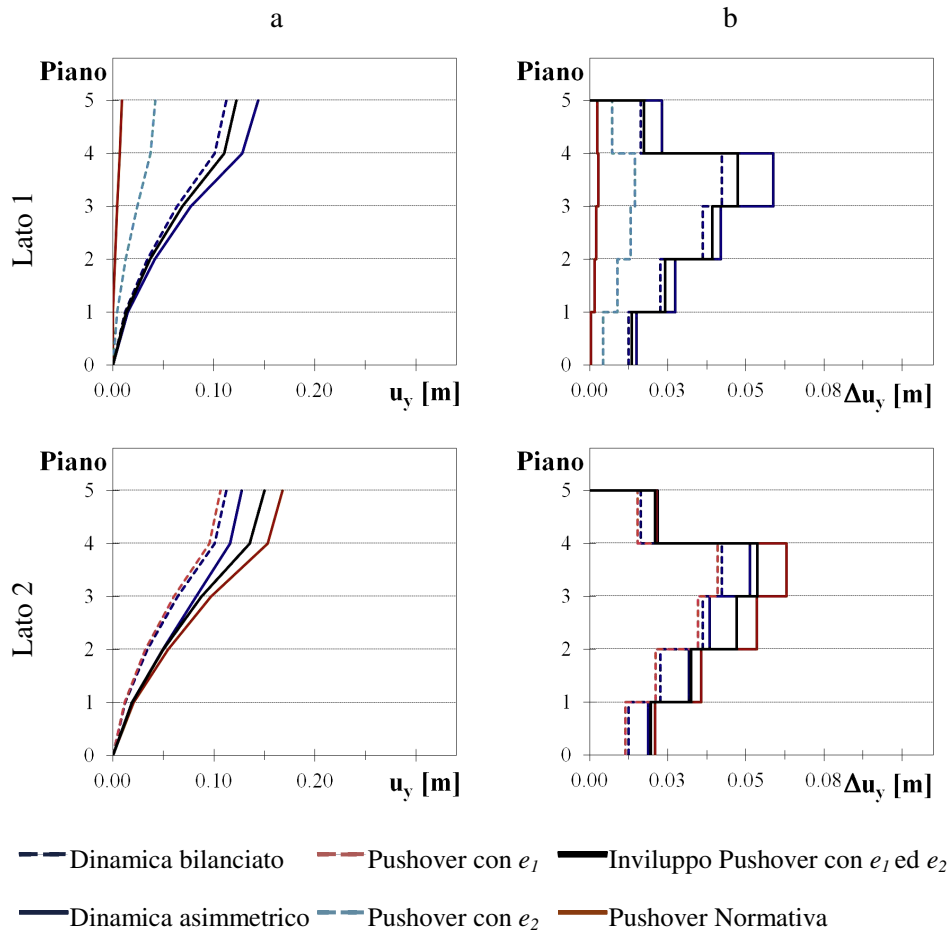


Fig. 7.6. Edificio SG-G: Profili in altezza degli spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: confronti fra analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

eccentricità correttive. La Fig. 7.7. b infine mostra come l'andamento in altezza degli spostamenti di interpiano, crescente fino ad un valore di picco al quarto piano e successivamente decrescente, sia sempre ben colto da tutte le analisi eseguite, probabilmente in virtù della particolare scelta fatta per il modello di carico. Anche qui si registrano tendenze analoghe a quelle riscontrate per gli spostamenti assoluti: sul lato rigido sottostime contenute per l'involuppo delle due pushover con eccentricità correttive, con un massimo in corrispondenza del valore di picco

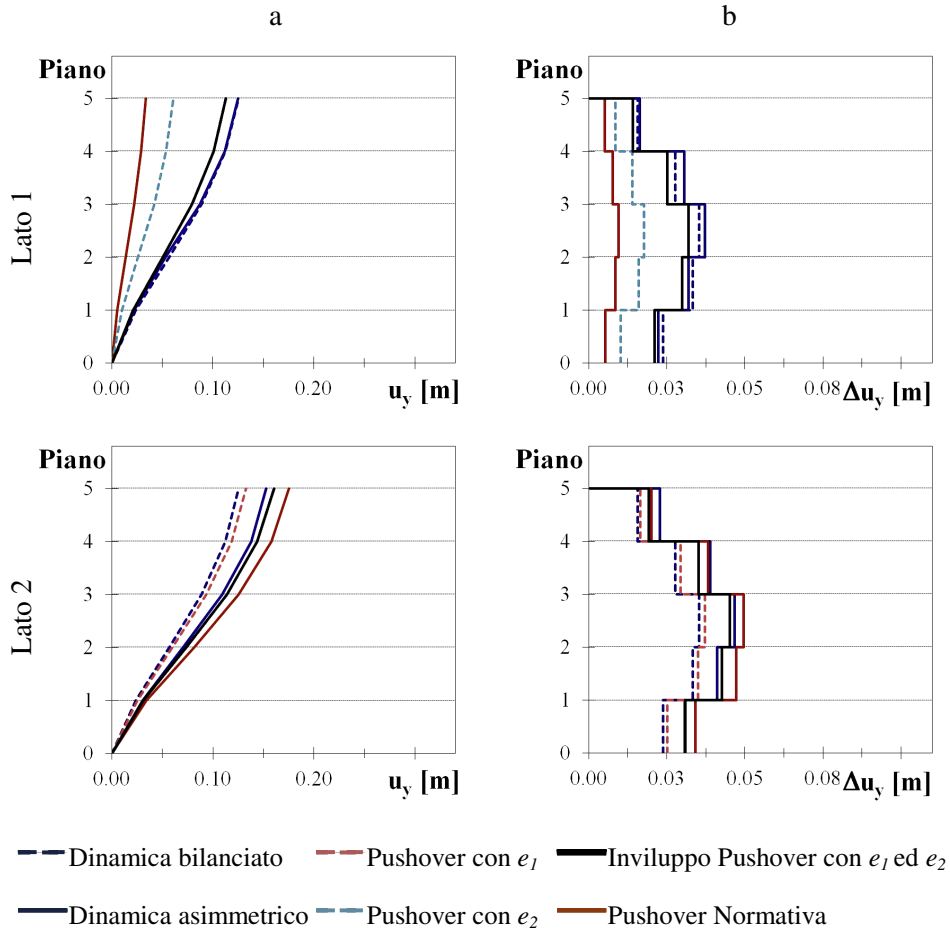


Fig. 7.7. Edificio *SST-G1*: Profili in altezza degli spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: confronti fra analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

al quarto piano, e notevoli per l'approccio normativo; sul lato flessibile sovrastime raffrontabili per i due metodi.

Gli edifici *SST-G1* ed *SSR-G1*, entrambi analizzati con una PGA di 0.25g e scaturiti da un progetto antisismico, hanno il centro di resistenza l'uno coincidente con il centro di rigidezza e l'altro in posizione intermedia tra questo ed il centro delle masse, come deducibile dai valori dell'eccentricità delle resistenze in tabella 1. Dalla stessa tabella si evince che l'impegno plastico, rappresentato dal parametro  $R_{\mu}$ , per que-

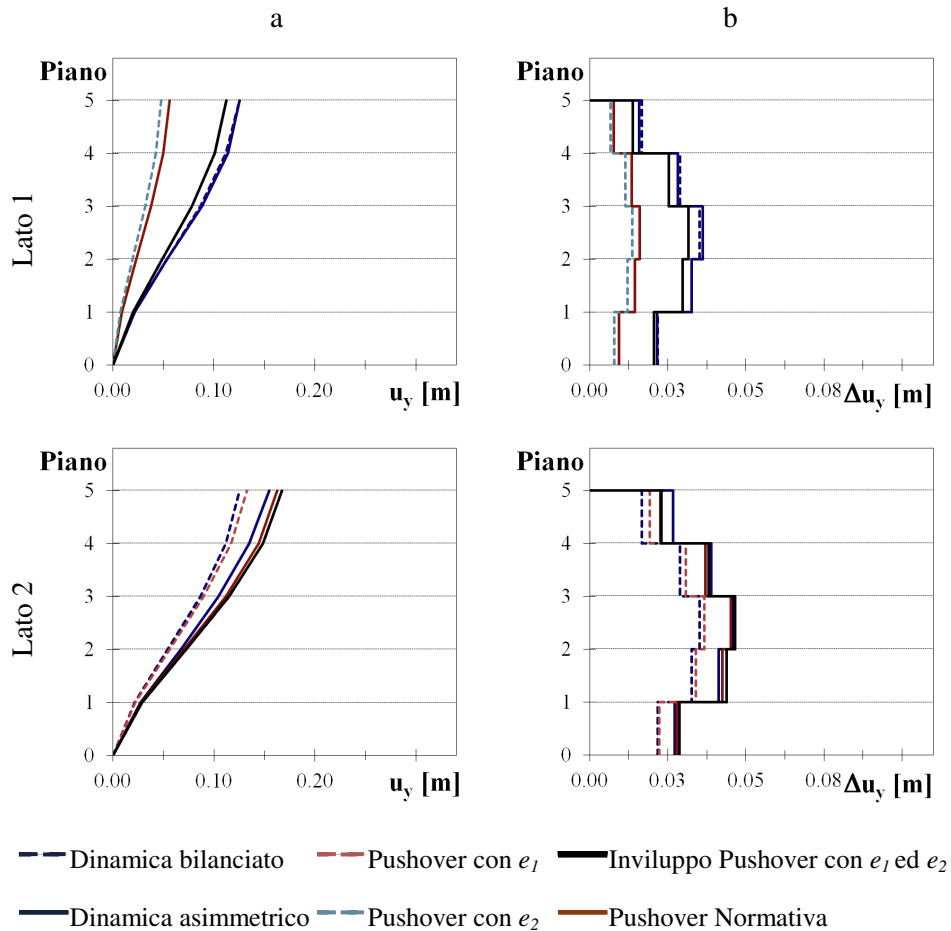


Fig. 7.8. Edificio *SSR-G1*: Profili in altezza degli spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: confronti fra analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.



ste due strutture è molto simile (2.631 per *SST-G1*, 2.564 per *SSR-G1*) ed è vicino a quello del precedente edificio *SG-G* (2.400). Il valore del parametro  $\Omega_\theta$  (1.112) che compete a questi due sistemi strutturali è invece un po' più alto di quello dell'edificio *SG-G* (1.014). Probabilmente questo è il motivo della diversa forma dei diagrammi degli spostamenti dinamici dei punti dell'impalcato che caratterizza queste strutture (Fig. 7.2 e 7.3) rispetto al caso dell'edificio *SG-G* (Fig. 7.1).

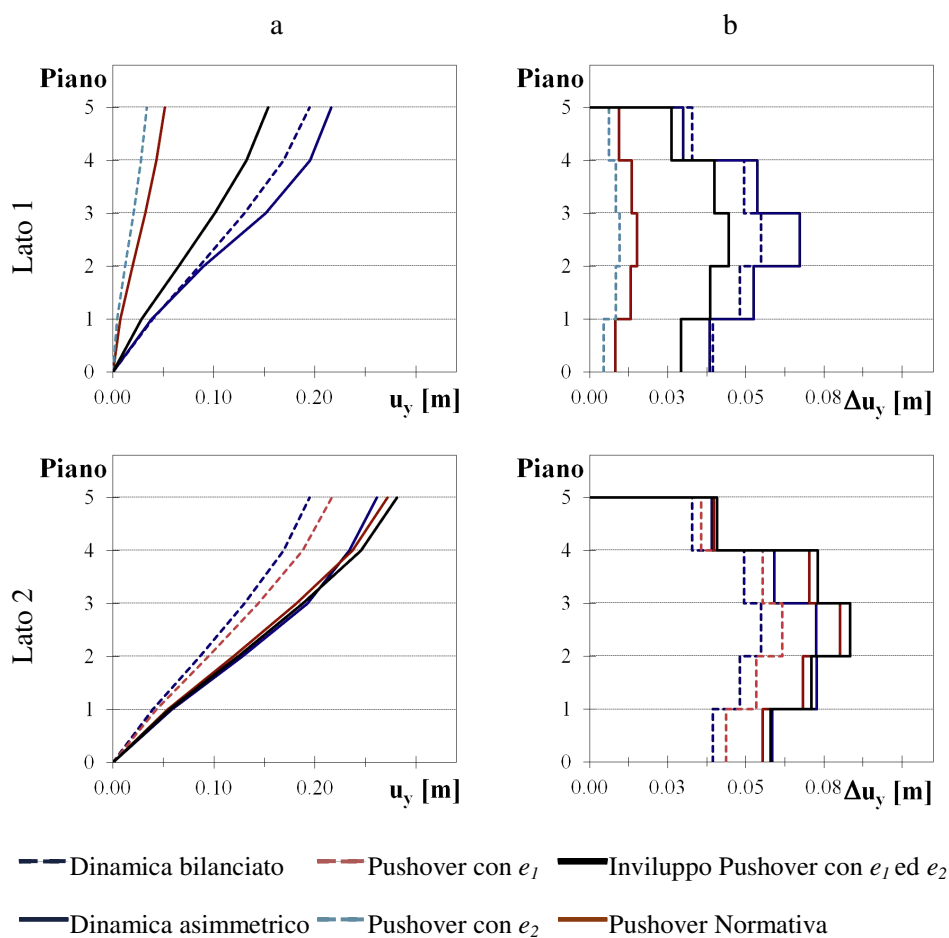


Fig. 7.9. Edificio *SST-G2*: Profili in altezza degli spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: confronti fra analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

In tal caso, infatti, lo spostamento dinamico del centro delle masse dell'asimmetrico è ancora minore dello spostamento dinamico del corrispondente bilanciato, che imposto come spostamento target per il centro di massa dell'ultimo impalcato per tutte le analisi pushover, definisce al quinto piano il punto comune a tutti i diagrammi rettilinei degli spostamenti ad esse relativi. Ciò consente ancora di avere a mezzo dell'inviluppo con due eccentricità una stima cautelativa degli spostamenti dinamici per i punti interni dell'impalcato.

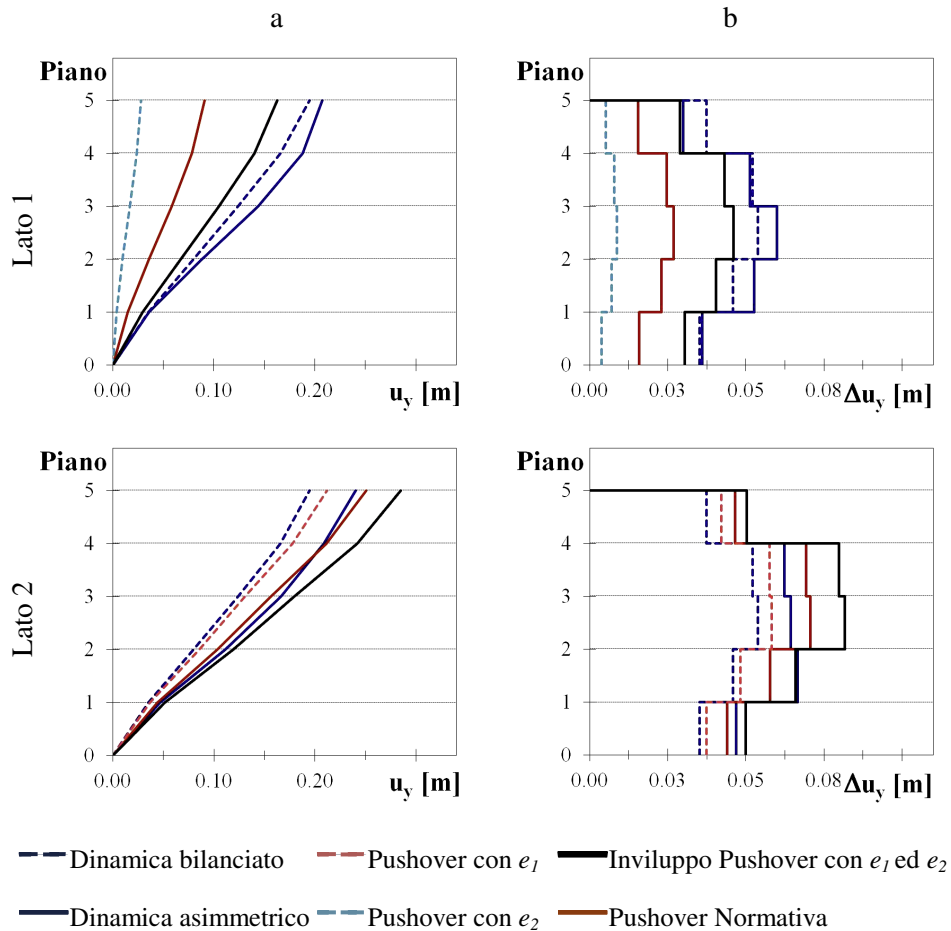


Fig. 7.10. Edificio *SSR-G2*: Profili in altezza degli spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: confronti fra analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

Qui tuttavia la curvatura del diagramma degli spostamenti è meno accentuata, in quanto il parametro  $\Omega_0$  dei due sistemi cresce un po' allontanandosi lievemente dal valore unitario costituente lo spartiacque tra torsio-flessibili ( $\Omega_0 < 1$ ) e torsio-rigidi ( $\Omega_0 > 1$ ). In particolare, mentre sul lato flessibile si registra ancora un'amplificazione degli spostamenti dovuta alla rotazione dell'impalcato, sul lato rigido gli schemi asimmetrico e bilanciato presentano sostanzialmente il medesimo spostamento e ciò a tutti i piani, come è ben visibile dai profili in altezza degli spostamenti dinamici dei due sistemi (curva continua e tratteggiata in blu in Fig. 7.7 e 7.8). In queste condizioni, per quanto concerne gli spostamenti assoluti, l'involuppo delle due pushover con eccentricità correttive continua a sottostimare lievemente la risposta dinamica sul lato rigido, in maniera crescente lungo l'altezza (Fig. 7.7.a e 7.8.a) e con errori di circa il 12÷14% ai piani tre e cinque (Fig. 7.2.a e 7.3.a). Le sottostime dell'approccio normativo sono sempre molto più rilevanti, dell'ordine del 70% per l'edificio *SST-G1* e del 50% per l'edificio *SSR-G1* ai piani tre e cinque. Sul lato flessibile vi sono ancora sovrastime lievi per entrambi i metodi. Per l'edificio *SST-G1* lo scostamento fra i profili in altezza, relativi al metodo proposto (in nero) ed all'approccio di normativa (in marrone) è un po' più apprezzabile, mentre per l'edificio *SSR-G1* i due profili sono molto prossimi fra loro. Le sovrastime al terzo e quinto piano sugli spostamenti assoluti sono dell'ordine del 5% per il metodo proposto e del 15% per l'approccio di normativa per il sistema *SST-G1*, dell'ordine del 5% per l'involuppo con eccentricità correttive e del 10% per la pushover di normativa nel caso dell'edificio *SSR-G1*. Le tendenze sui drift di piano (Fig. 7.2.b e 7.3.b e Fig. 7.7.b e 7.8.b) sono sostanzialmente analoghe. Qui (Fig. 7.7.b e 7.8.b) stavolta si registra un valore di picco al terzo piuttosto che al quarto piano, come invece avveniva per l'edificio *SG-G* (Fig. 7.6.b), ed una sottostima del 15% degli spostamenti dinamici anche sul lato flessibile al quinto piano con entrambi gli approcci.

Caratteristico è infine il comportamento degli edifici *SST-G2* ed *SSR-G2*, aventi le medesime caratteristiche elastiche dei sistemi *SST-G1* ed *SSR-G1*, ovvero i medesimi valori dei parametri  $e_r$  ed  $\Omega_0$ , ma un diverso valore dei parametri inelastici  $e$ , segnatamente  $R_u$  (circa 2.50

per *SST-G1* ed *SSR-G1*, circa 4.00 per *SST-G2* ed *SSR-G2*) a causa del diverso livello di intensità sismica adoperato nelle analisi dinamiche (0.25g per *SST-G1* ed *SSR-G1*, 0.4275g per *SST-G2* ed *SSR-G2*) e conseguentemente anche del diverso livello di spostamento fino a cui sono condotte le pushover (nel caso di previsione degli spostamenti assoluti circa 12 cm per *SST-G1* ed *SSR-G1*, circa 20 cm per *SST-G2* ed *SSR-G2*). Rispetto ai precedenti sistemi *SST-G1* ed *SSR-G1*, caratterizzati da un minore impegno plastico, qui ci si attenderebbe, sulla base delle usuali tendenze rilevate per i sistemi monopiano, un comportamento meno rotazionale, che dovrebbe concretizzarsi in una curva degli spostamenti dinamici più "appiattita". Contrariamente alla attese, nei due sistemi multipiano esaminati il diagramma degli spostamenti dinamici ha un andamento lungo l'impalcato (Fig. 7.4 e 7.5) non meno marcatamente rotazionale di quello ottenuto sugli stessi edifici cimentati con un più basso livello di intensità sismica (Fig. 7.2 e 7.3). Essi inoltre esibiscono rispetto ai corrispondenti bilanciati amplificazione degli spostamenti per effetto delle rotazioni su entrambi i lati dell'impalcato, con effetti più rilevanti sul lato flessibile specialmente per l'edificio *SST-G2*, proporzionato senza tener conto degli effetti rotazionali della risposta in sede di progetto. Quanto appena osservato vale anche per la distribuzione degli spostamenti relativi (Fig. 7.4.b e 7.5.b), con un'unica eccezione al quinto piano, dove lo spostamento dell'asimmetrico si mantiene un po' al di sotto di quello del corrispondente bilanciato. La distribuzione lungo l'altezza degli spostamenti assoluti e di interpiano (Fig. 7.9.b e 7.10. b) conferma queste tendenze a tutti i livelli. Si nota però una particolarità sul profilo dei drift. Infatti per l'edificio *SST-G2* è confermato su entrambi i lati dell'impalcato il medesimo andamento già riscontrato sul suo corrispondente sistema a minor impegno plastico *SST-G1*, con valori crescenti ai primi due piani, un picco al terzo piano ed un andamento decrescente agli ultimi due livelli dell'edificio. Viceversa per l'edificio *SSR-G2*, sul lato rigido si riconosce ancora la medesima tendenza, ma sul lato flessibile si registrano drift piuttosto rilevanti, poco meno che al terzo piano, ancora al quarto livello. Per questi due ultimi sistemi strutturali la previsione degli spostamenti assoluti a mezzo dell'approccio proposto (curva in nero in Fig. 7.9.a e 7.10.a) sul

lato flessibile è ancora conservativa, sebbene non di molto ai piani inferiori, un po' più al quarto e quinto piano. L'approccio normativo (curva in marrone) invece conduce a sovrastime maggiori al quarto e quinto impalcato, ma sottostima gli spostamenti dinamici assoluti ai piani inferiori. In particolare al terzo impalcato si registrano lievi sottostime confrontabili per entrambi i metodi (2% per il metodo proposto, 6% per l'approccio normativo) per l'edificio *SST-G2*, mentre per l'edificio *SSR-G2*, a fronte di una piccola sovrastima dell'8% circa con l'inviluppo con eccentricità correttive, si registra una lieve sottostima di circa il 6% nel caso di pushover unica con forze nei baricentri delle masse dei vari impalcati. Dunque sostanzialmente sul lato 2 non ci si discosta molto da quanto osservato nei casi precedenti. Più articolato invece è il discorso sul lato rigido. Qui, lungo tutta l'altezza dell'edificio (Fig. 7.9.a e 7.10.a), a fronte di forti sottostime sugli spostamenti assoluti indotte dall'uso dell'approccio normativo, si riconoscono rilevanti riduzioni dell'entità di tali sottostime quando si impiega il metodo proposto, ma con valori nettamente superiori a quelli riscontrati nei precedenti edifici analizzati. In particolare al terzo e quinto impalcato (Fig. 7.4.a) si riscontrano per l'edificio *SST-G2* sottostime dell'ordine del 75÷80% nel caso di pushover unica con forze nei centri di massa, dell'ordine del 30% nel caso di inviluppo con eccentricità correttive. Analogamente per il sistema strutturale *SSR-G2* (Fig. 7.5.a) le stime a sfavore di sicurezza ottenute ai medesimi livelli, nel caso di approccio normativo sono dell'ordine del 55÷60%, si riducono al 20÷25% circa con l'impiego delle eccentricità correttive. Per quanto riguarda i drift di piano (Fig. 7.4.b e 7.5.b) possono ripetersi considerazioni sostanzialmente analoghe. In conclusione dunque si nota un buon funzionamento del metodo proposto, che conduce a risultati sostanzialmente confrontabili con quelli della normativa sul lato flessibile, ma nettamente migliori sul lato rigido, dove riduce considerevolmente l'entità delle stime a sfavore di sicurezza degli spostamenti assoluti e di interpiano. L'efficacia del metodo si rivela però maggiore nel caso di sistemi meno impegnati in campo plastico, mentre per sistemi fortemente plasticizzati, pur migliorando già di molto rispetto all'approccio normativo le stime degli spostamenti dinamici

sul lato rigido, esso conduce comunque a sottostime non trascurabili della domanda di spostamento.

Nel seguito si riportano dei prospetti riepilogativi (Tab. 3, 4, 5 e 6) degli errori percentuali commessi nella stima della richiesta sismica di spostamento assoluto e relativo sui due lati dell'impalcato, con il metodo statico non lineare proposto e l'approccio di normativa, per tutti gli edifici analizzati, con grande ( $e_m=0.15L$ , Tab. 3 e 4) e piccola ( $e_m=0.05L$ , Tab. 5 e 6) eccentricità delle masse. In quest'ultimo caso (Tab. 5 e 6) la minore eccentricità delle rigidezze induce un comportamento generalmente meno rotazionale, che riduce di molto l'entità degli errori connessi all'utilizzo di una unica pushover con forze nei centri di massa, anche se per alcuni edifici sono comunque riconoscibili forti sottostime della domanda di spostamento sul lato rigido (45% circa per l'edificio progettato per soli carichi verticali *SG-P*).

Nel seguito si descrivono alcune varianti al metodo originariamente proposto, facendo riferimento per questo al sistema strutturale *SST-G2*, ovvero quello, fra tutti gli schemi analizzati, per cui il metodo ha manifestato una minor efficacia nella previsione della domanda di spostamento sul lato rigido. Sono tre le varianti al metodo originario che qui si descrivono, spiegando per ciascuna le ragioni che alla sua elaborazione hanno condotto e mettendone in luce i pregi ed i limiti, al fine di offrire, al termine del lavoro, un ventaglio di possibilità per la previsione, a mezzo di analisi statica non lineare, della risposta sismica di edifici multipiano planimetricamente irregolari aventi le caratteristiche degli edifici esaminati ovvero dotati di struttura intelaiata in cemento armato. A conclusione del capitolo si riporta un confronto, sugli edifici campione, fra tutti i metodi individuati per la stima della risposta sismica degli edifici in termini di spostamento, presentando grafici di dettaglio e di sintesi, che rappresentano l'andamento in pianta ed in altezza degli errori percentuali commessi nella stima della risposta dinamica degli edifici effettuata tramite il metodo inizialmente proposto e le sue varianti.

Tab. 3 –Errori percentuali sui lati 1 e 2 ( $e_m=0.15L$ ): spostamenti assoluti

	Piano	Metodo proposto		Normativa	
		Lato 1	Lato2	Lato 1	Lato2
SG-G	1	-9.256	1.842	-97.050	10.878
	2	-11.281	0.300	-94.943	9.984
	3	-10.533	6.492	-94.261	18.042
	4	-13.761	17.130	-94.442	32.254
	5	-14.995	17.350	-93.677	31.397
SST-G1					
	1	-5.459	0.202	-76.057	11.109
	2	-5.460	3.964	-74.475	15.014
	3	-8.825	4.480	-74.290	15.174
	4	-9.676	4.041	-73.852	14.178
	5	-9.591	5.035	-73.124	14.780
SSR-G1					
	1	-5.650	6.430	-56.661	3.154
	2	-8.613	8.178	-56.815	4.748
	3	-11.039	9.897	-56.814	6.541
	4	-11.427	10.144	-56.082	6.984
	5	-10.796	8.208	-55.162	5.278
SST-G2					
	1	-25.091	-3.531	-79.775	-7.502
	2	-27.366	-3.240	-78.145	-6.844
	3	-33.231	-2.426	-78.793	-5.837
	4	-32.217	4.854	-77.916	1.271
	5	-28.985	7.740	-76.214	4.129
SSR-G2					
	1	-18.359	9.519	-58.150	-5.516
	2	-23.902	7.288	-59.318	-7.217
	3	-26.817	7.784	-59.513	-6.130
	4	-25.505	15.760	-58.267	1.223
	5	-21.564	18.386	-56.008	4.247

Tab. 4 – Errori percentuali sui lati 1 e 2 ( $e_m=0.15L$ ): spostamenti relativi

	Piano	Metodo proposto		Normativa	
		Lato 1	Lato2	Lato 1	Lato2
SG-G	1	-10.113	4.145	-96.993	11.859
	2	-12.074	2.237	-94.085	11.999
	3	-6.227	22.462	-94.785	39.329
	4	-19.495	4.810	-95.222	22.801
	5	-25.020	-4.411	-89.708	-1.639
SST-G1	1	-5.297	0.455	-75.803	11.323
	2	-6.461	3.999	-73.271	14.863
	3	-14.280	-3.419	-74.411	6.194
	4	-17.966	-9.489	-74.604	-1.714
	5	-13.651	-15.249	-68.893	-11.307
SSR-G1	1	-4.935	5.839	-56.122	2.711
	2	-9.059	6.424	-55.937	2.957
	3	-12.838	1.113	-55.671	-1.916
	4	-9.971	-2.293	-52.173	-4.710
	5	-12.512	-13.839	-51.020	-15.165
SST-G2	1	-23.901	-0.897	-78.667	-5.123
	2	-26.502	-2.478	-74.817	-6.154
	3	-33.782	14.956	-77.327	10.393
	4	-25.382	23.411	-74.797	18.881
	5	-12.262	4.112	-68.463	1.519
SSR-G2	1	-15.516	6.341	-55.908	-6.280
	2	-23.273	-0.912	-56.286	-13.318
	3	-23.316	26.962	-55.233	9.758
	4	-15.897	28.029	-51.753	11.255
	5	-3.733	0.137	-48.365	-7.402



Tab. 5 – Errori percentuali sui lati 1 e 2 ( $e_m=0.05L$ ): spostamenti assoluti

	Piano	Metodo proposto		Normativa	
		Lato 1	Lato2	Lato 1	Lato2
SG-P	1	-0.116	10.473	-46.606	26.915
	2	-1.097	5.030	-43.171	18.722
	3	0.410	4.958	-40.674	17.790
	4	-4.497	10.434	-44.058	25.504
	5	-4.941	9.285	-43.742	23.499
SST-P1	1	19.927	-9.332	-6.699	-4.139
	2	14.177	-7.472	-9.440	-2.371
	3	8.431	-9.518	-13.112	-4.706
	4	8.196	-8.903	-12.939	-4.131
	5	8.796	-8.323	-12.095	-3.555
SSR-P1	1	13.088	-8.336	-1.939	-9.844
	2	7.779	-7.308	-5.932	-8.779
	3	4.393	-10.062	-8.439	-11.440
	4	4.697	-8.667	-7.821	-10.035
	5	4.854	-8.221	-7.422	-9.584
SST-P2	1	10.493	-3.915	-9.557	-6.559
	2	5.782	-6.800	-11.393	-9.333
	3	-1.614	-5.424	-16.714	-7.921
	4	-5.562	1.381	-19.667	-1.291
	5	-5.368	4.330	-19.197	1.603
SSR-P2	1	8.363	2.333	-2.212	-6.022
	2	1.622	-4.213	-7.318	-11.935
	3	1.026	-2.613	-7.342	-10.168
	4	-0.880	3.766	-8.783	-4.398
	5	-1.290	5.804	-8.908	-2.637

Tab. 6 – Errori percentuali sui lati 1 e 2 ( $e_m=0.05L$ ): spostamenti relativi

	Piano	Metodo proposto		Normativa	
		Lato 1	Lato2	Lato 1	Lato2
SG-P	1	-0.403	10.928	-46.187	27.590
	2	-0.294	1.634	-39.725	14.206
	3	4.901	17.214	-37.499	31.977
	4	-11.452	-12.782	-49.006	0.024
	5	-15.617	-14.597	-46.273	-8.318
	Piano	Metodo proposto		Normativa	
		Lato 1	Lato2	Lato 1	Lato2
SST-P1	1	19.697	-9.604	-6.665	-4.496
	2	10.705	-9.031	-10.690	-4.330
	3	2.355	-14.994	-16.372	-10.611
	4	-3.182	-10.956	-20.753	-6.563
	5	-3.582	-11.600	-19.888	-7.501
	Piano	Metodo proposto		Normativa	
		Lato 1	Lato2	Lato 1	Lato2
SSR-P1	1	13.622	-8.143	-1.072	-9.662
	2	5.239	-10.526	-7.386	-11.864
	3	5.484	-15.417	-6.520	-16.657
	4	2.173	-11.437	-8.964	-12.685
	5	-3.027	-12.286	-12.770	-13.557
	Piano	Metodo proposto		Normativa	
		Lato 1	Lato2	Lato 1	Lato2
SST-P2	1	10.831	-3.074	-7.893	-6.212
	2	3.139	-7.499	-10.267	-10.355
	3	-8.584	4.853	-20.146	1.696
	4	-10.536	-0.116	-22.059	-2.935
	5	2.886	-13.149	-11.269	-14.709
	Piano	Metodo proposto		Normativa	
		Lato 1	Lato2	Lato 1	Lato2
SSR-P2	1	8.742	1.568	-0.896	-6.714
	2	0.107	-9.247	-6.880	-16.213
	3	-3.115	6.368	-9.473	-2.729
	4	-4.684	-2.310	-10.807	-10.459
	5	7.090	-11.378	0.638	-17.944

### 3. Prima variante al metodo

In tutti i casi esaminati la metodologia di indagine proposta si è sempre rivelata soddisfacente dimostrando una minor efficacia nel cogliere la risposta di spostamento degli edifici unicamente nel caso di sistemi con grande eccentricità e ampiamente impegnati in campo plastico. Per questa ragione si fissa ora l'attenzione su due sistemi strutturali corrispondenti al medesimo edificio cimentato con un'azione sismica di intensità differente. Si tratta dell'edificio *SST-G2*, sollecitato con coppie accelerometriche la cui accelerazione di picco al suolo è pari a 0.4275g, e che rappresenta il caso in cui la metodologia proposta ha condotto alle massime sottostime sul lato rigido, nonché del suo corrispondente *SST-G1*, per il quale l'accelerazione di picco al suolo fissata è pari a 0.25g. In particolare in Fig. 7.11 si istituisce un confronto fra la previsione degli spostamenti assoluti fatta con il metodo proposto per questi due sistemi strutturali. Nella medesima figura sono rappresentati sia i diagrammi degli spostamenti dei punti del quinto impalcato, conseguenti una analisi dinamica non lineare e l'applicazione del metodo proposto (Fig. 7.11.1), sia i punti sul generico impalcato CF1 e CF2 in corrispondenza dei quali applicare le forze statiche al fine di ottenere coincidenza fra spostamenti statici e dinamici rispettivamente sul lato1 e sul lato 2 (Fig. 7.11.2). Dall'osservazione dei diagrammi corrispondenti all'involuppo con eccentricità correttive (curva continua in nero) in Fig. 7.11.1.b, per l'edificio *SST-G2*, è evidente che per migliorare la stima degli spostamenti dinamici dello schema asimmetrico (curva continua in blu) sarebbe necessario spostare il punto CF1 di applicazione delle forze sismiche, necessario ad individuare lo spostamento dinamico sul lato sinistro dell'impalcato, in direzione dello stesso lato. Ciò infatti equivarrebbe a modificare la pendenza del diagramma rettilineo rappresentante l'andamento sull'impalcato degli spostamenti conseguenti l'analisi statica non lineare con eccentricità correttiva  $e_1$ . In altre parole sarebbe necessario allontanare ulteriormente CF1 dal centro di massa CM nella direzione del lato rigido ovvero mantenere il segno dell'eccentricità correttiva  $e_1$  amplificandone il valore. Al contrario nel caso

dell'edificio *SST-G2*, l'eccentricità correttiva  $e_1$  si è ridotta rispetto al suo valore relativo al sistema strutturale *SST-G1*, nel quale la previsione era migliore. I sistemi strutturali *SST-G1* ed *SST-G2* nei fatti rappresentano il medesimo edificio e sono caratterizzati dai medesimi valori dei parametri elastici  $e_r$  ed  $\Omega_0$ , nonché da una stessa eccentricità delle resistenze  $e_s$ , in entrambi i casi coincidente con l'eccentricità delle rigidezze  $e_r$  per la doppia simmetria della distribuzione delle armature.

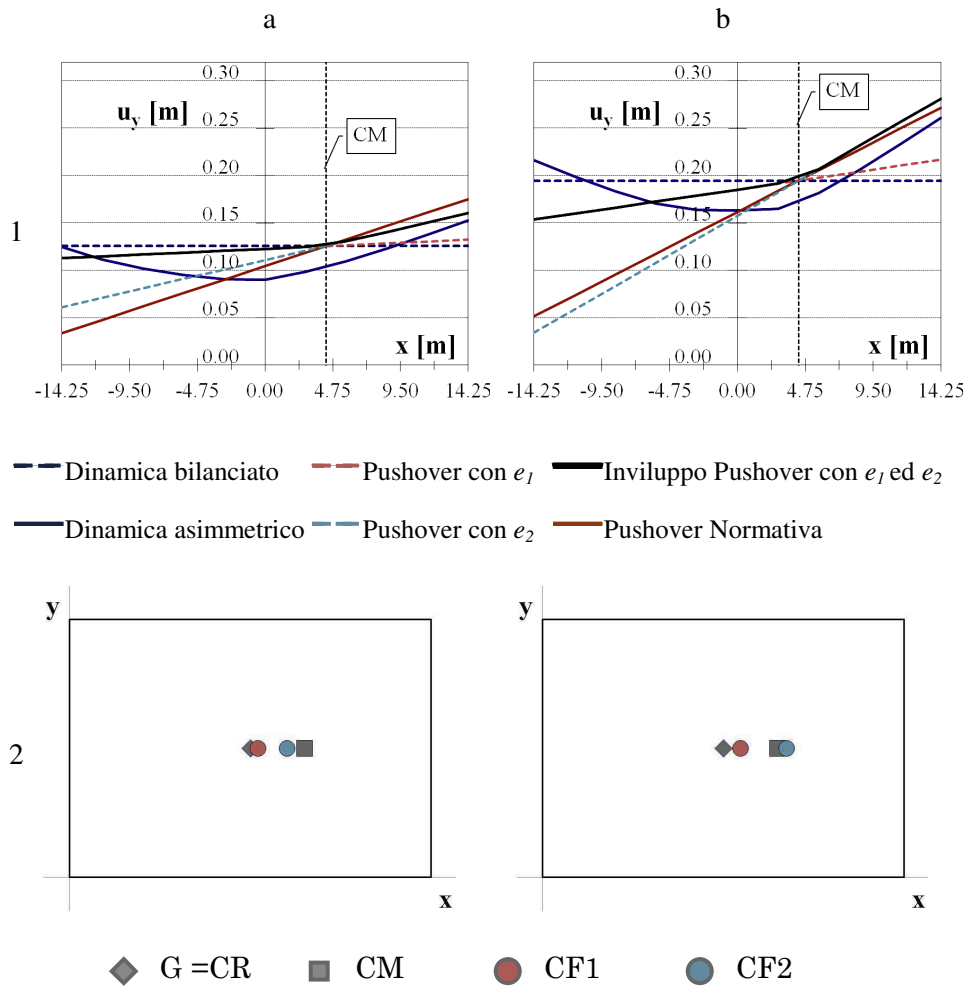


Fig. 7.11. Previsione dei massimi spostamenti assoluti dei punti del quinto impalcato (1) e posizione dei punti di applicazione delle forze statiche (2) secondo il metodo proposto per edificio *SST-G1* (a) ed *SST-G2* (b).

L'unica differenza fra i due sistemi in oggetto risiede in definitiva nel loro differente impegno plastico: al primo corrisponde infatti un rapporto  $R_{\mu}$  pari a 2.631, al secondo un  $R_{\mu}$  di 4.163.

Si è dunque pensato di esaminare più in dettaglio l'influenza che questo parametro esercita sulle eccentricità correttive, diagrammando il valore di queste al crescere di  $R_{\mu}$  per diversi  $\Omega_{\theta}$  e per fissate coppie delle eccentricità  $e_r$  ed  $e_s$ . Le Fig. 7.12 e 7.13 sono costituite ciascuna da quattro grafici, ognuno dei quali contiene le curve  $R_{\mu} - e_i$  ( $i=1,2$ ) per diciassette valori distinti di  $\Omega_{\theta}$  ed è riferito ad un diverso valore dell'eccentricità delle resistenze  $e_s$ , mentre l'eccentricità delle rigidezze  $e_r$  è per tutti pari a  $-0.15L$ . Nelle successive Fig. 7.14 e 7.15 sono raffigurate invece le superfici che descrivono l'andamento delle due eccentricità correttive sui due lati dell'impalcato al variare di entrambi i parametri  $R_{\mu}$  ed  $\Omega_{\theta}$  e per fissati valori di  $e_r$  ed  $e_s$ . Anche in questo caso ciascuna figura raccoglie quattro diversi grafici, ciascuno riferito ad una differente eccentricità delle resistenze, mentre l'intera figura è relativa ad una unica eccentricità delle rigidezze  $e_r=-0.15L$ . Si nota che le curve rappresentate in ciascuno dei grafici di Fig. 7.12 e 7.13 sono le sezioni con piani di equazione  $\Omega_{\theta}=\text{costante}$  delle superfici dei corrispondenti diagrammi riportati rispettivamente in Fig. 7.14 e 7.15. Le immagini relative ai parametri  $e_r=-0.15L$  ed  $e_s=-0.15L$  sono quelle corrispondenti all'edificio *SST-G* in oggetto. Fra le curve relative ai diversi valori di  $\Omega_{\theta}$ , che per questo sistema strutturale vale 1.112, quelle di interesse sono comprese fra le curve relative a 1.00 ed 1.15. Infine il campo di valori dell'impegno plastico in cui ricadono tutti gli edifici analizzati è compreso fra 2.5 e 4.2 circa.

Come si può osservare dai grafici in Fig. 7.12, l'eccentricità  $e_1$ , deputata a cogliere lo spostamento dinamico sul lato rigido, nel campo di valori di  $R_{\mu}$  appena precisato, assume valori sempre negativi; dunque il relativo punto di applicazione delle forze sismiche si trova sempre più a sinistra del centro delle masse. Si può inoltre riscontrare in questo campo di valori un andamento inizialmente decrescente, fino al raggiungimento di un minimo in corrispondenza del valore  $R_{\mu}=2.00$ , e successivamente crescente. Il valore di picco dell'eccentricità correttiva  $e_1$ ,

ovvero il suo massimo valore assoluto, si attinge dunque in corrispondenza ad  $R_\mu=2.00$ .

Al crescere di  $\Omega_\theta$  per sistemi sempre più torsio-rigidi le curve assumono un andamento via via più regolare mantenendo tuttavia sostanzialmente invariata la loro forma, come si evince anche dalla corrispon-

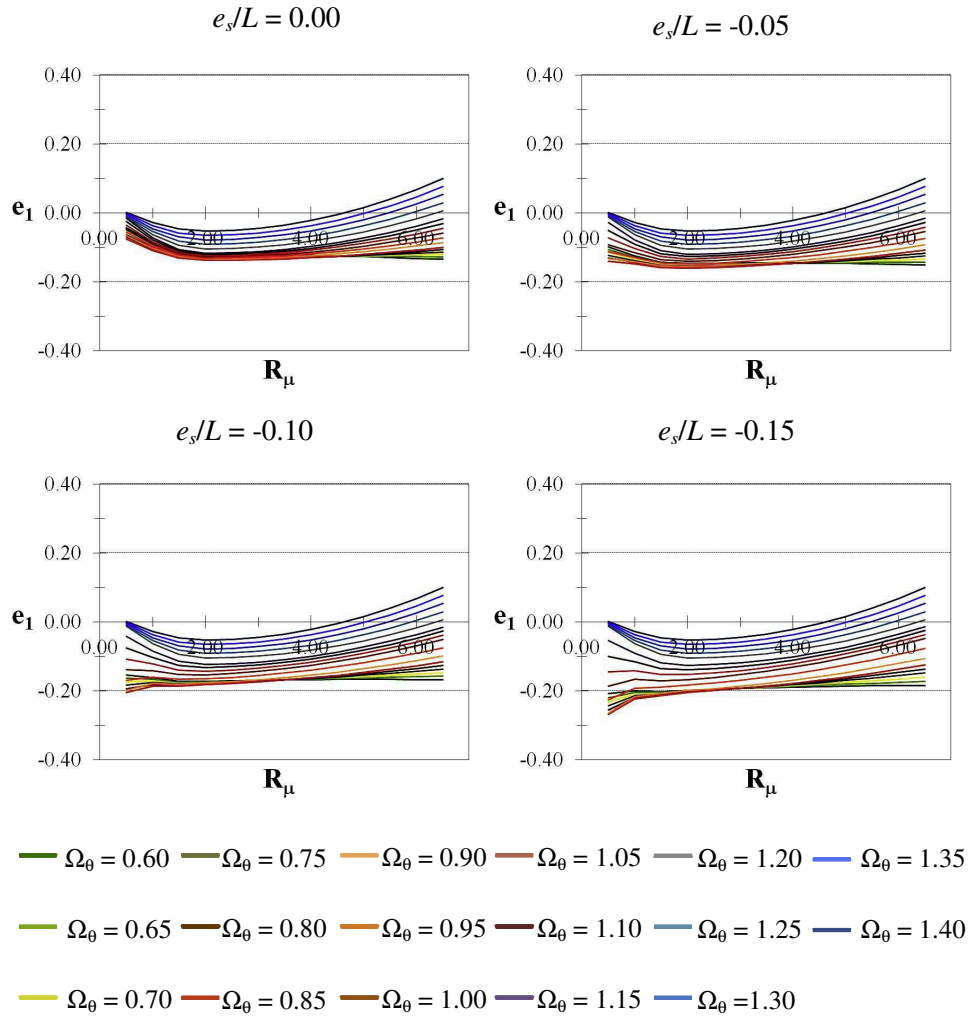


Fig. 7.12. Eccentricità correttiva  $e_1$  al variare di  $R_\mu$  per diversi valori di  $\Omega_\theta$  e per diverse eccentricità delle resistenze  $e_s$  in corrispondenza ad una eccentricità delle rigidezze  $e_r = 0.15L$ .

dente superficie in Fig. 7.14.

Per quanto attiene all'eccentricità  $e_2$ , deputata a cogliere lo spostamento dinamico sul lato flessibile, si registra il medesimo andamento decrescente fino ad  $R_\mu=2.00$  e successivamente crescente, con valori, nel campo di  $\Omega_\theta$  considerati, negativi fino ad  $R_\mu=4.00$  circa e successivamen-

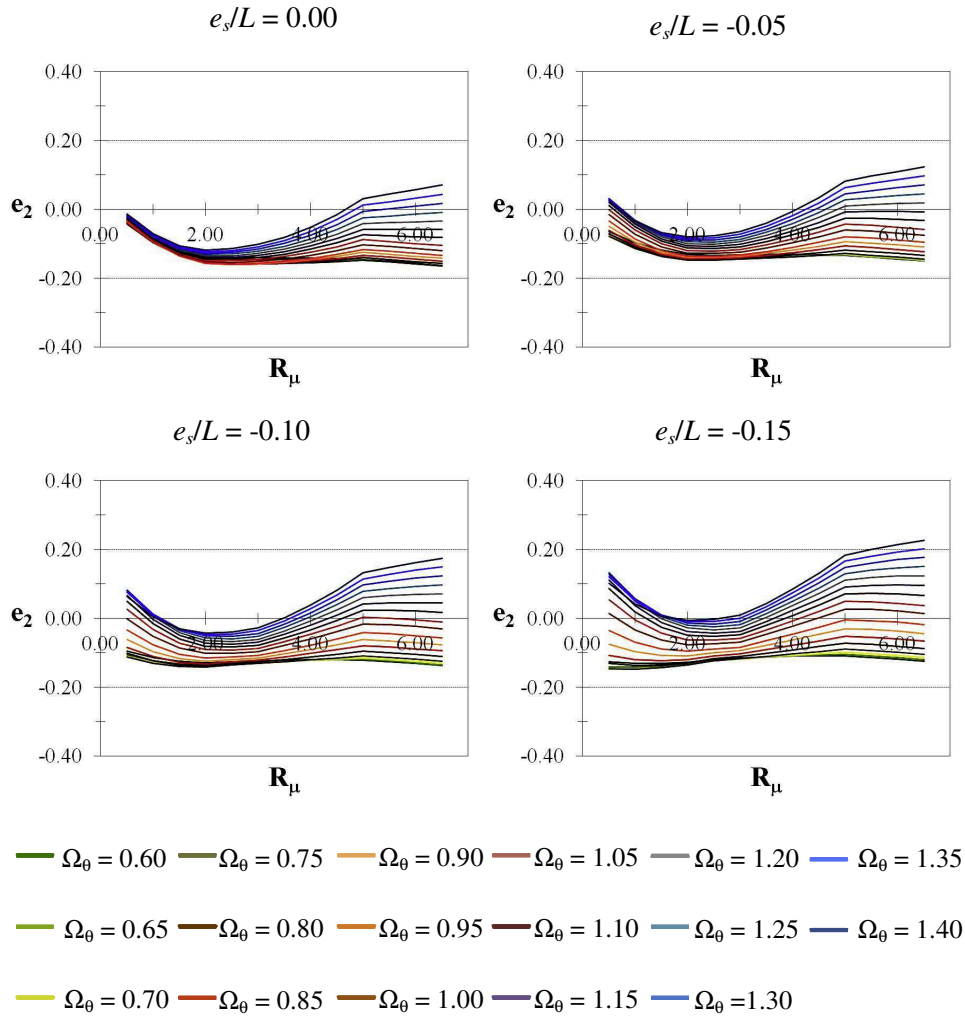


Fig. 7.13. Eccentricità correttiva  $e_2$  al variare di  $R_\mu$  per diversi valori di  $\Omega_\theta$  e per diverse eccentricità delle resistenze  $e_s$  in corrispondenza ad una eccentricità delle rigidezze  $e_r = 0.15L$ .

te positivi. Ciò corrisponde ad una eccentricità  $e_2$  praticamente nulla, con posizione del relativo punto di applicazione CF2 delle forze sismiche pressoché coincidente con il centro delle masse per valori di  $R_\mu$  prossimi a 4.00, esattamente come avviene per i sistemi più impegnati in campo plastico fra quelli analizzati come lo schema *SST-G2*. Al crescere di  $\Omega_\theta$  per sistemi sempre più torsio-rigidi le curve tendono a "traslare" verso l'alto comportando, a parità di impegno plastico: nell'intervallo di  $R_\mu$  compreso fra 1.7 e 2.5, eccentricità  $e_2$  sempre minori; viceversa valori sempre maggiori e positivi per  $R_\mu$  maggiore di 2.5, con un conseguente spostamento del punto CF2 più a destra del centro delle masse CM in direzione del lato flessibile, come ben visibile anche dalla superficie nello spazio in Fig. 7.15.

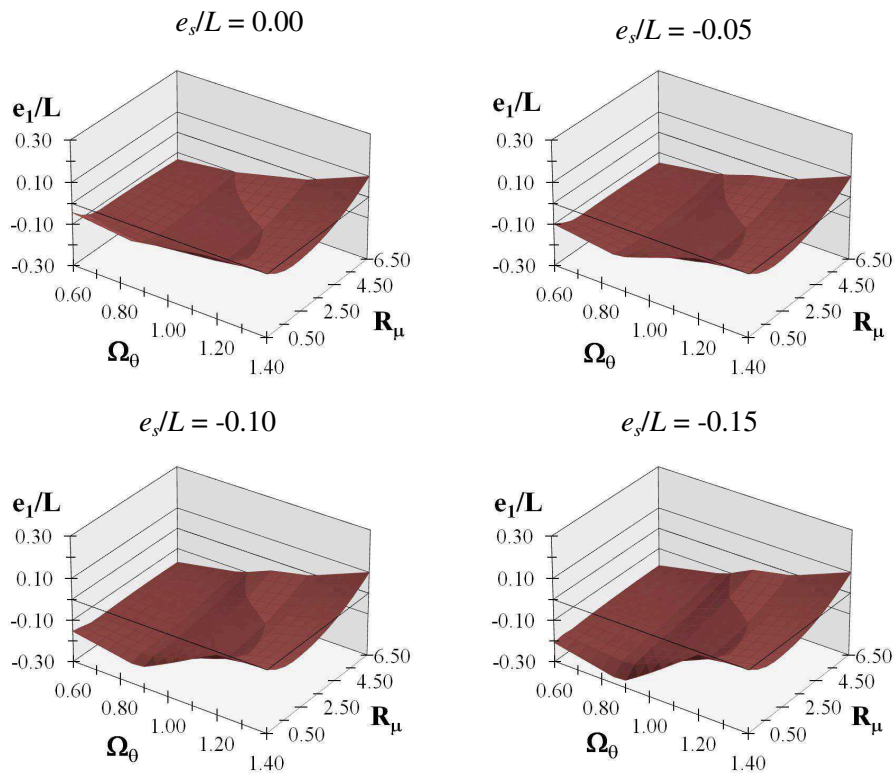


Fig. 7.14. Eccentricità correttiva  $e_1$  al variare di  $R_\mu$  e di  $\Omega_\theta$  per diverse eccentricità delle resistenze  $e_s$  in corrispondenza ad una eccentricità delle rigidezze  $e_r = 0.15L$ .



Le tendenze sopra descritte sono ben rappresentate in Fig. 7.11.2 dai due sistemi strutturali *SST-G1* ed *SST-G2*, corrispondenti al medesimo edificio *SST-G* diversamente impegnato in campo plastico. Il primo di essi, corrispondente ad un più basso  $R_\mu$  pari a 2.631, è caratterizzato da un'eccentricità  $e_1$  negativa abbastanza grande in valore assoluto e prossima all'eccentricità delle rigidezze  $e_r$ ; mentre l'eccentricità  $e_2$  risulta negativa ed abbastanza bassa. Nel secondo schema, avente  $R_\mu$  pari a 4.163, l'eccentricità  $e_1$ , ancora negativa, si è però ridotta in valore assoluto, mentre l'eccentricità  $e_2$  è ora positiva con un valore ancora modesto.

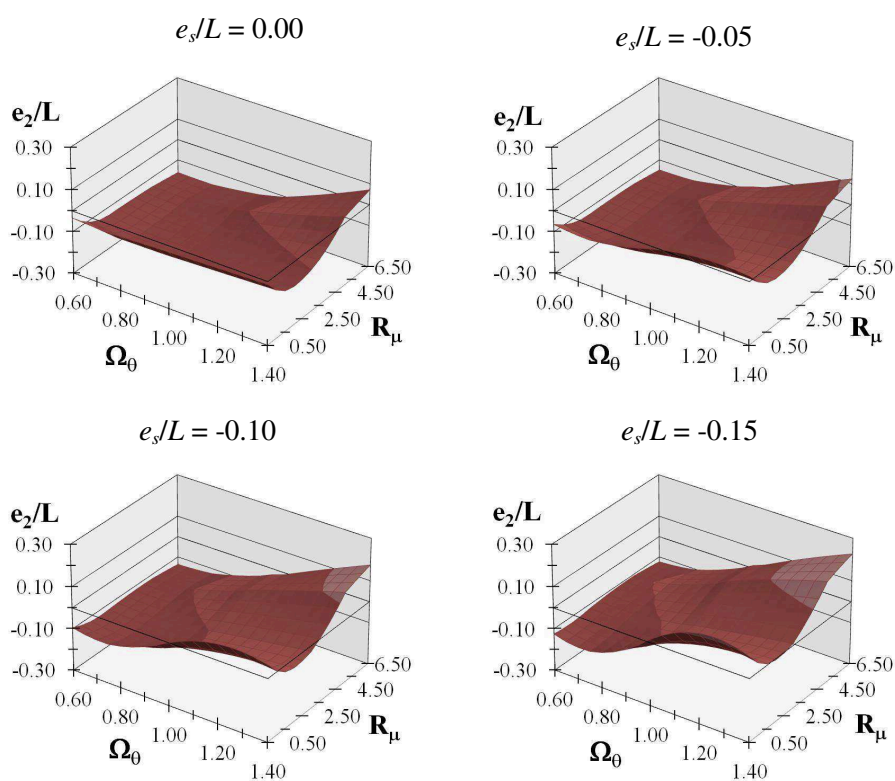


Fig. 7.15. Eccentricità correttiva  $e_2$  al variare di  $R_\mu$  e di  $\Omega_\theta$  per diverse eccentricità delle resistenze  $e_s$  in corrispondenza ad una eccentricità delle rigidezze  $e_r = 0.15L$ .

Alla luce di queste considerazioni l'idea messa in atto è quella di porre un limite nelle formule delle eccentricità correttive sui due lati dell'impalcato, riconoscendo tale limite proprio nel valore  $R_\mu=2.00$ , che massimizza tali eccentricità. In altre parole si assume che per  $R_\mu \leq 2.00$ , le eccentricità correttive siano rappresentate dalle leggi analitiche per esse inizialmente determinate, mentre per  $R_\mu \geq 2.00$  esse siano costantemente pari al valore che da quelle formule deriva per  $R_\mu=2.00$ .

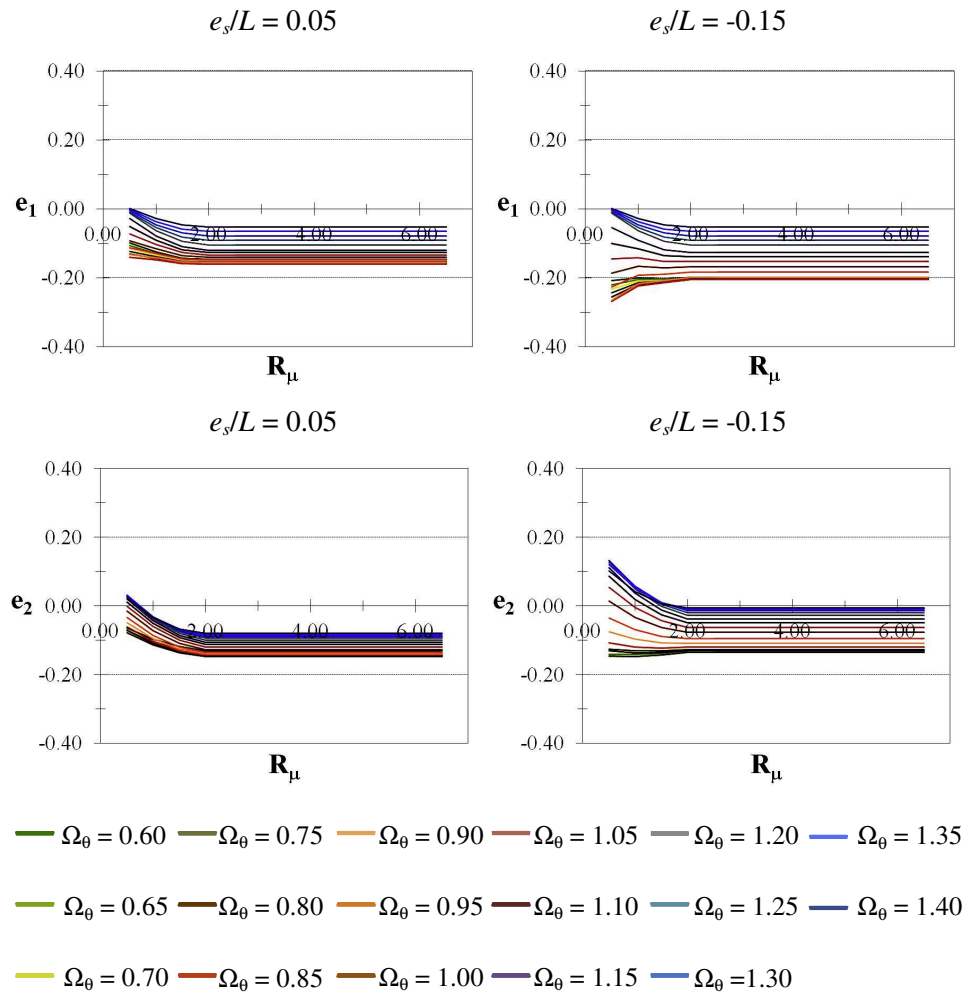


Fig. 7.16. Eccentricità correttive  $e_1$  ed  $e_2$  al variare di  $R_\mu$  per diversi valori di  $\Omega_\theta$  e per due valori di  $e_s$  ( $e_s=-0.05L$  ed  $e_s=-0.15L$ ) in corrispondenza ad una eccentricità delle rigidezze  $e_r = 0.15L$ .

L'andamento più regolare, che in tal modo rappresenta le eccentricità correttive al variare di  $R_\mu$  e per diversi  $\Omega_0$  è rappresentato in Fig. 7.16 per un'eccentricità delle rigidezze ancora pari a  $e_r=-0.15L$  e per due distinte eccentricità delle resistenze,  $e_s=-0.05L$  ed  $e_s=-0.15L$ .

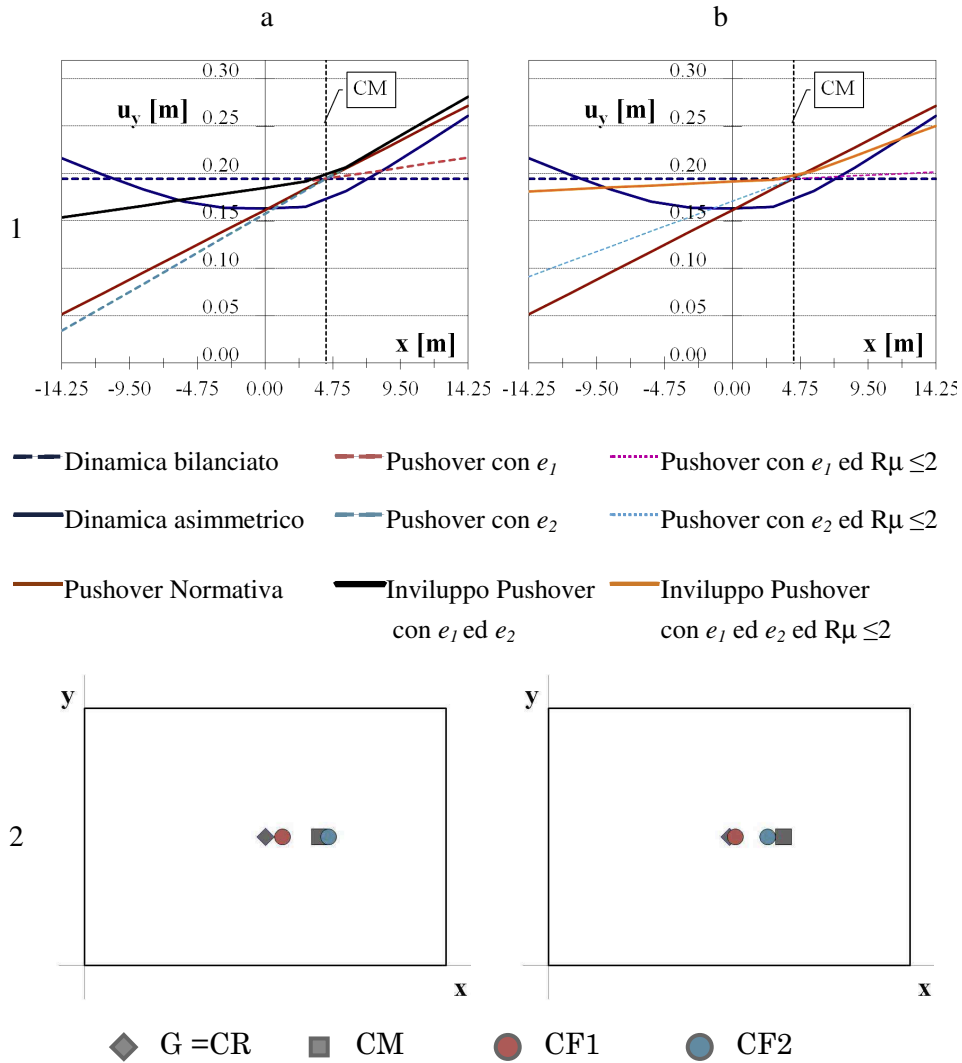


Fig. 7.17. Edificio SST-G2: Previsione dei massimi spostamenti assoluti per dei punti del quinto impalcato (1) e posizione dei punti di applicazione delle forze statiche (2) senza (a) e con limite superiore sul valore di  $R_\mu$  (b).

Si rappresentano inoltre in Fig. 7.17.1 la previsione degli spostamenti assoluti dei punti del quinto impalcato secondo l'involuppo con due eccentricità correttive, nella sua formulazione originaria (Fig. 7.17.1.a) e nella sua versione modificata con limite superiore sul valore del rapporto  $R_{\mu}$  (curva in arancio in Fig. 7.17.1.b).

È immediato osservare un miglioramento nella stima degli spostamenti dinamici sul lato rigido: l'entità della sottostima pari al 76% con l'approccio normativo, ridotta al 29% con l'involuppo con eccentricità

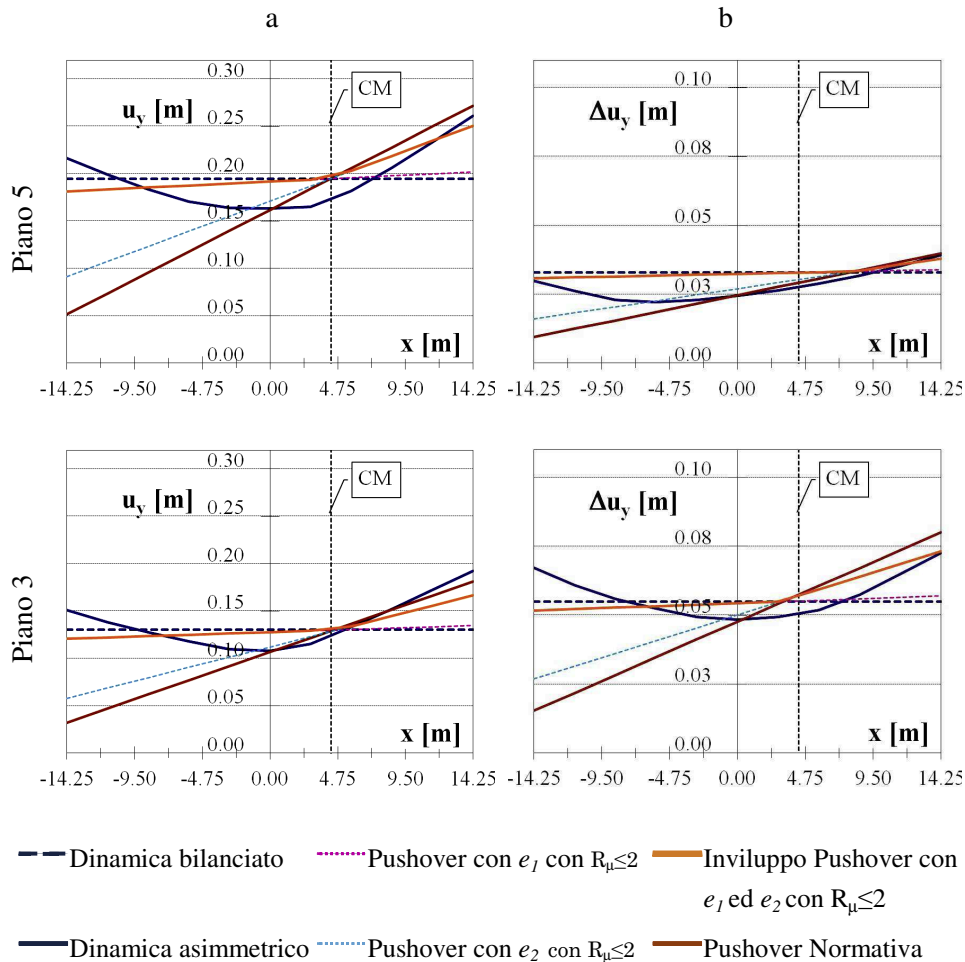


Fig. 7.18. Edificio *SST-G2*: diagrammi dei massimi spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) dei punti del terzo e del quinto impalcato: confronti fra analisi dinamica, metodo proposto con  $R_{\mu} \leq 2$  ed approccio normativo.

correttive, si è ulteriormente ridotta al 16% ponendo un limite al valore assunto dal parametro  $R_{\mu}$ . D'altro canto la limitazione sul valore di  $R_{\mu}$  introduce una piccola sottostima degli spostamenti sul lato flessibile, pari al 4% circa, in luogo delle lievi sovrastime del medesimo ordine che in precedenza si ottenevano tanto con l'approccio normativo quanto con l'applicazione del metodo proposto secondo la formulazione originaria.

La posizione dei punti di applicazione CF1 e CF2 delle forze sismiche sul generico impalcato nel caso di previsione con eccentricità corret-

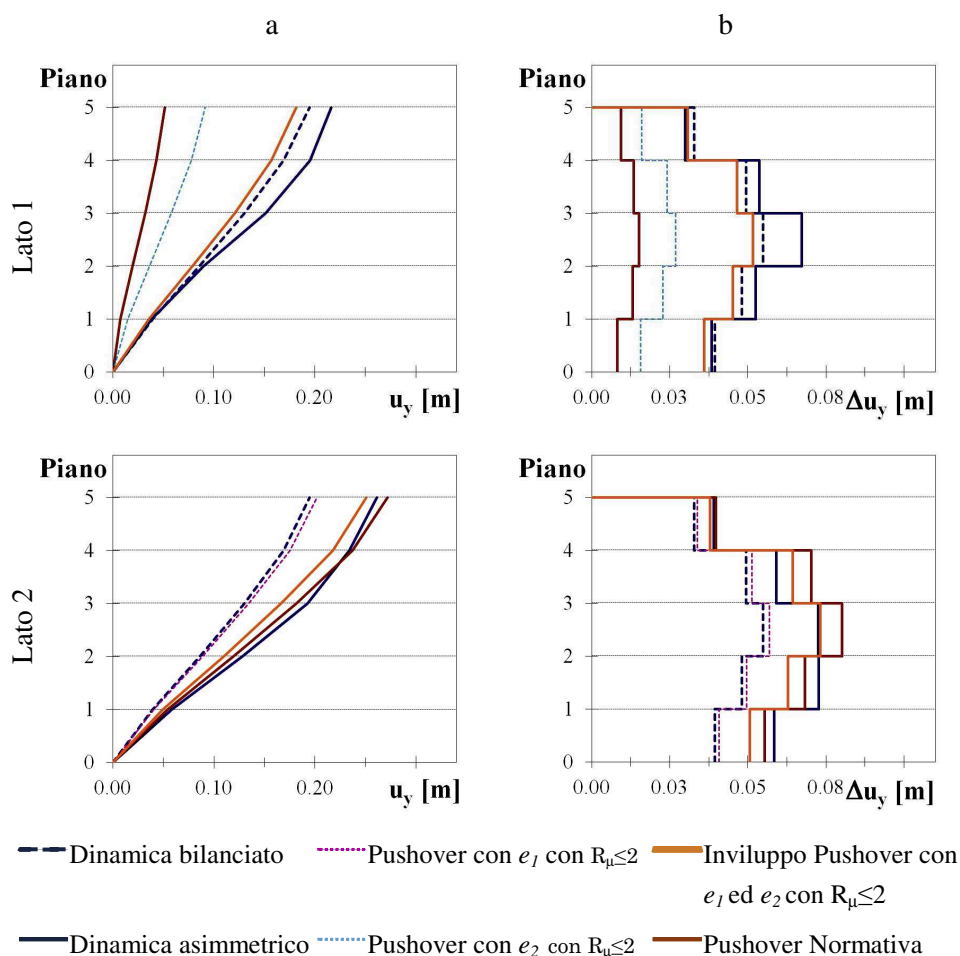


Fig. 7.19. Edificio *SST-G2*: Profili in altezza degli spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: confronti fra analisi dinamica, metodo proposto con  $R_{\mu} \leq 2$  ed approccio normativo.

tive senza e con limitazione sul valore di  $R_{\mu}$  è raffigurata in Fig. 7.17.2.

Infine una rappresentazione più completa dei risultati ottenuti per l'edificio *SST-G2* in oggetto applicando la variante al metodo in questo paragrafo descritta si ritrova nelle Fig. 7.18 e 7.19 rispettivamente in termini di distribuzione planimetrica al terzo e quinto piano ed altimetrica degli spostamenti assoluti e di interpiano. Come si può ben vedere la riduzione delle sottostime sul lato rigido rispetto al metodo originario riguarda l'intero sviluppo in altezza dell'edificio. Sul lato flessibile invece si introducono delle piccole sottostime degli spostamenti assoluti a tutti i piani, mentre per gli spostamenti di interpiano la stima, a sfavore di sicurezza ai primi due piani ed al quinto, è invece lievemente conservativa ai piani terzo e quarto.

Naturalmente un'applicazione di questa variante al metodo è stata effettuata su tutti gli edifici esaminati, valutandone l'accuratezza nella descrizione della risposta del sistema in termini di errori percentuali commessi sui due lati dell'impalcato, come si vedrà in seguito.

Si riportano in tabella 7 i valori delle eccentricità correttive valutati per gli edifici in oggetto secondo la variante al metodo sopra illustrata.

Tab. 7 – Eccentricità correttive con  $R_{\mu}=2.00$  per gli edifici analizzati

Sigla	Tipo progetto	PGA/g	Previsione spostamenti assoluti		Previsione spostamenti relativi	
			$e_1/L$	$e_2/L$	$e_1/L$	$e_2/L$
<b>SG-P</b>	carichi gravitazionali	0.20	-0.0546	-0.0242	-0.0546	-0.0242
<b>SG-G</b>	carichi gravitazionali	0.20	-0.1638	-0.0727	-0.1638	-0.0727
<b>SST-P1</b>	antisismico	0.25	-0.0447	-0.0147	-0.0447	-0.0147
<b>SST-G1</b>	antisismico	0.25	-0.1341	-0.0442	-0.1341	-0.0442
<b>SSR-P1</b>	antisismico	0.25	-0.0275	0.0058	-0.0275	0.0059
<b>SSR-G1</b>	antisismico	0.25	-0.0833	0.0166	-0.0833	0.0166
<b>SST-P2</b>	antisismico	0.4275	-0.0447	-0.0147	-0.0447	-0.0147
<b>SST-G2</b>	antisismico	0.4275	-0.1341	-0.0442	-0.1341	-0.0442
<b>SSR-P2</b>	antisismico	0.4275	-0.0273	0.0061	-0.0268	0.0067
<b>SSR-G2</b>	antisismico	0.4275	-0.0829	0.0170	-0.0829	0.0170

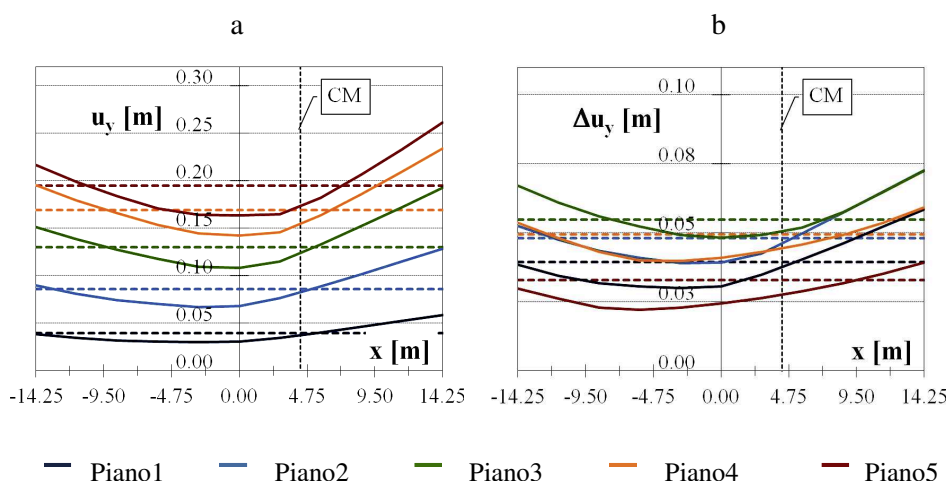


Fig. 7.20. Edificio *SST-G2*: Diagrammi dei massimi spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) ai vari piani come medie dei diagrammi relativi alle singole coppie accelerometriche per schema asimmetrico e bilanciato.

#### 4. Seconda variante al metodo

Una seconda variante al metodo originario deriva da due considerazioni generali. La prima di esse riguarda la forma del diagramma degli spostamenti dinamici dell'asimmetrico in relazione a quello del suo bilanciato ai vari piani, tanto per gli spostamenti assoluti quanto per quelli di interpiano. Come si può notare in Fig. 7.20 per l'edificio *SST-G2* di cui sopra, in generale sul lato rigido l'amplificazione degli spostamenti connessa alla rotazione non è particolarmente significativa ai vari piani né per gli spostamenti assoluti né per quelli relativi.

Ciò in realtà riguarda non solo l'edificio su cui ora si sta focalizzando l'attenzione, ma il complesso degli edifici in questo studio analizzati. Inoltre, come già più volte osservato in precedenza, in tutta una zona di punti interni dell'impalcato il diagramma degli spostamenti dinamici dell'asimmetrico è sovrastato dal corrispondente diagramma del bilanciato. Tale zona si estende da ascisse prossime al lato rigido e talvolta con questo coincidenti fino almeno al centro delle masse, spesso anche

oltre la sua posizione. In ragione di ciò, come si può ben vedere in Fig. Fig. 7.20.a, il diagramma degli spostamenti dinamici del bilanciato costituisce già una buona stima del corrispondente diagramma dell'asimmetrico in tutta la zona dell'impalcato compresa fra il lato rigido ed il centro delle masse. Esso conduce a previsioni a favore di sicurezza per quasi l'intera zona sopra individuata, con eventuali piccole sottostime unicamente in prossimità del lato rigido per un tratto di norma relativamente breve. Si nota inoltre che una analisi statica non lineare dello schema bilanciato, per la particolare scelta fatta sul modello di carico, è in grado di riprodurre su questo schema il suo profilo degli spostamenti dinamici. Pertanto la pushover del sistema bilanciato, con il modello di carico appositamente elaborato per questo studio, restituisce ai vari livelli i diagrammi degli spostamenti dinamici dello stesso sistema bilanciato. Una seconda osservazione scaturisce invece dai confronti fra analisi dinamica non lineare, metodo proposto e normativa per il complesso degli edifici analizzati, confronti qui presentati per tutti i sistemi strutturali a grande eccentricità nelle Fig. 7.1, 7.2, 7.3, 7.4 e 7.5 per quanto attiene alle distribuzioni in pianta degli spostamenti e nelle Fig. 7.6, 7.7, 7.8, 7.9 e 7.10 per le distribuzioni in altezza. Si è potuto sempre notare in tutti i casi che le stime degli spostamenti, assoluti e di interpiano, sul lato flessibile ottenute con l'approccio proposto migliorano un po' le previsioni di normativa, che peraltro su tale estremo dell'impalcato risultano già pienamente accettabili. Alla luce delle due precedenti considerazioni si è ritenuto dunque utile proporre un metodo statico non lineare ancora una volta basato sull'involuppo di due analisi pushover distinte. Questa volta però non si tratta più di analisi statiche non lineari con applicazione di forze in due punti CF1 e CF2, la cui posizione rispetto al centro delle masse del generico impalcato deve essere valutata a mezzo di una formulazione matematica ben precisa. Piuttosto si tratta di una pushover con forze nel centro delle masse, capace di cogliere con buona approssimazione gli spostamenti dinamici sul lato flessibile, e di una pushover del sistema bilanciato, che invece per quanto detto conduce ad una buona stima, quasi ovunque a favore di sicurezza, dell'intera zona dell'impalcato compresa fra il lato rigido ed il centro delle masse. Il metodo qui proposto è stato naturalmente applicato



all'intero complesso degli edifici analizzati in questo studio ed i risultati ottenuti verranno successivamente presentati in forma sintetica. Nel seguito si propongono gli esiti di questa applicazione al solo edificio *SST-G2* già preso in considerazione in precedenza ed identificato come l'esempio in cui il metodo originariamente proposto si dimostra meno efficace. In particolare in Fig. 7.21 si propongono i risultati in termini di distribuzioni planimetriche degli spostamenti assoluti e relativi, in Fig. 7.22 sono invece riportati i profili in altezza.

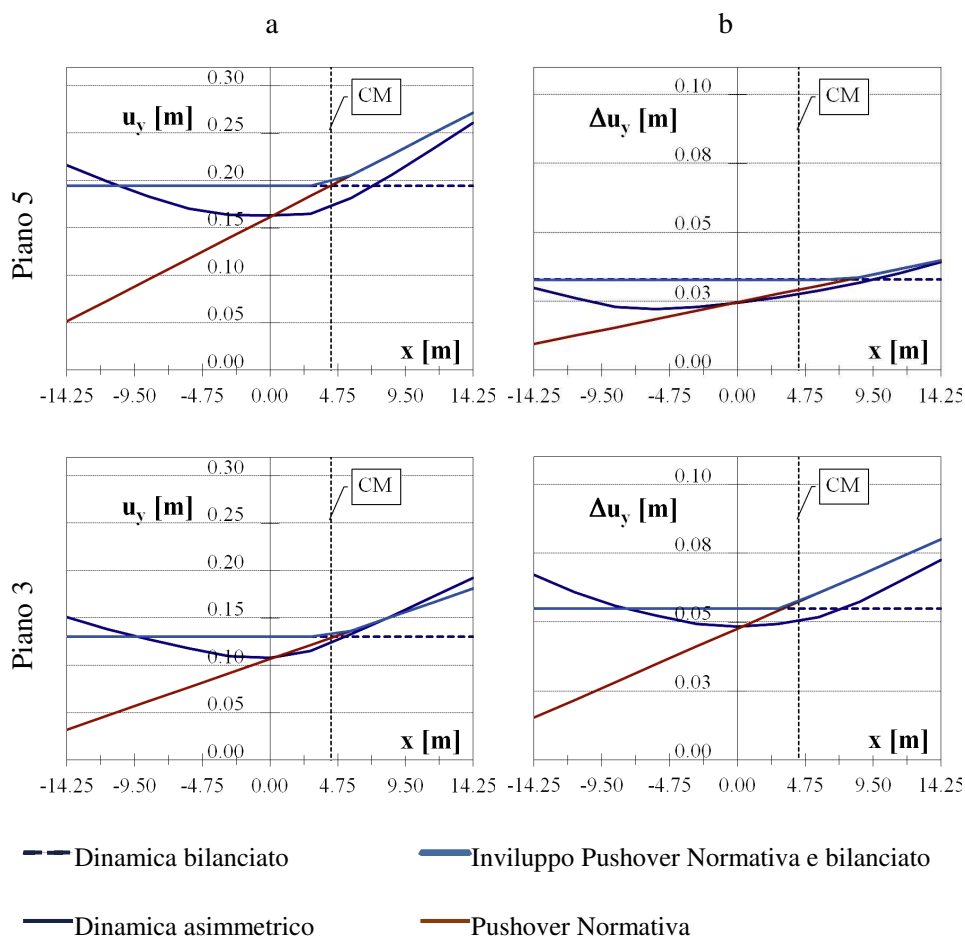


Fig. 7.21. Edificio *SST-G2*: diagrammi dei massimi spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) dei punti del terzo e del quinto impalcato: confronti fra analisi dinamica, seconda variante al metodo originario ed approccio normativo.

Confrontando le Fig. 7.21 e 7.18 si può notare come le stime degli spostamenti sul lato rigido, sia assoluti sia di interpiano, siano ulteriormente migliorate rispetto alla prima variante al metodo originario proposta. In particolare al quinto piano, a fronte di una sottostima del 16%, si trova un errore a sfavore di sicurezza del 10%.

Analoghe considerazioni possono poi ripetersi sia per il terzo piano sia per gli spostamenti di interpiano. Sul lato flessibile, a differenza che nella prima variante al metodo, gli spostamenti dinamici sono di norma

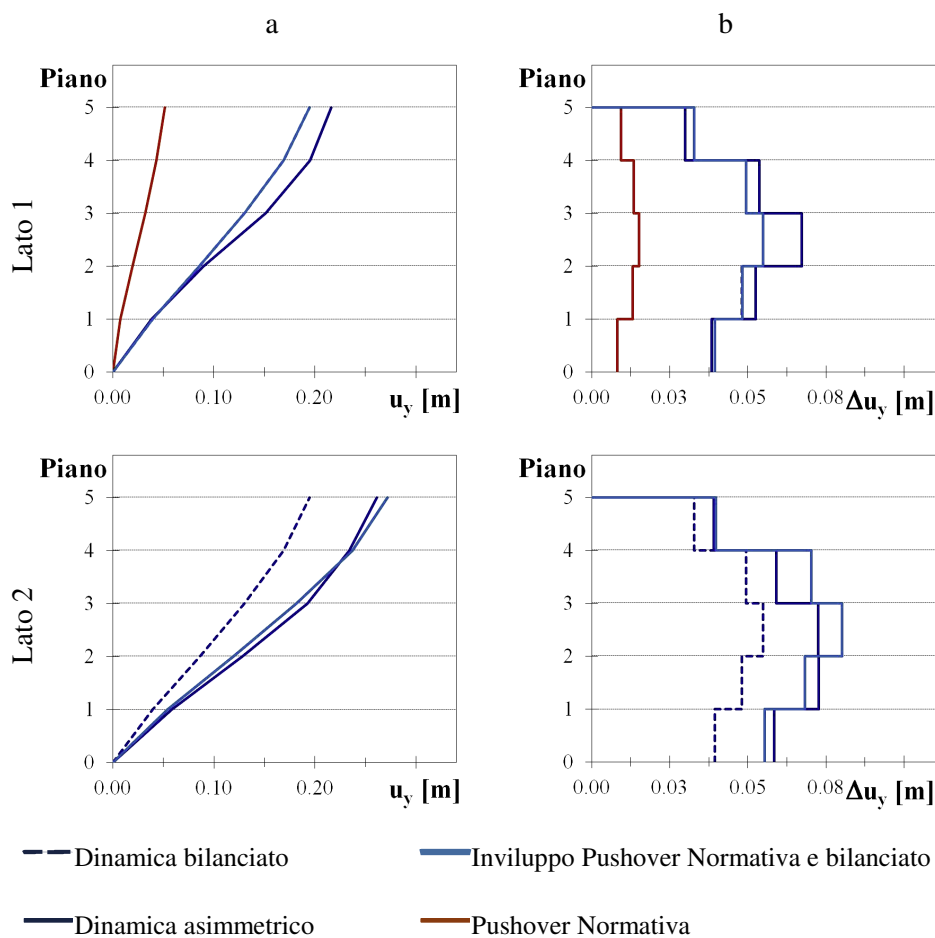


Fig. 7.22. Edificio *SST-G2*: Profili in altezza degli spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: confronti fra analisi dinamica, seconda variante al metodo originario ed approccio normativo.

lievemente sovrastimati ed eventuali sottostime, che come si vede in Fig. 7.22.2, si riscontrano ai primi tre piani per gli spostamenti assoluti ed ai primi due per quelli relativi, sono di modesta entità.

Il principale pregio di questo metodo è la sua estrema semplicità. Esso infatti non comporta l'esecuzione di alcun calcolo per la determinazione dei punti di applicazione delle forze, né tanto meno lo svolgimento di analisi preventive per l'individuazione dei valori assunti dai parametri  $e_r$ ,  $\Omega_0$ ,  $e_s$  ed  $R_{\mu}$ , la cui valutazione non è richiesta da questo metodo. A fronte della sua semplicità il metodo si è rivelato assai efficiente nella stima della risposta torsionale dei sistemi strutturali esaminati. Va peraltro osservato che il suo buon funzionamento è fondato sulle considerazioni fatte all'inizio di questo paragrafo circa la relazione intercorrente fra i diagrammi dei massimi spostamenti dinamici del sistema asimmetrico e del suo corrispondente bilanciato. In particolare un diagramma degli spostamenti dinamici caratterizzato da modeste amplificazioni degli spostamenti sul lato rigido giustifica l'utilizzo del metodo, in quanto quest'ultimo conduce su questo estremo dell'impalcato a sottostime degli spostamenti dinamici basse e più che accettabili. Questo è quanto osservato nelle Fig. 7.21 e 7.22 per il sistema *SST-G2*, caratterizzato da un parametro  $\Omega_0$  prossimo all'unità, come peraltro avviene per tutti gli edifici esaminati. In realtà valori più bassi di  $\Omega_0$ , tipici di sistemi altamente torsio-flessibili, di norma si accompagnano a non trascurabili amplificazioni dello spostamento per effetto della rotazione anche sul lato rigido: in questi casi la variante al metodo che qui si descrive condurrebbe a previsioni della domanda di spostamento sul lato rigido coincidenti con lo spostamento del sistema bilanciato e dunque eccessivamente a sfavore di sicurezza. Viceversa la risposta dinamica in termini di spostamento di sistemi fortemente torsio-rigidi, con più alti  $\Omega_0$ , di regola esibisce rilevanti deamplificazioni degli spostamenti rispetto al corrispondente schema bilanciato: per questi sistemi la previsione effettuata con la procedura in questo paragrafo illustrata può rivelarsi troppo conservativa. Sistemi altamente torsio-rigidi o torsio-flessibili si ottengono ad esempio con una distribuzione più o meno centrifugata dei telai controventati in una struttura mista in acciaio, costituita sia da telai a nodi rigidi sia da telai controventati, oppure in

una struttura in cemento armato a telaio e pareti. In realtà per gli edifici a struttura intelaiata in cemento armato, quali quelli oggetto di questo studio e che costituiscono una tipologia strutturale assai diffusa, risulta abbastanza difficile, discostarsi dall'unità per il parametro  $\Omega_0$ , pur variando la filosofia di progetto come fatto nell'ambito del presente studio. Quindi in definitiva il limite di questo metodo risiede nel fatto che esso non è di applicabilità generale a qualunque tipo di sistema strutturale. Per contro risulta assai affidabile nella previsione della domanda di spostamento di edifici planimetricamente irregolari a struttura intelaiata in cemento armato, per i quali è ragionevole supporre valori del parametro  $\Omega_0$  prossimi all'unità ed un comportamento dinamico del tipo illustrato in Fig. 7.20. In tali casi l'alternativa al metodo originario sopra descritta risulta assai vantaggiosa per la sua estrema semplicità. Va infine ricordato che, in questo studio si è utilizzato un particolare modello di carico adattivo, la cui articolata determinazione è stata illustrata nel precedente capitolo sull'applicazione del metodo. Si è già osservato in quella sede come un tale profilo di carico non costituisca una proposta da abbinare alla correzione in pianta a mezzo di eccentricità correttive; esso piuttosto è finalizzato unicamente a depurare i risultati delle indagini condotte in questo studio dagli errori connessi alla distribuzione in elevazione del carico laterale. Ora, se tale modello di carico, per sua stessa costruzione, assicura la coincidenza piano per piano degli spostamenti statici del bilanciato, ottenuti in esito ad analisi pushover, con i suoi spostamenti dinamici, viceversa una tale coincidenza non è più garantita nel caso di differenti profili di forze. L'uso dunque di un profilo di forze diverso da quello qui definito potrebbe condurre in generale a risultati più approssimati e meno accurati di quelli ottenuti in questo studio. D'altra parte la determinazione di una opportuna distribuzione del carico lungo l'altezza costituisce una ulteriore questione ed in questa sede si mira unicamente a fornire delle proposte per una buona correzione in pianta della risposta statica non lineare degli edifici: l'obbiettivo è che tali proposte, se associate a validi suggerimenti circa la determinazione del modello di carico, siano in grado di fornire previsioni della risposta dinamica abbastanza accurate

da giustificare un utilizzo alternativo all'analisi dinamica non lineare stessa.

### 5. Terza variante al metodo

La terza ed ultima proposta, un po' più articolata delle precedenti, scaturisce dalle considerazioni fatte sopra circa la seconda variante al metodo originario, illustrata nel precedente paragrafo. Si è evidenziato come sul lato flessibile già l'approccio normativo conduca a buone stime della domanda di spostamento, ulteriormente migliorate nel caso di in-viluppo secondo il metodo proposto grazie alla correzione con l'eccentricità  $e_2$ . L'introduzione di un limite superiore per il rapporto  $R_{\mu}$  nelle formule che esprimono le eccentricità correttive, come in seguito suggerito, conduce in realtà su questo estremo dell'impalcato a sottostime, seppure di modesta entità, della risposta, che invece con gli altri due metodi veniva in genere lievemente sovrastimata. Più problematica risulta essere, come visto in precedenza, la previsione della domanda sismica di spostamento sul lato rigido. Qui si registrano sempre delle sottostime, inaccettabili nel caso di approccio normativo (variano dal 50% al 100% circa), molto più contenute ma ancora elevate (circa 30% al quinto piano) nel caso di correzione a mezzo dell'eccentricità  $e_1$  secondo la sua originaria formulazione, ancora più basse nel caso di eccentricità  $e_1$  valutata ponendo un limite superiore al valore di  $R_{\mu}$  (16% circa al quinto piano), infine minime nel caso di pushover del sistema bilanciato (10% circa al quinto piano). In definitiva un primo bilancio tra accuratezza dei risultati ed onere computazionale renderebbe, sulla base dei risultati in questo studio osservati, competitivo il metodo semplificato descritto nel precedente paragrafo 4. Nello stesso paragrafo si sono però messi in luce i limiti di questo metodo e se ne è individuato il campo di applicabilità, peraltro abbastanza esteso, nell'insieme degli edifici a struttura intelaiata in cemento armato, caratterizzati da valori prossimi all'unità del parametro  $\Omega_0$  e spostamenti dinamici sul lato rigido degli schemi asimmetrico e bilanciato non troppo discosti fra loro. Si vuole ora definire una proposta più articolata, che possa costituire una soluzione di carattere generale, come il metodo originariamente proposto,

ma al tempo stesso si riveli cautelativa in tutte quelle situazioni, come quella dell'esempio *SST-G2*, in cui l'inviluppo con eccentricità correttive nella sua iniziale formulazione conduce comunque a stime a sfavore di sicurezza non trascurabili sul lato rigido.

Si è pensato dunque di congiungere la generalità del metodo originario con i benefici derivanti per i sistemi con  $\Omega_0$  prossimo ad uno, come quelli analizzati in questo studio, dall'utilizzo della pushover dello schema bilanciato. L'inviluppo con eccentricità correttive nella sua prima ver-

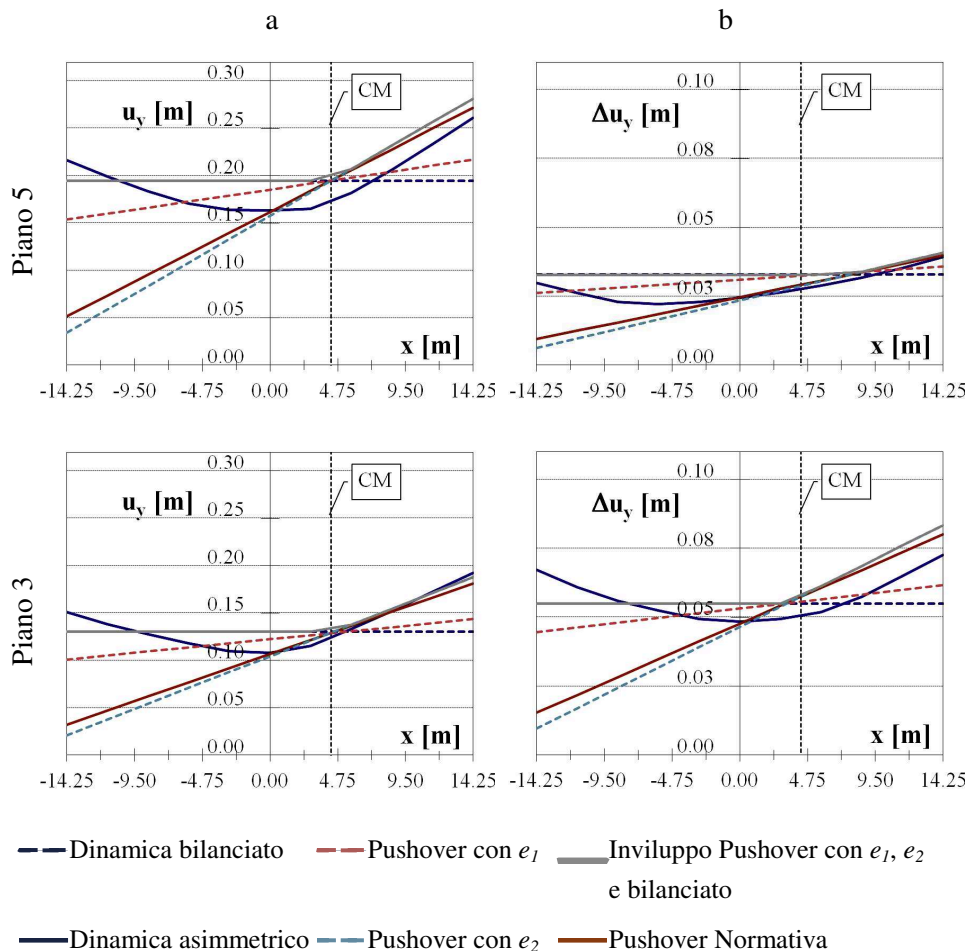


Fig. 7.23. Edificio *SST-G2*: diagrammi dei massimi spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) dei punti del terzo e del quinto impalcato: confronti fra analisi dinamica, terza variante al metodo originario ed approccio normativo.

sione infatti risulta estendibile anche a sistemi altamente torsio-flessibili o torsio-rigidi, in quanto anche su di essi sono state calibrate le eccentricità correttive durante gli studi sugli schemi semplificati mono-piano.

D'altra parte la pushover del bilanciato fornisce stime più cautelative della domanda di spostamento sul lato rigido per i sistemi con  $\Omega_\theta$  prossimo all'unità, aventi dunque un comportamento intermedio tra torsio-rigidi e torsio-flessibili. In definitiva si propone un involucro di tre ana-

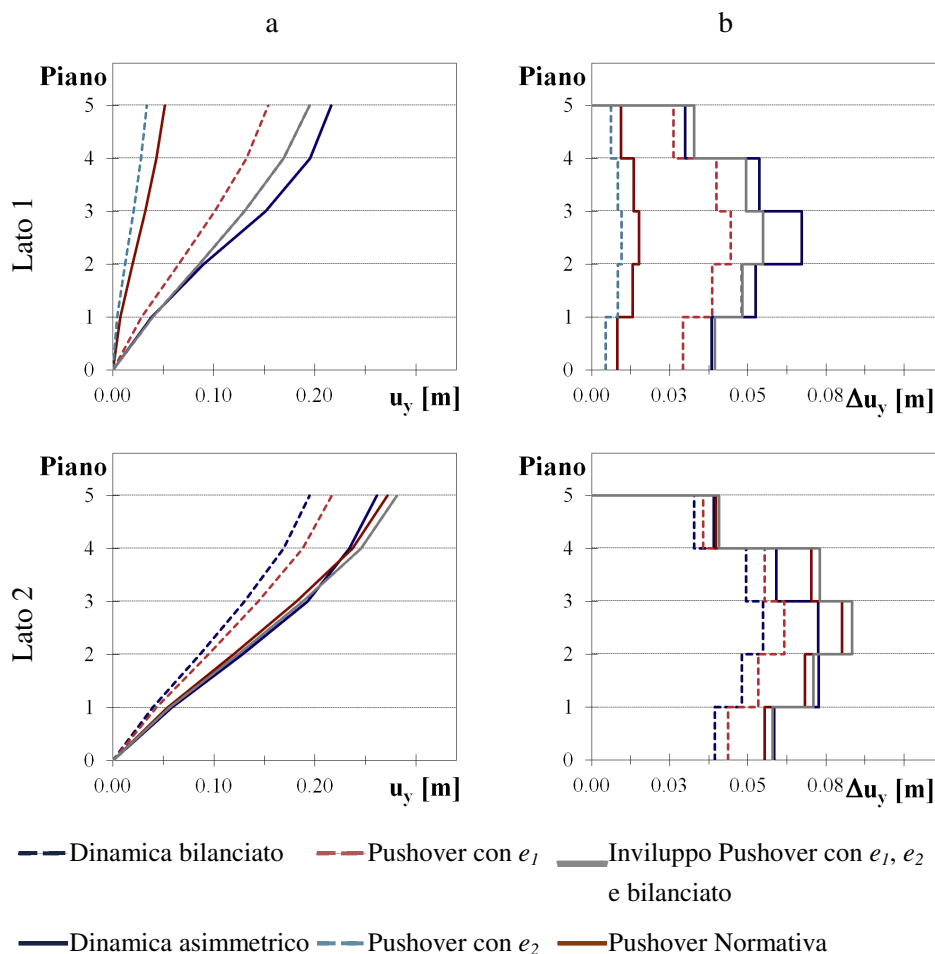


Fig. 7.24. Edificio SST-G2: Profili in altezza degli spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: confronti fra analisi dinamica, terza variante al metodo originario ed approccio normativo.

lisi statiche non lineari distinte: due pushover dello schema asimmetrico con eccentricità correttive  $e_1$  ed  $e_2$  valutate secondo la originaria formulazione del metodo ed una pushover dello schema bilanciato.

Il metodo in questo paragrafo descritto è stato applicato a tutti gli edifici presi in esame in questo studio ed i relativi risultati verranno illustrati nel seguito attraverso grafici sintetici.

In Fig. 7.23 sono riportati per l'edificio *SST-G2* i risultati in termini di distribuzioni planimetriche degli spostamenti assoluti e relativi, in Fig. 7.24 quelli in termini di profili di spostamento in altezza.

Sul lato rigido dell'edificio in esame l'inviluppo delle tre pushover (curva continua in grigio) coincide a tutti i piani con la pushover del bilanciato e dunque con il diagramma ottenuto applicando la seconda variante al metodo descritta nel precedente paragrafo 4 (curva continua in azzurro nelle Fig. 7.21 e 7.22). Le sottostime sono dunque le medesime riscontrate in quel caso, con un errore a sfavore di sicurezza del 10% al quinto impalcato. Viceversa sul lato flessibile a tutti i livelli la previsione con questo metodo risulta ovviamente coincidente con quella ottenuta utilizzando l'eccentricità correttiva  $e_2$  e dunque con l'inviluppo originario con le due eccentricità correttive inizialmente proposto (curva continua in nero in Fig. 7.4 e 7.9). Si giunge in tal caso su questo estremo a stime un po' più conservative, sempre pienamente accettabili, di quelle ottenute con l'inviluppo della pushover di normativa e di quella dello schema bilanciato (curva continua in azzurro nelle Fig. 7.21 e 7.22): ad esempio al quinto piano si ha una sovrastima dell'8% invece che del 4%, al terzo piano una sottostima del 6% si riduce al 3%.

## 6. Confronto fra i metodi statici non lineari proposti

Un confronto diretto fra i vari metodi statici non lineari su esposti viene qui presentato in forma dettagliata sempre per l'edificio *SST-G2*, con riferimento al quale sono stati descritti in precedenza. In particolare in Fig. 7.25 sono riportati gli andamenti lungo l'impalcato degli spostamenti assoluti e di interpiano al terzo e quinto livello nel caso di analisi dinamica non lineare dello schema asimmetrico (curva continua in blu), analisi dinamica non lineare del corrispondente schema bilanciato (li-



nea tratteggiata in blu), pushover di normativa senza eccentricità del carico (curva continua in marrone), involuppo delle due pushover con eccentricità correttive secondo la loro originaria formulazione (curva continua in nero), involuppo delle due pushover con eccentricità correttive valutate ponendo un limite superiore al valore di  $R_{\mu}$  (curva continua in arancio), involuppo fra pushover di normativa e pu-

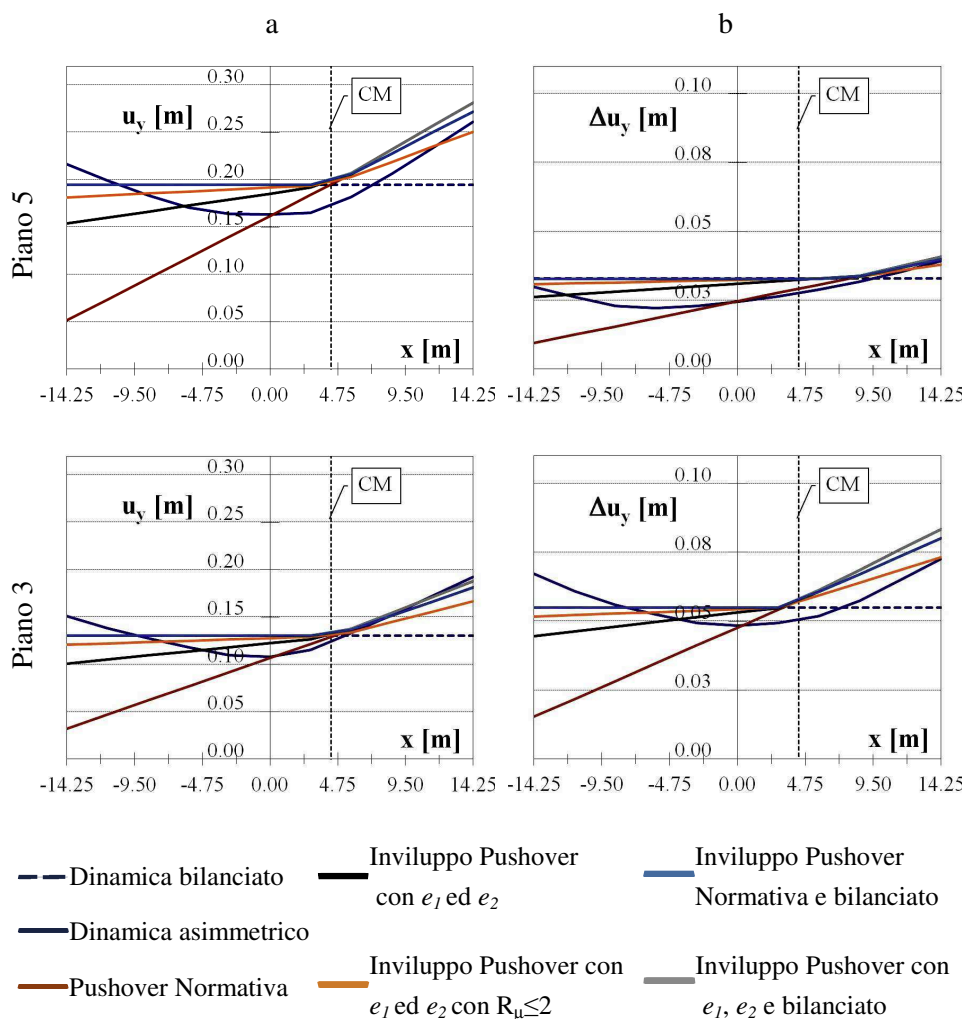


Fig. 7.25. Edificio SST-G2: diagrammi dei massimi spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) dei punti del terzo e del quinto impalcato: confronto fra i vari metodi statici non lineari.

shover dello schema bilanciato (curva continua in azzurro).

In Fig. 7.26 sono rappresentati i medesimi confronti in termini di distribuzione lungo l'altezza degli spostamenti assoluti e di interpiano.

Dall'analisi della Fig. 7.25 emerge in maniera evidente il progressivo miglioramento della previsione della domanda di spostamento sul lato rigido nel passaggio da un metodo statico non lineare al successivo.

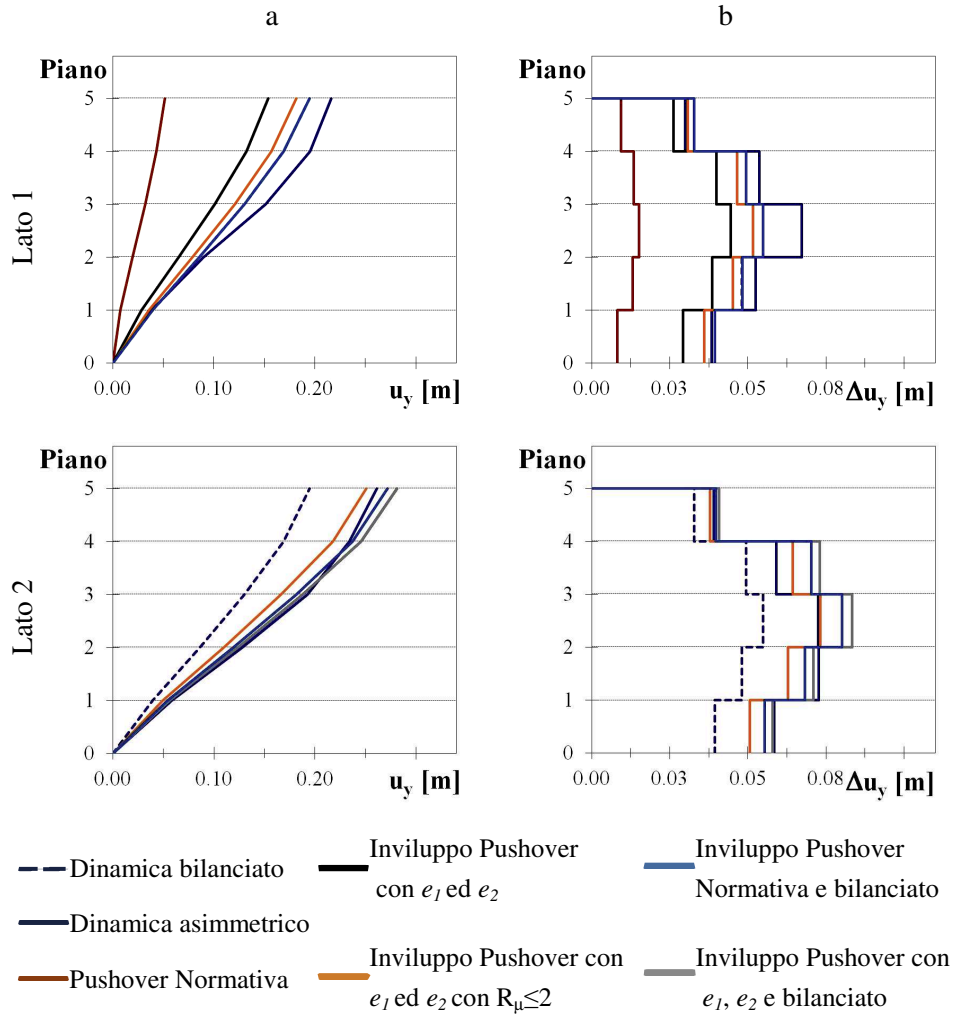


Fig. 7.26. Edificio SST-G2: Profili in altezza degli spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: confronto fra i vari metodi statici non lineari.

L'approccio normativo, che prevede l'esecuzione di una unica analisi statica non lineare, conduce alle stime peggiori: risulta infatti in generale impossibile cogliere la forma del diagramma curvilineo degli spostamenti dinamici di un edificio irregolare attraverso un unico diagramma degli spostamenti rettilineo, qual è quello derivante dall'analisi statica dello stesso edificio con impalcati rigidi ed indeformabili nei loro piani; l'unica eccezione è costituita dagli edifici altamente torsio-rigidi ( $\Omega_0 > 1$ ), aventi diagramma degli spostamenti dinamici lungo l'impalcato assai appiattito al punto da tendere ad una retta. L'utilizzo di un involuppo di due distinti diagrammi rettilinei consente già una migliore approssimazione della curva dinamica, dunque tutti i rimanenti metodi statici non lineari, caratterizzati dall'involuppo di diverse analisi statiche, funzionano molto meglio dell'approccio normativo su almeno un lato dell'impalcato, che corrisponde al lato rigido. Il metodo originario ha come obiettivo una stima esatta degli spostamenti dinamici dei lati dell'impalcato ed una stima cautelativa dei punti interni. I punti di applicazione delle forze sismiche sono stati definiti in ragione delle loro posizioni rispetto al baricentro delle masse, che costituiscono le cosiddette eccentricità correttive  $e_1$  ed  $e_2$ . A seguito di un'estesa campagna indagativa su schemi semplificati monopiano, di queste quantità sono stati determinati i valori: inizialmente si è ricercata per via numerica la coincidenza fra spostamenti statici e dinamici sui due lati dell'impalcato; le superfici descrittive l'andamento delle eccentricità correttive in tal modo ottenute sono poi state interpolate conducendo ad una formalizzazione analitica di queste quantità. In sede di calibrazione delle eccentricità correttive si è sempre osservata una generale tendenza di tutti gli schemi monopiano considerati verso un comportamento sempre più traslazionale all'aumentare dell'impegno plastico. Di questa tendenza sicuramente tengono conto le formule delle eccentricità correttive, che su tali schemi sono state tarate: queste ultime infatti decrescono in valore assoluto al crescere dell'impegno plastico, conducendo a riduzioni delle rotazioni di impalcato da esse determinate. Come evidenziato in precedenza, nell'ambito delle applicazioni ad edifici multipiano qui descritte con modellazione più realistica degli elementi-trave in cemento armato, non si è riconosciuta la medesima tendenza, e ciò probabil-

mente condiziona l'efficacia del metodo proposto nella stima della domanda sismica dei sistemi più impegnati in campo plastico. Un primo miglioramento della previsione è stato conseguito dunque massimizzando il valore delle eccentricità correttive per impegni plastici superiori ad un limite riconosciuto in  $R_{\mu} = 2.00$  ed amplificando così l'effetto delle rotazioni di impalcato, che in concreto si traduce in una riduzione delle stime a sfavore di sicurezza sul lato rigido. Infine un'ulteriore riduzione delle sottostime deriva dall'aver approssimato il diagramma degli spostamenti dinamici con un diagramma orizzontale degli spostamenti statici corrispondente ad uno schema traslante di una quantità pari, piano per piano, allo spostamento dinamico del bilanciato, valore questo sempre maggiore degli spostamenti dinamici di un' ampia zona dell'impalcato compresa approssimativamente tra il lato rigido ed il baricentro delle masse.

Sul lato flessibile i vari approcci sostanzialmente si equivalgono anche se generalmente la pushover con eccentricità  $e_2$  valutata secondo la formulazione originaria risulta più conservativa di quella di normativa e quest'ultima a sua volta più conservativa della pushover con eccentricità  $e_2$  calcolata imponendo un limite superiore ad  $R_{\mu}$ .

Le tendenze sopra osservate sono ben visibili nei successivi diagrammi degli errori percentuali commessi nella stima della domanda dinamica di spostamento con i vari metodi statici non lineari sopra descritti. In Fig. 7.25 sono rappresentate le distribuzioni planimetriche degli errori percentuali commessi in tutti i metodi statici non lineari descritti nella previsione degli spostamenti assoluti (Fig. 7.25.a) e di interpiano (Fig. 7.25. b) per l'edificio *SST-G2* al terzo e quinto impalcato. In Fig. 7.26 sono invece rappresentati per lo stesso edificio gli andamenti di tali errori lungo l'altezza sul lato rigido e su quello flessibile, tanto per gli spostamenti assoluti (Fig. 7.26.a) quanto per gli spostamenti di interpiano (Fig. 7.26.b).

Come si può osservare in Fig. 7.25, gli errori percentuali relativi agli spostamenti assoluti ed a quelli di interpiano sono del medesimo ordine di grandezza. Lungo l'impalcato si riconoscono sempre per ciascuno degli approcci considerati sottostime sul lato rigido, forti nell'approccio normativo e progressivamente decrescenti nel passaggio dal metodo

originariamente proposto alle sue tre varianti in precedenza introdotte. Sul lato flessibile i vari approcci si equivalgono con errori in genere a favore di sicurezza, salvo qualche caso soprattutto con la prima variante al metodo descritta nel precedente paragrafo 3.

Si riconoscono delle sovrastime più alte nei punti interni dell'impalcato e ciò è coerente con la scelta fatta nell'applicazione del metodo, di interrompere le curve pushover in corrispondenza del raggiungimento di uno spostamento target pari alla richiesta di spostamento dinamico.

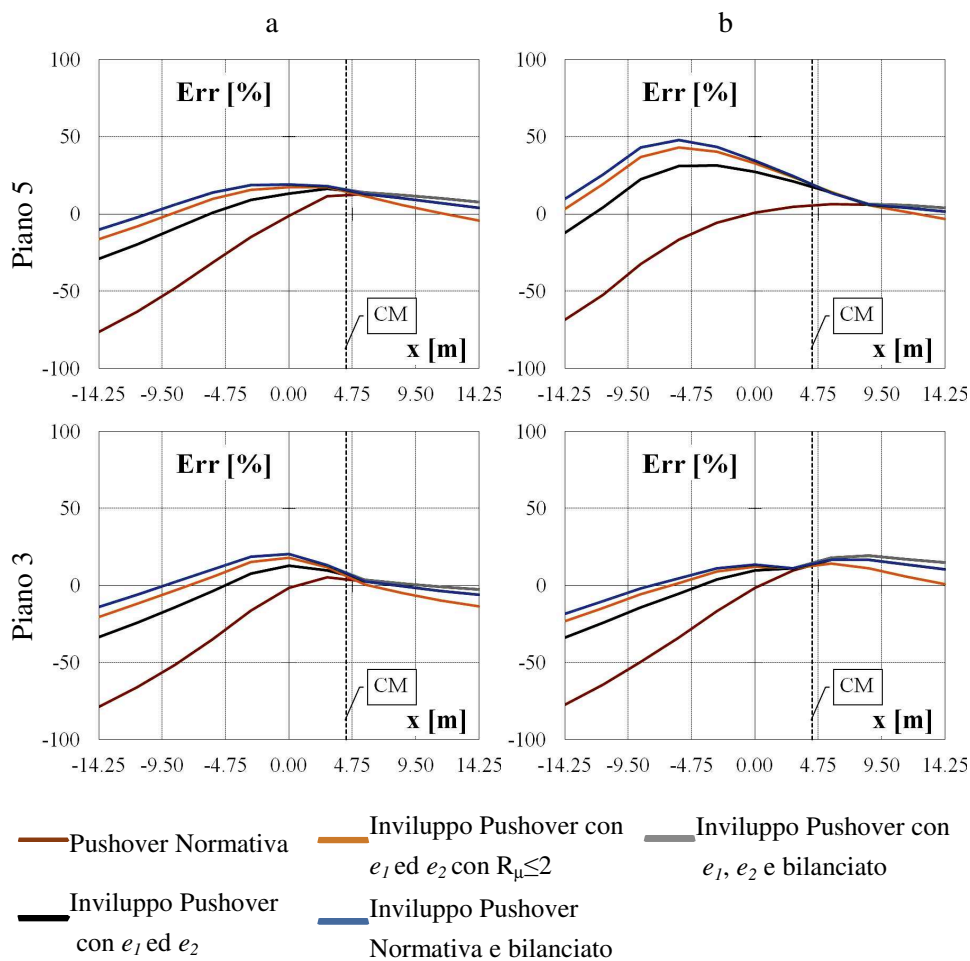


Fig. 7.27. Edificio SST-G2: distribuzione in pianta degli errori percentuali commessi sugli spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) dei punti del terzo e del quinto impalcato: confronto fra i vari metodi statici non lineari.

co del sistema bilanciato all'ultimo impalcato. Quest'ultima infatti risulta sempre adeguatamente più alta dello spostamento dinamico dei punti dell'impalcato in un intorno abbastanza ampio del baricentro delle masse.

Quindi in definitiva i massimi errori in favore di sicurezza si commettono nei punti interni dell'impalcato e sono giustificati dalla costru-

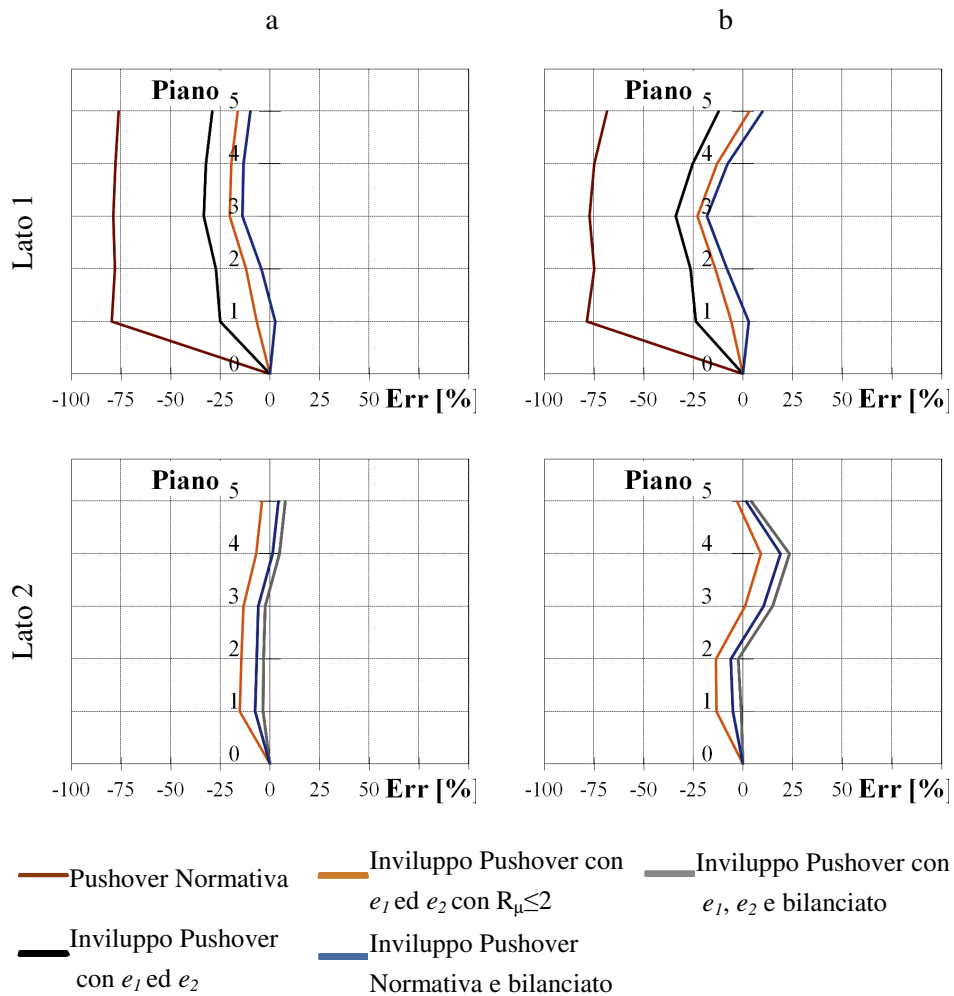


Fig. 7.28. Edificio SST-G2: Profili in altezza degli errori percentuali commessi sugli spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: confronto fra i diversi metodi statici non lineari.

zione stessa del metodo, che risponde alla volontà di avere stime cautelative degli spostamenti dinamici su tali punti. Le previsioni degli spostamenti sui due lati non sono ovviamente esatte e comportano sempre un certo livello di approssimazione connesso a vari aspetti. In primo luogo, nel caso dell'originaria versione del metodo, vi è la formulazione analitica delle eccentricità correttive, che già sul monopiano produceva ovviamente stime meno precise della domanda sismica rispetto al caso di eccentricità determinate per via numerica. Un secondo grado di approssimazione deriva dalle procedure convenzionali con cui i parametri-chiave che controllavano la risposta degli schemi monopiano sono stati ridefiniti per gli edifici multipiano. Segue il diverso comportamento che si registra per via dello sviluppo in altezza dell'edificio, del suo ben più elevato grado di iperstaticità e della sua più articolata correlazione fra distribuzioni delle rigidezze e delle resistenze rispetto ad uno schema semplificato monopiano. Infine l'introduzione nel modello di una accurata definizione del comportamento delle sezioni e dei materiali che le costituiscono, inclusi il softening ed i degradi di rigidezza e resistenza per carichi ciclici.

I massimi errori a sfavore di sicurezza sono sempre sul lato rigido, mentre sul lato flessibile le stime, di norma a favore di sicurezza, non comportano l'insorgere di errori rilevanti.

La Fig. 7.26 mette in luce come le stime migliori sul lato 1 si conseguano, tanto per gli spostamenti assoluti quanto per quelli di interpiano, facendo ricorso alla pushover del bilanciato e siano dunque quelle corrispondenti tanto al secondo quanto al terzo metodo statico non lineare alternativi all'approccio inizialmente formulato: essi infatti per il lato rigido di questo edificio conducono a previsioni fra loro coincidenti. Sul lato 2 invece le stime migliori si conseguono ricorrendo ad una correzione in pianta del punto di applicazione delle forze sismiche con eccentricità  $e_2$  come da originaria formulazione. Dunque gli approcci più efficaci per la stima della domanda di spostamento su questo estremo dell'impalcato sono la formulazione originaria del metodo e la terza variante proposta. In definitiva per l'edificio in oggetto il metodo più efficiente risulta il terzo, descritto nel precedente paragrafo 5, soprattutto per la sua migliore capacità di previsione sul lato flessibile. D'altra parte il se-

condo approccio di cui al paragrafo 4, perfettamente equivalente al terzo sul lato rigido, non se ne discosta di molto nelle stime sul lato flessibile, avendo in più l'indubbio vantaggio di una maggiore semplicità e rapidità di esecuzione e dunque esso in definitiva rappresenta l'approccio forse preferibile per lo studio di questo edificio.

Si è sostanzialmente appena condotta una valutazione comparata dei metodi statici non lineari alternativi all'analisi dinamica non lineare sopra individuati, facendo per questo riferimento ad un particolare edificio, a partire dal quale è stato sviluppato l'intero discorso sulle metodologie alternative a quella che inizialmente si intendeva qui validare. In realtà considerazioni analoghe sono state svolte per l'intero complesso degli edifici-studio analizzati e grafici di dettaglio del confronto fra i vari metodi in termini di distribuzioni planimetriche e lungo l'altezza degli spostamenti dinamici e di interpiano nonché dei corrispondenti errori percentuali per tutti gli edifici analizzati sono riportati nelle appendici A2, A3 e A4. Nel seguito si propongono una di serie di grafici sintetici che consentono di inquadrare in un unico diagramma il complesso degli edifici analizzati. Le Fig. 7.31, 7.32 e 7.33 rappresentano ai vari piani, per tutti gli edifici e per tutti i metodi statici non lineari proposti nonché per l'approccio normativo, gli errori percentuali sugli spostamenti assoluti rispettivamente sul lato 1, sul lato 2 e la media sulla loro distribuzione planimetrica sull'impalcato. Analoghi grafici riferiti agli spostamenti di interpiano si ritrovano nelle figure 7.34, 7.35 e 7.36.

In particolare le Fig. 7.33 e 7.36, rappresentando i valori medi della intera distribuzione planimetrica degli errori percentuali commessi nella stima degli spostamenti dinamici attraverso i vari metodi statici non lineari descritti, sono indicative della capacità di questi metodi di approssimare la forma del diagramma degli spostamenti dinamici sull'impalcato ai vari piani. Come si può osservare, fra le forme del diagramma degli spostamenti statici conseguenti l'applicazione dei suddetti metodi statici non lineari, la più lontana dalla curva dinamica, è chiaramente quella di normativa: si è infatti già sopra spiegato come una spezzata derivante dall'involuppo di due diagrammi statici distinti costituisca una forma in media certamente più vicina alla curva dina-



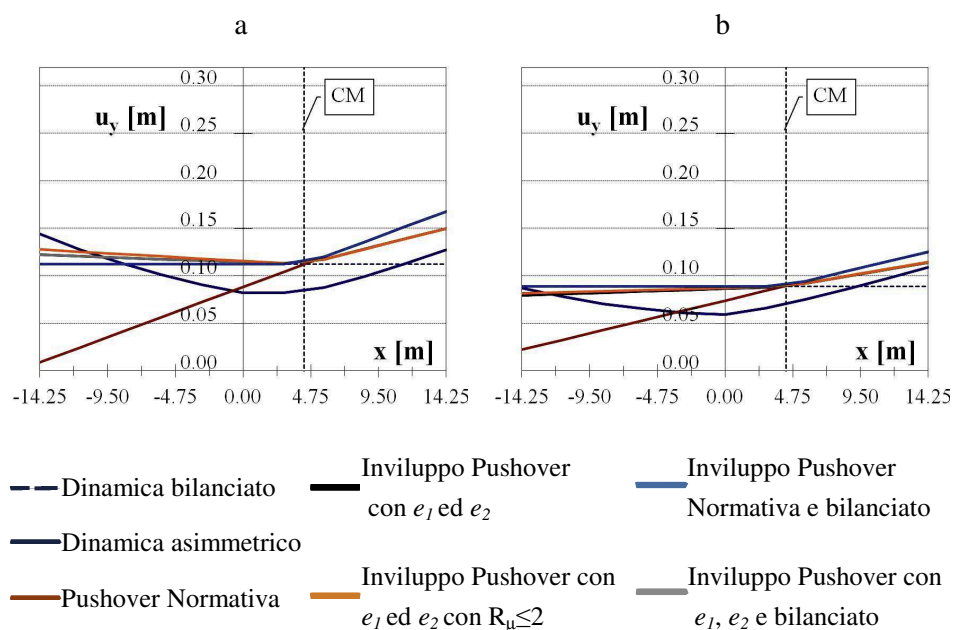


Fig. 7.29. Edificio *SST-G2*: Diagrammi dei massimi spostamenti assoluti, confronto fra analisi dinamica e vari metodi statici non lineari: (a) edificio *SG-G*, quinto piano ed (b) edificio *SST-G1*, terzo piano.

mica di quanto non possa essere un unico diagramma rettilineo. Chiaramente lo scostamento fra diagramma rettilineo e curvilineo si accentua nei casi di diagrammi dinamici con curvatura più accentuata e dunque comportamento più marcatamente rotazionale. Questo spiega gli errori medi più alti che si riscontrano in genere sugli edifici a grande eccentricità rispetto ai loro corrispondenti a piccola eccentricità ed in massima misura sul sistema *SG-G*, progettato per resistere ai soli carichi gravitazionali e caratterizzato da un più basso valore del parametro  $\Omega_0$ . Si veda ad esempio il piano quinto di questo edificio (Fig. 7.29.a).

Qualche piccolo errore medio più pronunciato si registra per alcuni edifici con l'inviluppo di pushover di normativa e pushover dello schema bilanciato (in azzurro in Fig. 7.33 e 7.36), ovvero la seconda versione alternativa del metodo di cui al paragrafo 4, ma in tal caso è unicamente dovuto alle maggiori, seppur di poco, sovrastime che in questi casi questo metodo introduce rispetto agli altri sul lato flessibile e dunque in

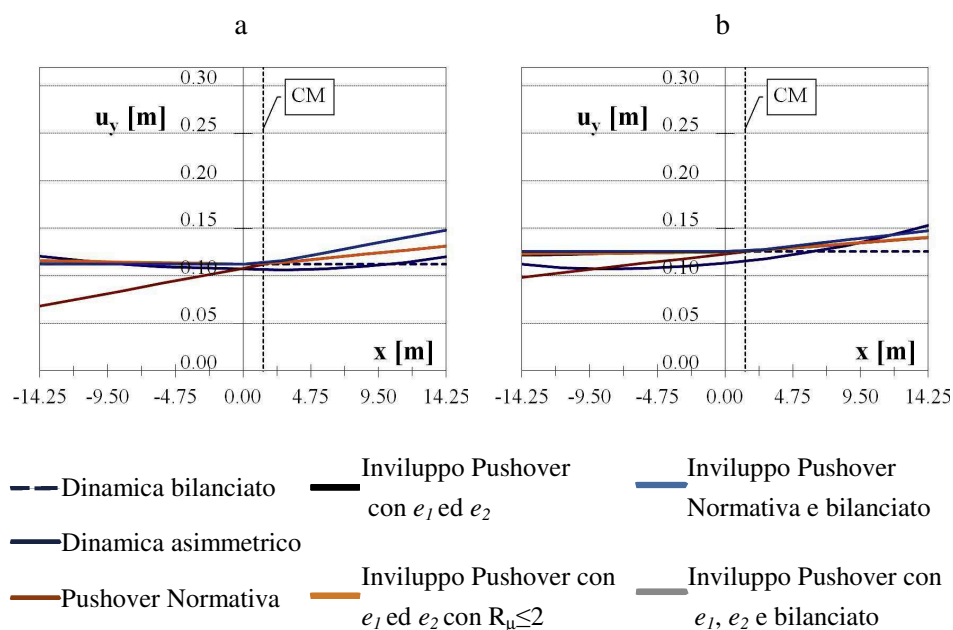


Fig. 7.30. Diagrammi dei massimi spostamenti assoluti, confronto fra analisi dinamica e vari metodi statici non lineari: (a) edificio *SG-P*, quinto piano ed (b) edificio *SST-P2*, quinto piano.

generale sull'intera zona dell'impalcato compresa fra esso ed il centro delle masse, come avviene ad esempio al terzo piano dell'edificio *SST-G1* (Fig. 7.29.b). Queste considerazioni, riferite agli spostamenti assoluti, possono ripetersi anche per quelli relativi.

Per quanto attiene gli errori percentuali sul lato 1 dell'impalcato (Fig. 7.31 e 7.34), per tutti gli edifici antisimici a grande eccentricità, con basso ed alto impegno plastico, *SST-G1* ed *SSR-G1* nonché *SSR-G2*, sono riproponibili le medesime considerazioni già fatte sopra per l'edificio *SST-G2* (Fig. 7.25): stime generalmente a sfavore di sicurezza della domanda di spostamento dinamica. Queste ultime risultano inaccettabili nel caso di approccio normativo (variabili dal 75% al 95% circa), di minore entità ma non trascurabili per edifici con alto impegno plastico nel caso di formulazione originaria del metodo proposto (25%÷30% circa), ancora ridotte nel caso di inviluppo con eccentricità correttive ri-

formulate apponendo un limite al valore del parametro  $R_u$  (15%÷20% circa per gli edifici più impegnati in campo plastico, 6%÷10% circa per gli altri), minime e sostanzialmente coincidenti nel caso di secondo e terzo metodo statico non lineare alternativo (10% circa per gli edifici più impegnati in campo plastico). In quest'ultimo caso per gli edifici con più basso  $R_u$  si registra anche qualche piccola sovrastima al più del 6%, come ad esempio al secondo piano dell'edificio *SST-G1*. Fra gli edifici a grande eccentricità, unicamente quello progettato per soli carichi gravitazionali, ovvero il sistema *SG-G*, manifesta un diverso comportamento. Infatti in tal caso, fermo restando la presenza con tutti i metodi impiegati di stime a sfavore di sicurezza ed il pessimo comportamento dell'approccio normativo, si ha una diversa relazione fra i metodi statici non lineari costituenti involuppo di più analisi pushover. Infatti, probabilmente per il valore del parametro  $\Omega_0$ , un po' più basso rispetto agli edifici antisismici di cui si è appena detto, migliora il funzionamento delle eccentricità correttive come da originaria formulazione: esse infatti conducono a stime più cautelative (10%÷15% a sfavore di sicurezza) rispetto alla pushover del bilanciato (15%÷20% a sfavore di sicurezza). Dunque in quest'ultimo caso la domanda di spostamento valutata con il terzo metodo statico non lineare viene a coincidere su questo estremo dell'impalcato con la previsione fatta a mezzo dell'involuppo con due eccentricità correttive secondo la sua formulazione classica piuttosto che con la pushover dello schema bilanciato richiesta dalla seconda variante al metodo. Quest'ultima infatti conduce a maggiori sottostime della domanda dinamica di spostamento. Risultati ancora migliori (5%÷10% a sfavore di sicurezza) si ottengono infine con la prima variante al metodo, che limitando il valore di  $R_u$ , massimizza l'eccentricità correttiva  $e_1$ . Ciò è peraltro già visibile in Fig. 7.29.a. Gli edifici a piccola eccentricità, caratterizzati da un comportamento meno rotazionale, manifestano al contrario di quelli a grande eccentricità sovrastime della domanda di spostamento sul lato rigido. L'entità di tali sovrastime è minore per gli edifici con  $R_u$  più alto, *SST-P2* (Fig. 7.30.b) ed *SSR-P2*, maggiore per gli altri ovvero i sistemi *SST-P1* ed *SSR-P1*. In questi casi le stime meno cautelative (5%÷10%) e quindi più prossime al valore dinamico si ottengono con l'involuppo classico con le due eccentricità  $e_1$  ed  $e_2$ , che talvolta

introduce piccolissime sottostime (al più del 5%), come ai piani quarto e quinto per gli edifici antisismici con maggiore impegno plastico, *SST-P2* ed *SSR-P2*, nonché per l'edificio *SG-P* per soli carichi verticali con più basso  $\Omega_0$  (Fig. 7.30.a). Stime un po' più conservative (10%÷16%) si ottengono con inviluppo con due eccentricità secondo la formulazione modificata per il limite superiore imposto nel calcolo al valore di  $R_u$ . Infine le stime più cautelative si ottengono con la seconda e terza modalità di applicazione dell'inviluppo di analisi pushover, di cui ai paragrafi rispettivamente 4 e 5, che in questi casi convergendo entrambi sulla pushover dello schema bilanciato, conducono nuovamente a stime coincidenti a favore di sicurezza variabili dal 10%÷16% fino a picchi del 20% circa. È significativo però notare che le maggiori sovrastime in tal caso si riferiscono ai primi piani, dove l'entità degli spostamenti è bassa e dunque errori percentuali anche rilevanti in realtà corrispondono a modeste differenze in termini assoluti. Le considerazioni fatte sopra si riferiscono alla previsione degli spostamenti assoluti (Fig. 7.32), ma possono sostanzialmente ripetersi anche per gli spostamenti relativi (Fig. 7.35).

Per quanto attiene al lato flessibile (Fig. 7.33 e 7.36) si nota preventivamente che, per la costruzione stessa dei metodi statici non lineari sopra descritti, il terzo metodo alternativo coincide sempre con l'inviluppo delle due pushover con eccentricità correttive nella originaria formulazione, mentre la sua seconda versione alternativa coincide sempre perfettamente con la pushover unica prevista dalla normativa. Quindi in definitiva in tal caso vanno confrontate le capacità di previsione della pushover con eccentricità correttiva  $e_2$  secondo la sua formulazione classica (con cui coincidono tanto l'inviluppo classico quanto la sua terza variante con inviluppo di tre analisi), della pushover con eccentricità correttiva  $e_2$  valutata limitando il valore di  $R_u$  e la capacità di previsione della pushover di normativa (con cui coincide anche il secondo metodo statico alternativo). Per l'edificio per carichi verticali a grande eccentricità *SG-G* (Fig. 7.29.a), con minore  $\Omega_0$ , si riscontrano generalmente sovrastime della domanda di spostamento assoluto a tutti piani. Esse sono massime nel caso di approccio normativo e seconda variante al metodo (10%÷30% circa), minime e sostanzialmente coinciden-

ti con i rimanenti metodi statici non lineari (6%÷15% circa, con valori praticamente nulli ai primi due piani). Analoghe considerazioni possono ripetersi anche per gli spostamenti di interpiano, con un aumento dell'entità di tali sovrastime in corrispondenza del terzo impalcato (40% per l'approccio normativo e la seconda variante al metodo originariamente proposto, 20% per gli altri metodi). Sovrastime della domanda di spostamento assoluto anche per gli edifici antisismici a grande eccentricità e con modesto impegno plastico, *SST-G1* (Fig. 7.29.b). ed *SSR-G1*. In quest'ultimo caso le sovrastime massime competono all'approccio normativo ed al secondo metodo per il sistema *SST-G1*, ai rimanenti metodi per il sistema *SSR-G1*. Nel caso dei drift di piano invece alle sovrastime ai piani inferiori con tendenze analoghe a quelle segnalate per gli spostamenti assoluti, fanno seguito ai piani quarto e quinto delle sottostime di entità massima nell'approccio normativo e nel secondo metodo per il sistema *SSR-G1*, nei rimanenti metodi per il sistema *SST-G1*, ma con differenze non troppo rilevanti fra i vari metodi. Per il sistema progettato per carichi verticali a piccola eccentricità *SG-P* (Fig. 7.30.a) si riconoscono sempre sovrastime della domanda di spostamento su questo lato, inferiori o pari al suo corrispondente sistema a grande eccentricità *SG-G* ed anche qui di entità massima nel caso di approccio normativo e seconda variante al metodo originario, minima nei restanti casi. Nel caso dei drift di piano si passa invece dalle sovrastime ai piani inferiori, alle sottostime ai piani superiori. In caso di sovrastima i valori più prossimi allo spostamento dinamico sono quelli derivanti dall'applicazione di pushover con eccentricità correttiva  $e_2$  nella sua formulazione originaria o corretta, in caso di sottostima quelli conseguenti l'esecuzione della pushover di normativa con forze nei centri delle masse. Gli edifici antisismici con piccola eccentricità e di modesto impegno plastico, *SST-P1* ed *SSR-P1*, sono sempre caratterizzati da sottostime della domanda di spostamento assoluto, massime se la stima viene effettuata con la pushover di normativa, minime se la stima è conseguente ad una analisi statica non lineare con eccentricità correttiva  $e_2$  secondo la formulazione originaria o riveduta come descritto nel precedente paragrafo 3. Considerazioni analoghe possono ripetersi anche per gli spostamenti di interpiano. Gli edifici antisismici con piccola eccentricità e più rile-

vante impegno plastico, *SST-P2* (Fig. 7.30.b) ed *SSR-P2*, sono caratterizzati da sottostime della domanda di spostamento modeste per tutti i metodi con piccole differenze fra i vari approcci ai piani inferiori, mentre ai piani superiori l'inviluppo con eccentricità correttive secondo la loro classica versione e la terza versione alternativa che di esso si propone, fra loro coincidenti, conducono a sovrastime di lievissima entità ed i rimanenti metodi a sottostime della medesima entità. Analoghe considerazioni possono ripetersi per gli spostamenti di interpiano, dove però al quinto piano si riscontrano comunque delle sottostime.

Le tendenze sopra illustrate risultano più chiare se si fa riferimento ad un comportamento medio lungo l'altezza dell'edificio. In altre parole sono state valutate le medie ai diversi piani degli errori percentuali commessi nella stima degli spostamenti dinamici sui due lati dell'impalcato e del valor medio dell'intera distribuzione sul generico impalcato. In Fig. 7.37.a sono rappresentati tali valori medi relativamente agli spostamenti assoluti, In Fig. 7.37.b relativamente a quelli di interpiano.

In sintesi si può concludere che per quanto attiene al lato rigido si riconoscono sempre sottostime della domanda di spostamento dinamica per tutti i sistemi a grande eccentricità e con tutti i metodi statici non lineari considerati. Tali sottostime enormemente rilevanti per l'approccio normativo, sono assai più contenute con tutti i metodi basati sull'inviluppo di analisi distinte. Per quasi tutti questi edifici le minori sottostime e dunque le migliori previsioni si ottengono con la seconda e terza variante al metodo originario, in questi casi coincidenti fra loro. Unica eccezione è il sistema *SG-G* progettato per sostenere i soli carichi gravitazionali, per il quale le minori sottostime corrispondono alla prima variante al metodo. Ciò riguarda tanto gli spostamenti assoluti quanto quelli di interpiano. Per gli edifici con piccola eccentricità invece alle sottostime dell'approccio normativo, ora di minor entità per il carattere meno rotazionale della risposta, si contrappongono sovrastime modeste e confrontabili fra loro della domanda di spostamento sul lato rigido in tutti gli approcci basati sull'inviluppo di più pushover, con valori più prossimi a quelli dinamici nel caso di inviluppo con eccentricità correttive con o senza limiti sul valore di  $R_{\mu}$ . Unica eccezione è rappresentata dall'edificio per carichi verticali a piccola eccentricità *SG-P*, a cui corri-

spondono lievi sottostime degli spostamenti dinamici, minime anche in questo caso con l'inviluppo con eccentricità correttive con o senza limiti sul valore di  $R_{\mu}$ .

Sul lato flessibile l'entità degli errori percentuali è modesta. Tanto nel caso degli spostamenti assoluti quanto in quello degli spostamenti di interpiano. Tali errori sono prevalentemente a favore di sicurezza con lievi differenze fra i vari metodi statici non lineari considerati, incluso l'approccio normativo, per gli edifici a grande eccentricità, e prevalentemente a sfavore di sicurezza, ma di molto poco, nel caso di edifici a piccola eccentricità. Unica eccezione l'edificio per carichi verticali *SG-P* a piccola eccentricità, per cui si riconoscono moderate sovrastime degli spostamenti dinamici, massime per l'approccio normativo e la seconda alternativa al metodo, che su questo estremo con esso coincide.

In conclusione, dal momento che le sovrastime o sottostime sul lato flessibile non sono mai molto rilevanti in termini assoluti né rapportate all'entità degli spostamenti dinamici, mentre gli errori che si commettono sulla stima della domanda di spostamento sul lato rigido sono ben più rilevanti, è possibile fare riferimento prevalentemente a questo nel formulare un giudizio complessivo sull'efficacia dei metodi statici non lineari considerati. Quindi riassumendo, per gli edifici antisismici ( $\Omega_0=1.112$ ) con grande eccentricità le stime migliori della domanda sismica, mediamente sui vari piani, sono quelle che introducono le minori sottostime sul lato rigido e sostanzialmente esse derivano dall'applicazione della seconda variante al metodo proposto ovvero della terza, che con essa in questi casi coincide. Per gli edifici antisismici ( $\Omega_0=1.112$ ) con piccola eccentricità, i vari metodi basati sull'inviluppo di più analisi funzionano tutti meglio della normativa, sostanzialmente si equivalgono e sovrastimano la risposta anche se di poco con minime sovrastime nel caso di inviluppo con eccentricità correttive secondo la loro originaria formulazione. Nel caso di edifici progettati per soli carichi verticali ( $\Omega_0=1.014$ ) infine tutti i metodi sottostimano la domanda dinamica, maggiormente nel caso di grande eccentricità. Fra i metodi basati sull'inviluppo, tutti più efficaci dell'approccio normativo, le stime migliori competono all'inviluppo con formulazione corretta ( $R_{\mu} \leq 2.00$ ), ma stime abbastanza buone si ottengono anche senza correzione.

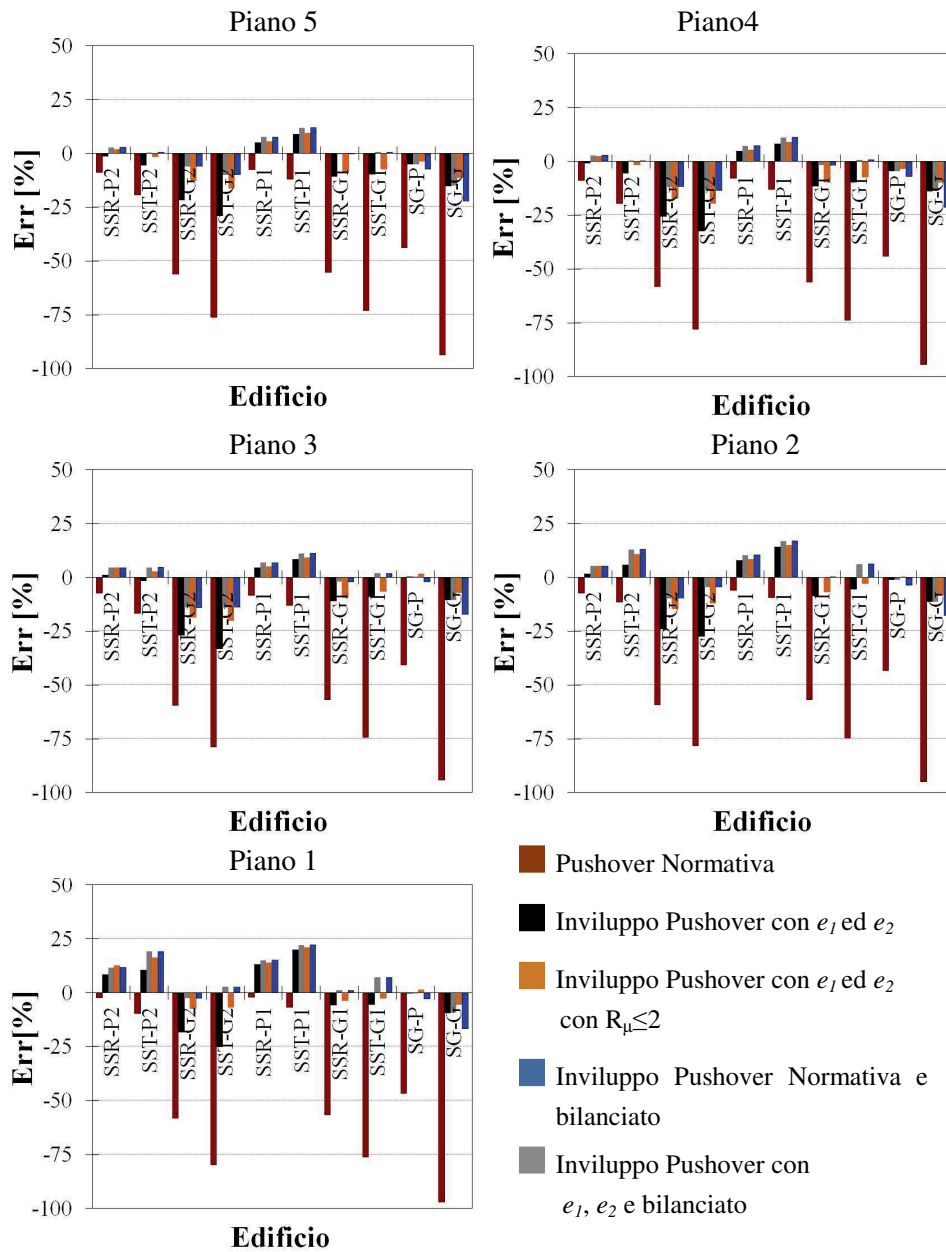


Fig. 7.31. Errori percentuali sugli spostamenti assoluti commessi con i vari metodi statici non lineari per tutti gli edifici analizzati: lato 1.



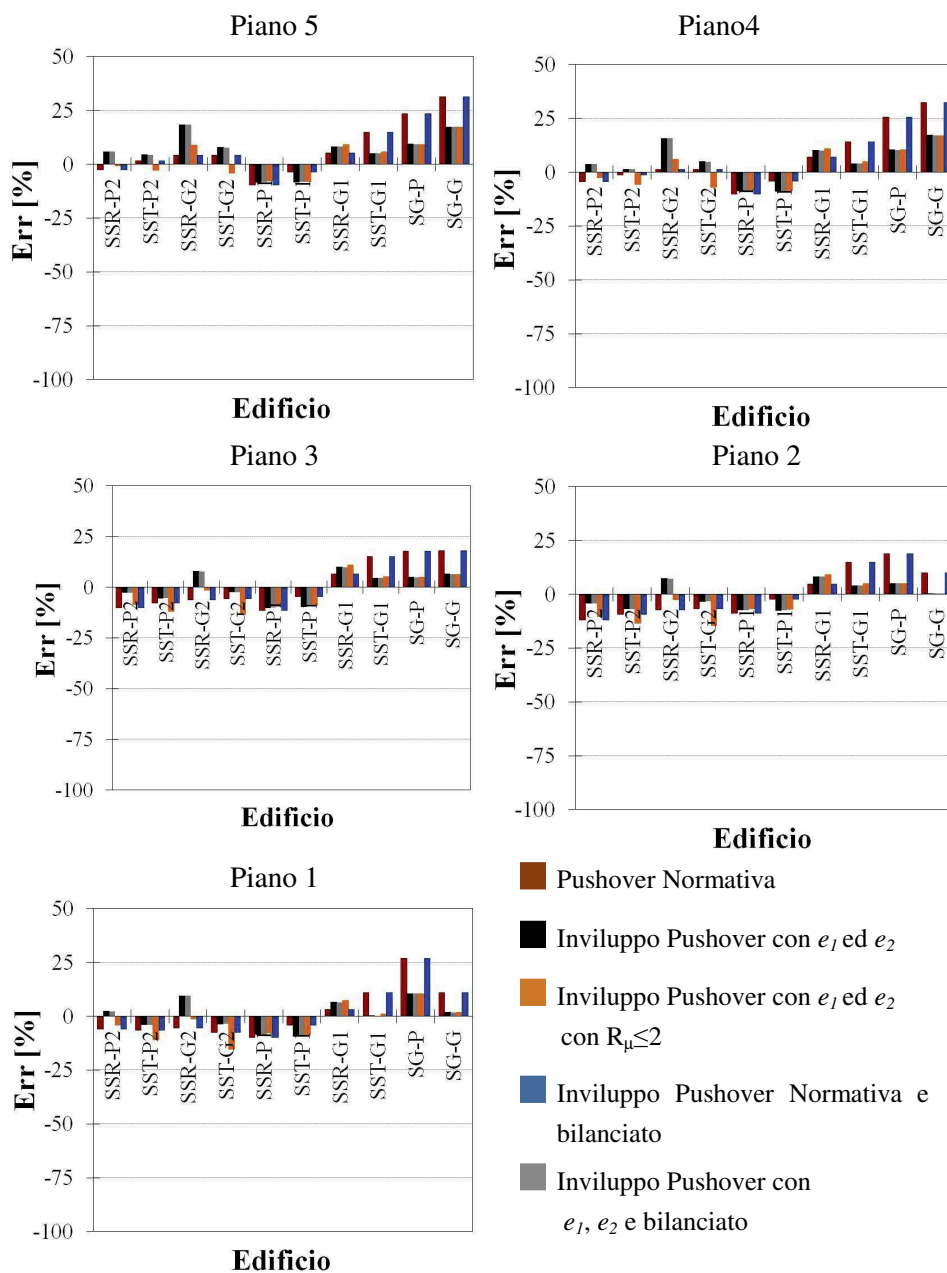


Fig. 7.32. Errori percentuali sugli spostamenti assoluti commessi con i vari metodi statici non lineari per tutti gli edifici analizzati: lato2.

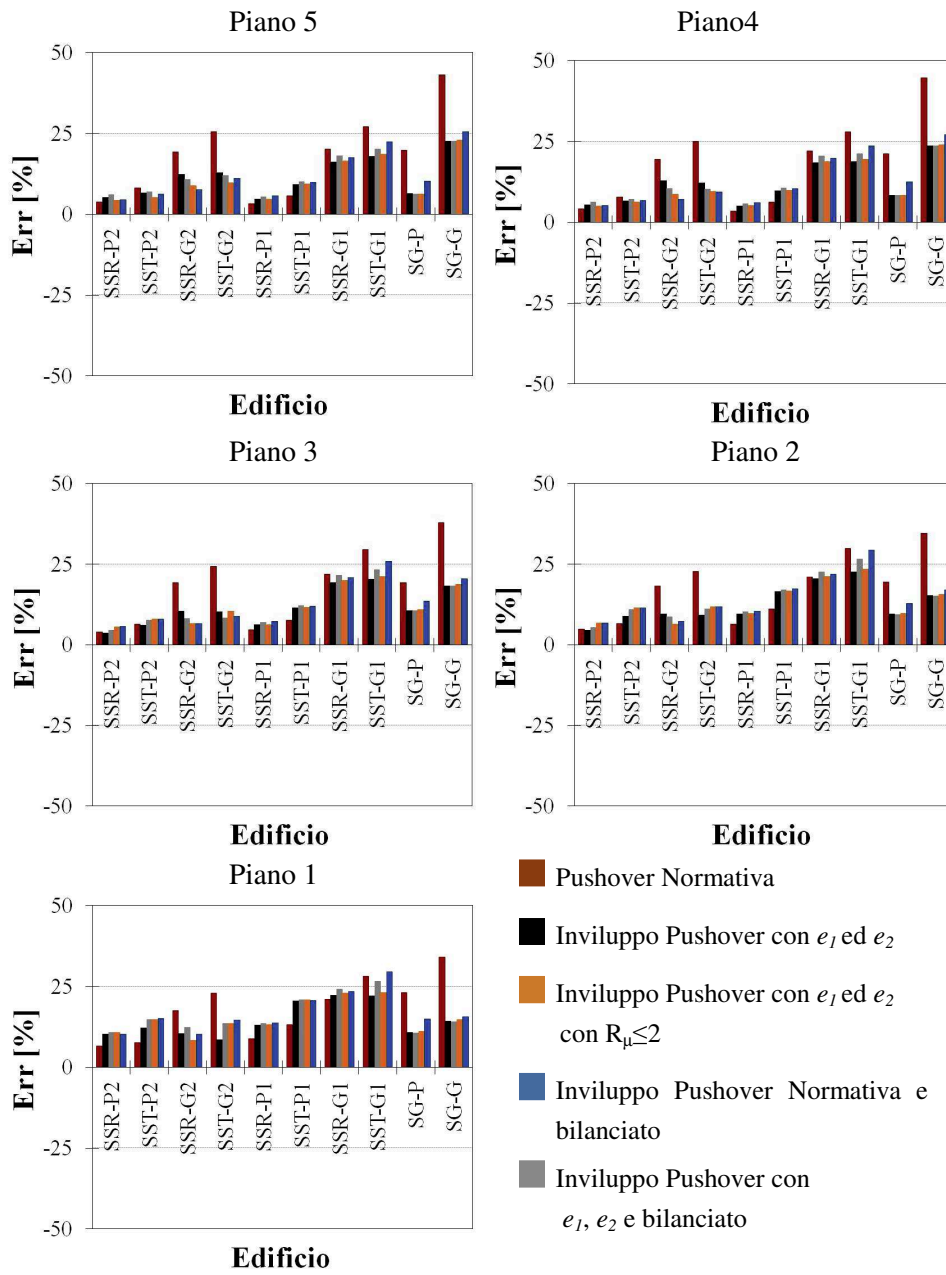


Fig. 7.33. Errori percentuali sugli spostamenti assoluti commessi con i vari metodi statici non lineari per tutti gli edifici analizzati: valori medi.

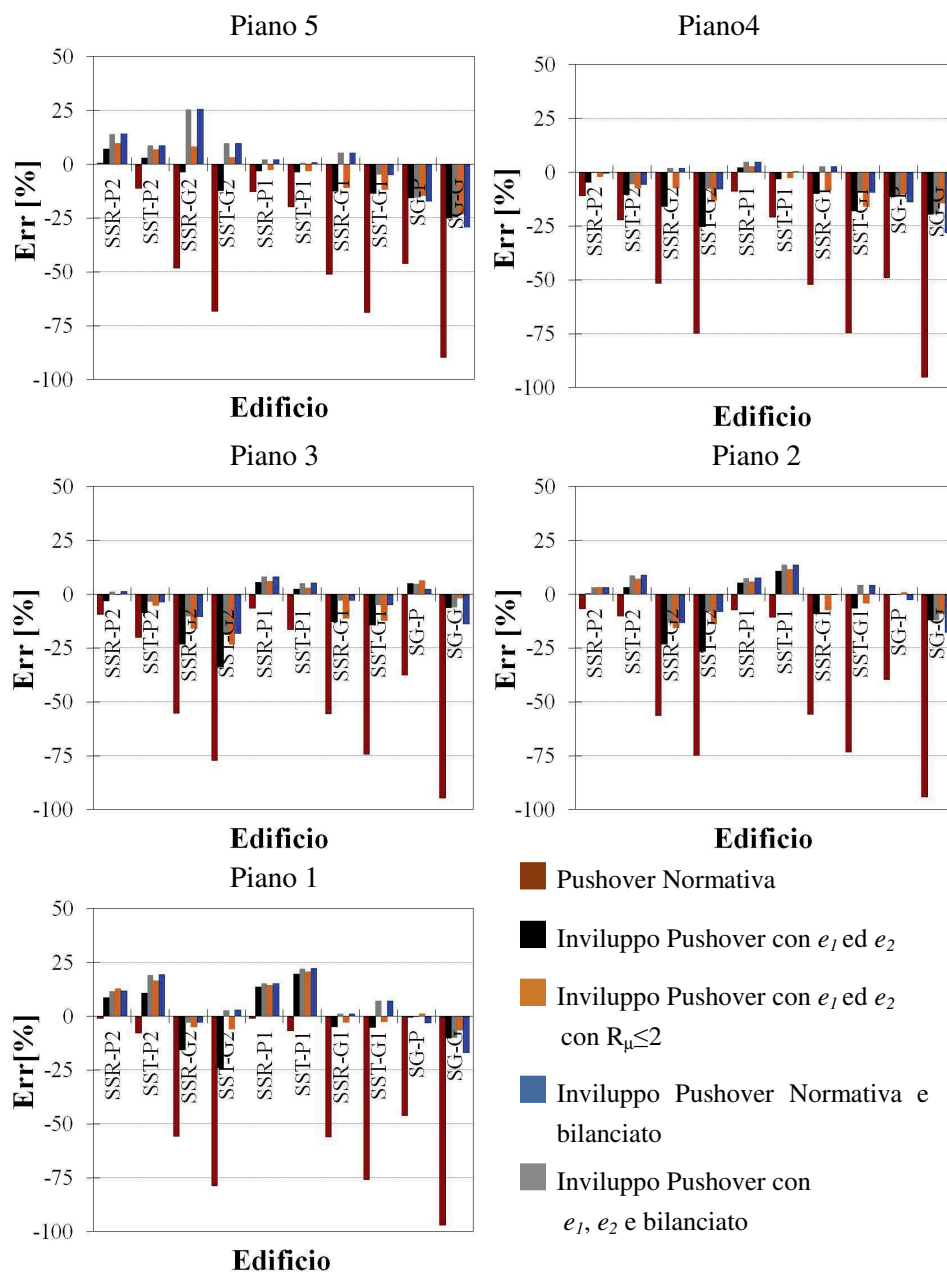


Fig. 7.34. Errori percentuali sugli spostamenti di interpiano commessi con i vari metodi statici non lineari per tutti gli edifici analizzati: lato1.

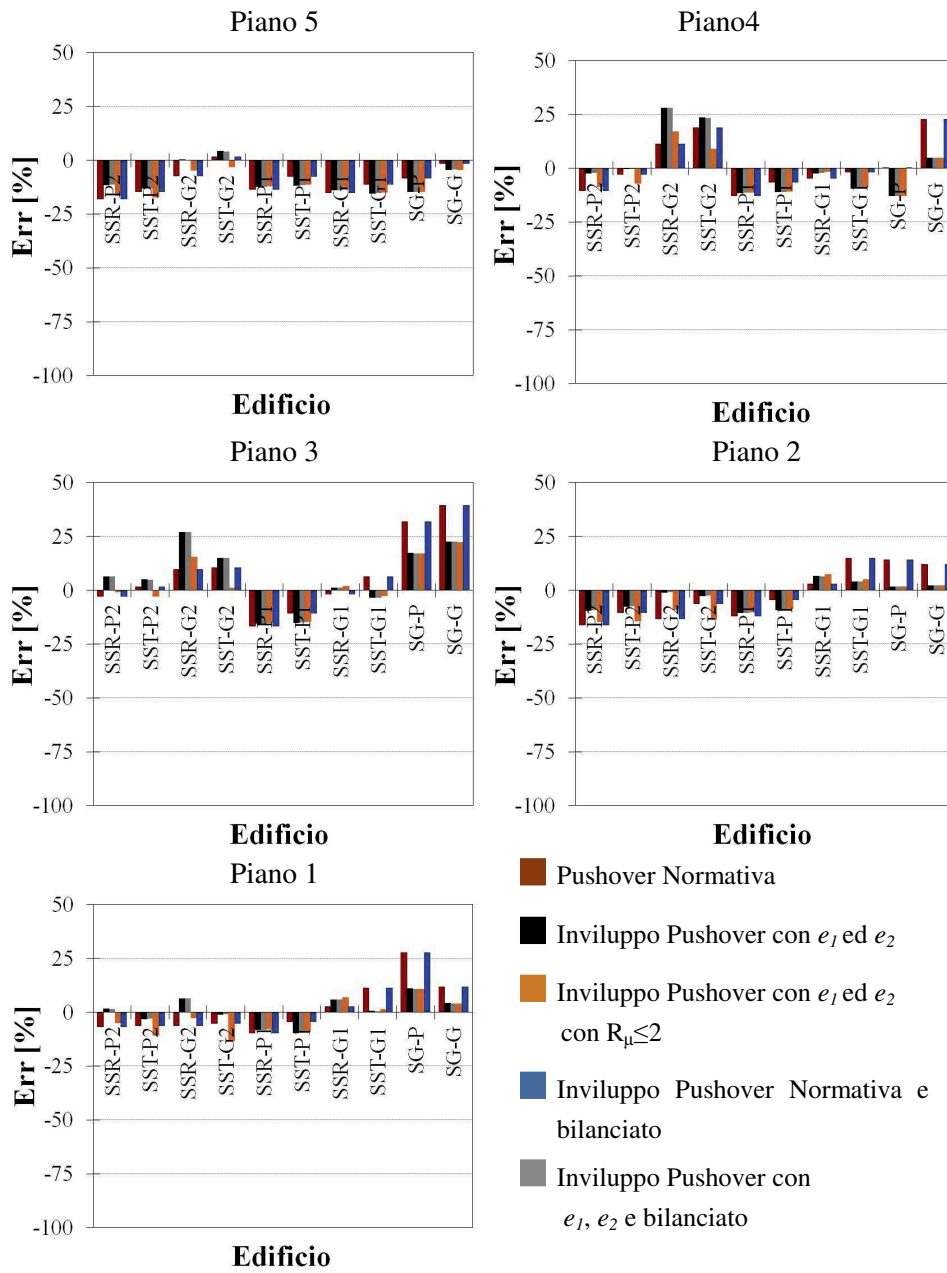


Fig. 7.35. Errori percentuali sugli spostamenti di interpiano commessi con i vari metodi statici non lineari per tutti gli edifici analizzati: lato2.

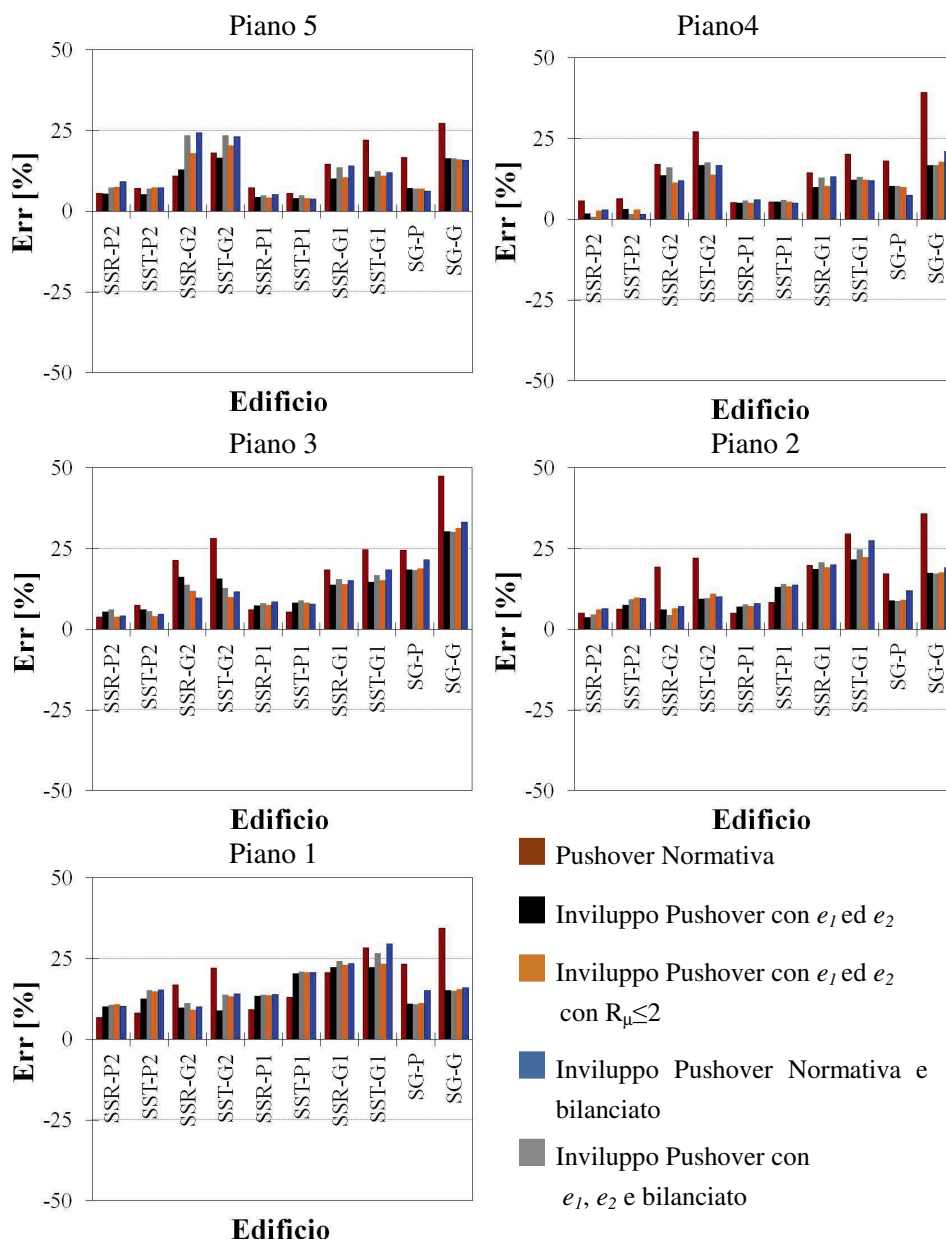


Fig. 7.36. Errori percentuali sugli spostamenti di interpiano commessi con i vari metodi statici non lineari per tutti gli edifici analizzati: valori medi.

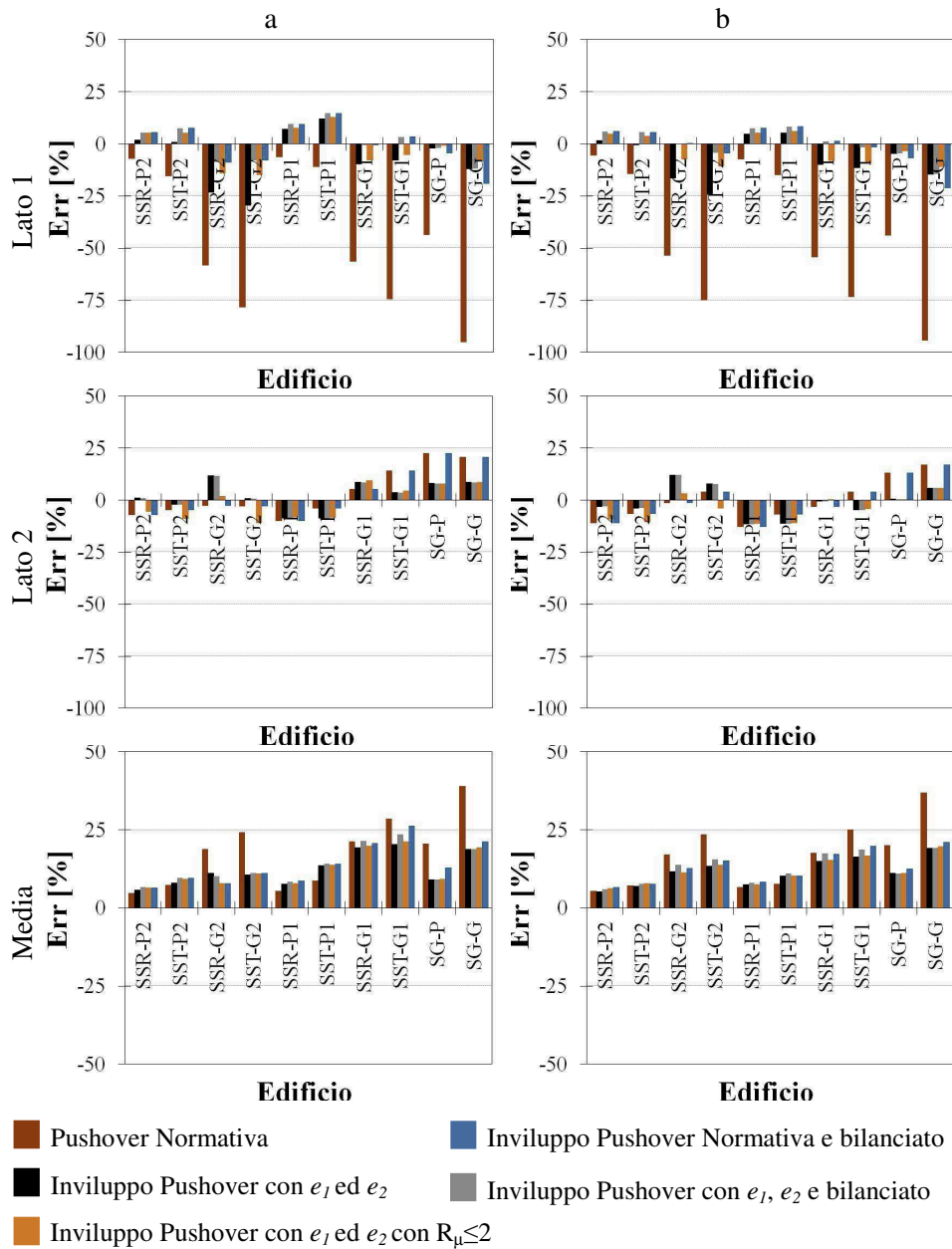


Fig. 7.37. Errori percentuali per spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) commessi con i vari metodi statici non lineari per tutti gli edifici analizzati per lato1, lato 2 e valori medi sull'impalcato: medie sui vari piani.

## Conclusioni

Punto di partenza per il presente lavoro è la proposta di una nuova modalità di applicazione dei metodi statici non lineari a sistemi strutturali asimmetrici in pianta (Bosco et al., 2009a; Bosco et al., 2009b; Bosco et al., 2012). La metodologia proposta presuppone l'esecuzione di due distinte analisi pushover con altrettante eccentricità "correttive" del carico rispetto al centro di massa, opportunamente tarate in modo da fornire coincidenza fra spostamenti statici e dinamici sui due lati dell'impalcato e una stima cautelativa degli spostamenti dinamici per tutti i punti intermedi. Lo studio è stato sviluppato a partire dall'analisi di modelli semplificati monopiano dotati di asimmetria monoassiale e soggetti ad input sismico dapprima monodirezionale (Bosco et al., 2009a) e poi bidirezionale (Bosco et al., 2009b). Esso prevede una formulazione analitica completa delle eccentricità correttive (Bosco et al., 2012) in ragione di un certo numero di parametri riconosciuti caratterizzanti la risposta dinamica, lineare e non lineare, degli schemi monopiano: l'*eccentricità delle rigidezze*  $e_r$ , definita come la distanza fra centro delle masse e centro delle rigidezze del sistema asimmetrico; il rapporto  $\Omega_\theta$  tra le frequenze torsionale e traslazionale dei modi di vibrazione disaccoppiati del corrispondente sistema bilanciato; l'*eccentricità delle resistenze*  $e_s$ , valutata come distanza del centro di resistenza rispetto al centro di rigidezza, e l'*impegno plastico della struttura*  $R_p$ , inteso come il rapporto fra il taglio alla base elastico del sistema bilanciato e la resistenza globale nella direzione di azione sismica. Nel presente lavoro ci si è posti il problema della estendibilità di tale metodo anche al caso di più realistici sistemi strutturali multipiano.

Una prima fase del lavoro ha consistito nella ridefinizione, nel caso di edifici a più piani, dei parametri-chiave che controllano la risposta dinamica dei sistemi monopiano. In particolare, per i parametri  $e_r$  ed  $\Omega_0$ , legati al comportamento elastico delle strutture, si è fatto riferimento alla nozione di asse di torsione ottimale introdotta da Anastassiadis e Makarios (1998 a), la cui posizione è stata individuata come quella del centro di torsione  $P_0$  dell'impalcato posto a quota approssimativamente pari a  $z_0=0.80H$ . Sempre con riferimento a tale punto ed a tale quota, gli stessi autori hanno fornito delle formule valide per il calcolo dei raggi giroscopici delle rigidezze, da attribuirsi all'intero edificio e di conseguenza anche dei parametri  $\Omega_0$  relativi alle due principali direzioni della pianta. Nel caso dello studio in esame l'unico valore rilevante del parametro  $\Omega_0$  è quello relativo alla direzione normale a quella di asimmetria del sistema strutturale. La definizione dei parametri  $R_\mu$  ed  $e_s$ , legati al comportamento inelastico delle strutture, è stata invece appositamente elaborata nel corso di questo studio. Si è pensato di fare riferimento, per questo, al sistema torsionalmente bilanciato associato al generico edificio asimmetrico in oggetto, in accordo a quanto fatto per gli schemi monopiano. Il parametro  $R_\mu$  è stato valutato come il rapporto fra il taglio alla base elastico, conseguente ad una analisi modale elastica del sistema spaziale in direzione normale a quella di asimmetria ed il taglio alla base, conseguente ad una analisi pushover dello stesso sistema in corrispondenza alla domanda di spostamento del sistema sul sistema bilanciato. In corrispondenza del medesimo livello di spostamento, dalla medesima analisi pushover dello schema bilanciato, è stata poi valutata l'eccentricità delle resistenze  $e_s$ , come il centro, rispetto al baricentro delle masse, dei tagli alla base dei telai piani componenti la struttura e diretti ortogonalmente alla direzione di asimmetria.

Una fase successiva del lavoro si è concretizzata nella definizione di un certo numero di sistemi strutturali multipiano, su cui validare il metodo proposto. Si tratta di edifici multipiano a struttura intelaiata in cemento armato aventi doppia simmetria nelle rigidezze ed eccentricità monoassiale nelle masse. Sono stati a tal fine progettati appositamente quattro edifici, facendo riferimento a due distinte modalità di progetto. Uno di essi è stato progettato per resistere ai soli carichi gravitazionali,



con armature dimensionate seguendo il metodo delle tensioni ammissibili e facendo riferimento al DM 14/02/1992; i rimanenti tre sono stati proporzionati in modo da poter sostenere anche il carico sismico, utilizzando come normative di riferimento il DM 16/01/1996, per il calcolo delle azioni sismiche e l'Eurocodice 2, per il progetto delle armature di travi e pilastri. A partire da questi sistemi strutturali di base sono stati ottenuti dieci casi studio, facendo variare opportunamente i parametri-chiave. Per tutti gli edifici analizzati il rapporto  $\Omega_0$  è prossimo ad 1, che si è riconosciuto come un valore tipico della tipologia strutturale analizzata.

La validazione del metodo proposto richiede l'esecuzione sugli edifici-studio di analisi statiche e dinamiche non lineari, nonché di analisi lineari per la determinazione dei parametri  $e_r$  ed  $\Omega_0$ . Tali analisi sono state condotte con il software OpenSees realizzando una modellazione molto realistica degli edifici, in grado di simulare tutti i più significativi fenomeni meccanici che caratterizzano il comportamento inelastico degli elementi strutturali in c.a. e, in particolare, il degrado di resistenza e rigidità. Sono state dunque risolte problematiche connesse all'uso del software e particolari problematiche legate alla modellazione con esso di strutture spaziali, con diaframmi rigidi posti a livello degli impalcati.

A monte dell'esecuzione delle analisi funzionali alla validazione del metodo proposto è stato inoltre elaborato un sistema per la determinazione di un modello di carico evolutivo, che, per la sua complessità, non si caratterizza come una proposta da abbinare alla correzione in pianta della risposta, ma costituisce unicamente uno strumento per l'esecuzione delle analisi pushover svolte nell'ambito del presente studio. Esso infatti consente di minimizzare gli effetti sulla risposta in termini di spostamento connessi alla distribuzione in altezza del carico, fornendo profili degli spostamenti lungo l'altezza dell'edificio, conseguenti ad analisi statica non lineare, pressoché coincidenti con quelli derivati da una analisi dinamica non lineare. Di conseguenza ci si viene a trovare in condizioni ottimali circa la distribuzione degli spostamenti lungo l'altezza ed è dunque possibile focalizzare l'attenzione unicamente sulla corre-

zione della distribuzione degli stessi in pianta, che costituisce l' oggetto della indagine in corso in questo lavoro.

Infine l'esecuzione delle analisi sui casi studio precedentemente individuati e la valutazione del livello di accuratezza del metodo nella previsione della risposta dinamica dell'edificio in termini di spostamenti e derive di piano. A tal riguardo sono stati valutati sia gli errori percentuali commessi nella stima sui due lati dell'impalcato ai vari piani, sia l'errore medio commesso nell'approssimare a ciascun piano il diagramma degli spostamenti dinamici con una forma derivante dall'involuppo di due diagrammi di spostamenti statici conseguenti all'esecuzione delle due pushover con eccentricità correttive. In questa sede è stata confermata la maggior efficacia del metodo proposto nella determinazione della domanda sismica rispetto all'approccio prescritto dalla normativa, che prevede l'applicazione delle forze in corrispondenza dei centri di massa dei vari impalcati, con differenze anche piuttosto rilevanti fra i due metodi e, in particolare, una riduzione della sottostima sul lato rigido dal 90% dell'approccio normativo ad un 30% al massimo del metodo proposto. Sempre in questa sede sono state messe a punto delle proposte alternative alla metodologia originariamente suggerita, valide per la tipologia di edifici esaminati e capaci di migliorare ulteriormente la stima degli spostamenti dinamici, riducendo l'entità dei suddetti errori percentuali e di semplificare, talvolta anche di molto, la previsione della risposta. Il lavoro si conclude con un'analisi comparativa dei diversi metodi elaborati, che mette in luce per ciascuno di essi vantaggi e limiti.

## Bibliografia

1. Alexopoulou C., Anagnostopoulos S. e Stathopoulos K. Are results for inelastic torsion in buildings based on simplified, one-storey, shear beam models applicable to actual multi-storey buildings?, *Fifth European Workshop on the Seismic Behaviour of Irregular and Complex Structures*, September 16-17 2008, Catania , Italy.
2. Amara, F. Strategie e misure di progetto per contrastare gli effetti PD in sistemi SDOF in zona sismica, Tesi di Laurea. University of Catania, 2012.
3. Anagnostopoulos S. A., Alexopoulou, C. and Stathopoulos, K. G. An answer to an important controversy and the need for caution when using simple models to predict inelastic earthquake response of buildings with torsion, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 2010, Vol 39, Issue 5, pp 521–540.
1. Anastassiadis K., Athanatopoulos A. e Makarios T. Equivalent static eccentricities in the simplified methods of seismic analysis of buildings, *Earthquake Spectra*, 14 (1), pp.1-34.
2. Anastassiadis K.e Makarios T. Real and fictitious elastic axes of multi-storey buildings: theory, *The Structural design of tall buildings* 1998, 7 ,33-55.
3. Anastassiadis K.e Makarios T. Real and fictitious elastic axes of multi-storey buildings: applications, *The Structural design of tall buildings* 1998, 7 ,57-71.

4. Aziminejad A., Moghadam A. S. Parameters affecting proper configuration of centres, *Fifth European Workshop on the Seismic Behaviour of Irregular and Complex Structures*, September 16-17 2008, Catania , Italy.
5. Bertero V. V., Chia-Ming U., Use of Energy as a design criterion in earthquake-resistant design, report no. UCB/EERC-88/18, Earthquake engineering research center, University of California, Berkeley 1988
6. Bosco M., Gheresi A. e Marino E.M., Una più semplice procedura per la valutazione della risposta sismica delle strutture attraverso analisi statica non lineare, *Atti del Convegno: Materiali ed Approcci Innovativi per il Progetto in Zona Sismica e la Mitigazione della Vulnerabilità delle Strutture*, Università di Salerno, Consorzio ReLuis, 12-13 Febbraio 2007.
7. Bosco M., Marino E.M. e Rossi PP. Un approccio analitico per la valutazione del grado di irregolarità planimetrica di edifici reali, *Atti del Convegno: ANIDIS 2007, XII Convegno Nazionale, L'Ingegneria Sismica in Italia*, Pisa 10-14 giugno 2007.
8. Bosco M., Lombardo A. e Marino E.M., *Atti del Convegno: ANIDIS 2007, XII Convegno Nazionale, L'Ingegneria Sismica in Italia*, Pisa 10-14 giugno 2007.
9. Bosco M., Ferrara G., Gheresi A. e Marino E.M., Corrective Eccentricities for the Evaluation of the Seismic Response of One-Storey Asymmetric Systems by Nonlinear Static Analysis, *EnvironmentalSemeiotics, diaRnet*, Vol. 2 (2009): pp. 80-94.
10. Bosco M., Ferrara G., Gheresi A. e Marino E.M., Valutazione della risposta di schemi monopiano asimmetrici soggetti ad input sismico bidirezionale mediante analisi statica non lineare, *Atti della XIII-Conferenza Nazionale ANIDIS "L'Ingegneria Sismica in Italia"*, Bologna, 28 Giugno - 2 Luglio 2009
11. Bosco M., Gheresi A. e Marino E.M., On the evaluation of seismic response of structures by non linear static methods, *Earthquake Engineering and structural dynamics* 2009, **38**: 1465-1482.

12. Bosco M., Ghersi A. e Marino E.M., Corrective eccentricities for assessment by the nonlinear static method of 3D structures subjected to bidirectional ground motions, *Earthquake Engineering and structural dynamics* 2012.
13. Bracci J.M., Kunnath S.K., Reinhorn A.M., Seismic performance and retrofit evaluation of reinforced concrete structures, *Journal of Structural Engineering*, vol. 123, pp.3-10, 1997.
14. Calderoni B., D'Aveni A., Ghersi A. e Rinaldi Z. Static vs. Modal Analysis of Asymmetric Buildings: Effectiveness of Dynamic Eccentricity Formulations, *Earthquake Spectra*, vol.18 No.2, pp.219-231,2002.
15. Chopra A.K. e Hejal R. Earthquake response of torsionally-coupled buildings, report no. EERC 87/20, Earthquake engineering research center, University of California, 1987.
16. Chopra A.K. Dynamic of structure: theory and applications to earthquake engineering , Prentice-Hall , 2001.
17. Chopra A.K. and Goel R.K., A modal pushover analysis procedure for estimating seismic demands for buildings, *Earthquake Engineering and structural dynamics* 2002, **31**: 561-582.
18. Chopra A.K. and Goel R.K., A modal pushover analysis procedure to estimate seismic demands for unsymmetric-plan buildings, *Earthquake Engineering and structural dynamics* 2004, **33**: 903-927.
19. D'Ambrisi A., De Stefano M., Viti S. Valutazione degli edifici torsionali in edifici irregolari in c.a., *Atti della XIII Conferenza Nazionale ANIDIS "L'Ingegneria Sismica in Italia"*, Bologna, 28 Giugno - 2 Luglio 2009.
20. D'Ambrisi A., De Stefano M., Tanganelli M. e Viti S. Seismic Performance of Irregular Existing RC Framed Structures., *Fourteenth European Conference On Earthquake Engineering*, Ohrid, 30 Agosto - 3 Settembre 2010.

21. Decreto Ministeriale 14 febbraio 1992, Norme tecniche per l'esecuzione delle opere in cemento armato normale e precompresso e per le strutture metalliche, G.U. n. 65 del 18 marzo 1992.
22. Decreto Ministeriale 16 gennaio 1996, Norme tecniche per le costruzioni in zone sismiche, G.U. n. 29 del 5 gennaio 1996.
23. DeStefano M., Faella G. e Ramasco R. Eccentricità delle azioni sismiche orizzontali negli edifici non simmetrici, *Ingegneria Sismica*, IV, vol 1, pp 26-39, 1987.
24. DeStefano M., Marino E. M. and Rossi P.P., Effect of Overstrenght on the Seismic Behaviour of Multi –Storey Regularly Asymmetric Buildings, *Bulletin of Earthquake Engineering* 2006, 4: 23-42.
25. De Stefano M., Pintucchi B. Parametric bounds for application of pushover analyses to plan-irregular buildings, *Fifth European Workshop on the Seismic Behaviour of Irregular and Complex Structures*, September 16-17 2008, Catania, Italy.
26. De Stefano M., Pintucchi B. L'analisi pushover per la verifica sismica di edifici irregolari torsio-flessibili, *Atti della XIII Conferenza Nazionale ANIDIS "L'Ingegneria Sismica in Italia"*, Bologna, 28 Giugno - 2 Luglio 2009.
27. Dolšek M., Fajfar P. Simplified probabilistic seismic performance assessment of plan asymmetric buildings, *Earthquake Engineering and structural dynamics* 2007, **36**: 2021-2041.
28. D.M. 14-01-08: Norme Tecniche per le costruzioni, G.U. n. 29 del 4 febbraio 2008.
29. Elnashai, A.S., Advanced inelastic static (pushover) analysis for earthquake applications, *Structural Engineering and Mechanics*, vol. 12, pp. 51-69, 2001.
30. *Eurocode 8 :Design of structures for earthquake resistance – part 1: general rules, seismic actions and rules for buildings*, ENV 1998-1-1, 2003.

31. Fajfar P. Capacity spectrum method based on inelastic demand spectra, *Earthquake Engineering and structural dynamics* 1999, **28**: 979-993.
32. Fajfar P., Marušić D. and Peruš I. Torsional effects in the pushover-based seismic analysis of buildings, *Journal of Earthquake Engineering*, Vol.9, No. 6 (2005) 831-854.
33. Fajfar P., Marušić D. and Peruš I. The extension of the N2 method to asymmetric buildings, *Proceedings of the 4<sup>th</sup> European Workshop on the seismic behaviour of irregular and complex structures*, 26-27 August, Thessaloniki, Greece, Paper No.41, 2005.
34. Federal Emergency Management Agency, 2000, FEMA 356 , Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation, Washington, D. C., Stati Uniti.
35. Ferracuti B., Savoia M, Pinho R. 3D Pushover Analysis for Evaluating Torsional Effect of RC Structures, *Atti della XIII Conferenza Nazionale ANIDIS "L'Ingegneria Sismica in Italia"*, Bologna, 28 Giugno - 2 Luglio 2009.
36. Ferrara G., Eccentricità correttive per l'analisi statica non lineare di sistemi strutturali asimmetrici, Tesi di laurea, Catania, 2007.
37. Filippou F. C., Popov E. P. and Bertero V. V.; Effects of bond deterioration on hysteric behavior of reinforced concrete joints; EERC Report 83/19, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, (1983).
38. Freeman S.A., The capacity spectrum method as a tool for seismic design, *Proceedings of the 11<sup>th</sup> European Conference on Earthquake Engineering* , Paris, France, 1998.
39. Freeman S.A., Sasaki K., Paret T., Multi - Mode Pushover Procedure (MMP) - A Method to identify the effects of Higher Modes in Pushover Analysis, Proceedings of the 6<sup>th</sup> national conference on Earthquake Engineering, EERI, Seattle, WA, 1998.

40. Gherzi, A. "Il cemento armato: le basi della progettazione strutturale esposte in maniera semplice ma rigorosa", Dario Flaccovio editore, Palermo 2010, Cap. 12, pgg. 329-363.
41. Gherzi, A. (1999): "Edifici antisismici con struttura intelaiata in cemento armato". CUEN, Napoli.
42. Gherzi A. e Lenza P. Edifici antisismici in cemento armato , Dario Flaccovio editore, Palermo 2009.
43. Gherzi A. and Rossi PP. Formulation of design eccentricity to reduce ductility demand in asymmetric buildings, *Engineering Structures*, 2000, 22 857-871.
44. Gherzi A. e Muratore M. Verifica e progetto allo stato limite ultimo di pilastri in C.A. a sezione rettangolare: un metodo semplificato, *Ingegneria sismica*, n.3, 2004.
45. Gupta B., Kunnath S.K., Adaptive spectra-based pushover procedure for seismic evaluation of structures, *Earthquake Spectra*, vo. 16, pp. 367-391, 2000.
46. Habibullah A. (1998): "Center of rigidity – a redefinition". *Computers and Structures, Inc.* Vol. 3, No. 1.
47. Hamburger R.O. and Cole C.A. Seismic upgrading of existing structures, Chapter 12, *The seismic design handbook*, ed. F. Naeim, pp. 624-679, Boston, Dordrecht, London, 2003.
48. Humar, J.L. (1984): "Design for seismic torsional forces". *Canadian J. Civil Engng*, 12, pp. 150-163.
49. Iervolino I., De Luca F. and Cosenza E. *Spectral shape-based assessment of SDOF nonlinear response to real, aduste and artificial accelerograms*, Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Università degli Studi di Napoli Federico II, Napoli, Italia, 2010.
50. Kent D.C. and Park R., Flexural members with confined concrete, *Journal of the Structural Division*, Vol. 97, No. 7, July 1971, pp. 1969-1990.



51. Kilar V. and Fajfar P., Simple push-over analysis of asymmetric buildings, *Earthquake Engineering and structural dynamics* 1997, Vol. 26, No. 2, pp. 233-249.
52. Kreslin M., Dolšek M., Fajfar P. Seismic analyses of an irregular existing RC building, *Fifth European Workshop on the Seismic Behaviour of Irregular and Complex Structures*, September 16-17 2008, Catania, Italy.
53. Lucchini A., Monti G., Kunnath S. Investigation on the inelastic torsional response of asymmetric-plan buildings, *Fifth European Workshop on the Seismic Behaviour of Irregular and Complex Structures*, September 16-17 2008, Catania, Italy.
54. Marino E. M., Comportamento sismico e criteri di progettazione di edifici multipiano irregolari in pianta, Tesi di dottorato, Catania, 2000.
55. Mander J. B., Priestley J. N. e Park R. and Fellow, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 114, No. 8, August 1988, pp. 1804-1826.
56. Marino E. M. e Rossi P.P., Exact evaluation of the location of the optimum torsion axis, *The structural design of tall and special buildings* 2004, 10.1002/252.
57. McCabe SL & Hall WJ. Assessment of seismic structural damage. *Journal of Structural Engineering*. 1989: 115(9): 2166-2183.
58. Menegotto M., Pinto P.E., Method of analysis for cyclically loaded RC plane frames including changes in geometry and nonelastic behaviour of elements under combined normal force and bending; Proc. IABSE Symposium, Lisbona, Portogallo, 1973;
59. Mpampatsikos V., Nascimbene R., Petrini L. Reliability of Linear Analysis for the Assessment of Existing R.C.Frame Buildings: Applicability Conditions and Effective Stiffness, *Atti della XIII Conferenza Nazionale ANIDIS "L'Ingegneria Sismica in Italia"*, Bologna, 28 Giugno - 2 Luglio 2009.
60. O.P.C.M. 3431: Norme Tecniche per il progetto, la valutazione e l'adeguamento sismico degli edifici, 2005.

61. Paulay T. A behaviour based design approach to earthquake induced torsion in ductile buildings, *Sismic design metodologie for the Next Generation of Codes*, Fajfar & Krawinkler (eds), Bakema, Rotterdam, 1997, 289-297.
62. Paulay T. Displacement-based design approach to earthquake induced torsion in ductile buildings, *Engineering Structures* vol.19,n.9, 1997, 699-707.
63. Paulay T., Priestley M.J.N., Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings, Wiley, New York, 1992.
64. Priestley M.J.N., Calvi M., Kowalsky, Displacement-Based Seismic Design of Structures, IUSS Press, 2008.
65. Requena M., Ayala A.G., Evaluation of a simplified method for the determination of the non linear seismic response of RC frames, *Proceedings of the 12<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering*, Auckland, New Zeland, 2000.
66. Rizzato M., Approccio agli spostamenti per l'analisi si strutture a parete e miste in cemento armato, Tesi di Dottorato, Ferrara, 2009.
67. Rossi PP. Comportamento sismico di edifici planimetricamente irregolari, Tesi di dottorato, Catania, 1998.
68. Scott M.H. e Fenves G.L., Plastic Hinge Integration Methods for Force-Based Beam-Column Elements, *Journal of Structural Engineering*, Vol.132, No. 2 (2006) 0733-9445
69. Scott, M. e Fenves, G. (2010). Krylov Subspace Accelerated Newton Algorithm: Application to Dynamic Progressive Collapse Simulation of Frames, *Journal of Structural Engineering*, 136(5), 473–480.
70. Silvestri S., Trombetti T., Gasparini G. An upper bound and an estimation for the maximum non-linear rotational response of one-storey asymmetric buildings, *Fifth European Workshop on the Seismic Behaviour of Irregular and Complex Structures*, September 16-17 2008, Catania , Italy.

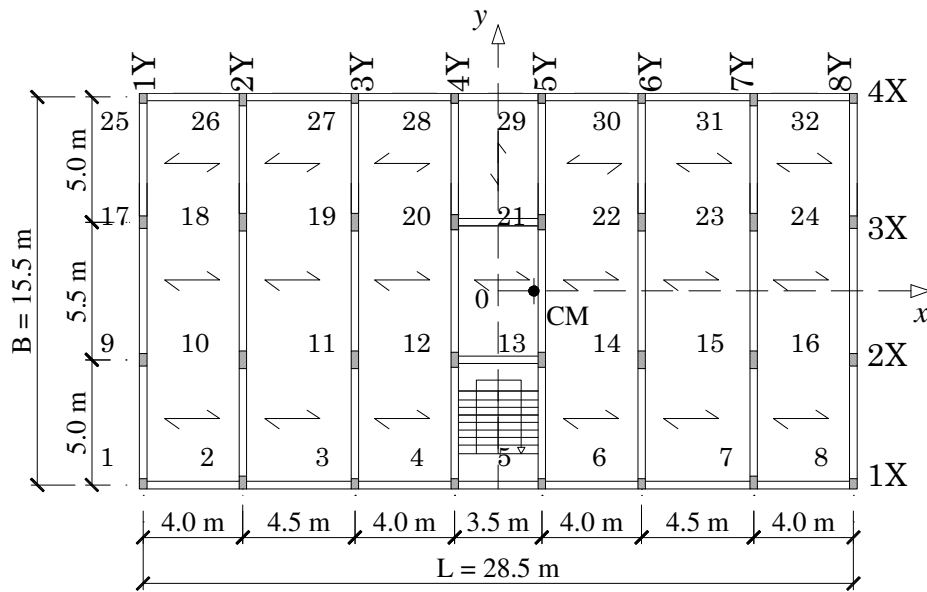
71. Silvestri S., Trombetti T., Gasparini G. Closed form solutions for corrective eccentricity, sensitivity to accidental eccentricity and increase in peak local displacements, *Fifth European Workshop on the Seismic Behaviour of Irregular and Complex Structures*, September 16-17 2008, Catania , Italy.
72. SIMQKE, (1976). A program for artificial motion generation, User's manual and documentation, Department of Civil Engineering MIT.
73. Taucer F. F., Spacone E. e Filippou F. C. A fiber beam-column element for seismic response analysis of reinforced concrete structures, report no. UCB/EERC-91/17, Earthquake engineering research center, University of California, Berkeley 1991
74. Trifunac, M. D., e Brady, A. G., A study on duration of strong earthquake ground motion, *Bull. Seismol. Soc. Am.* 65, 1975 ,581–626.
75. Valles R., Reinhorn A., Kunnath S. Li. C, Madan A., IDARC2D version 4.0: A computer program for the inelastic analysis of building, Technical report NCEER-96-0010, national center for earthquake engineering research, Buffalo NY, 1996.



## Appendice A1

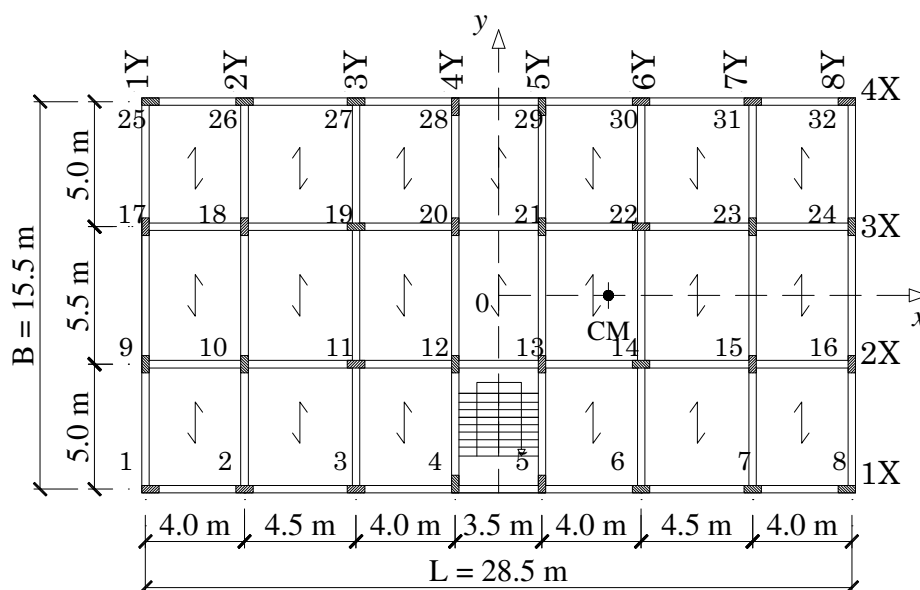
Si riportano in questa appendice il dettaglio delle sezioni e delle armature per i quattro edifici-base. a partire dai quali sono stati generati i dieci sistemi strutturali su cui nel presente studio è stata validata la metodologia di indagine proposta. Nell'ordine vengono riportati nel seguito dapprima delle tabelle con l'indicazione di sezioni ed armature per l'edificio-base del gruppo *SG* e successivamente dei prospetti riepilogativi delle caratteristiche dei tre edifici-base del gruppo *SS*.

*Lo schema strutturale della classe SG* (Fig. A1.1. ) prevede la doppia simmetria rispetto a due piani verticali mutuamente ortogonali passanti per il baricentro della pianta e pertanto per una completa descrizione dell'edificio-matrice dell'insieme è sufficiente l'indicazione delle armature di un gruppo di pilastri e di alcuni telai nelle due direzioni. Precisamente si riporta una tabella riepilogativa (Tab. 1) dei dati relativi ai pilastri denotati in carpenteria come 1, 2, 3, 4, 9, 10, 11, 12, mentre dalla doppia simmetria dello schema derivano le informazioni su quelli rimanenti. Su tale prospetto sono sintetizzate le informazioni relative a tutti i piani dell'edificio e ad entrambe le sezioni di estremità del generico pilastro, supposto a sezione costante nell'ambito di ciascun piano. Per le travate in direzione *X*, in virtù della simmetria rispetto al piano verticale *OXZ*, si riepilogano i dati su sezioni ed armature relativi ai soli telai piani denotati in carpenteria come 1X e 2X rispettivamente nelle tabelle 2 e 3. Si nota a tal proposito che, data l'assenza di travi in direzione *X* all'interno dell'edificio, ad esclusione della zona in prossimità della scala, per la travata 2X in Tab. 3 sono presenti informazioni unicamente sulla campata centrale, ove è collocata una trave a sostegno



**Fig. A1.1.** Pianta della carpenteria degli edifici SG per sostenere i soli carichi gravitazionali

della struttura della scala. Per le travate in direzione  $Y$ , in virtù della simmetria rispetto al piano verticale  $OYZ$ , si riepilogano i dati su sezioni ed armature relativi ai soli telai piani denotati in carpenteria come 1Y, 2Y, 3Y e 4Y rispettivamente nelle tabelle 4, 5, 6 e 7. Dal momento che il progetto dell'edificio è stato eseguito sulla base dei soli carichi gravitazionali, supposti costanti a tutti i piani come di norma avviene, il dimensionamento delle travi è il medesimo per tutti i piani dell'edificio e dunque nei prospetti riepilogativi dei dati su sezioni ed armature delle travi sono presenti indicazioni relative al piano-tipo, valide per gli impalcati alle diverse quote. Per ciascun prospetto relativo alle travi vi sono indicazioni circa l'armatura superiore in corrispondenza degli appoggi e quella inferiore in campata: ciascuna delle sezioni di estremità della generica campata avrà ovviamente un'armatura superiore pari a quella del corrispondente appoggio ed una inferiore pari a quella della campata di appartenenza. In maniera analoga la staffatura viene indicata sui lati sinistro e destro di ciascun appoggio nonché in campata, lungo la quale mantiene un valore costante.



**Fig. A1.2.** Pianta della carpenteria degli edifici SS per sostenere anche le azioni sismiche

Gli edifici-base della classe SS, caratterizzati da un medesimo schema della carpenteria (Fig. A1.2) e da progetto antisismico, sono tre: uno di essi, dal quale deriva la sottoclasse SST, prevede doppia simmetria rispetto ai due piani verticali mutuamente ortogonali e passanti per il baricentro della pianta per quanto attiene alle distribuzioni sia delle rigidezze sia delle resistenze; viceversa gli altri due edifici, denominati SSR-P ed SSR-G, sono contraddistinti da simmetria biassiale unicamente per la ripartizione delle rigidezze, mentre la distribuzione delle resistenze ammette un unico piano verticale di simmetria, il piano OXZ. Vengono nell'ordine riportati una serie di prospetti riepilogativi con i dati relativi alle sezioni ai vari piani di un gruppo di pilastri e dei nodi estremi delle travi per i telai in direzione X ed Y, dapprima per l'edificio SST (Tab. 8-14) e poi per i due edifici SSR-P (Tab. 15-25) ed SSR-G (Tab. 26-36). Precisamente per ciascuno dei tre sistemi si riporta una tabella riepilogativa (Tab. 8, 15, 26) dei dati relativi ai pilastri denotati in carpenteria come 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14,

15, 16, mentre dalla simmetria dello schema derivano le informazioni su quelli rimanenti. Su tale prospetto sono sintetizzate le informazioni relative a tutti i piani dell'edificio e ad entrambe le sezioni di estremità del generico pilastro, supposto a sezione costante nell'ambito di ciascun piano. Per le travate in direzione X, in virtù della simmetria rispetto al piano verticale OXZ, si riepilogano i dati su sezioni ed armature relativi ai soli telai piani denotati in carpenteria come 1X e 2X (Tab. 9, 10, 16, 17, 27, 28). Viceversa per la direzione Y si riportano le indicazioni relative alle sole travate denotate in carpenteria come 1Y, 2Y, 3Y e 4Y esclusivamente per l'edificio-base del sottogruppo *SST* (Tab. 11, 12, 13, 14), che è dotato di doppia simmetria, mentre si forniscono i dati delle aste di tutte le travate per gli edifici *SSR-P* (Tab. 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25) ed *SSR-G* (Tab. 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36), i quali sono invece dotati di un unico piano di simmetria. Per ciascun prospetto relativo alle travi vi sono indicazioni differenziate per la sezione in corrispondenza del primo e del secondo estremo della generica campata; in corrispondenza del generico estremo sono riportati i dati relativi a tutti i piani, attesa la variabilità lungo l'altezza delle sollecitazioni indotte dal carico sismico ed in base alle quali sono dimensionate le armature, e per ciascun piano sono indicate le dimensioni della sezione geometrica di calcestruzzo, le barre di armatura superiore ed inferiore, i ferri di parete nonché la disposizione di staffe.



Tab. 1 – Tipologia SG: Sezioni e armature dei pilastri

Pilastro	Piano	Sezione b(cm) x h(cm)	Armatura di spigolo	Armatura Lato Lungo	Armatura Lato Corto	Staffe
1	1	30X40	4Ø14	1Ø14	-	Ø8/20.0
	2	30X40	4Ø14	1Ø14	-	Ø8/20.0
	3	30X40	4Ø14	1Ø14	-	Ø8/20.0
	4	30X40	4Ø14	1Ø14	-	Ø8/20.0
	5	30X40	4Ø14	1Ø14	-	Ø8/20.0
2	1	30X50	4Ø14	1Ø14	1Ø14	Ø8/20.0
	2	30X40	4Ø14	1Ø14	-	Ø8/20.0
	3	30X40	4Ø14	1Ø14	-	Ø8/20.0
	4	30X40	4Ø14	1Ø14	-	Ø8/20.0
	5	30X40	4Ø14	1Ø14	-	Ø8/20.0
3	1	30X50	4Ø14	1Ø14	1Ø14	Ø8/20.0
	2	30X40	4Ø14	1Ø14	-	Ø8/20.0
	3	30X40	4Ø14	1Ø14	-	Ø8/20.0
	4	30X40	4Ø14	1Ø14	-	Ø8/20.0
	5	30X40	4Ø14	1Ø14	-	Ø8/20.0
4	1	30X40	4Ø14	1Ø14	1Ø14	Ø8/20.0
	2	30X40	4Ø14	1Ø14	-	Ø8/20.0
	3	30X40	4Ø14	1Ø14	-	Ø8/20.0
	4	30X40	4Ø14	1Ø14	-	Ø8/20.0
	5	30X40	4Ø14	1Ø14	-	Ø8/20.0
9	1	30X50	4Ø14	1Ø14	1Ø14	Ø8/20.0
	2	30X40	4Ø14	1Ø14	-	Ø8/20.0
	3	30X40	4Ø14	1Ø14	-	Ø8/20.0
	4	30X40	4Ø14	1Ø14	-	Ø8/20.0
	5	30X40	4Ø14	1Ø14	-	Ø8/20.0
10	1	30X70	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/20.0
	2	30X60	4Ø14	1Ø14	1Ø14	Ø8/20.0
	3	30X50	4Ø14	1Ø14	-	Ø8/20.0
	4	30X40	4Ø14	1Ø14	-	Ø8/20.0
	5	30X40	4Ø14	1Ø14	-	Ø8/20.0

Pilastro	Piano	Sezione b(cm) x h(cm)	Armatura di spigolo	Armatura Lato Lungo	Armatura Lato Corto	Staffe
11	1	30X70	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/20.0
	2	30X60	4Ø14	1Ø14	1Ø14	Ø8/20.0
	3	30X50	4Ø14	1Ø14	-	Ø8/20.0
	4	30X40	4Ø14	1Ø14	-	Ø8/20.0
	5	30X40	4Ø14	1Ø14	-	Ø8/20.0
12	1	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/20.0
	2	30X50	4Ø14	1Ø14	1Ø14	Ø8/20.0
	3	30X40	4Ø14	1Ø14	-	Ø8/20.0
	4	30X40	4Ø14	1Ø14	-	Ø8/20.0
	5	30X40	4Ø14	1Ø14	-	Ø8/20.0

Tab. 2 – Tipologia SG: Sezioni e armature delle travi del telaio 1X

Travi telaio 1X								
Appoggio	1	2	3	4	5	6	7	8
Sezione b(cm) x h(cm)	30x60	30x60	30x60	30x60	30x60	30x60	30x60	
Barre Sup	2Ø14	2Ø14+ 1Ø14	2Ø14+ 1Ø14	2Ø14+ 1Ø14	2Ø14+ 1Ø14	2Ø14+ 1Ø14	2Ø14+ 1Ø14	2Ø14
Staffe Lato sinistro	-	Ø8/15.0	Ø8/15.0	Ø8/15.0	Ø8/15.0	Ø8/15.0	Ø8/15.0	Ø8/15.0
Staffe Lato destro	Ø8/15.0	Ø8/15.0	Ø8/15.0	Ø8/15.0	Ø8/15.0	Ø8/15.0	Ø8/15.0	-
Campata	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	
Sezione b(cm) x h(cm)	30x60	30x60	30x60	30x60	30x60	30x60	30x60	
Barre Inf	2Ø14	2Ø14+ 1Ø14	2Ø14+ 1Ø14	2Ø14+ 1Ø14	2Ø14+ 1Ø14	2Ø14+ 1Ø14	2Ø14	
Staffe	Ø8/25.0	Ø8/25.0	Ø8/25.0	Ø8/25.0	Ø8/25.0	Ø8/25.0	Ø8/25.0	

Tab. 3 – Tipologia SG: Sezioni e armature delle travi del telaio 2X

<b>Travi telaio 2X</b>		
<b>Appoggio</b>	<b>12</b>	<b>13</b>
<b>Sezione b(cm) x h(cm)</b>	30x60	30x60
<b>Barre Sup</b>	2Ø14	2Ø14
<b>Staffe Lato sinistro</b>	-	Ø8/15.0
<b>Staffe Lato destro</b>	Ø8/15.0	-
<b>Campata</b>	<b>12-13</b>	
<b>Sezione b(cm) x h(cm)</b>	30x60	
<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	
<b>Staffe</b>	Ø8/25.0	

Tab. 4 – Tipologia SG: Sezioni e armature delle travi del telaio 1Y

<b>Travi telaio 1Y</b>				
<b>Appoggio</b>	<b>1</b>	<b>9</b>	<b>17</b>	<b>25</b>
<b>Sezione b(cm) x h(cm)</b>	30x60	30x60	30x60	30x60
<b>Barre Sup</b>	2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14
<b>Staffe Lato sinistro</b>	-	Ø8/15.0	Ø8/15.0	Ø8/15.0
<b>Staffe Lato destro</b>		Ø8/15.0	Ø8/15.0	-
<b>Campata</b>	<b>1-9</b>	<b>9-17</b>	<b>17-25</b>	
<b>Sezione b(cm) x h(cm)</b>	30x60	30x60	30x60	
<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
<b>Staffe</b>	Ø8/25.0	Ø8/25.0	Ø8/25.0	

Tab. 5 – Tipologia SG: Sezioni e armature delle travi del telaio 2Y

<b>Travi telaio 2Y</b>				
<b>Appoggio</b>	<b>2</b>	<b>10</b>	<b>18</b>	<b>26</b>
<b>Sezione b(cm) x h(cm)</b>	30x60	30x60	30x60	30x60
<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø14+1Ø14
<b>Staffe Lato sinistro</b>	-	Ø8/15.0	Ø8/15.0	Ø8/15.0
<b>Staffe Lato destro</b>		Ø8/15.0	Ø8/15.0	-
<b>Campata</b>	<b>2-10</b>	<b>10-18</b>	<b>18-26</b>	
<b>Sezione b(cm) x h(cm)</b>	30x60	30x60	30x60	
<b>Barre Inf</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø14+2Ø14	
<b>Staffe</b>	Ø8/25.0	Ø8/25.0	Ø8/25.0	

Tab. 6 – Tipologia SG: Sezioni e armature delle travi del telaio 3Y

<b>Travi telaio 3Y</b>				
<b>Appoggio</b>	<b>3</b>	<b>11</b>	<b>19</b>	<b>27</b>
<b>Sezione b(cm) x h(cm)</b>	30x60	30x60	30x60	30x60
<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø14+1Ø14
<b>Staffe Lato sinistro</b>	-	Ø8/10.0	Ø8/10.0	Ø8/15.0
<b>Staffe Lato destro</b>	Ø8/15.0	Ø8/10.0	Ø8/10.0	-
<b>Campata</b>	<b>3-11</b>	<b>11-19</b>	<b>19-27</b>	
<b>Sezione b(cm) x h(cm)</b>	30x60	30x60	30x60	
<b>Barre Inf</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	
<b>Staffe</b>	Ø8/25.0	Ø8/25.0	Ø8/25.0	

Tab. 7 – Tipologia SG: Sezioni e armature delle travi del telaio 4Y

<b>Travi telaio 4Y</b>				
<b>Appoggio</b>	<b>4</b>	<b>12</b>	<b>20</b>	<b>28</b>
<b>Sezione b(cm) x h(cm)</b>	30x60	30x60	30x60	30x60
<b>Barre Sup</b>	2Ø14	2Ø14+3Ø14	2Ø14+3Ø14	2Ø14
<b>Staffe Lato sinistro</b>	-	Ø8/15.0	Ø8/10.0	Ø8/15.0
<b>Staffe Lato destro</b>	Ø8/15.0	Ø8/10.0	Ø8/15.0	-
<b>Campata</b>	<b>4-12</b>	<b>12-20</b>	<b>20-28</b>	
<b>Sezione b(cm) x h(cm)</b>	30x60	30x60	30x60	
<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+1Ø14	
<b>Staffe</b>	Ø8/25.0	Ø8/25.0	Ø8/25.0	

Tab. 8 – Tipologia SST: Sezioni e armature dei pilastri

Pilastro	Piano	Sezione b(cm) x h(cm)	Armatura di spigolo	Armatura Lato Lungo	Armatura Lato Corto	Staffe
1	1	30X60	4Ø14	2Ø14	2Ø14	Ø8/15
	2	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
2	1	30X60	4Ø20	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
3	1	30X60	4Ø20	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X60	4Ø20	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
4	1	30X60	4Ø20	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
5	1	30X60	4Ø20	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
6	1	30X60	4Ø20	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X60	4Ø20	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15

Pilastro	Piano	Sezione b(cm) x h(cm)	Armatura di spigolo	Armatura Lato Lungo	Armatura Lato Corto	Staffe
7	1	30X60	4Ø20	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
8	1	30X60	4Ø14	2Ø14	2Ø14	Ø8/15
	2	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
9	1	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
10	1	30X80	4Ø20	4Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X80	4Ø14	4Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X70	4Ø14	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X70	4Ø14	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
11	1	30X80	4Ø20	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X80	4Ø20	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X70	4Ø14	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X70	4Ø14	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
12	1	30X80	4Ø20	4Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X80	4Ø14	4Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X70	4Ø14	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X70	4Ø14	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15

Pilastro	Piano	Sezione b(cm) x h(cm)	Armatura di spigolo	Armatura Lato Lungo	Armatura Lato Corto	Staffe
13	1	30X80	4Ø20	4Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X80	4Ø14	4Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X70	4Ø14	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X70	4Ø14	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
14	1	30X80	4Ø20	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X80	4Ø20	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X70	4Ø14	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X70	4Ø14	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
15	1	30X80	4Ø20	4Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X80	4Ø14	4Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X70	4Ø14	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X70	4Ø14	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
16	1	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15











Tab. 11 – Tipologia SST: Sezioni e armature delle travi del telaio 1Y

nodo	Piano	Campata	1	2	3
1	1	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	2	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	3	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	4	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
5	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60	
	<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	
	<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14	
	<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15	

<b>nodo</b>	<b>Piano</b>	<b>Campata</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>1</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>2</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>3</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>4</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>5</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15

Tab. 12 – Tipologia SST: Sezioni e armature delle travi del telaio 2Y

nodo	Piano	Campata	1	2	3
1	1	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	2	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	3	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	4	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
5	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60	
	<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14	
	<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15	

<b>nodo</b>	<b>Piano</b>	<b>Campata</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>1</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>2</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>3</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>4</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>5</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15

Tab. 13 – Tipologia SST: Sezioni e armature delle travi del telaio 3Y

<b>nodo</b>	<b>Piano</b>	<b>Campata</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>2</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>3</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>4</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
<b>5</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60	
	<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14	
	<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15	



<b>nodo</b>	<b>Piano</b>	<b>Campata</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>1</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>2</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>3</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>4</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>5</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15

Tab. 14 – Tipologia SST: Sezioni e armature delle travi del telaio 4Y

nodo	Piano	Campata	1	2	3
1	1	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	2	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	3	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	4	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
5	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60	
	<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14	
	<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15	

<b>nodo</b>	<b>Piano</b>	<b>Campata</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>1</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>2</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>3</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>4</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>5</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15

Tab. 15 – Tipologia SSR-P: Sezioni e armature dei pilastri

Pilastro	Piano	Sezione b(cm) x h(cm)	Armatura di spigolo	Armatura Lato Lungo	Armatura Lato Corto	Staffe
1	1	30X60	4Ø14	2Ø14	2Ø14	Ø8/15
	2	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
2	1	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
3	1	30X60	4Ø20	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
4	1	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
5	1	30X60	4Ø20	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
6	1	30X60	4Ø20	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15

Pilastro	Piano	Sezione b(cm) x h(cm)	Armatura di spigolo	Armatura Lato Lungo	Armatura Lato Corto	Staffe
7	1	30X60	4Ø20	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
8	1	30X60	4Ø14	2Ø14	2Ø14	Ø8/15
	2	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
9	1	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
10	1	30X80	4Ø14	4Ø14	2Ø14	Ø8/15
	2	30X80	4Ø14	4Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X70	4Ø14	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X70	4Ø14	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
11	1	30X80	4Ø20	4Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X80	4Ø14	4Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X70	4Ø14	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X70	4Ø14	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
12	1	30X80	4Ø14	4Ø14	2Ø14	Ø8/15
	2	30X80	4Ø14	4Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X70	4Ø14	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X70	4Ø14	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15

Pilastro	Piano	Sezione b(cm) x h(cm)	Armatura di spigolo	Armatura Lato Lungo	Armatura Lato Corto	Staffe
13	1	30X80	4Ø20	4Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X80	4Ø14	4Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X70	4Ø14	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X70	4Ø14	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
14	1	30X80	4Ø20	4Ø14	2Ø14	Ø8/15
	2	30X80	4Ø14	4Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X70	4Ø14	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X70	4Ø14	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
15	1	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
16	1	30X80	4Ø20	4Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X80	4Ø14	4Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X70	4Ø14	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X70	4Ø14	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15











Tab. 18 – Tipologia *SSR-P*: Sezioni e armature delle travi del telaio 1Y

<b>nodo</b>	<b>Piano</b>	<b>Campata</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>2</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>3</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+0Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>4</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
<b>5</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60	
	<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	
	<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14	
	<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15	

<b>nodo</b>	<b>Piano</b>	<b>Campata</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>1</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>2</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>3</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø20+0Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>4</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>5</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15

Tab. 19 – Tipologia *SSR-P*: Sezioni e armature delle travi del telaio 2Y

<b>nodo</b>	<b>Piano</b>	<b>Campata</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>2</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>3</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>4</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
<b>5</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60	
	<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14	
	<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15	

<b>nodo</b>	<b>Piano</b>	<b>Campata</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>1</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>2</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>3</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>4</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
<b>5</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60	
	<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14	
	<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15	

Tab. 20 – Tipologia *SSR-P*: Sezioni e armature delle travi del telaio 3Y

<b>nodo</b>	<b>Piano</b>	<b>Campata</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø20+0Ø14	2Ø20+0Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>2</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>3</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>4</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
<b>5</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60	
	<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14	
	<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15	

<b>nodo</b>	<b>Piano</b>	<b>Campata</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>1</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+0Ø14	2Ø20+0Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>2</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>3</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>4</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>5</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15



Tab. 21 – Tipologia *SSR-P*: Sezioni e armature delle travi del telaio 4Y

<b>nodo</b>	<b>Piano</b>	<b>Campata</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>2</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>3</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>4</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
<b>5</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60	
	<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14	
	<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15	

<b>nodo</b>	<b>Piano</b>	<b>Campata</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>1</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>2</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>3</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>4</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>5</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15

Tab. 22 – Tipologia *SSR-P*: Sezioni e armature delle travi del telaio 5Y

<b>nodo</b>	<b>Piano</b>	<b>Campata</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>2</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+2Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>3</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>4</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
<b>5</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60	
	<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14	
	<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15	

<b>nodo</b>	<b>Piano</b>	<b>Campata</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>1</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>2</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+2Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>3</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>4</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>5</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15

Tab. 23 – Tipologia *SSR-P*: Sezioni e armature delle travi del telaio 6Y

<b>nodo</b>	<b>Piano</b>	<b>Campata</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>2</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>3</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>4</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
<b>5</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60	
	<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14	
	<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15	

<b>nodo</b>	<b>Piano</b>	<b>Campata</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>1</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>2</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>3</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>4</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>5</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15

Tab. 24 – Tipologia *SSR-P*: Sezioni e armature delle travi del telaio 7Y

<b>nodo</b>	<b>Piano</b>	<b>Campata</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+3Ø20	2Ø20+3Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>2</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø14	2Ø20+3Ø20	2Ø20+3Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>3</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>4</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
<b>5</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60	
	<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14	
	<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15	

<b>nodo</b>	<b>Piano</b>	<b>Campata</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>1</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+3Ø20	2Ø20+3Ø20	2Ø20+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>2</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+3Ø20	2Ø20+3Ø20	2Ø20+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>3</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>4</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
<b>5</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60	
	<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14	
	<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15	



Tab. 25 – Tipologia *SSR-P*: Sezioni e armature delle travi del telaio 8Y

<b>nodo</b>	<b>Piano</b>	<b>Campata</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>2</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>3</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>4</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+0Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
<b>5</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60	
	<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	
	<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14	
	<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15	

<b>nodo</b>	<b>Piano</b>	<b>Campata</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>1</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>2</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>3</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>4</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø20+0Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>5</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15

Tab. 26 – Tipologia SSR-G: Sezioni e armature dei pilastri

Pilastro	Piano	Sezione b(cm) x h(cm)	Armatura di spigolo	Armatura Lato Lungo	Armatura Lato Corto	Staffe
1	1	30X60	4Ø14	2Ø14	2Ø14	Ø8/15
	2	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
2	1	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
3	1	30X60	4Ø20	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
4	1	30X60	4Ø20	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
5	1	30X60	4Ø20	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
6	1	30X60	4Ø20	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15

Pilastro	Piano	Sezione b(cm) x h(cm)	Armatura di spigolo	Armatura Lato Lungo	Armatura Lato Corto	Staffe
7	1	30X60	4Ø20	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
8	1	30X60	4Ø20	2Ø14	2Ø14	Ø8/15
	2	30X60	4Ø20	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X60	4Ø20	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X60	4Ø20	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
9	1	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
10	1	30X80	4Ø14	4Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X80	4Ø14	4Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X70	4Ø14	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X70	4Ø14	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
11	1	30X80	4Ø20	4Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X80	4Ø14	4Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X70	4Ø14	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X70	4Ø14	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
12	1	30X80	4Ø20	4Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X80	4Ø14	4Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X70	4Ø14	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X70	4Ø14	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15

Pilastro	Piano	Sezione b(cm) x h(cm)	Armatura di spigolo	Armatura Lato Lungo	Armatura Lato Corto	Staffe
13	1	30X80	4Ø20	4Ø14	1Ø14	Ø8/15
	2	30X80	4Ø14	4Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X70	4Ø14	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X70	4Ø14	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
14	1	30X80	4Ø20	4Ø14	2Ø14	Ø8/15
	2	30X80	4Ø14	4Ø14	2Ø14	Ø8/15
	3	30X70	4Ø14	3Ø14	2Ø14	Ø8/15
	4	30X70	4Ø14	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
15	1	30X80	4Ø20	4Ø14	3Ø20	Ø8/15
	2	30X80	4Ø14	4Ø14	1Ø14	Ø8/15
	3	30X70	4Ø14	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	4	30X70	4Ø14	3Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
16	1	30X60	4Ø20	2Ø14	2Ø14	Ø8/15
	2	30X60	4Ø20	2Ø14	2Ø14	Ø8/15
	3	30X60	4Ø20	2Ø14	2Ø14	Ø8/15
	4	30X60	4Ø20	2Ø14	1Ø14	Ø8/15
	5	30X60	4Ø14	2Ø14	1Ø14	Ø8/15











Tab. 29 – Tipologia SSR-G: Sezioni e armature delle travi del telaio 1Y

nodo	Piano	Campata	1	2	3
1	1	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø20+0Ø14	2Ø20+0Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	2	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	3	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø20+0Ø14	2Ø20+0Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	4	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
5	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60	
	<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14	
	<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15	

<b>nodo</b>	<b>Piano</b>	<b>Campata</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>1</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+0Ø14	2Ø20+0Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>2</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>3</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+0Ø14	2Ø20+0Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>4</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>5</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15

Tab. 30 – Tipologia SSR-G: Sezioni e armature delle travi del telaio 2Y

nodo	Piano	Campata	1	2	3
1	1	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	2	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	3	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	4	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
5	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60	
	<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14	
	<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15	

<b>nodo</b>	<b>Piano</b>	<b>Campata</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>1</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>2</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>3</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>4</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>5</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15

Tab. 31 – Tipologia SSR-G: Sezioni e armature delle travi del telaio 3Y

nodo	Piano	Campata	1	2	3
1	1	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	2	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	3	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	4	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
5	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60	
	<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14	
	<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15	

<b>nodo</b>	<b>Piano</b>	<b>Campata</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>1</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>2</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>3</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>4</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
<b>5</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60	
	<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14	
	<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15	

Tab. 32 – Tipologia SSR-G: Sezioni e armature delle travi del telaio 4Y

<b>nodo</b>	<b>Piano</b>	<b>Campata</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>2</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>3</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>4</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
<b>5</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60	
	<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14	
	<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15	



<b>nodo</b>	<b>Piano</b>	<b>Campata</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>1</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>2</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>3</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>4</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>5</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15

Tab. 33 – Tipologia SSR-G: Sezioni e armature delle travi del telaio 5Y

nodo	Piano	Campata	1	2	3
1	1	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	2	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	3	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+0Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	4	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
5	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60	
	<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14	
	<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15	

<b>nodo</b>	<b>Piano</b>	<b>Campata</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>1</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>2</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>3</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+0Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>4</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>5</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15

Tab. 34 – Tipologia SSR-G: Sezioni e armature delle travi del telaio 6Y

<b>nodo</b>	<b>Piano</b>	<b>Campata</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>2</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>3</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>4</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
<b>5</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60	
	<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14	
	<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15	

nodo	Piano	Campata	1	2	3
2	1	b(cm)xh(cm)	30X60	30X60	30X60
		Barre Inf	2Ø14+2Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+2Ø14
		Barre Sup	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		Ferri Parete	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		Staffe	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	2	b(cm)xh(cm)	30X60	30X60	30X60
		Barre Inf	2Ø14+2Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+2Ø14
		Barre Sup	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		Ferri Parete	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		Staffe	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	3	b(cm)xh(cm)	30X60	30X60	30X60
		Barre Inf	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		Barre Sup	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø20+1Ø14
		Ferri Parete	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		Staffe	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	4	b(cm)xh(cm)	30X60	30X60	30X60
		Barre Inf	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		Barre Sup	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		Ferri Parete	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		Staffe	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
5	b(cm)xh(cm)	30X60	30X60	30X60	
	Barre Inf	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	Barre Sup	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	Ferri Parete	1Ø14	1Ø14	1Ø14	
	Staffe	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15	

Tab. 35 – Tipologia SSR-G: Sezioni e armature delle travi del telaio 7Y

<b>nodo</b>	<b>Piano</b>	<b>Campata</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+1Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+1Ø20
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø14	2Ø20+3Ø20	2Ø20+3Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>2</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+3Ø20	2Ø20+3Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>3</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>4</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
<b>5</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60	
	<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	
	<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14	
	<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15	

<b>nodo</b>	<b>Piano</b>	<b>Campata</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>1</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+1Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+1Ø20
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+3Ø20	2Ø20+3Ø20	2Ø20+2Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>2</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+3Ø20	2Ø20+3Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>3</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+1Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>4</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>5</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15

Tab. 36 – Tipologia *SSR-G*: Sezioni e armature delle travi del telaio 8Y

<b>nodo</b>	<b>Piano</b>	<b>Campata</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+3Ø20	2Ø20+3Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>2</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+3Ø20	2Ø20+3Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>3</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>4</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+3Ø14	2Ø20+3Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
<b>5</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60	
	<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	
	<b>Barre Sup</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	
	<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14	
	<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15	



<b>nodo</b>	<b>Piano</b>	<b>Campata</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>1</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+3Ø20	2Ø20+3Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>2</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14	2Ø20+2Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+3Ø20	2Ø20+3Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>3</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20	2Ø20+2Ø20
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>4</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø20+3Ø14	2Ø20+3Ø14	2Ø20+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15
	<b>5</b>	<b>b(cm)xh(cm)</b>	30X60	30X60	30X60
		<b>Barre Inf</b>	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Barre Sup</b>	2Ø14+2Ø14	2Ø14+2Ø14	2Ø14+1Ø14
		<b>Ferri Parete</b>	1Ø14	1Ø14	1Ø14
		<b>Staffe</b>	Ø8/15	Ø8/15	Ø8/15



## Appendice A2

Si riportano in questa appendice tre gruppi di diagrammi, relativi a tutti gli edifici presi in esame. In dettaglio:

1. Primo gruppo (Figg. A2.1,2,3,4,5,6,7,8,9,10): ogni figura si riferisce a un singolo edificio esaminato e riporta per ciascun piano i diagrammi delle distribuzioni in pianta degli spostamenti assoluti limitatamente al confronto fra analisi dinamica non lineare, approccio normativo e metodo proposto nella formulazione originaria.
2. Secondo gruppo (Figg. A2.10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20): ogni figura si riferisce a un singolo edificio esaminato e riporta per ciascun piano i diagrammi delle distribuzioni in pianta degli spostamenti assoluti con riferimento al confronto fra analisi dinamica non lineare, approccio normativo e tutti i metodi statici non lineari proposti (metodo originario e sue varianti)
3. Terzo gruppo (Figg. A2.21,22,23,24,25,26,27,28,29,30): ogni figura si riferisce a un singolo edificio esaminato e riporta per ciascun piano i diagrammi delle distribuzioni in pianta degli errori percentuali sugli spostamenti assoluti commessi nei vari metodi statici non lineari rispetto all'analisi dinamica non lineare.

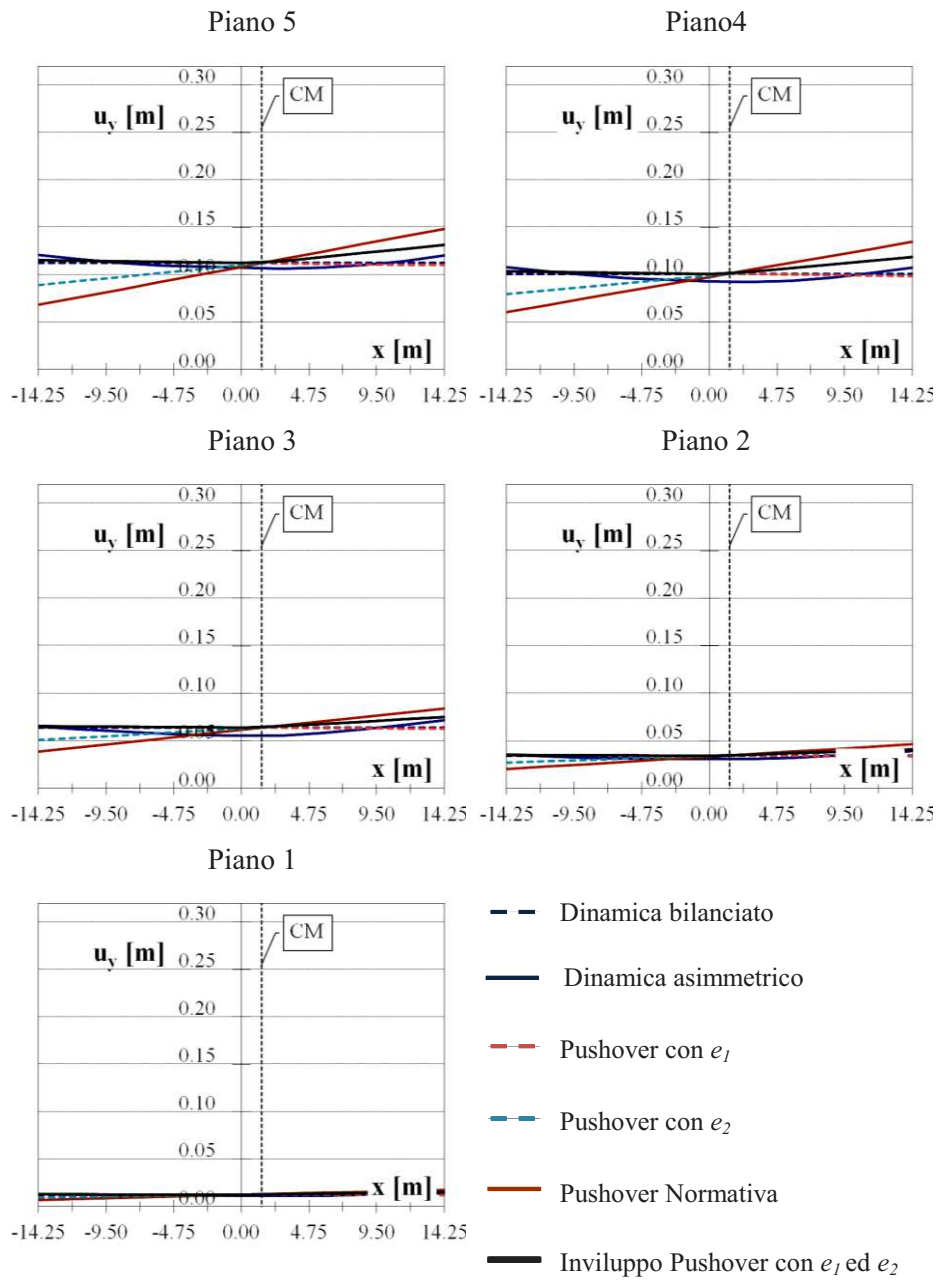


Fig. A2.1. Edificio SG-P: diagrammi dei massimi spostamenti assoluti: analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

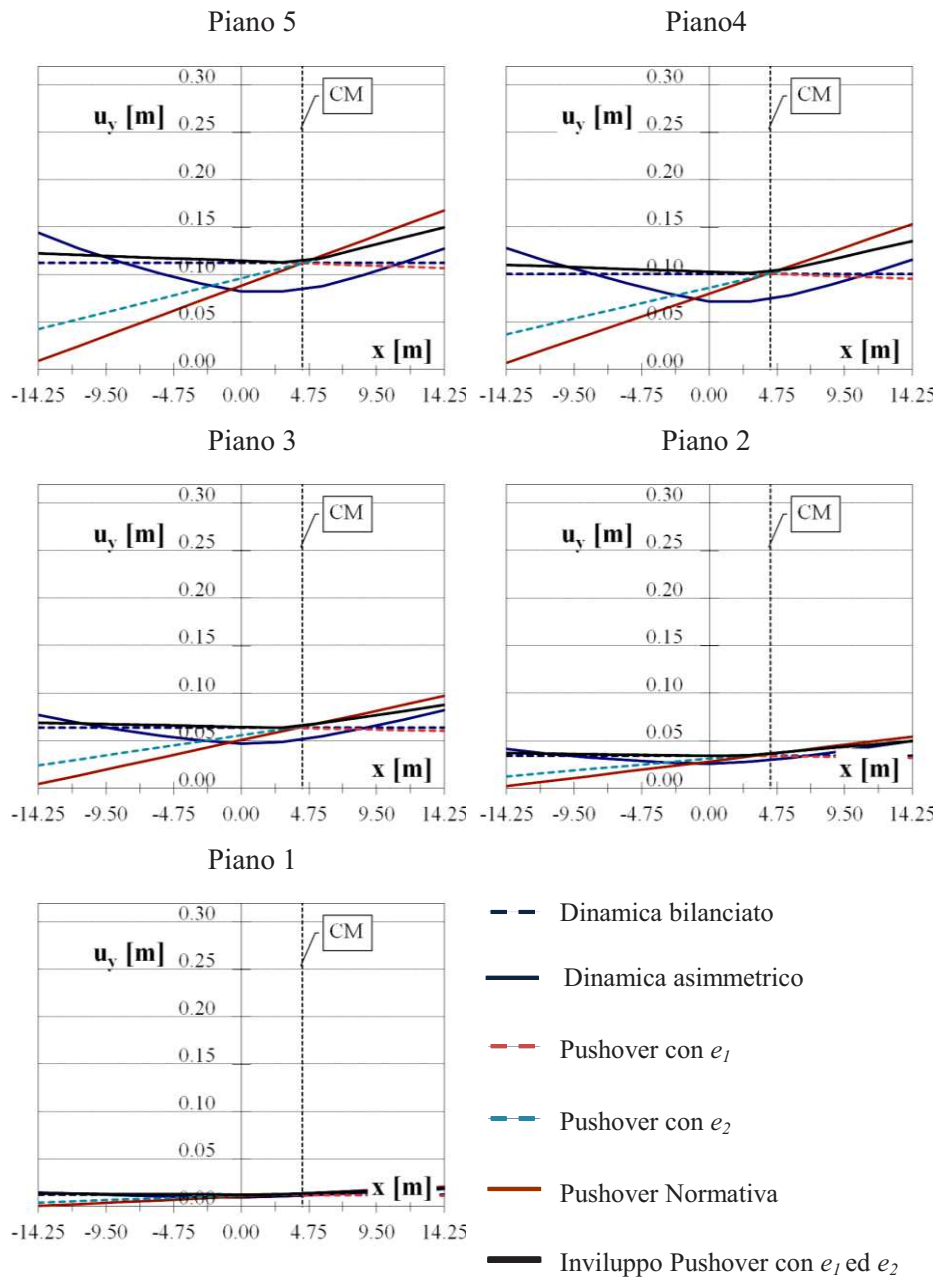


Fig. A2.2. Edificio SG-G: diagrammi dei massimi spostamenti assoluti: analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

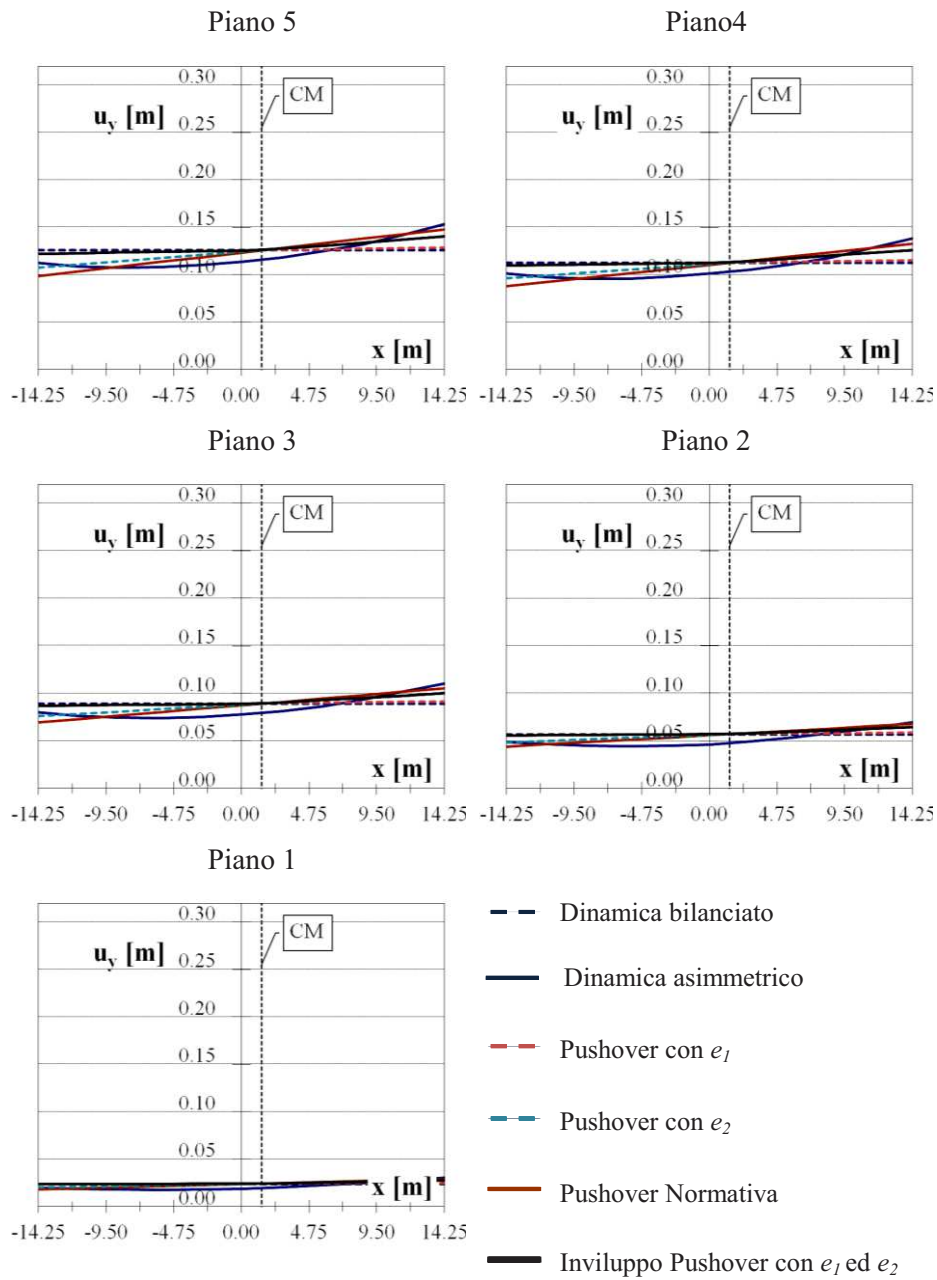


Fig. A2.3. Edificio *SST-P1*: diagrammi dei massimi spostamenti assoluti: analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

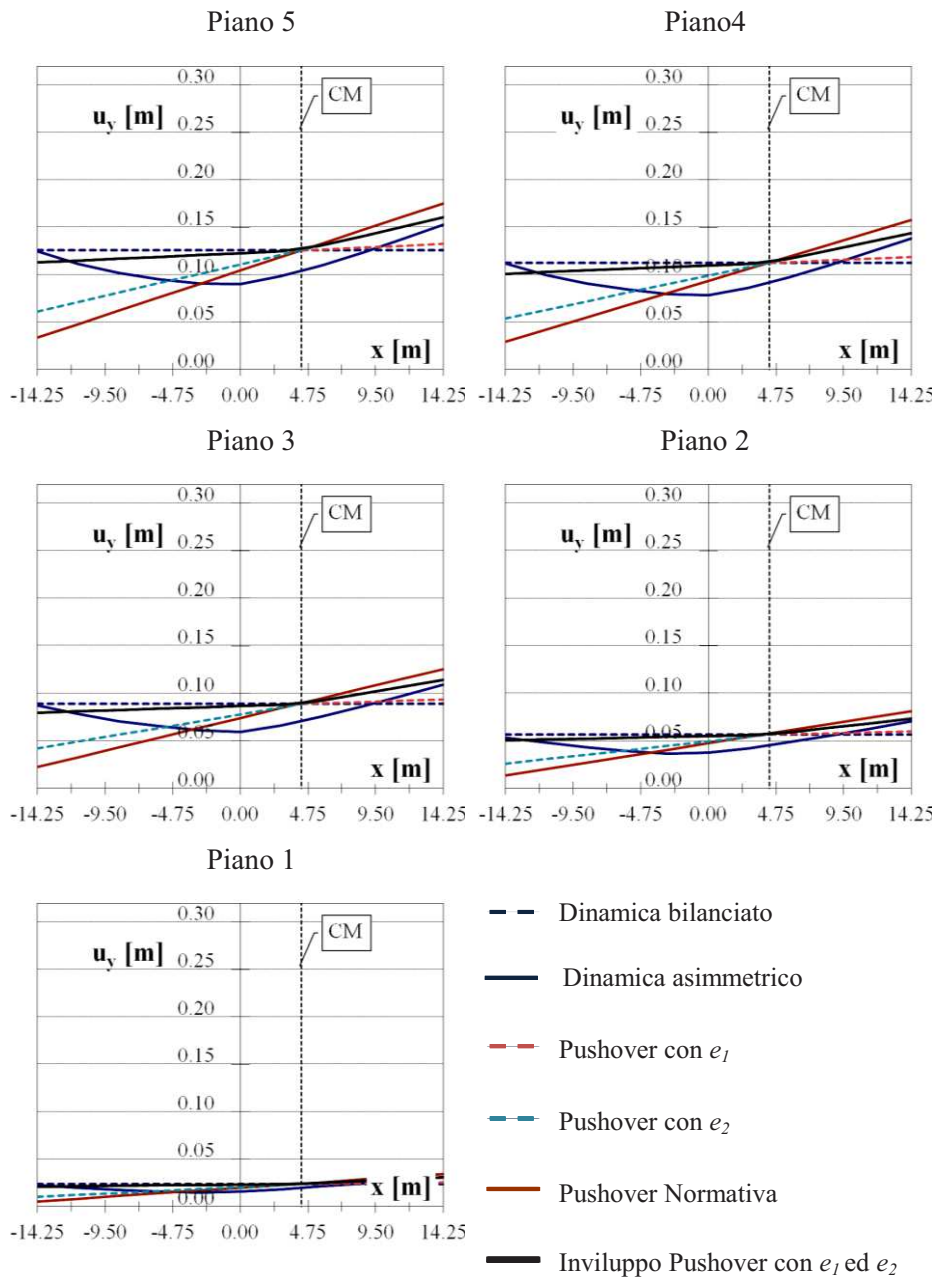


Fig. A2.4. Edificio SST-G1: diagrammi dei massimi spostamenti assoluti: analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

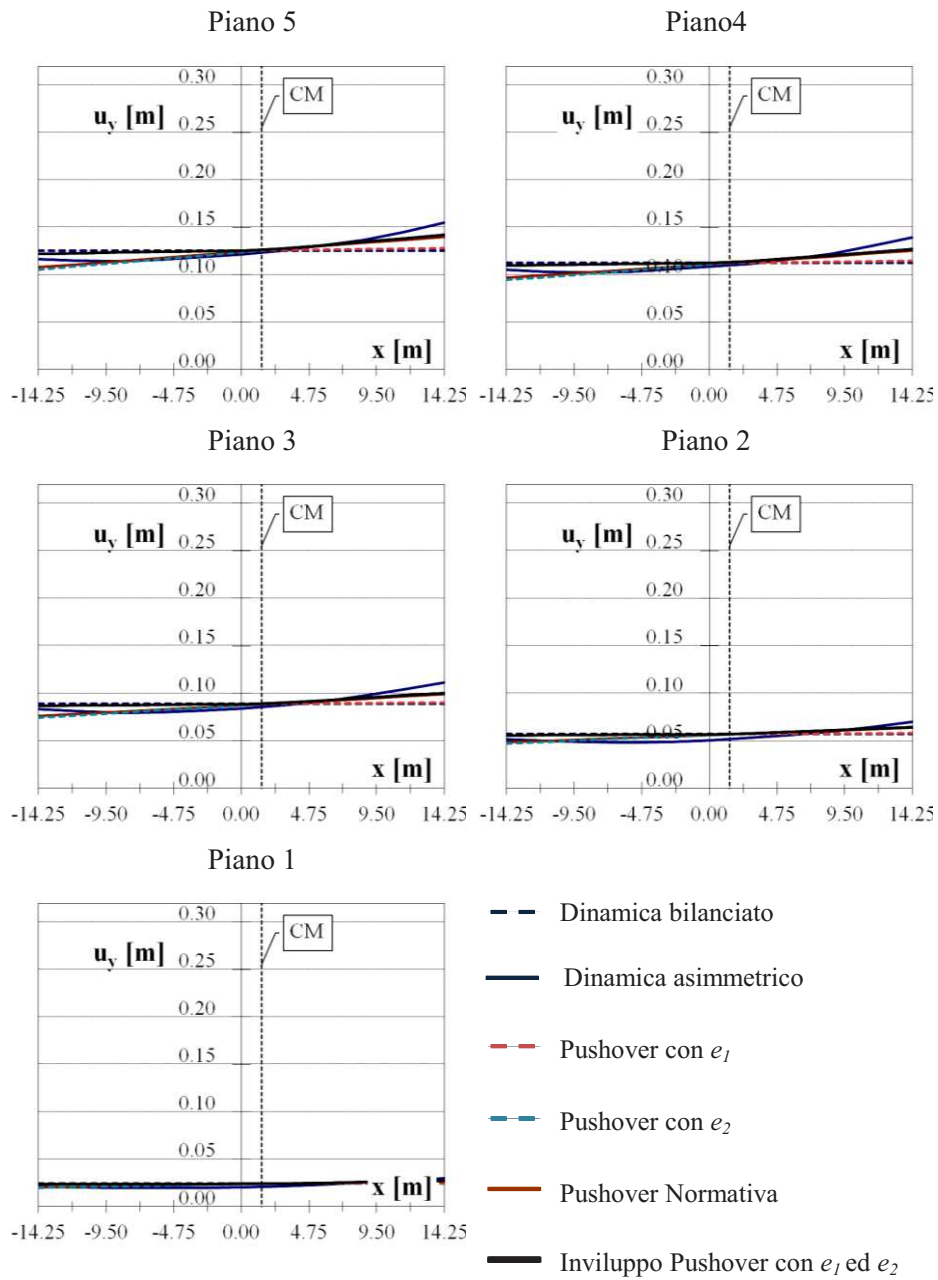


Fig. A2.5. Edificio *SSR-P1*: diagrammi dei massimi spostamenti assoluti: analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.



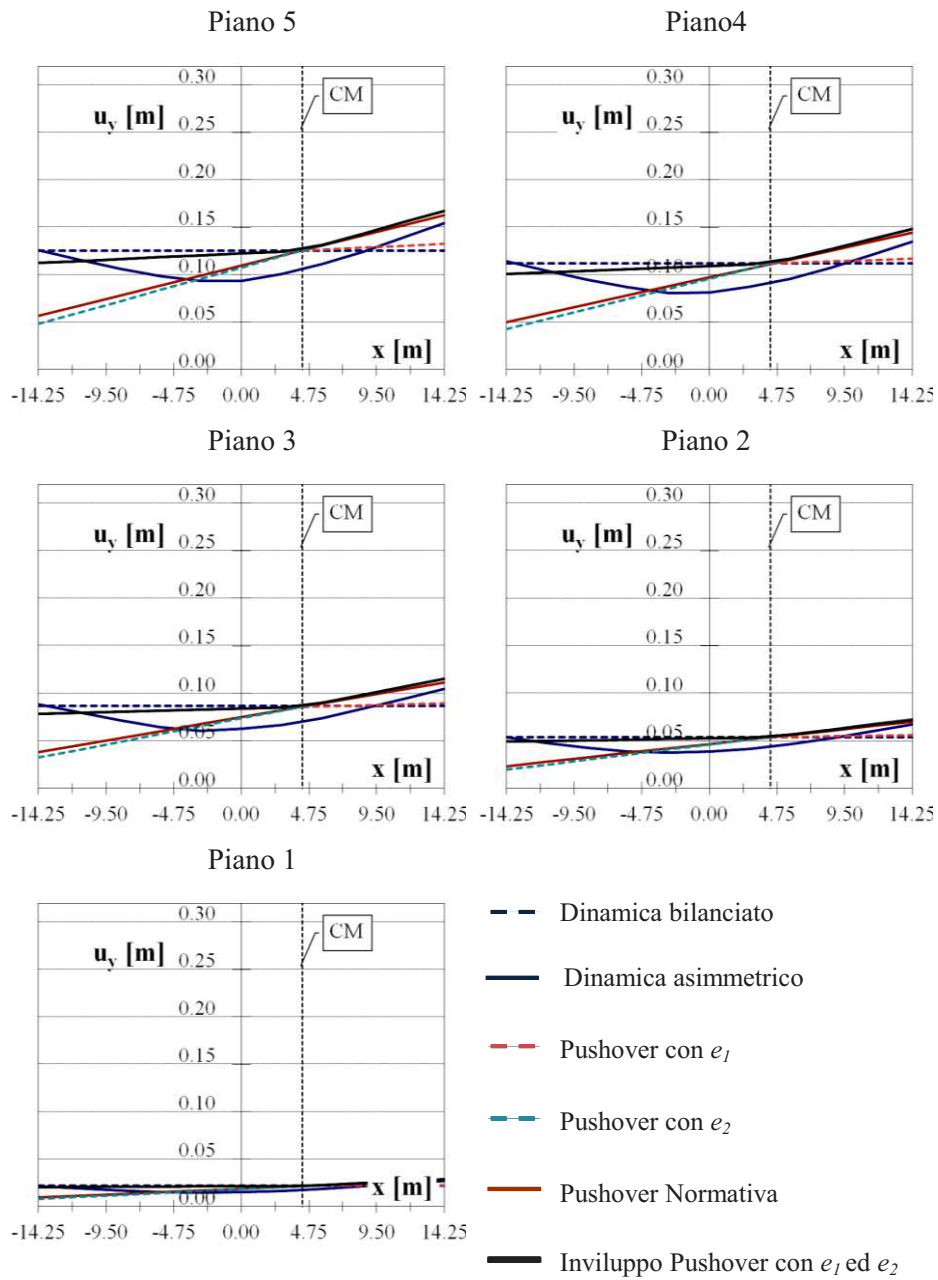


Fig. A2.6. Edificio *SSR-G1*: diagrammi dei massimi spostamenti assoluti: analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

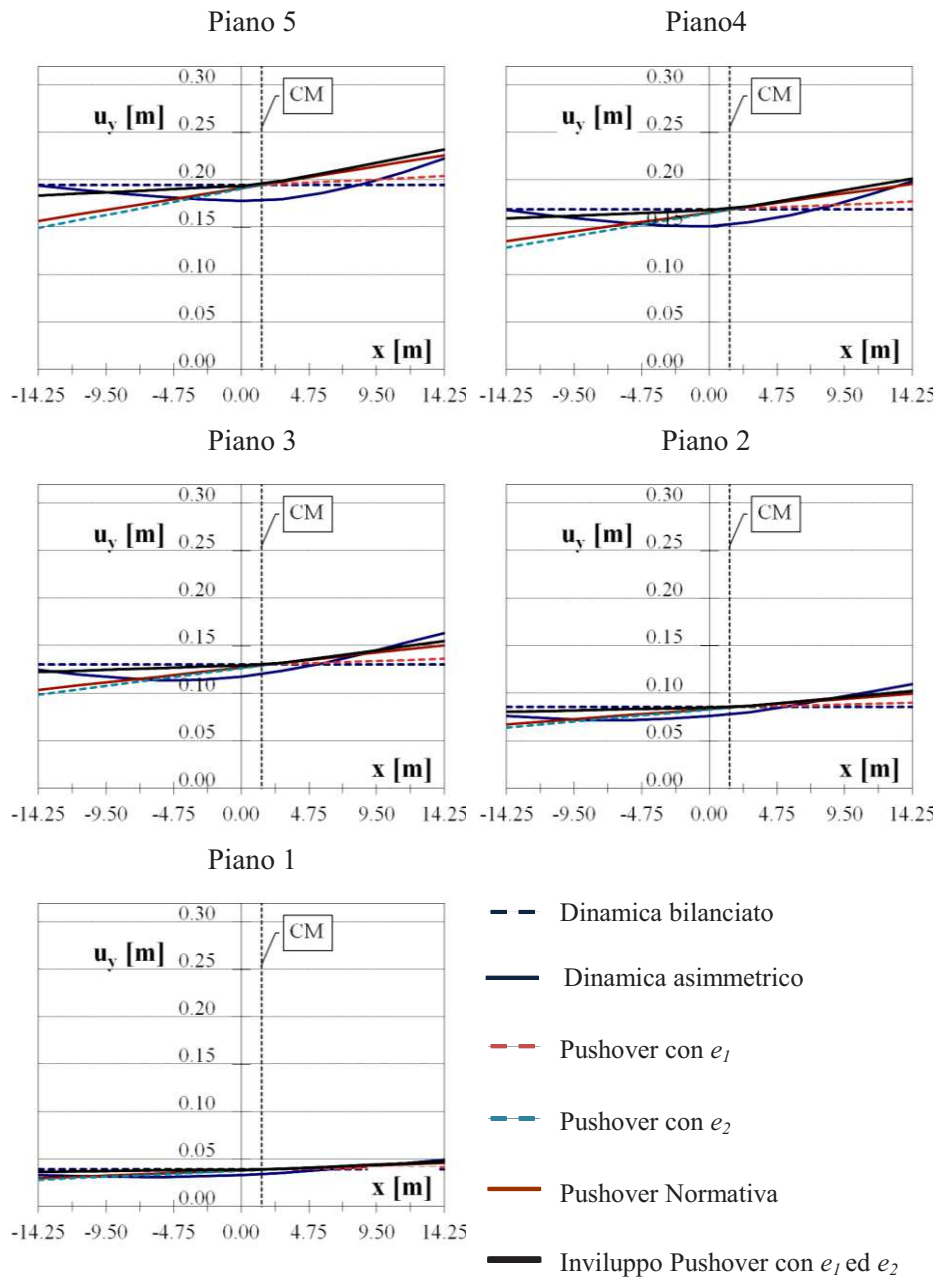


Fig. A2.7. Edificio *SST-P2*: diagrammi dei massimi spostamenti assoluti: analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

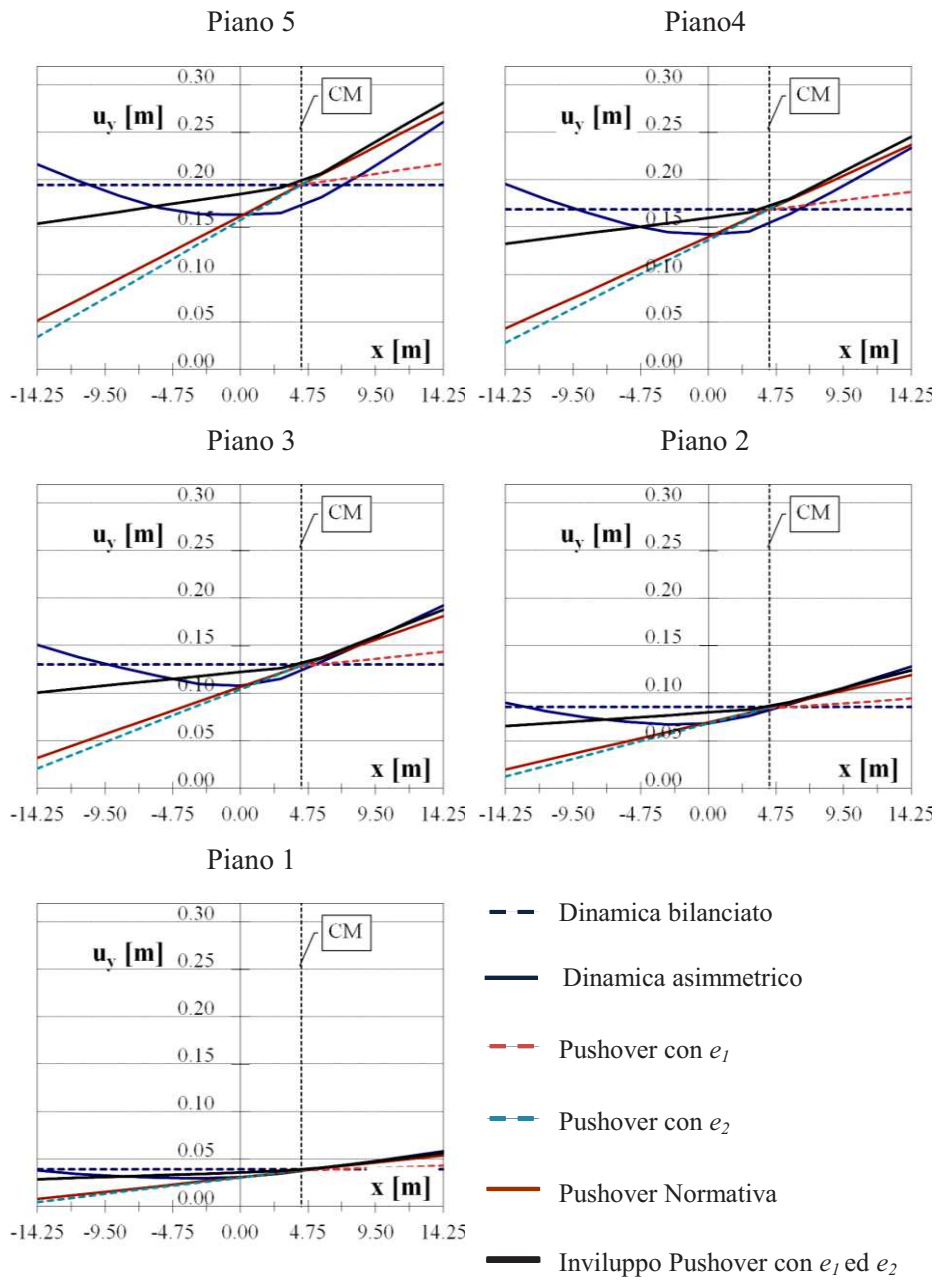


Fig. A2.8. Edificio SST-G2: diagrammi dei massimi spostamenti assoluti: analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

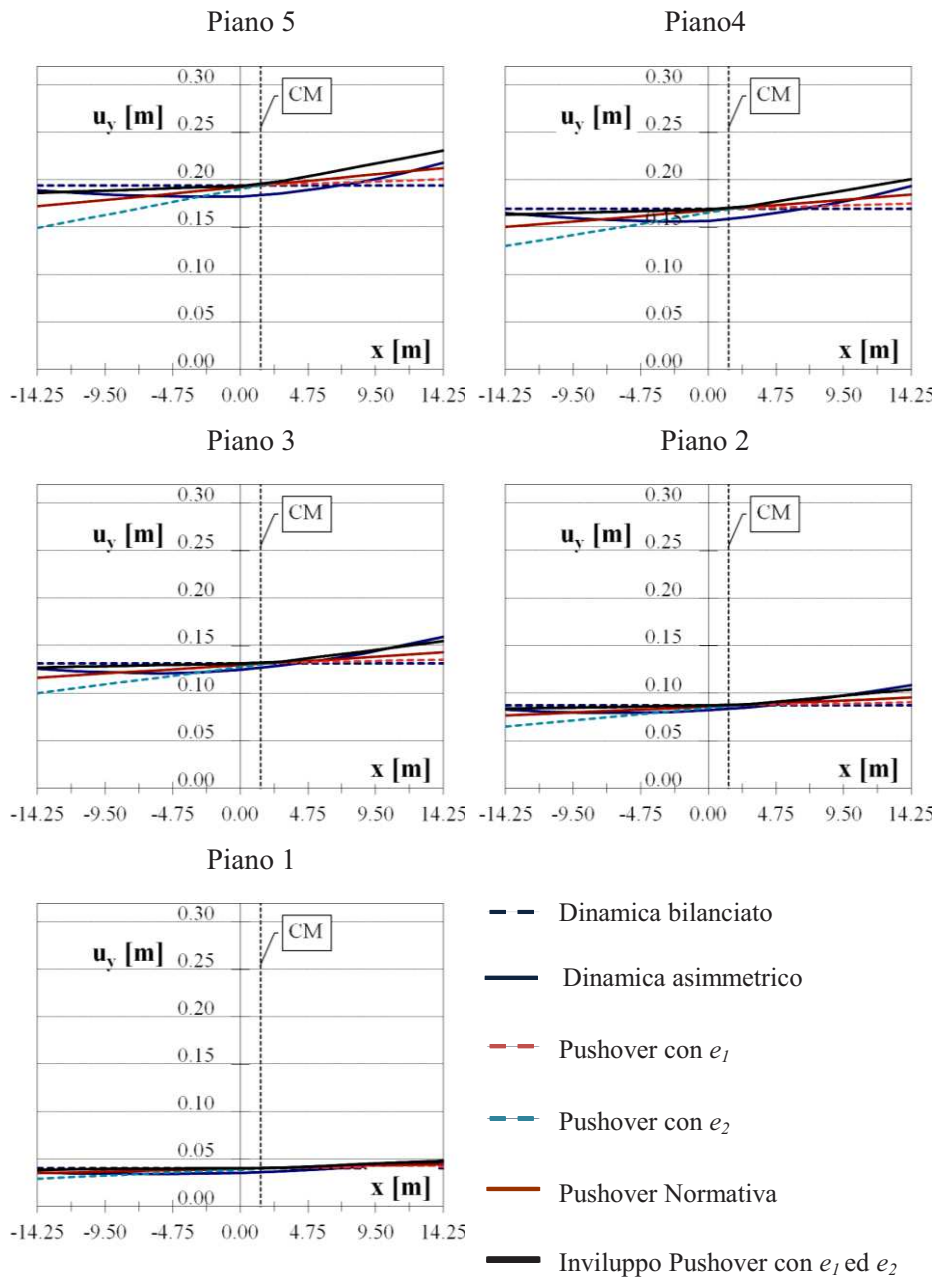


Fig. A2.9. Edificio *SSR-P2*: diagrammi dei massimi spostamenti assoluti: analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

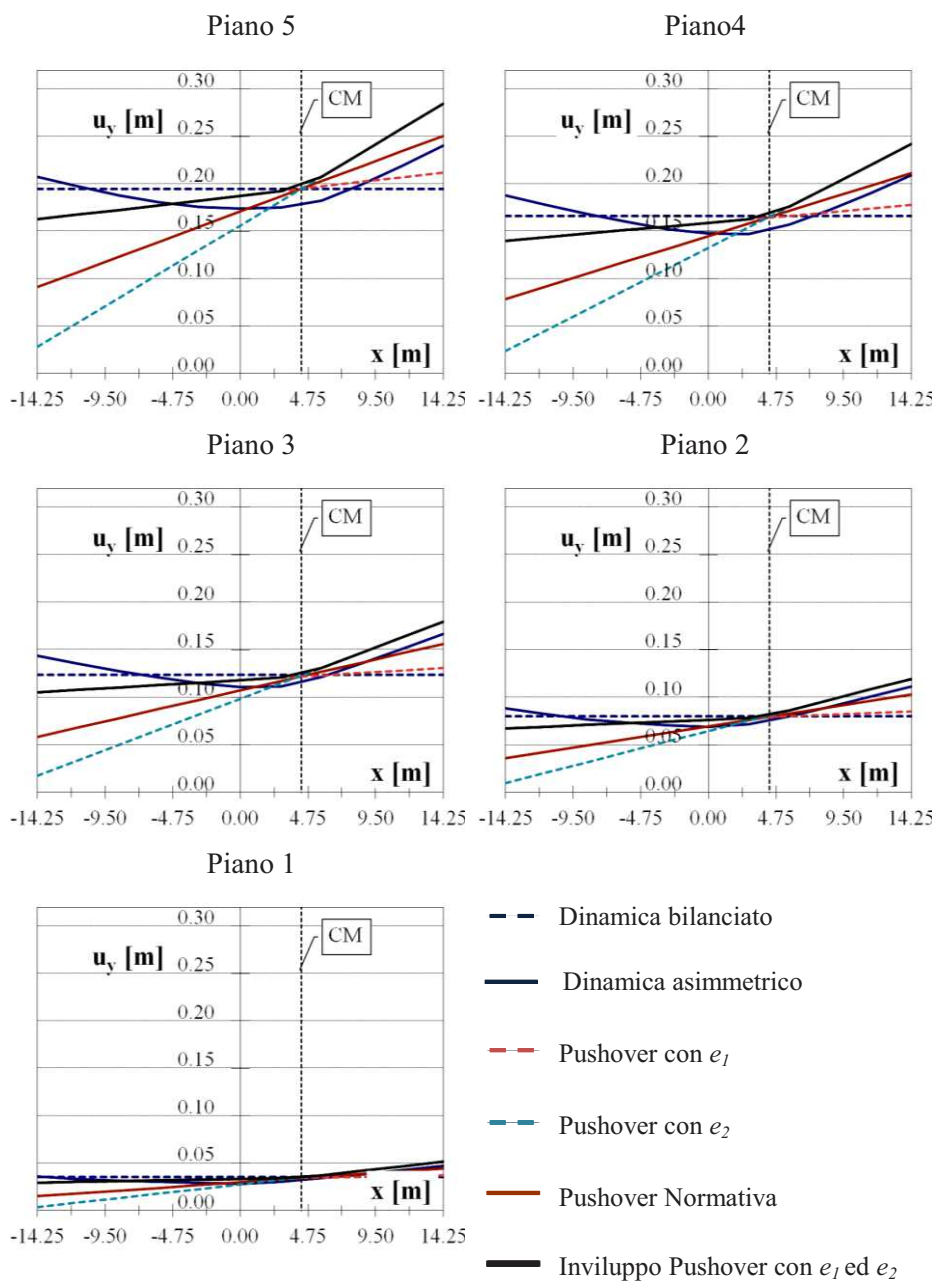


Fig. A2.10. Edificio SSR-G2: diagrammi dei massimi spostamenti assoluti: analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

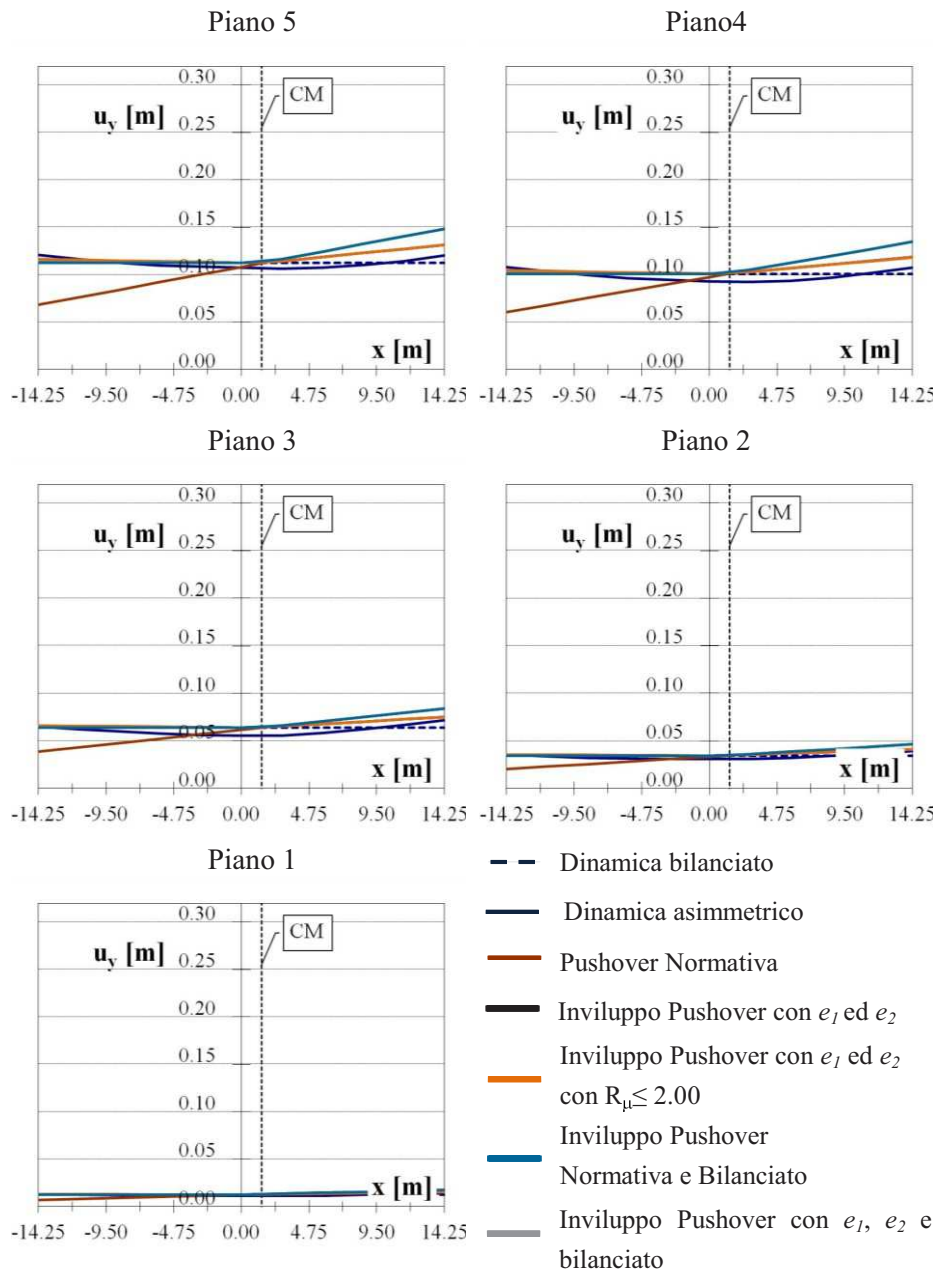


Fig. A2.11. Edificio *SG-P*: diagrammi dei massimi spostamenti assoluti: confronto fra i vari metodi statici non lineari.

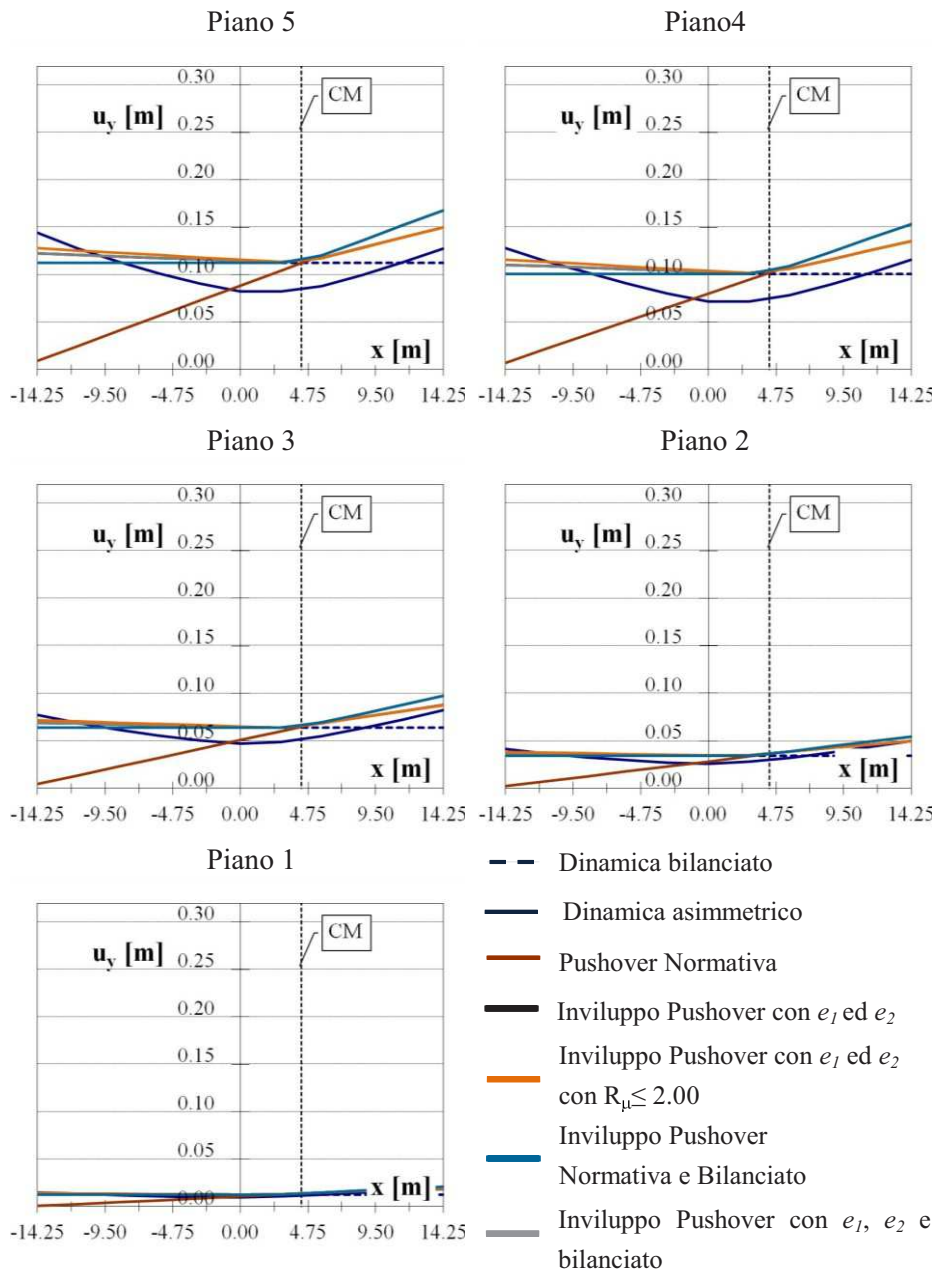


Fig. A2.12. Edificio SG-G: diagrammi dei massimi spostamenti assoluti: confronto fra i vari metodi statici non lineari.

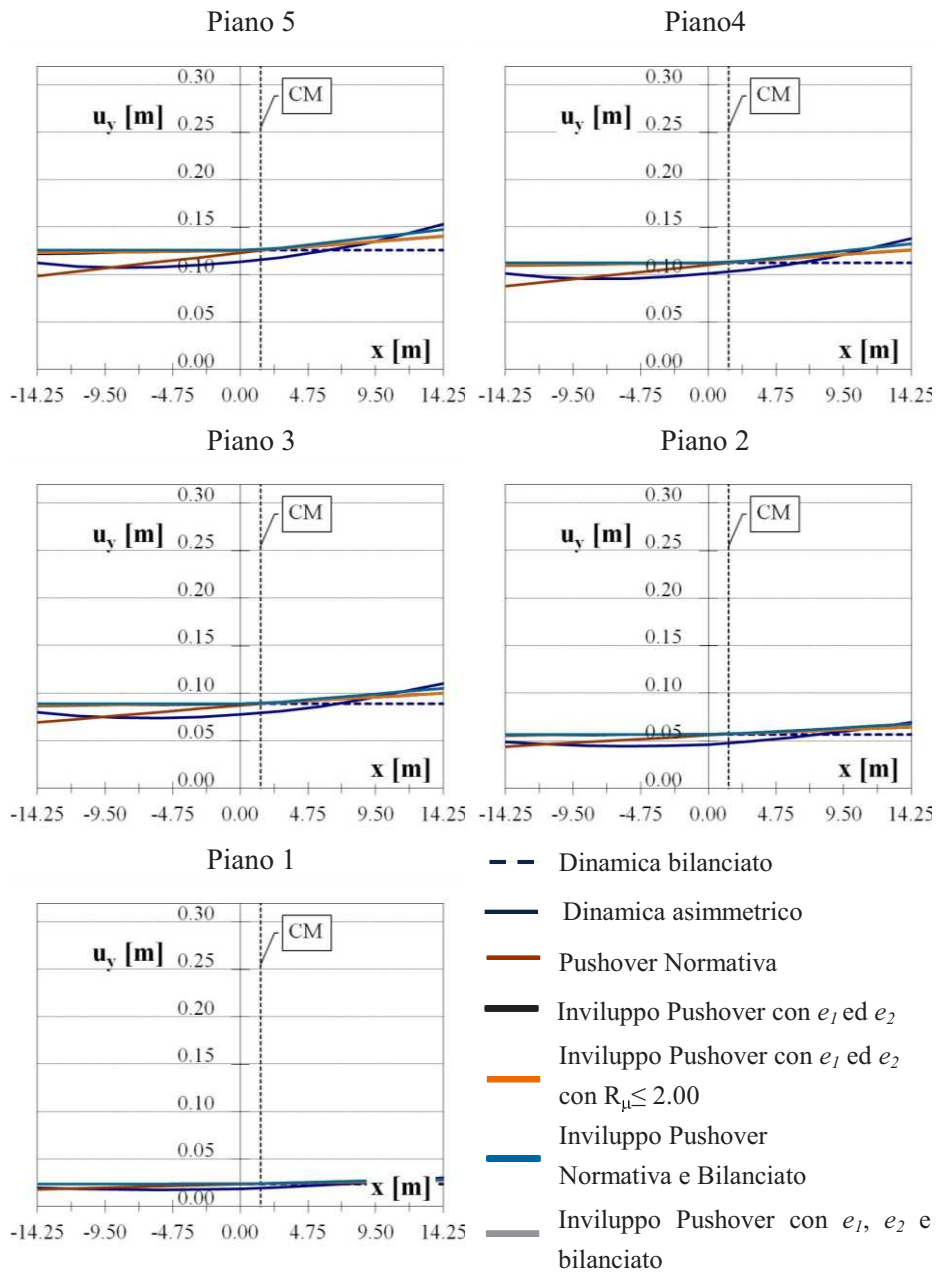


Fig. A2.13. Edificio SST-P1: diagrammi dei massimi spostamenti assoluti: confronto fra i vari metodi statici non lineari.



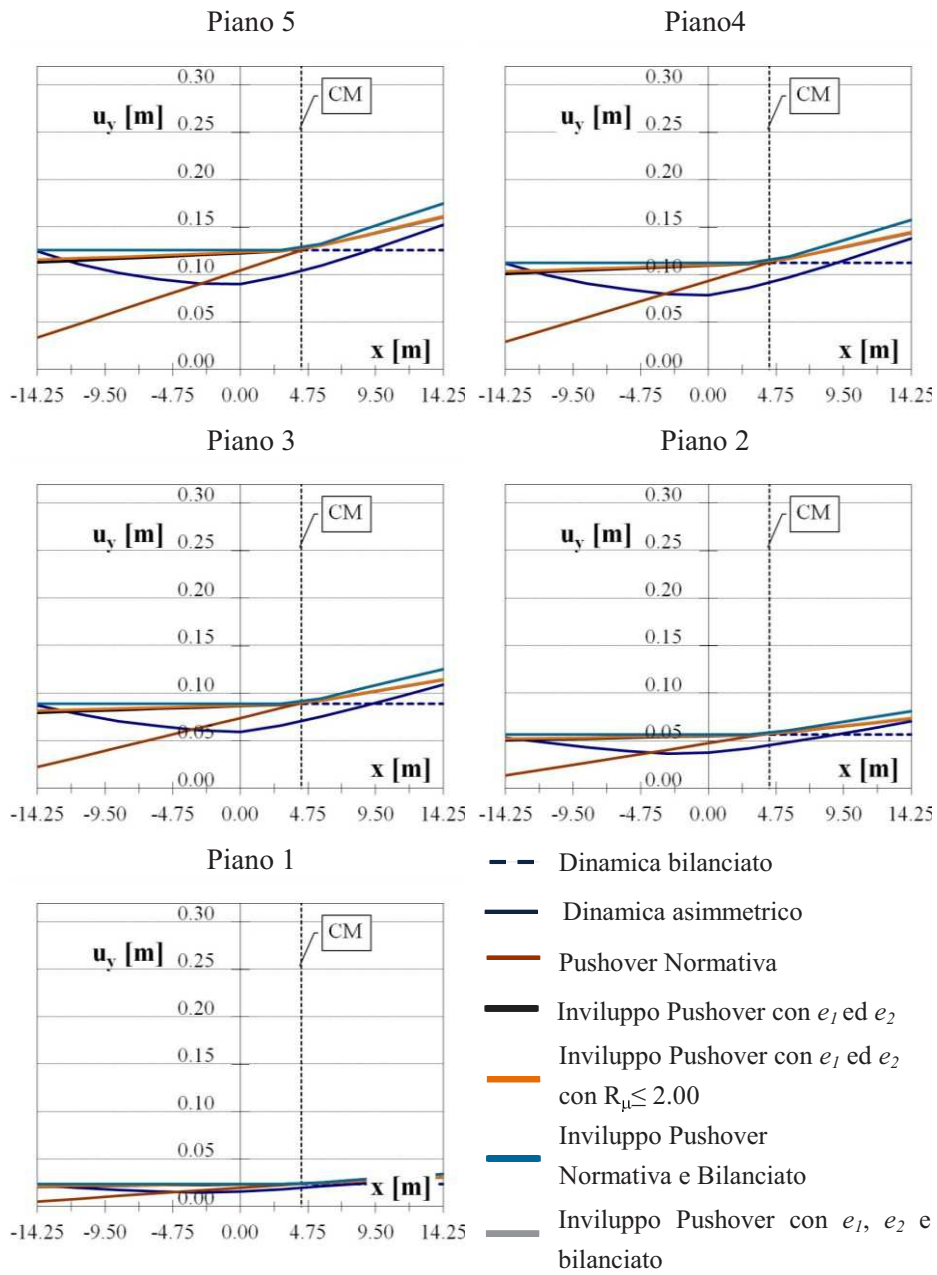


Fig. A2.14. Edificio SST-G1: diagrammi dei massimi spostamenti assoluti: confronto fra i vari metodi statici non lineari.

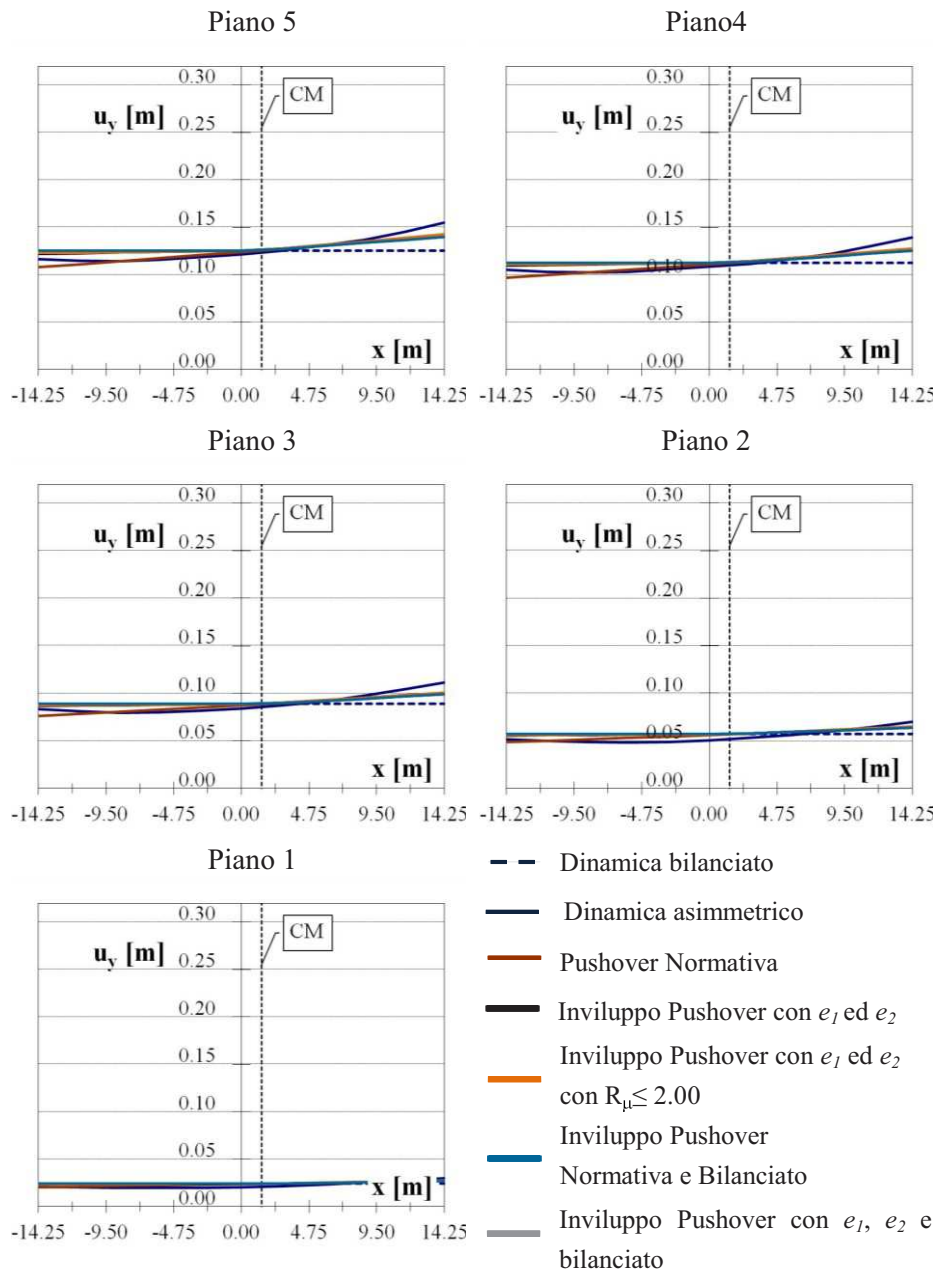


Fig. A2.15. Edificio *SSR-P1*: diagrammi dei massimi spostamenti assoluti: confronto fra i vari metodi statici non lineari.

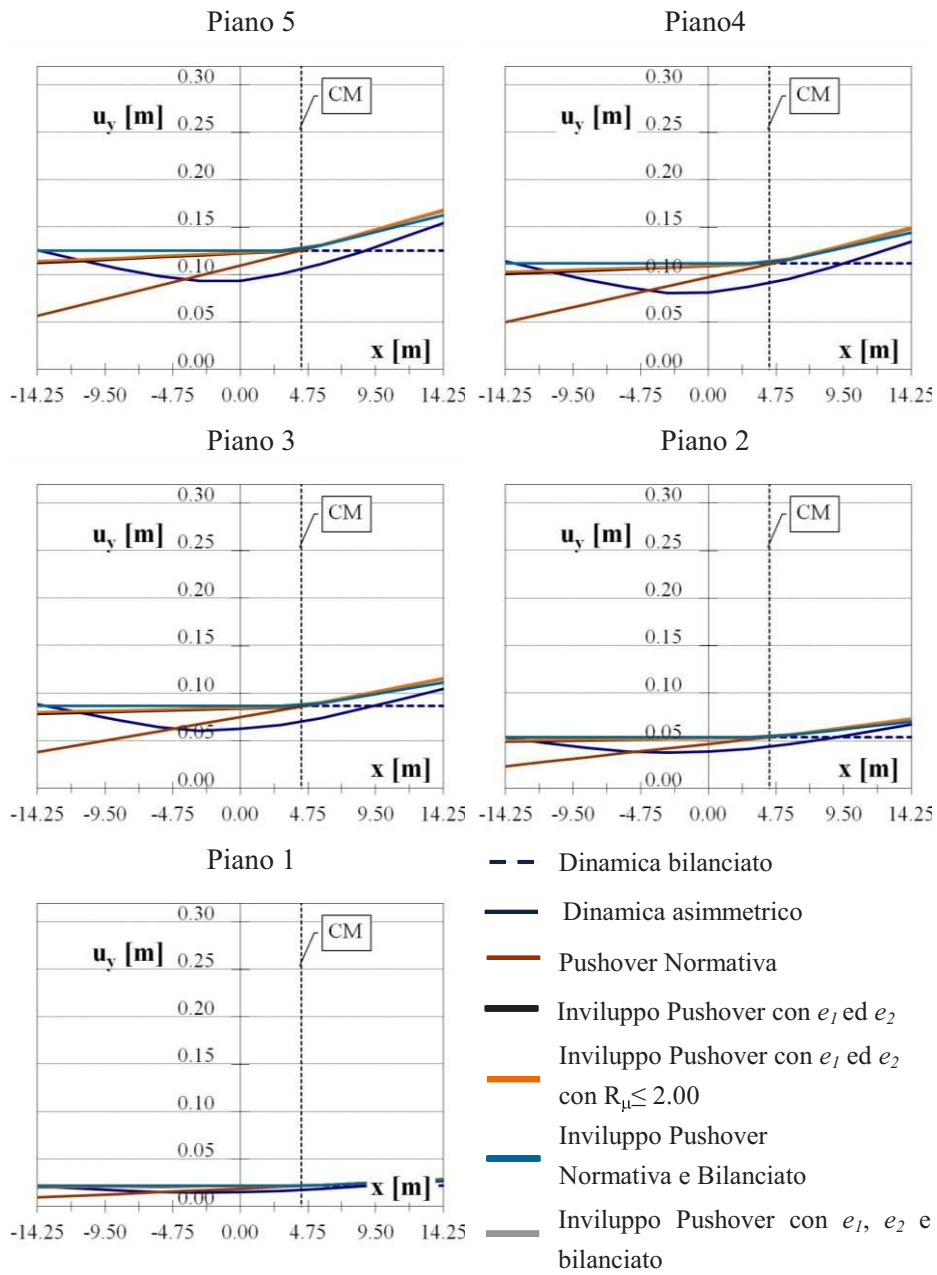


Fig. A2.16. Edificio *SSR-G1*: diagrammi dei massimi spostamenti assoluti: confronto fra i vari metodi statici non lineari.

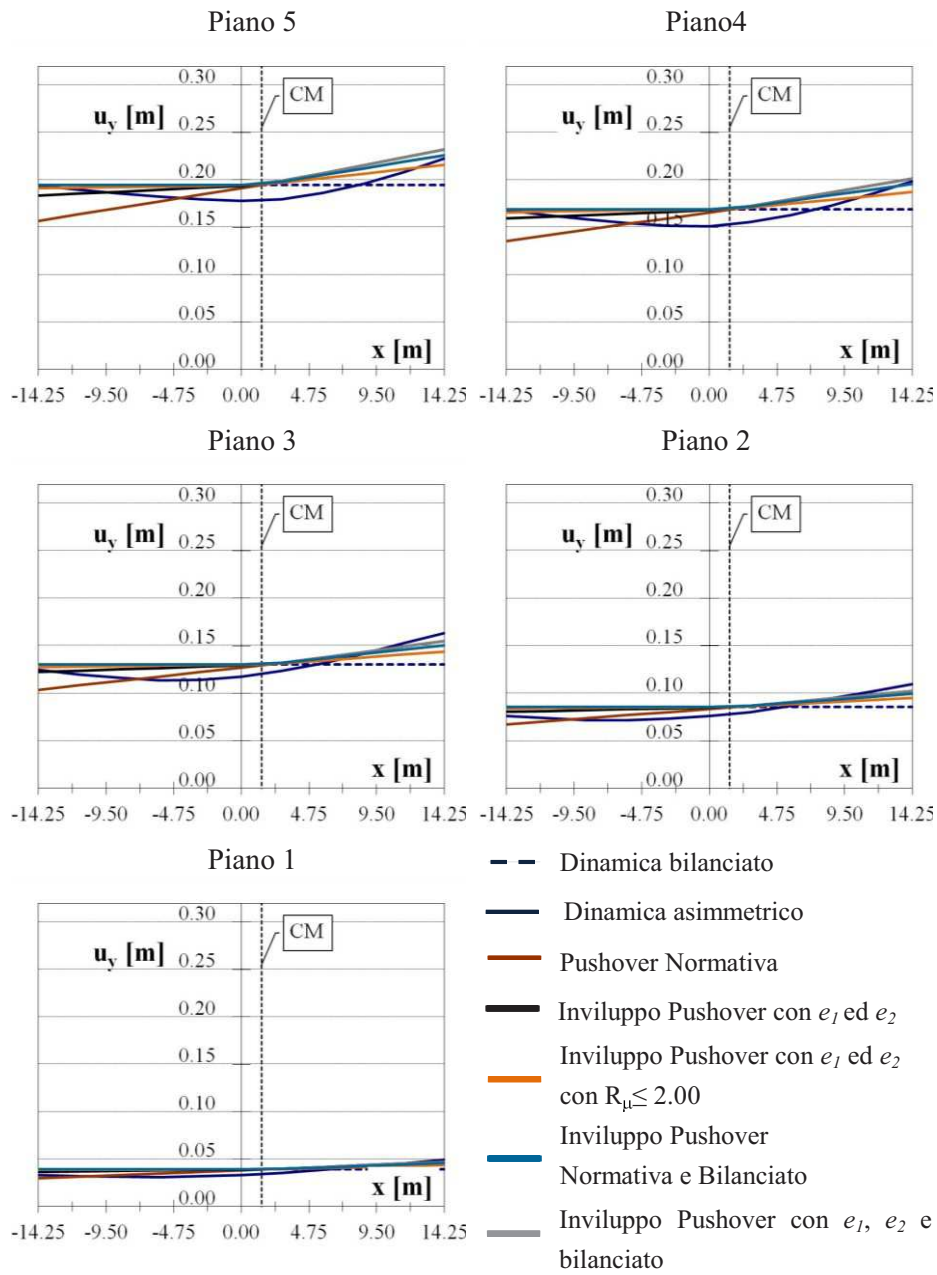


Fig. A2.17. Edificio *SST-P2*: diagrammi dei massimi spostamenti assoluti: confronto fra i vari metodi statici non lineari.

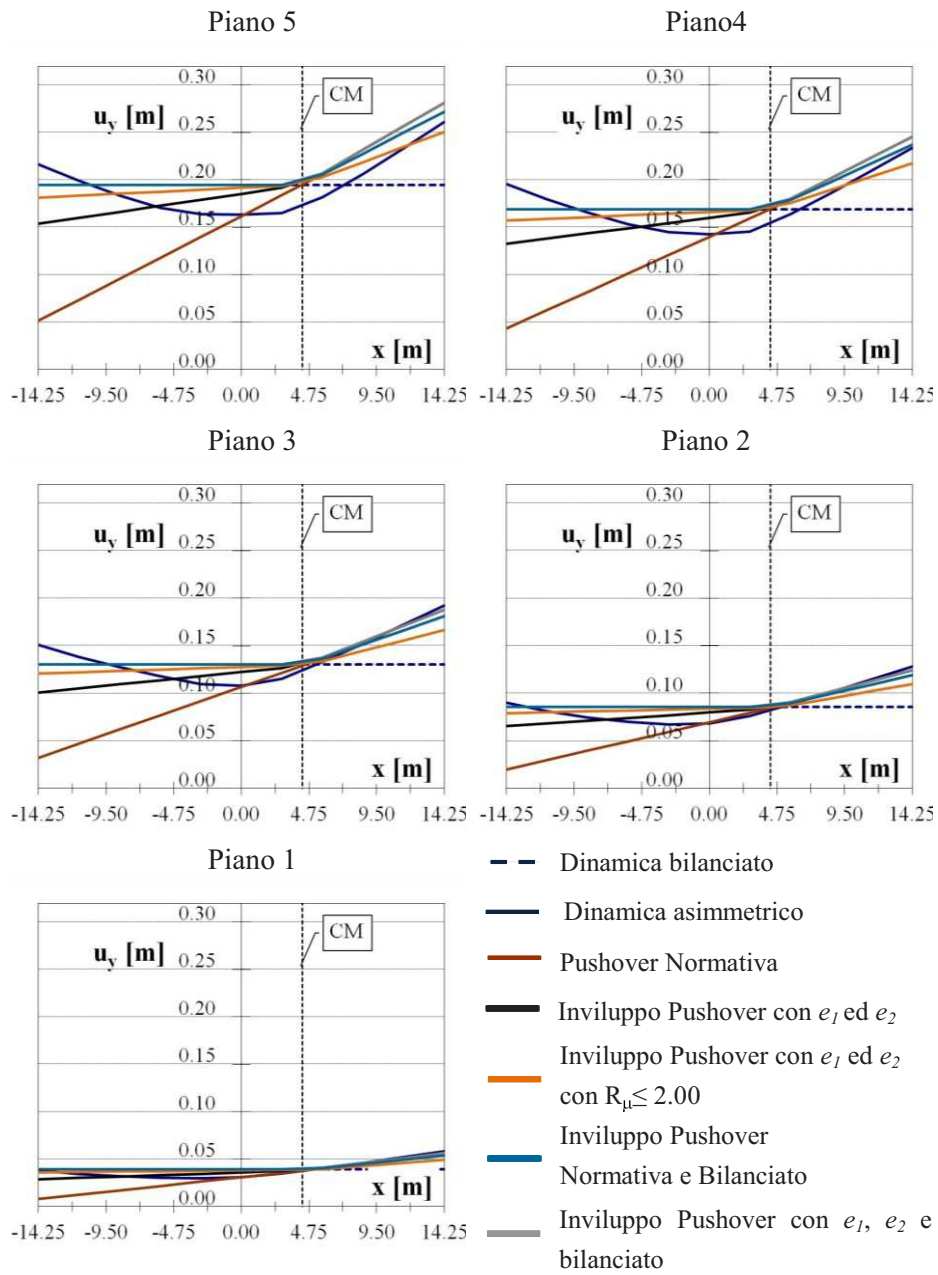


Fig. A2.18. Edificio SST-G2: diagrammi dei massimi spostamenti assoluti: confronto fra i vari metodi statici non lineari.

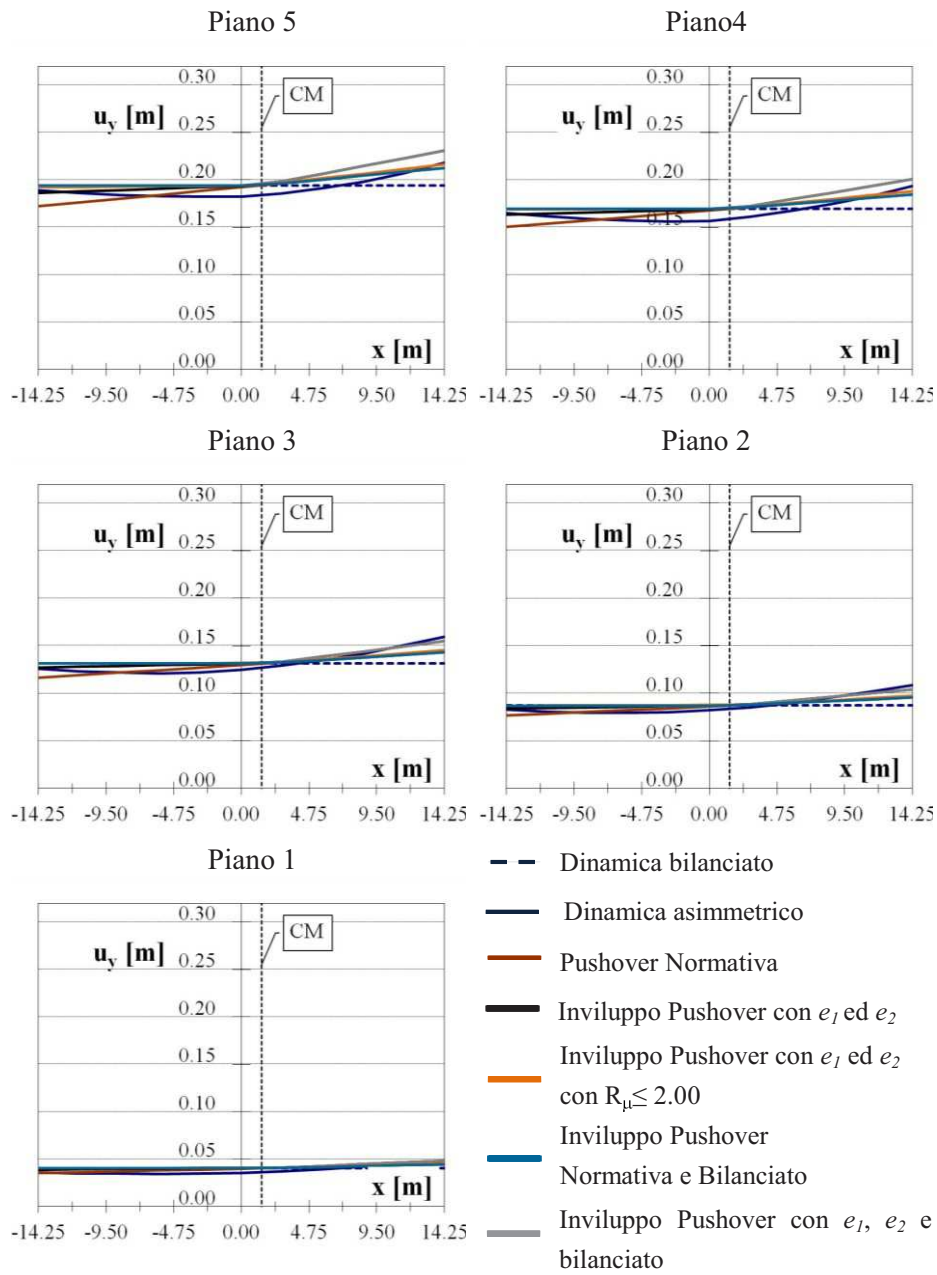


Fig. A2.19. Edificio *SSR-P2*: diagrammi dei massimi spostamenti assoluti: confronto fra i vari metodi statici non lineari.

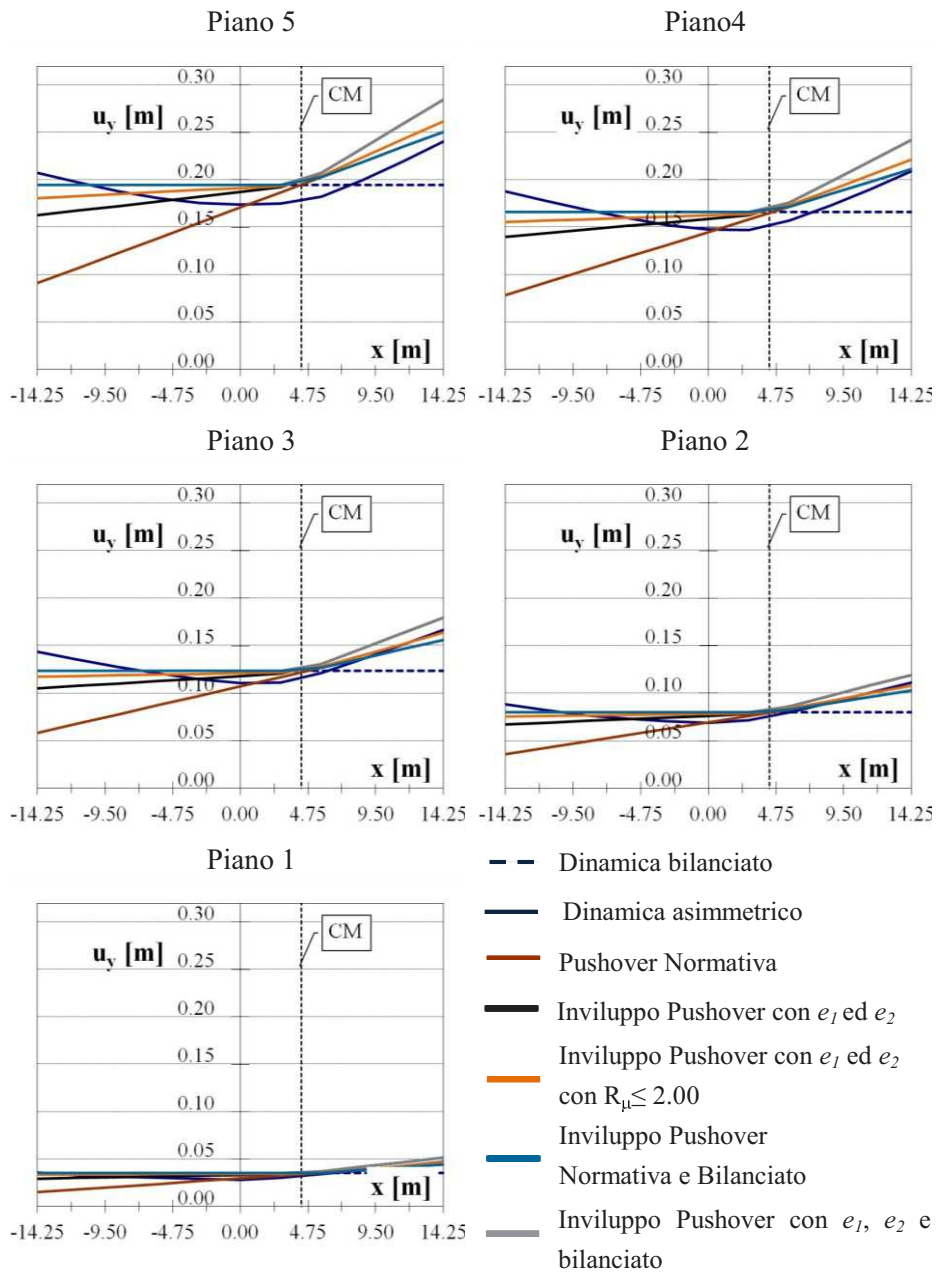


Fig. A2.20. Edificio SSR-G2: diagrammi dei massimi spostamenti assoluti: confronto fra i vari metodi statici non lineari.

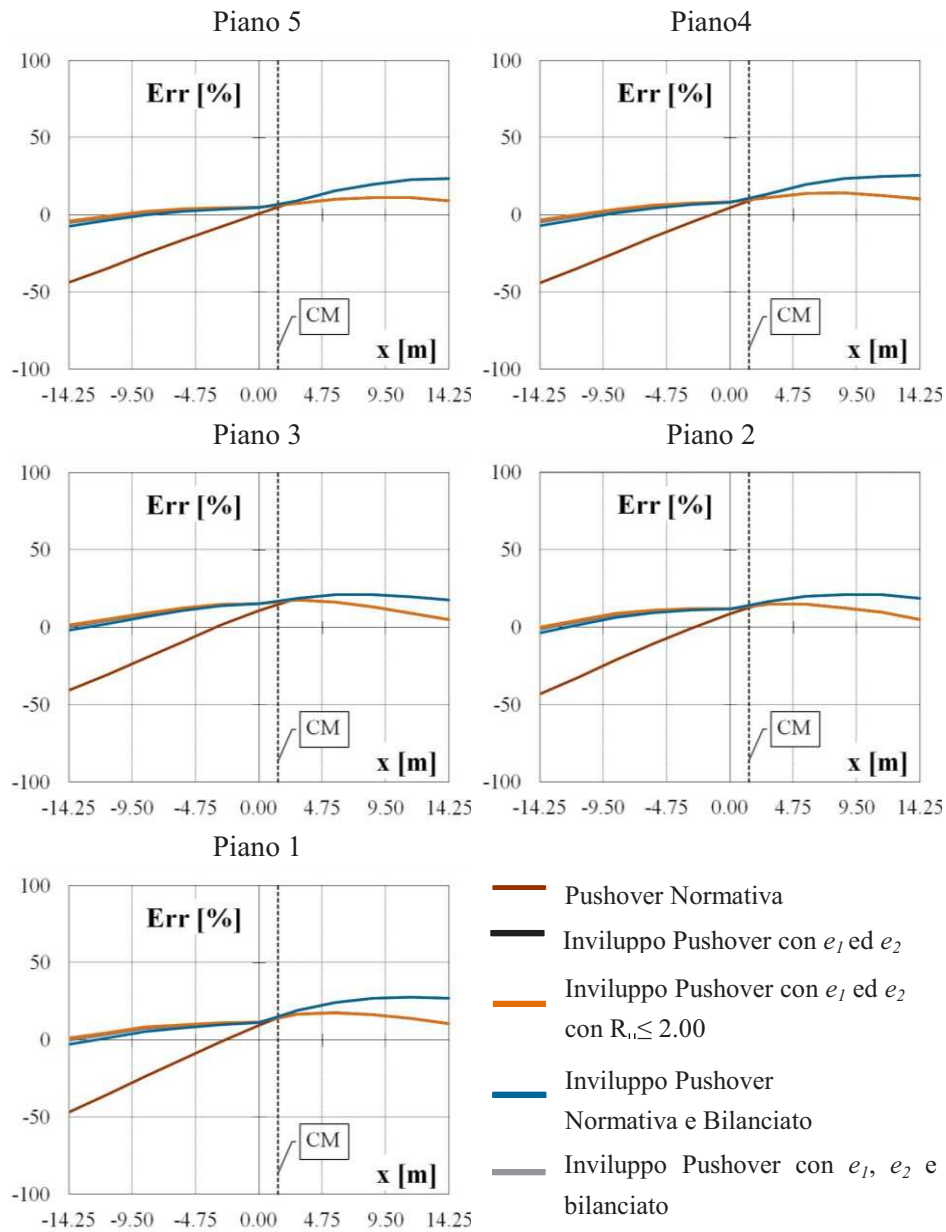


Fig. A2.21. Edificio *SG-P*: diagrammi degli errori percentuali rispetto agli spostamenti dinamici dei punti degli impalcati ai vari livelli per i diversi metodi statici non lineari: spostamenti assoluti



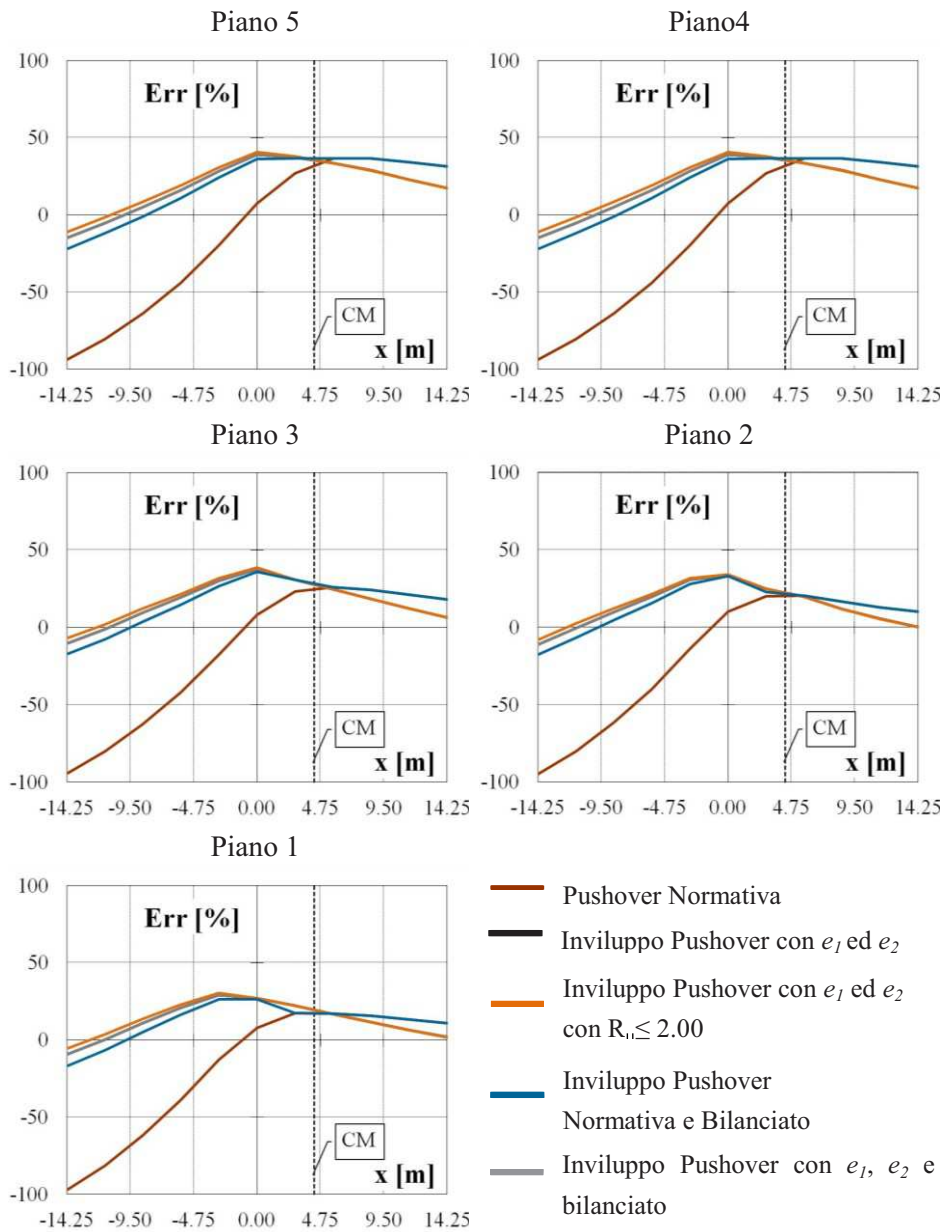


Fig. A2.22. Edificio SG-G: diagrammi degli errori percentuali rispetto agli spostamenti dinamici dei punti degli impalcati ai vari livelli per i diversi metodi statici non lineari: spostamenti assoluti

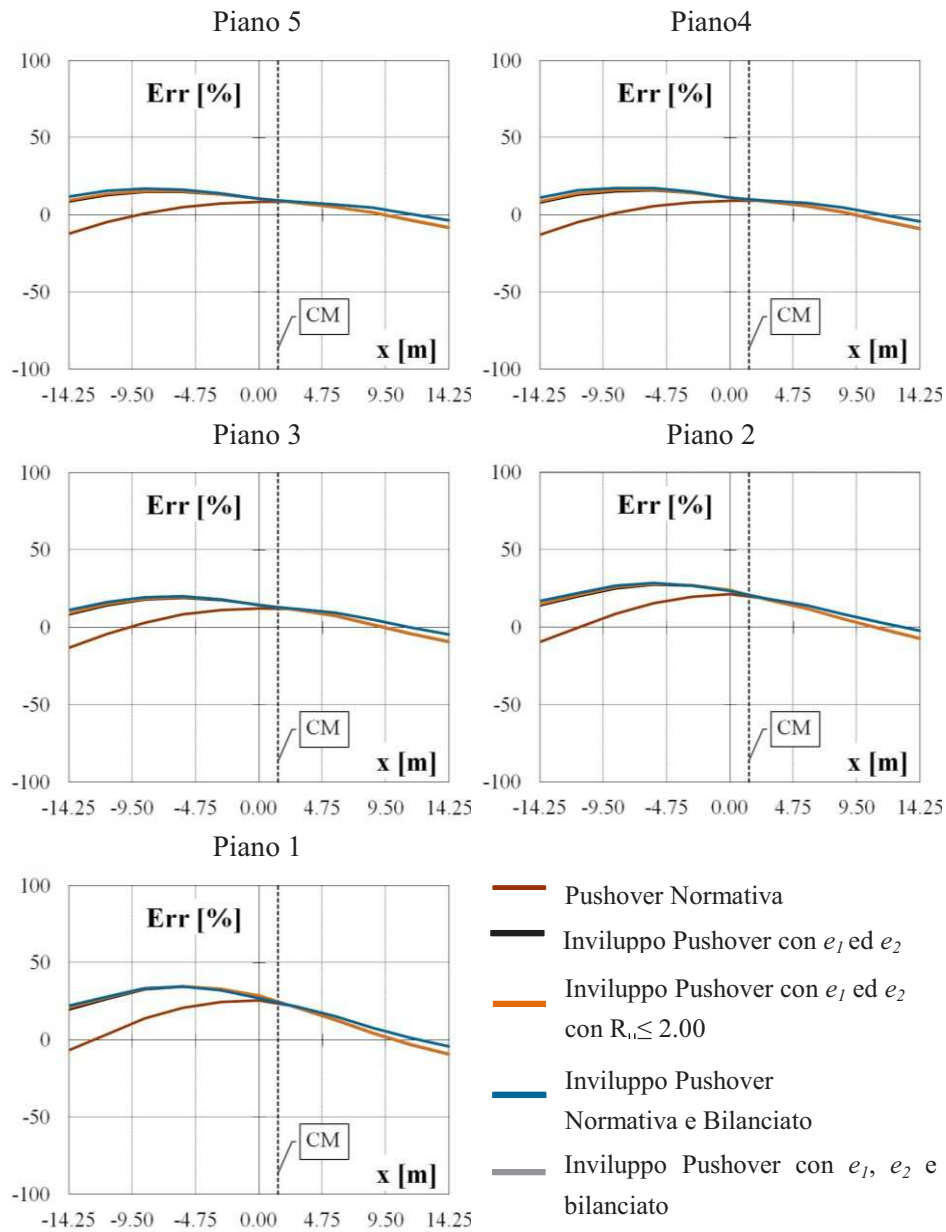


Fig. A2.23. Edificio *SST-P1*: diagrammi degli errori percentuali rispetto agli spostamenti dinamici dei punti degli impalcati ai vari livelli per i diversi metodi statici non lineari: spostamenti assoluti

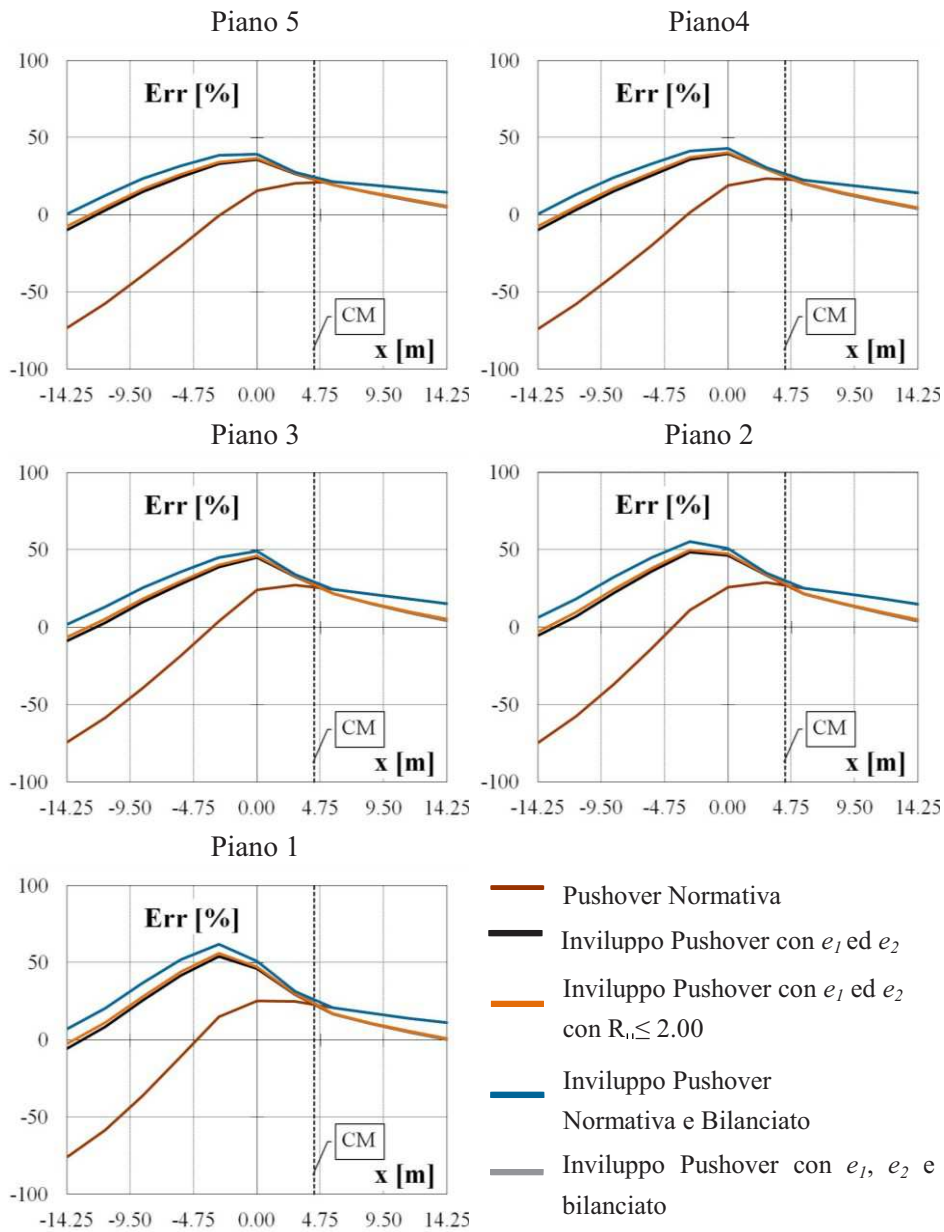


Fig. A2.24. Edificio SST-G1: diagrammi degli errori percentuali rispetto agli spostamenti dinamici dei punti degli impalcati ai vari livelli per i diversi metodi statici non lineari: spostamenti assoluti

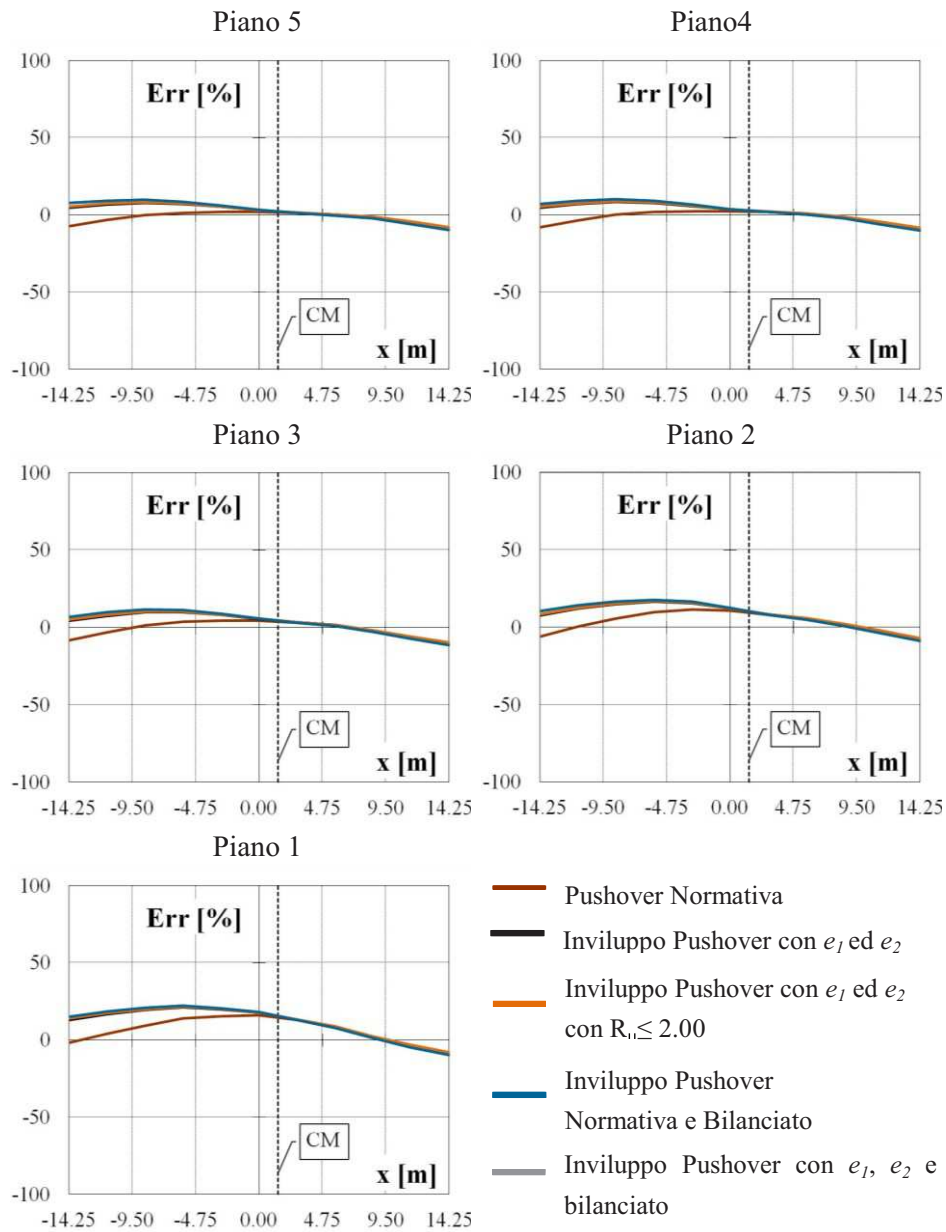


Fig. A2.25. Edificio *SSR-P1*: diagrammi degli errori percentuali rispetto agli spostamenti dinamici dei punti degli impalcati ai vari livelli per i diversi metodi statici non lineari: spostamenti assoluti

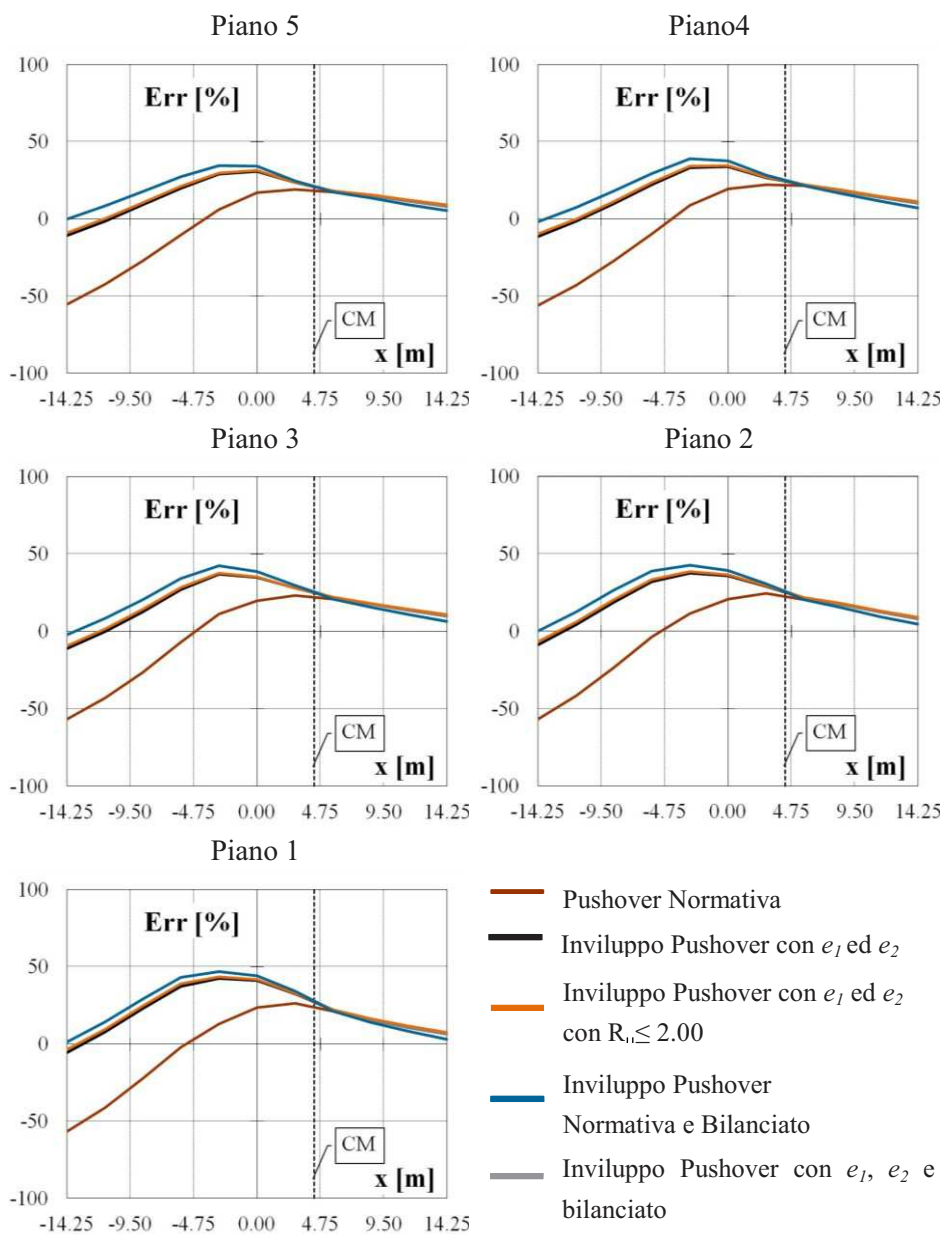


Fig. A2.26. Edificio *SSR-G1*: diagrammi degli errori percentuali rispetto agli spostamenti dinamici dei punti degli impalcati ai vari livelli per i diversi metodi statici non lineari: spostamenti assoluti

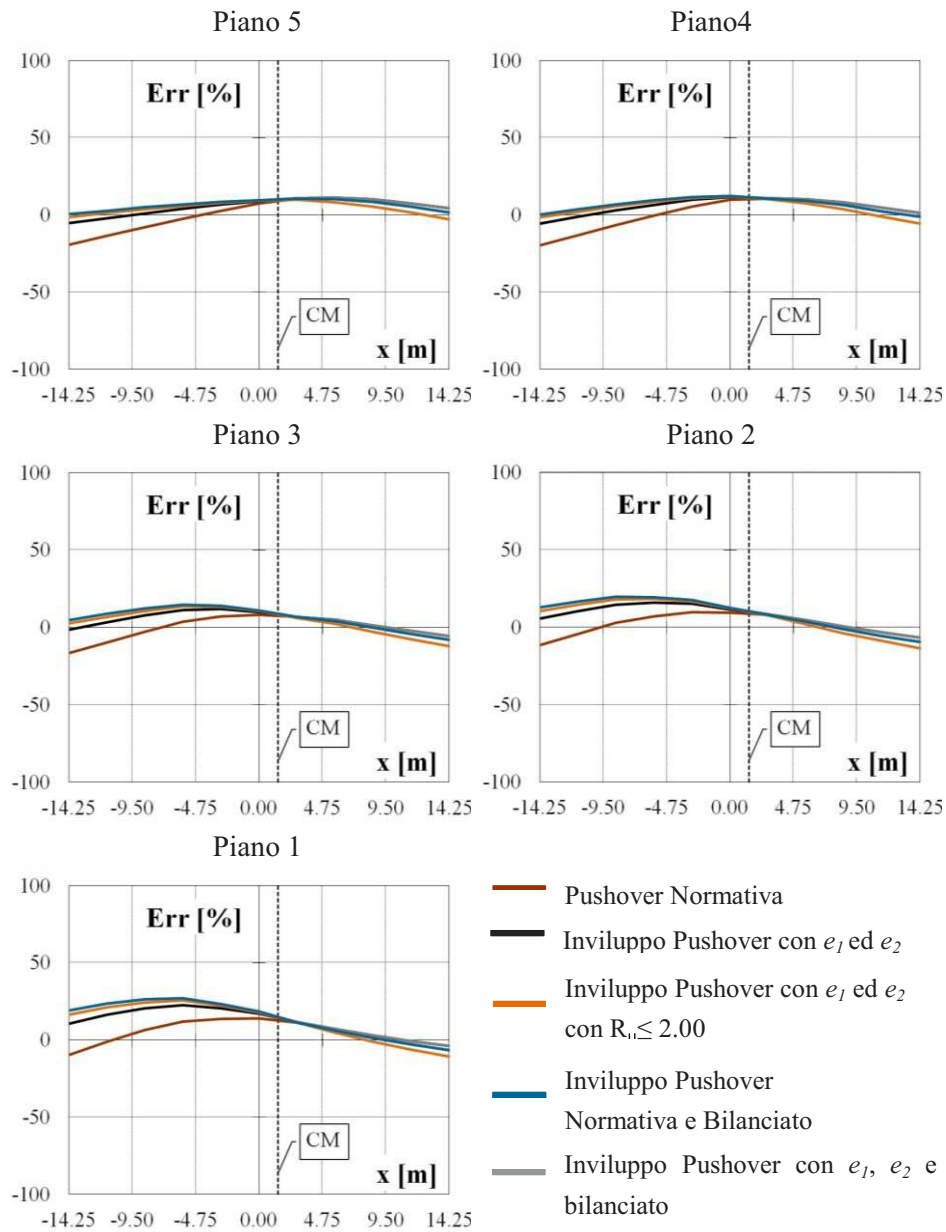


Fig. A2.27. Edificio *SST-P2*: diagrammi degli errori percentuali rispetto agli spostamenti dinamici dei punti degli impalcati ai vari livelli per i diversi metodi statici non lineari: spostamenti assoluti

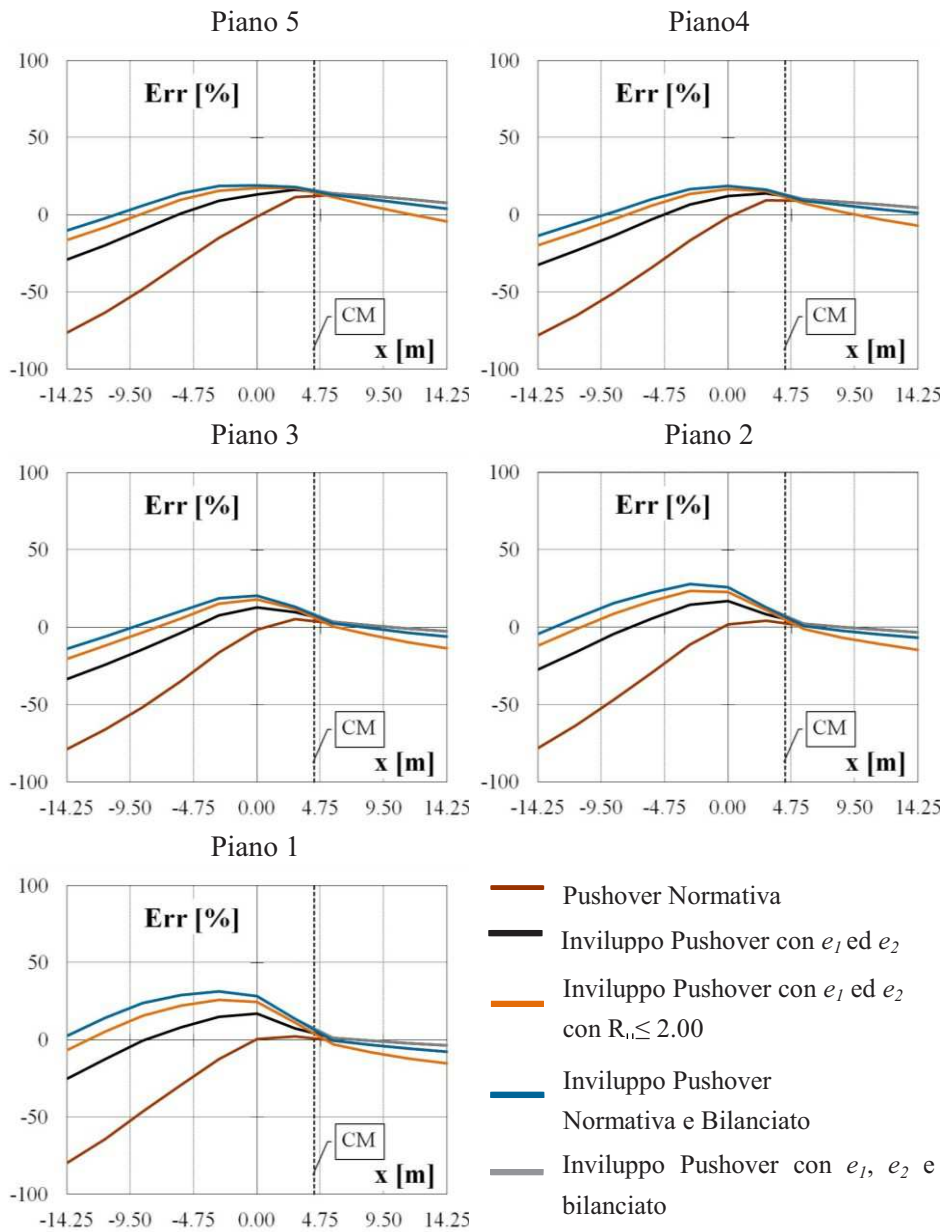


Fig. A2.28. Edificio SST-G2: diagrammi degli errori percentuali rispetto agli spostamenti dinamici dei punti degli impalcati ai vari livelli per i diversi metodi statici non lineari: spostamenti assoluti

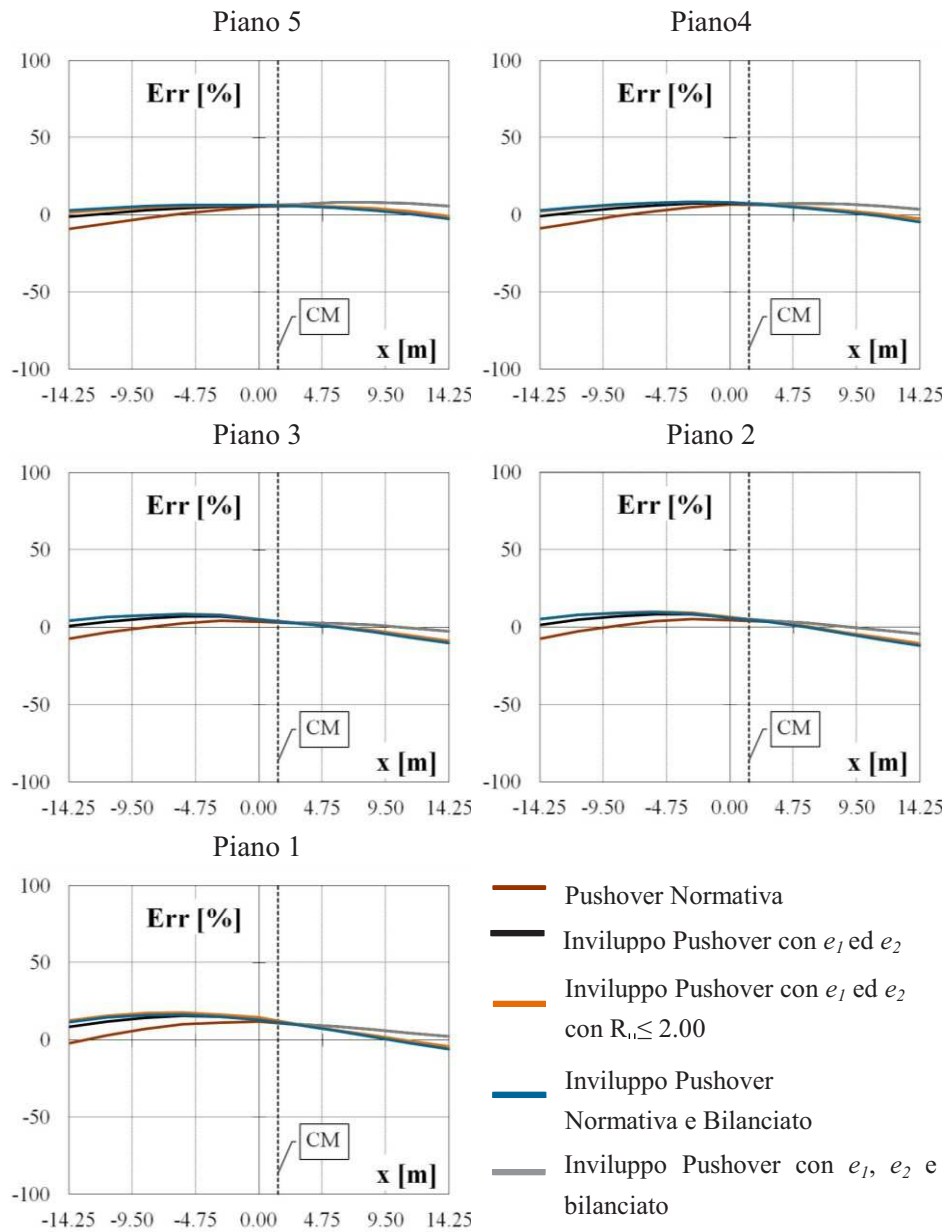


Fig. A2.29. Edificio *SSR-P2*: diagrammi degli errori percentuali rispetto agli spostamenti dinamici dei punti degli impalcati ai vari livelli per i diversi metodi statici non lineari: spostamenti assoluti



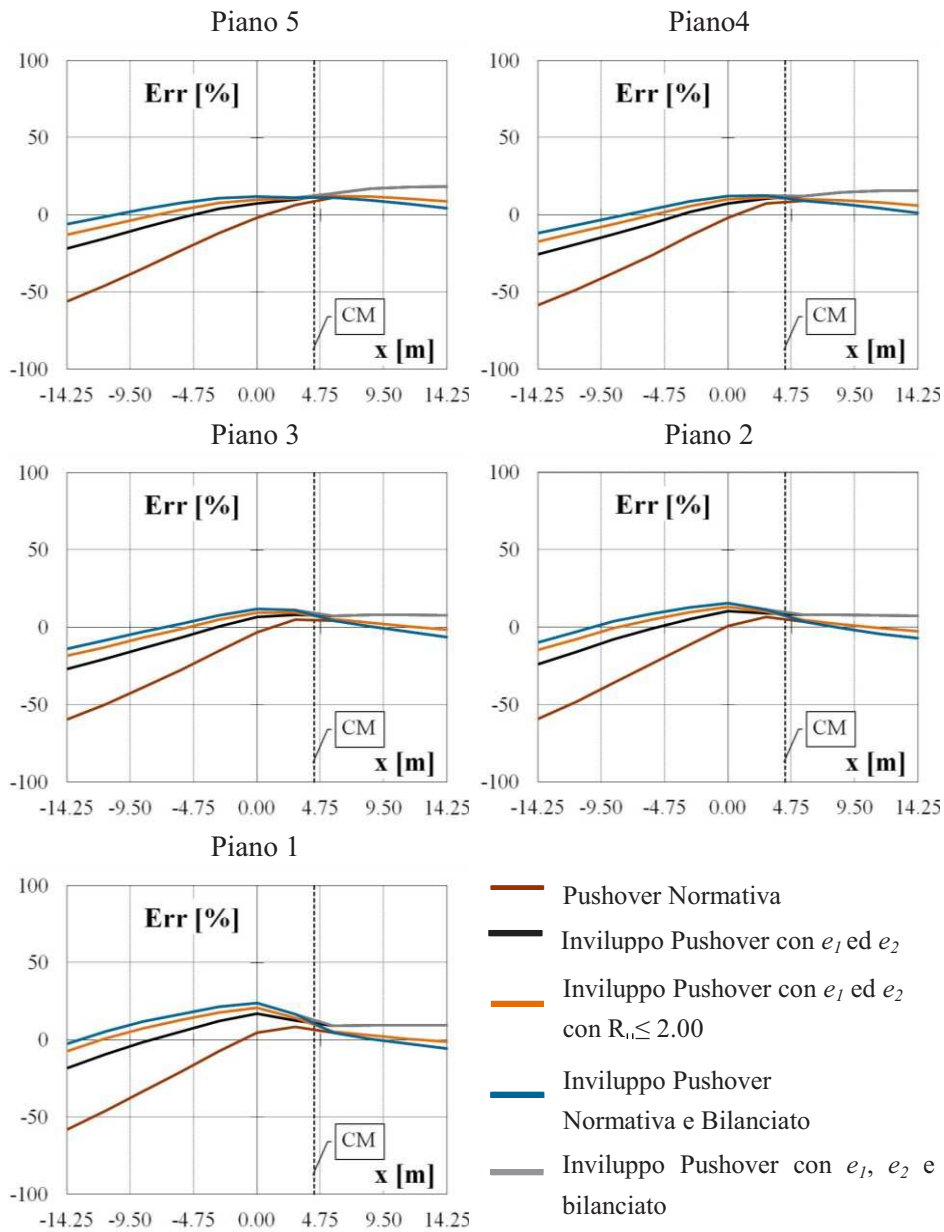


Fig. A2.30. Edificio *SSR-G2*: diagrammi degli errori percentuali rispetto agli spostamenti dinamici dei punti degli impalcati ai vari livelli per i diversi metodi statici non lineari: spostamenti assoluti



## Appendice A3

Si riportano in questa appendice tre gruppi di diagrammi, relativi a tutti gli edifici presi in esame. In dettaglio:

1. Primo gruppo (Figg. A3.1,2,3,4,5,6,7,8,9,10): ogni figura si riferisce a un singolo edificio esaminato e riporta per ciascun piano i diagrammi delle distribuzioni in pianta degli spostamenti di interpiano limitatamente al confronto fra analisi dinamica non lineare, approccio normativo e metodo proposto nella formulazione originaria.
2. Secondo gruppo (Figg. A3.10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20): ogni figura si riferisce a un singolo edificio esaminato e riporta per ciascun piano i diagrammi delle distribuzioni in pianta degli spostamenti di interpiano con riferimento al confronto fra analisi dinamica non lineare, approccio normativo e tutti i metodi statici non lineari proposti (metodo originario e sue varianti)
3. Terzo gruppo (Figg. A3.21,22,23,24,25,26,27,28,29,30): ogni figura si riferisce a un singolo edificio esaminato e riporta per ciascun piano i diagrammi delle distribuzioni in pianta degli errori percentuali sugli spostamenti di interpiano commessi nei vari metodi statici non lineari rispetto all'analisi dinamica non lineare.

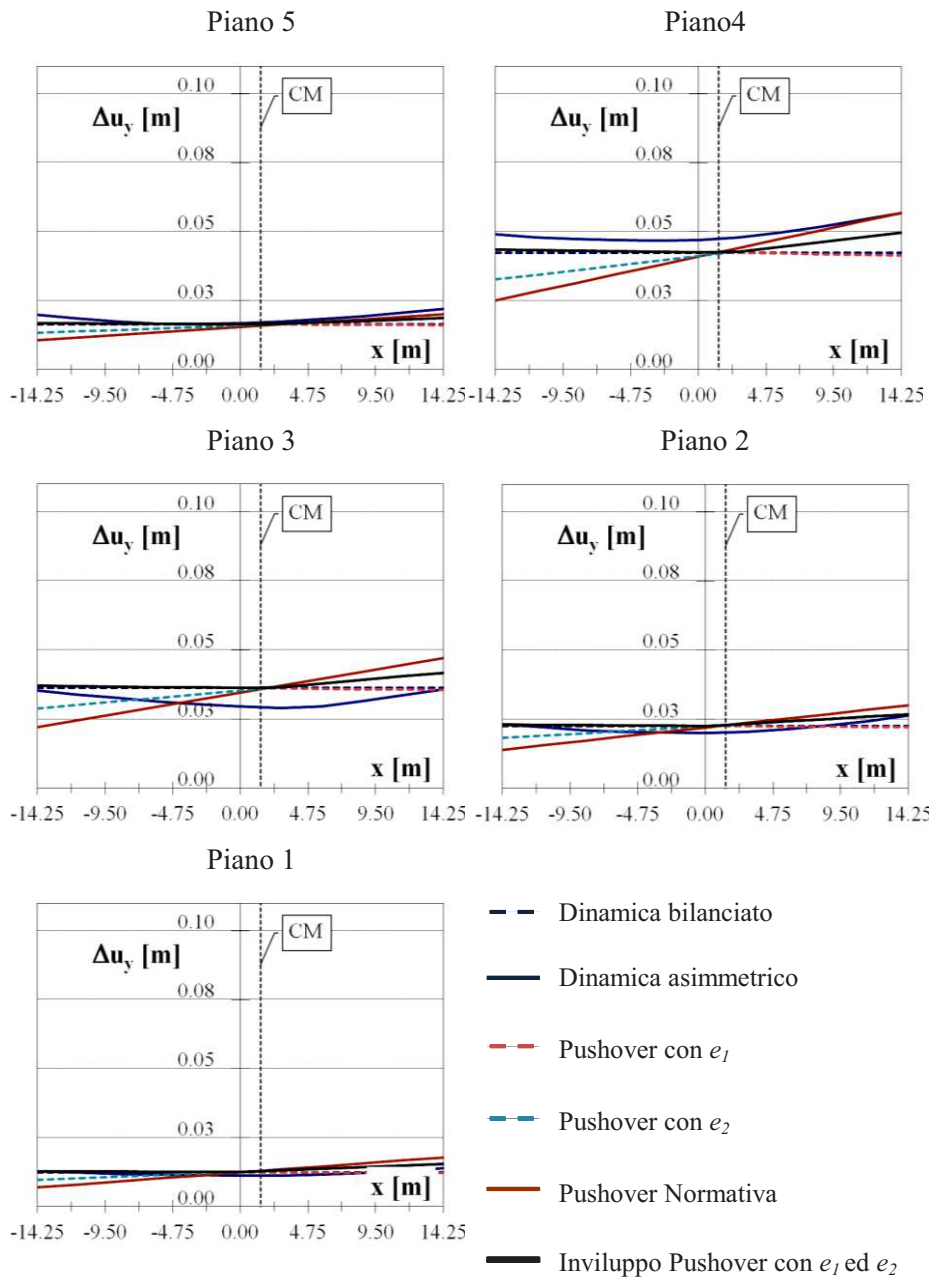


Fig. A3.1. Edificio SG-P: diagrammi dei massimi spostamenti di interpiano: analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

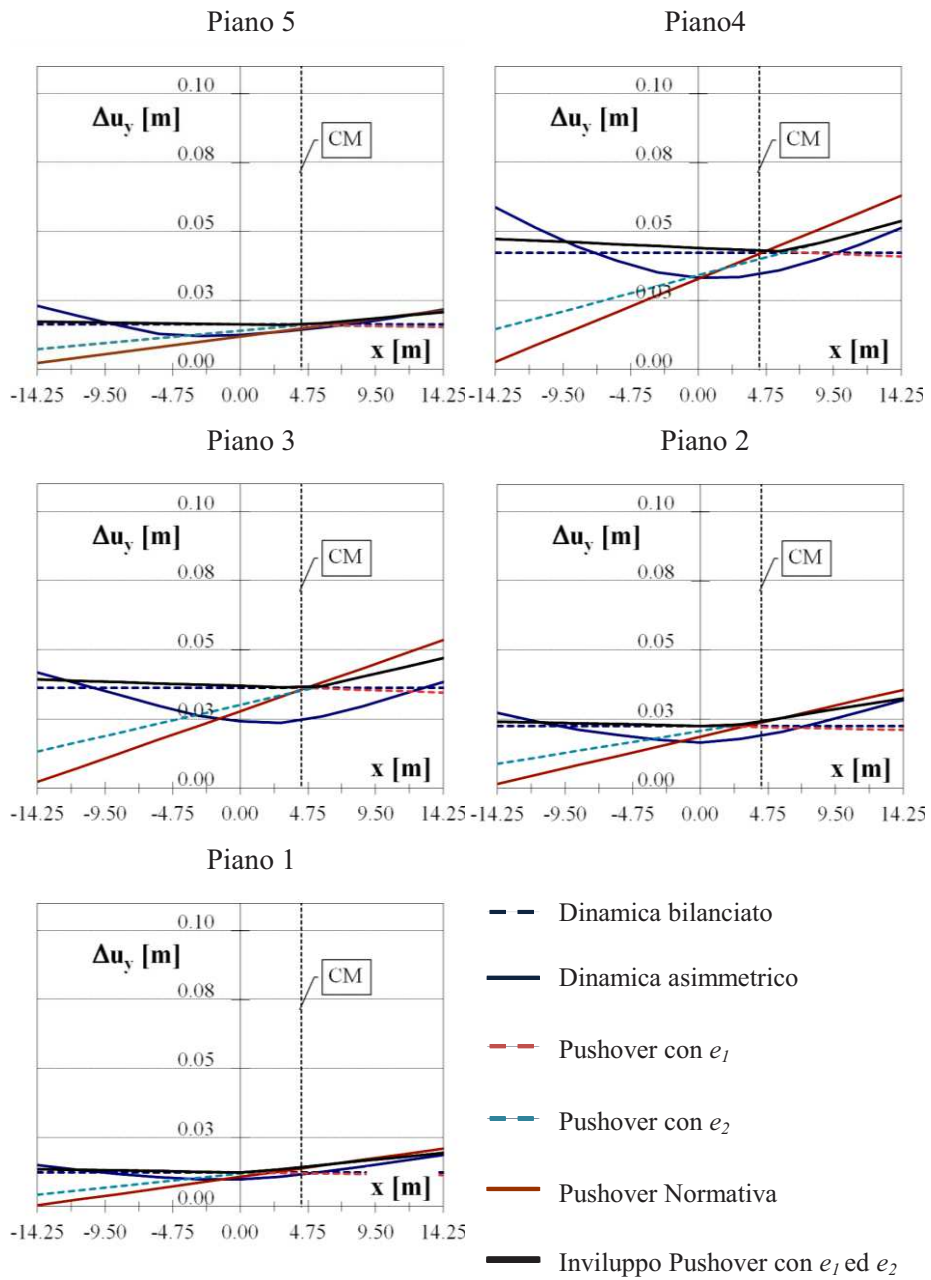


Fig. A3.2. Edificio SG-G: diagrammi dei massimi spostamenti di interpiano: analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

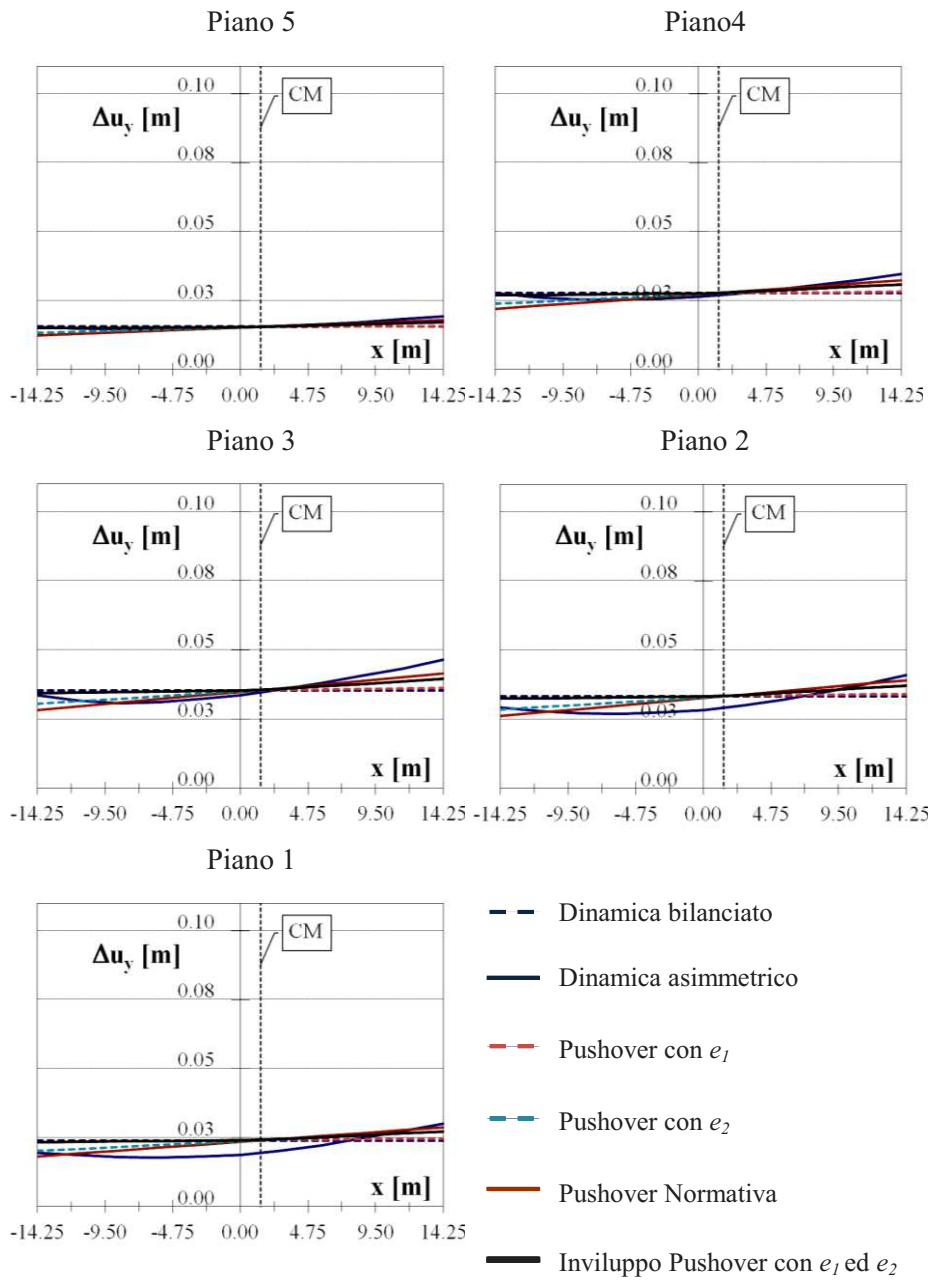


Fig. A3.3. Edificio SST-PI: diagrammi dei massimi spostamenti di interpiano: analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

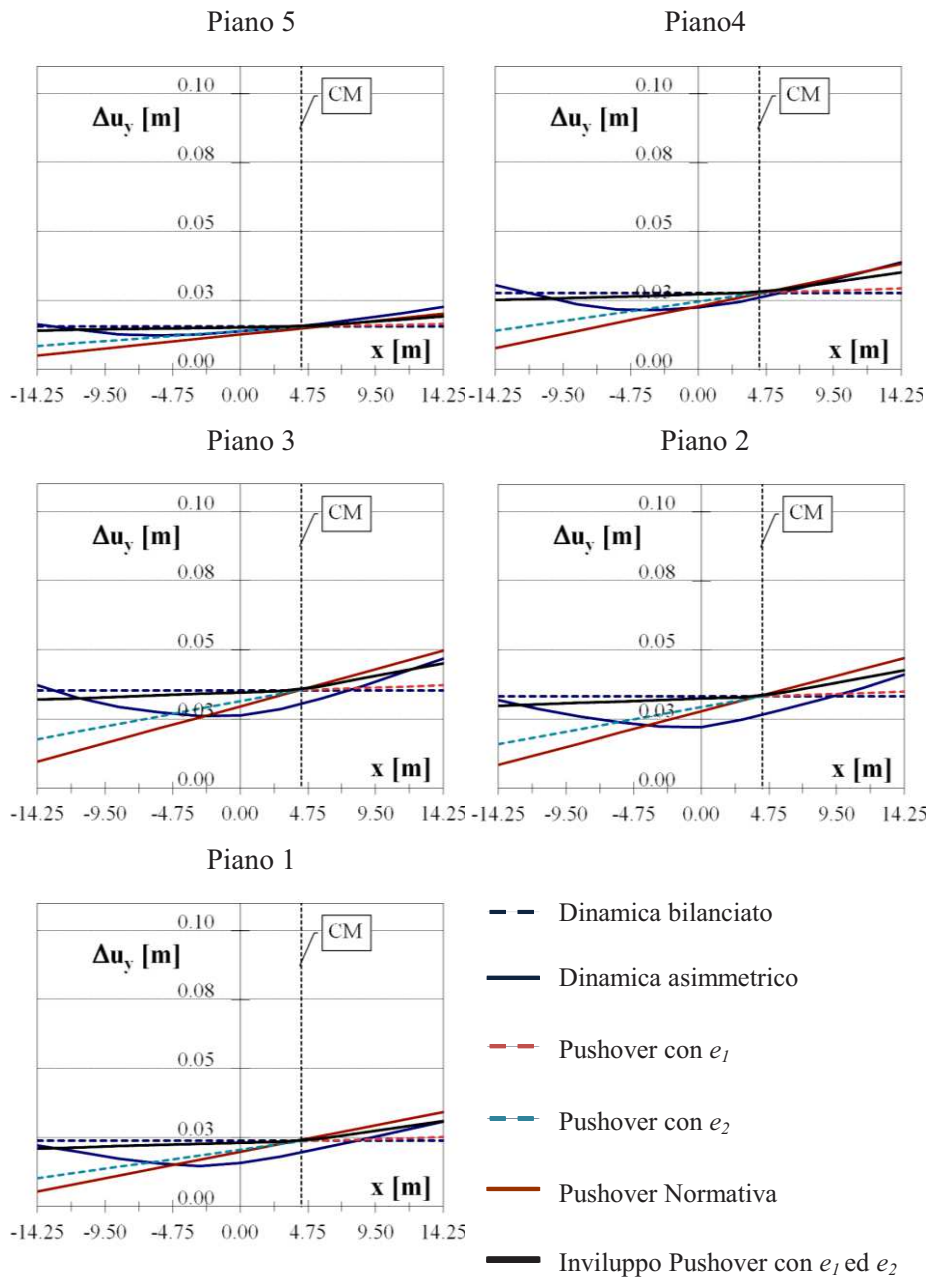


Fig. A3.4. Edificio SST-GI: diagrammi dei massimi spostamenti di interpiano: analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

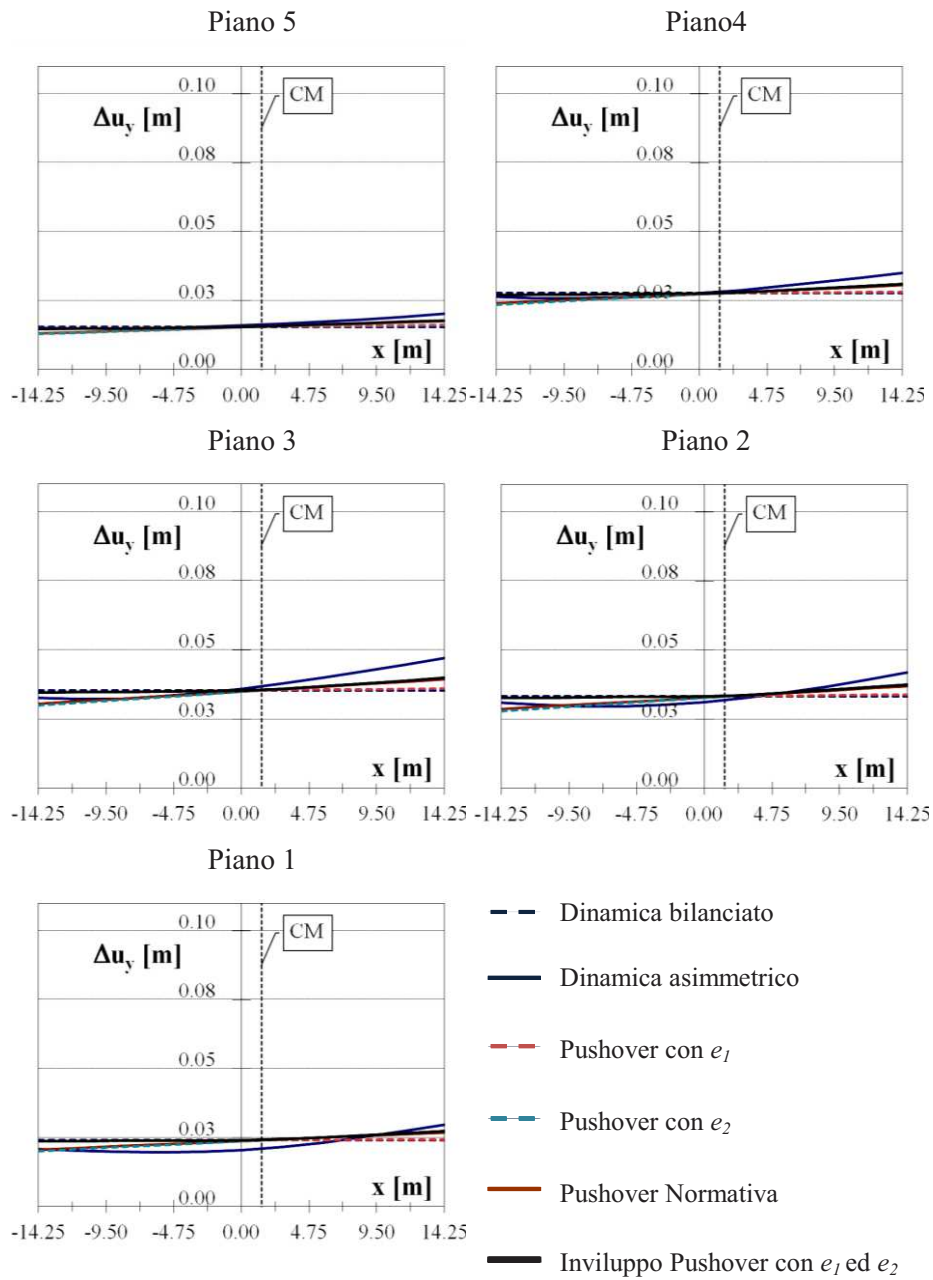


Fig. A3.5. Edificio *SSR-PI*: diagrammi dei massimi spostamenti di interpiano: analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.



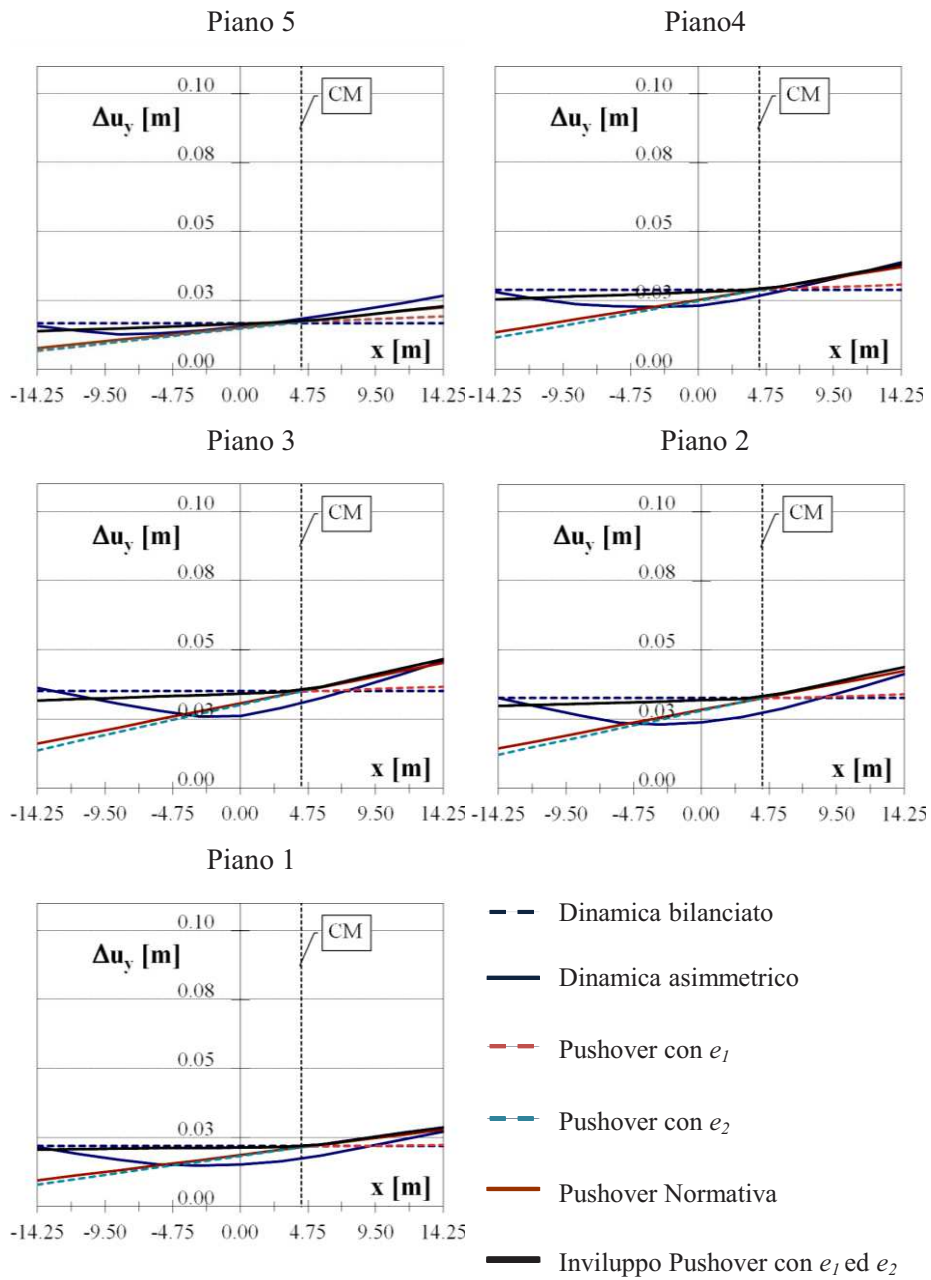


Fig. A3.6. Edificio SSR-G1: diagrammi dei massimi spostamenti di interpiano: analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

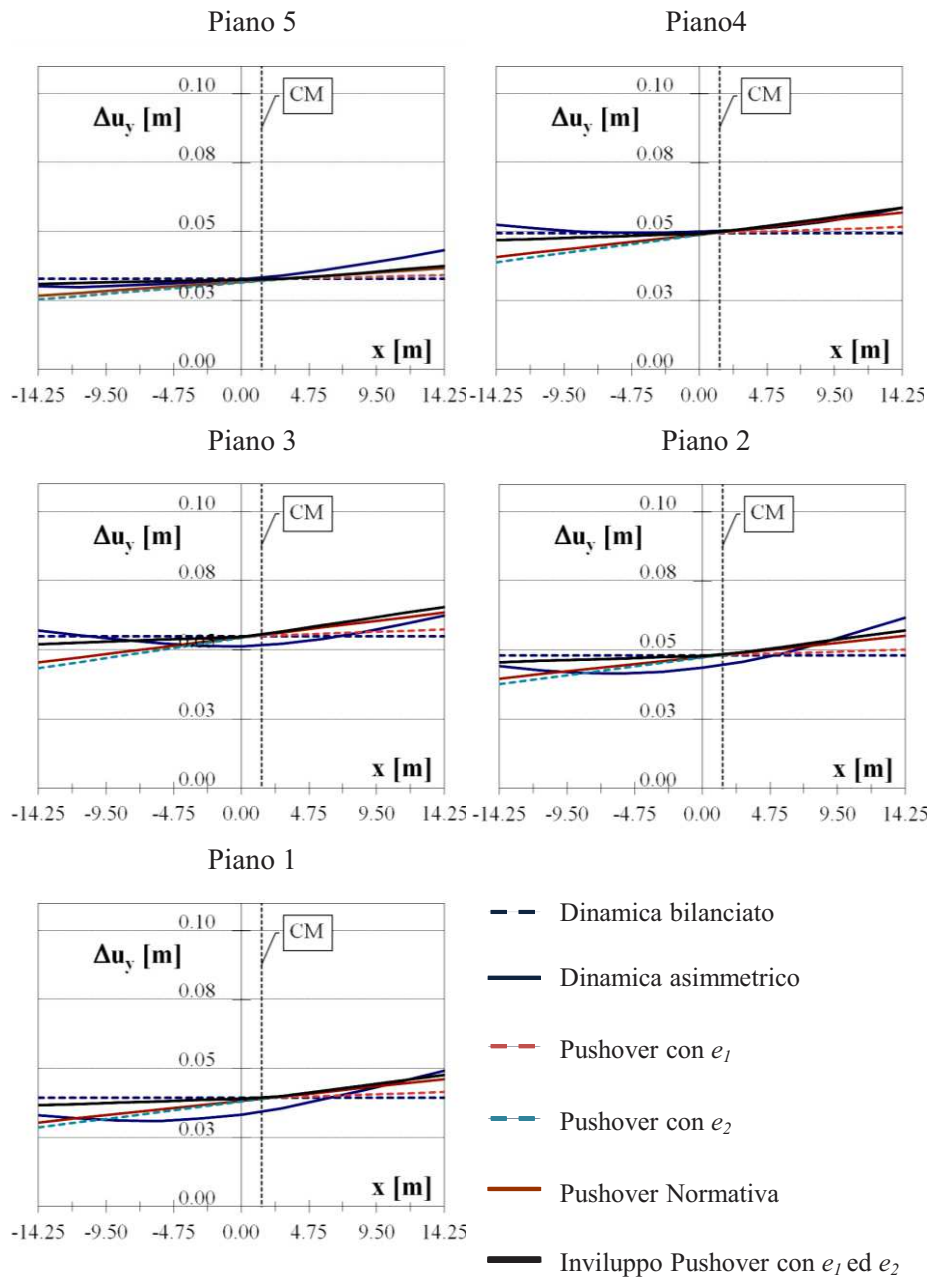


Fig. A3.7. Edificio SST-P2: diagrammi dei massimi spostamenti di interpiano: analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

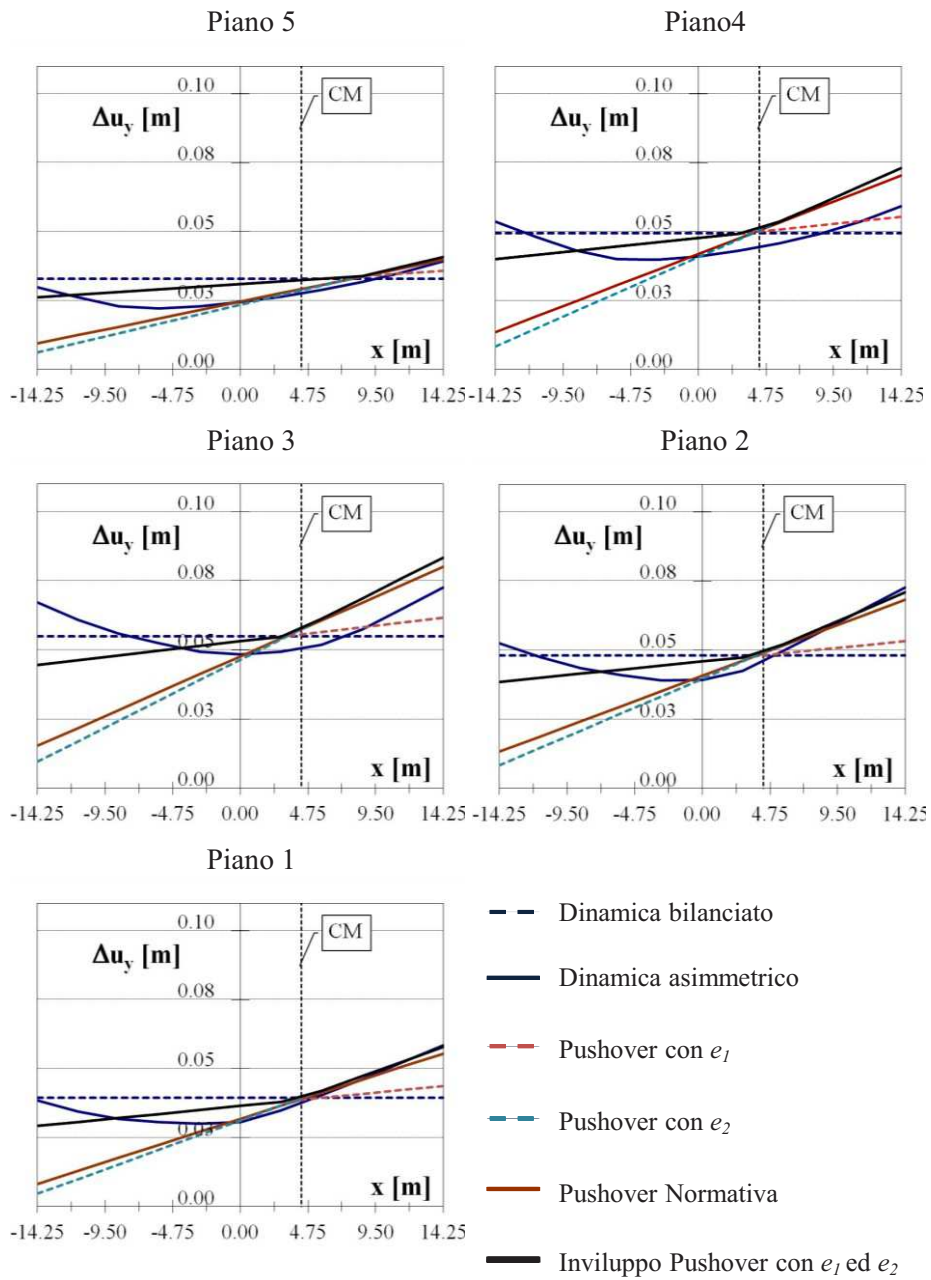


Fig. A3.8. Edificio SST-G2: diagrammi dei massimi spostamenti di interpiano: analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

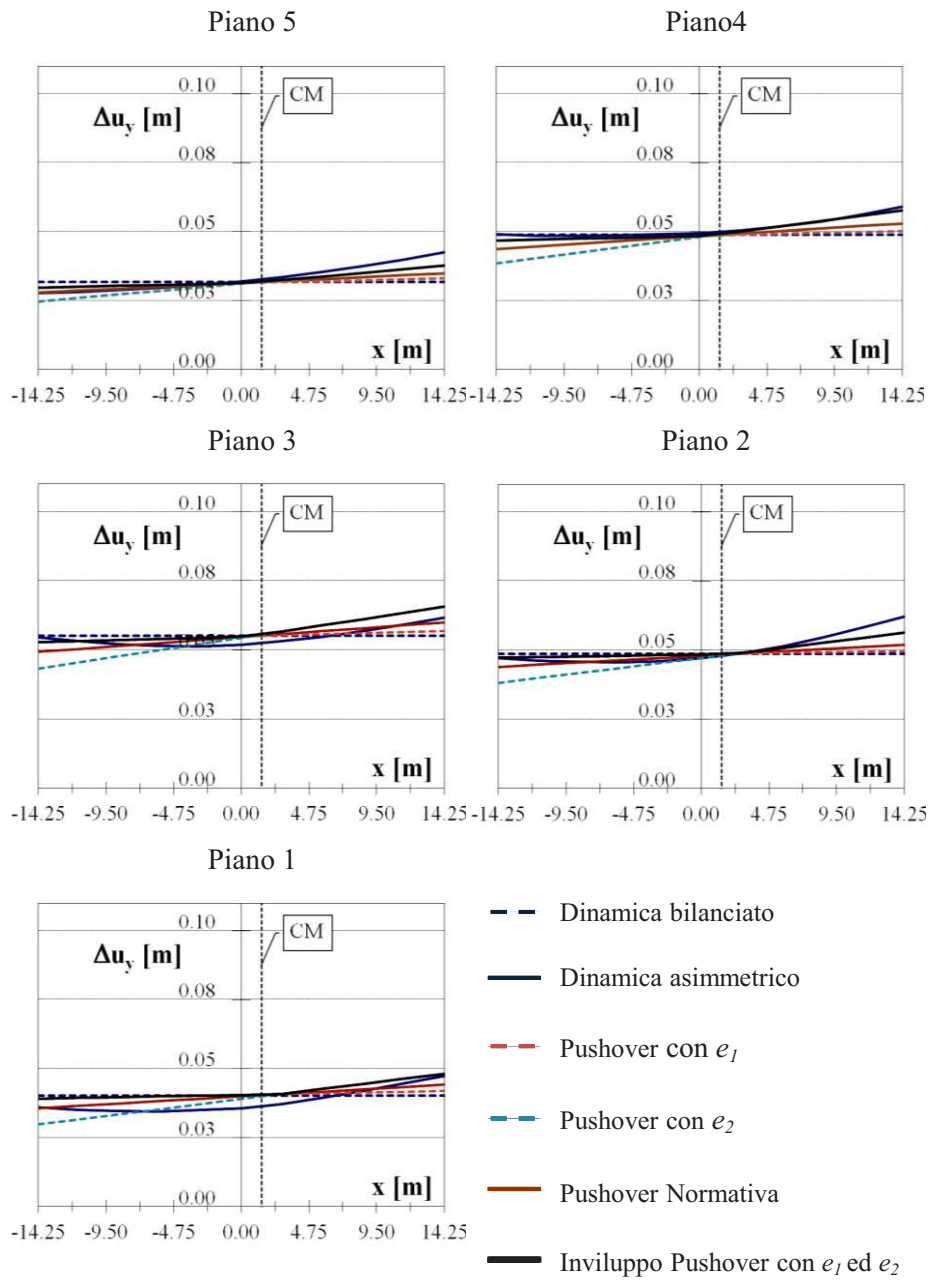


Fig. A3.9. Edificio *SSR-P2*: diagrammi dei massimi spostamenti di interpiano: analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

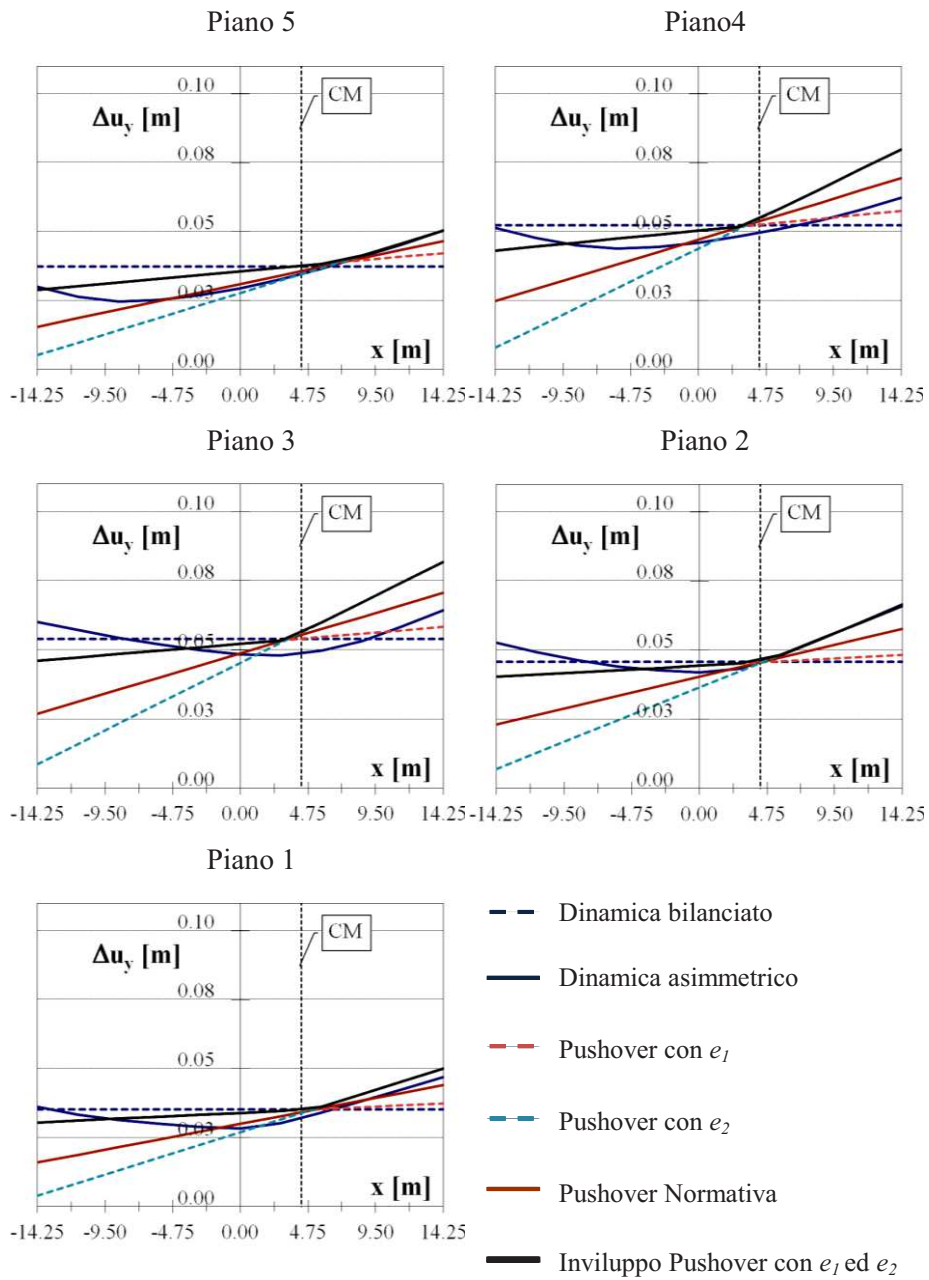


Fig. A3.10. Edificio SSR-G2: diagrammi dei massimi spostamenti di interpia-  
no:

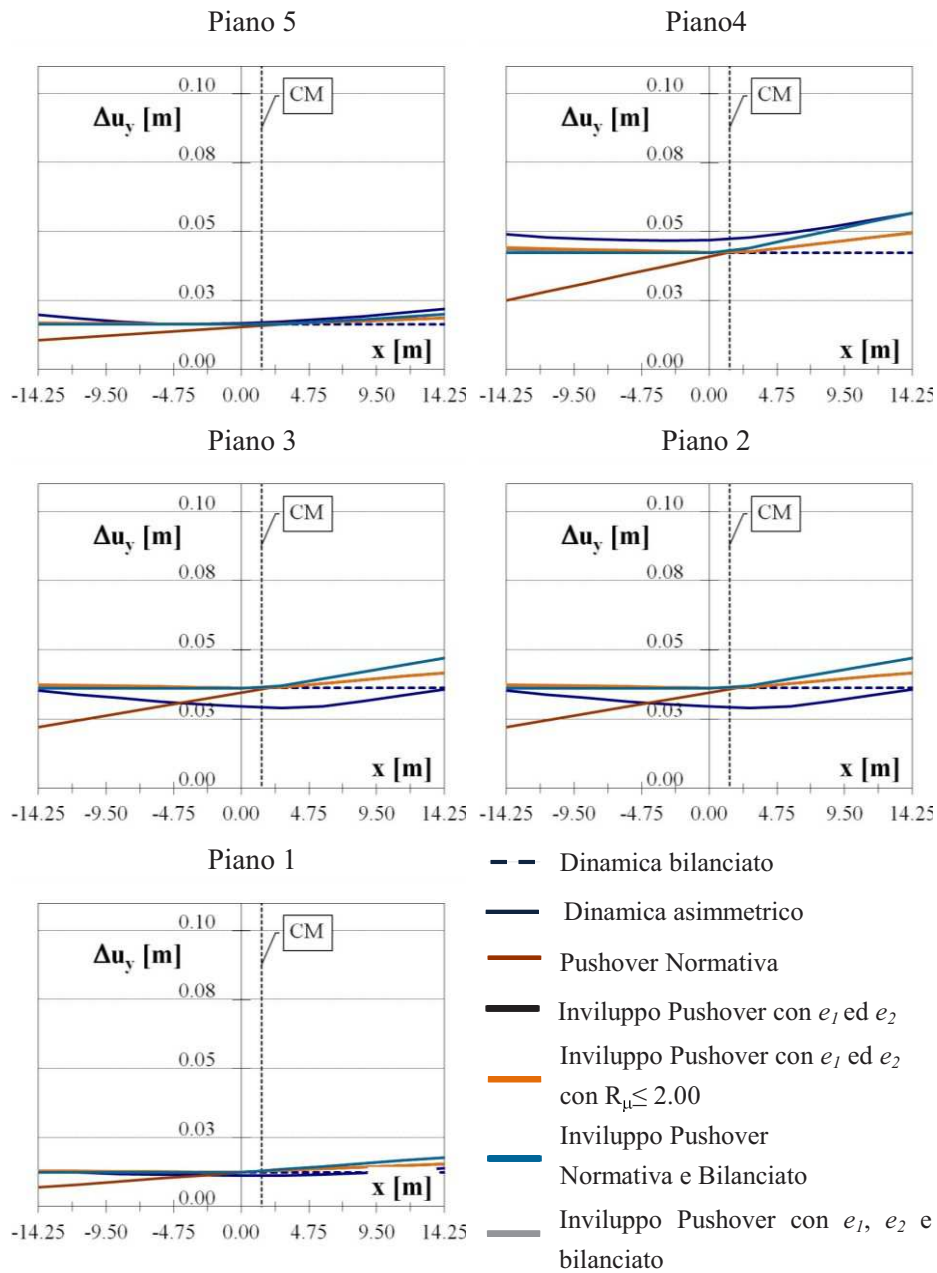


Fig. A3.11. Edificio *SG-P*: diagrammi dei massimi spostamenti di interpiano: confronto fra i vari metodi statici non lineari.

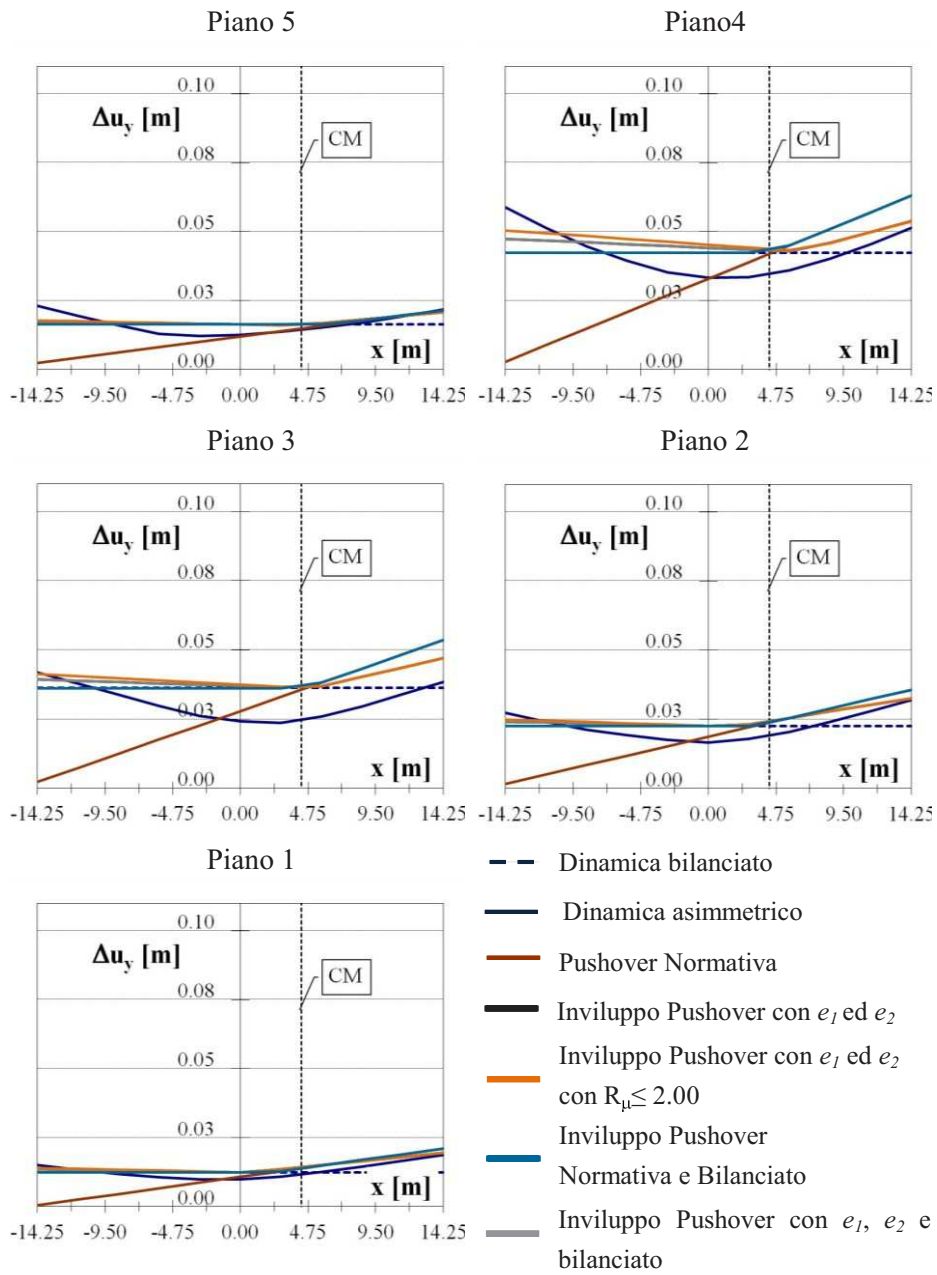


Fig. A3.12. Edificio SG-G: diagrammi dei massimi spostamenti di interpiano: confronto fra i vari metodi statici non lineari.

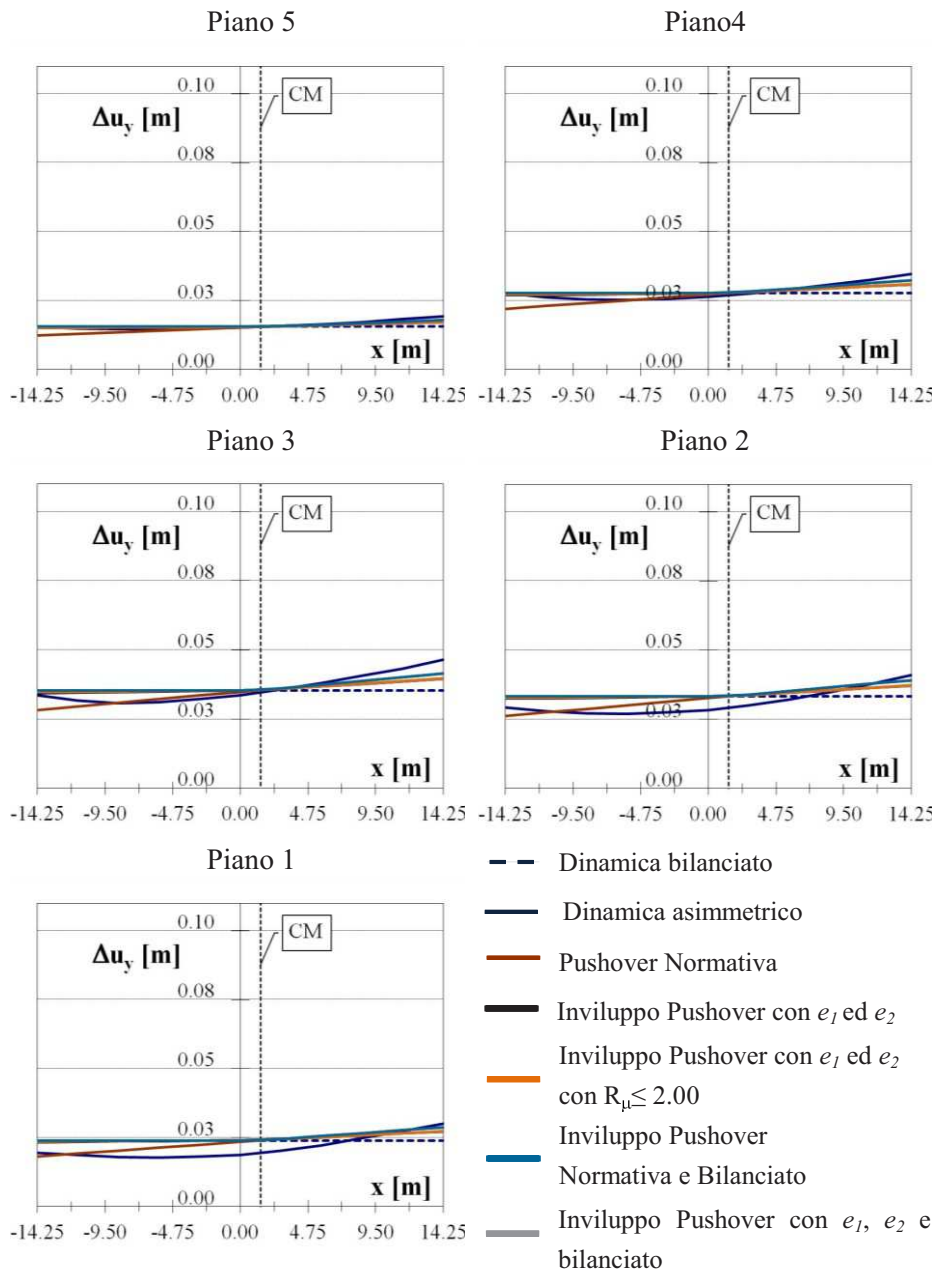


Fig. A3.13. Edificio SST-P1: diagrammi dei massimi spostamenti di interpia-  
no:



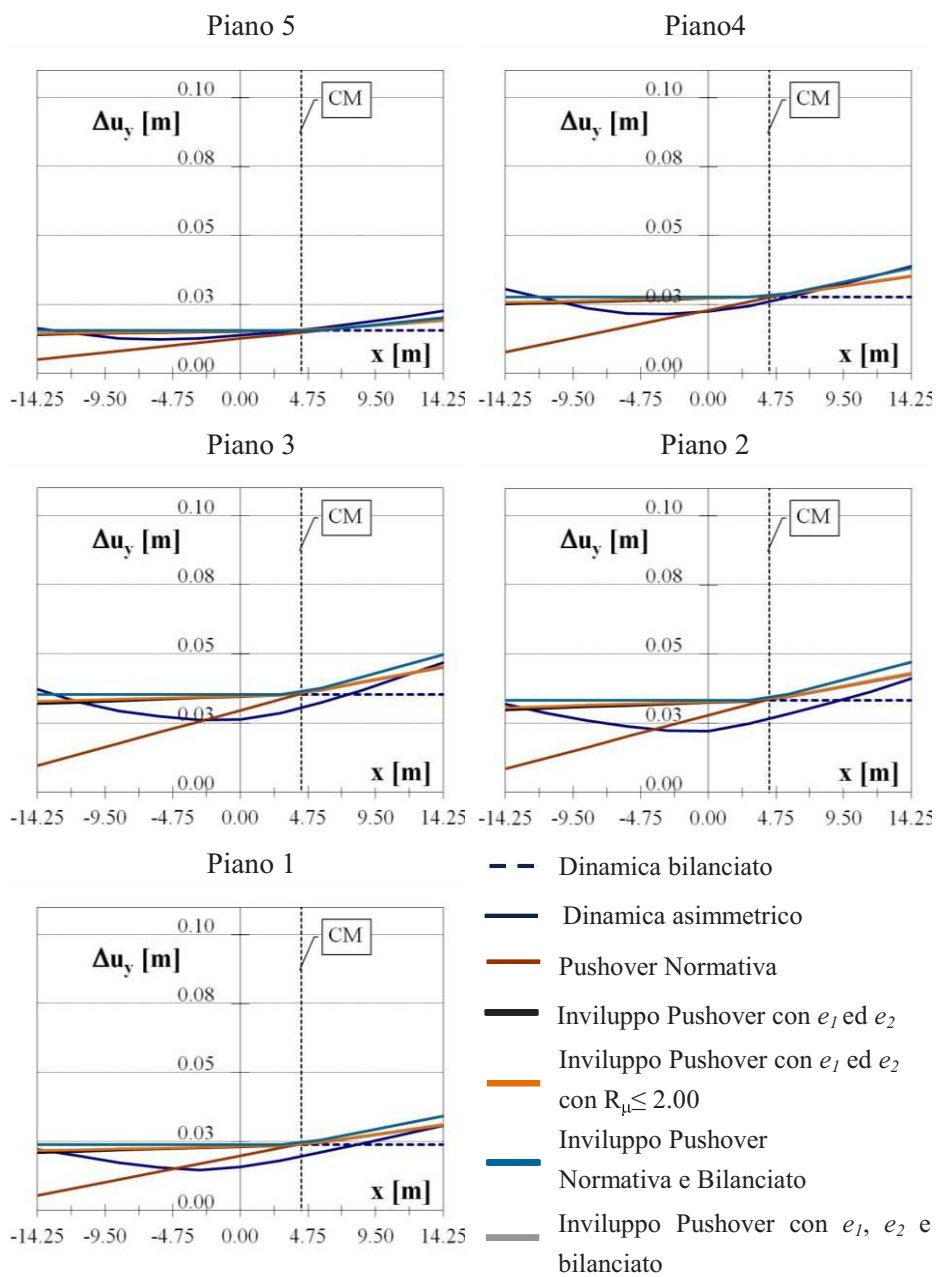


Fig. A3.14. Edificio SST-G1: diagrammi dei massimi spostamenti di interpiano:

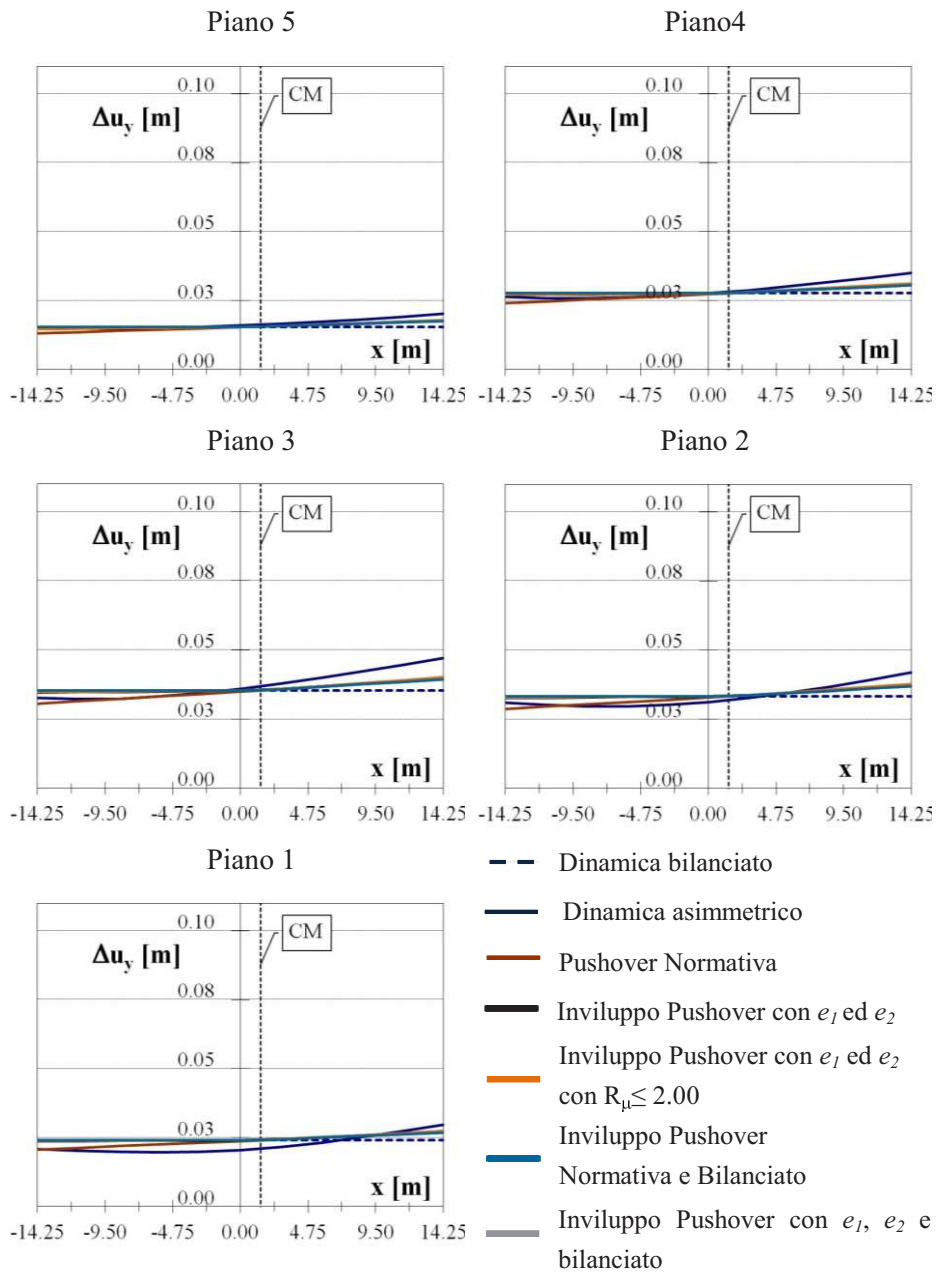


Fig. A3.15. Edificio *SSR-P1*: diagrammi dei massimi spostamenti di interpiano:

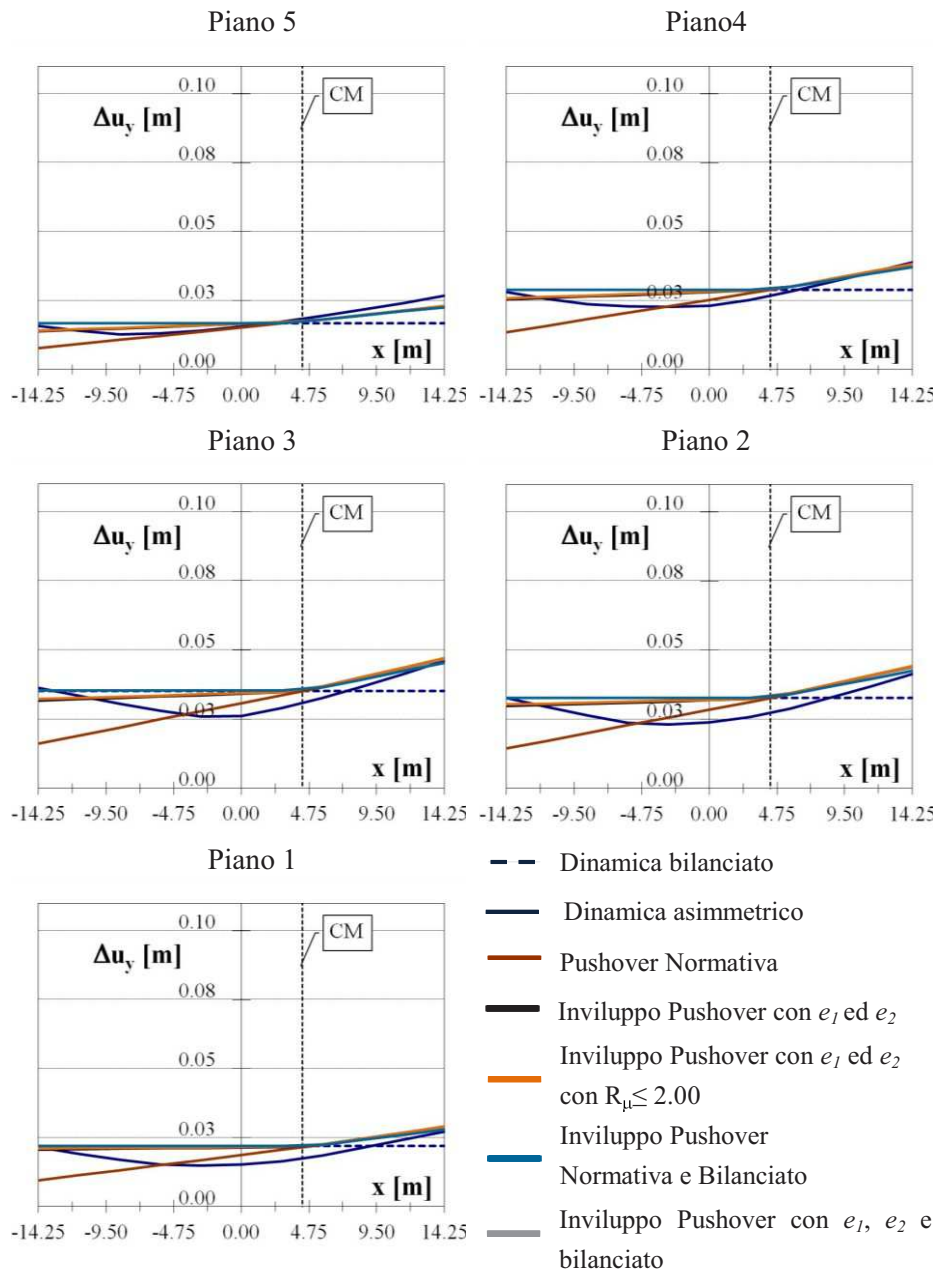


Fig. A3.16. Edificio *SSR-G1*: diagrammi dei massimi spostamenti di interpiano:

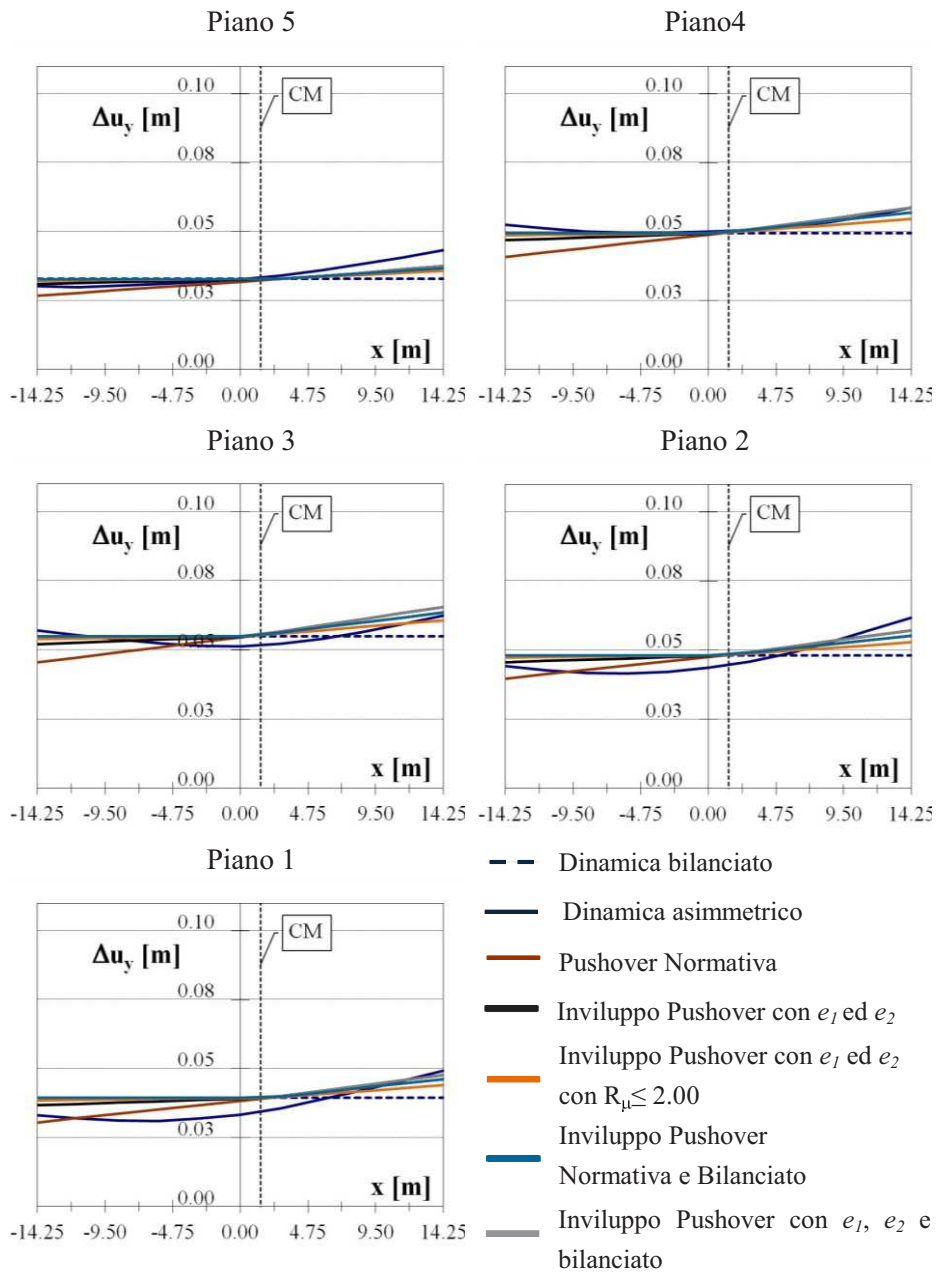


Fig. A3.17. Edificio SST-P2: diagrammi dei massimi spostamenti di interpia-  
no:

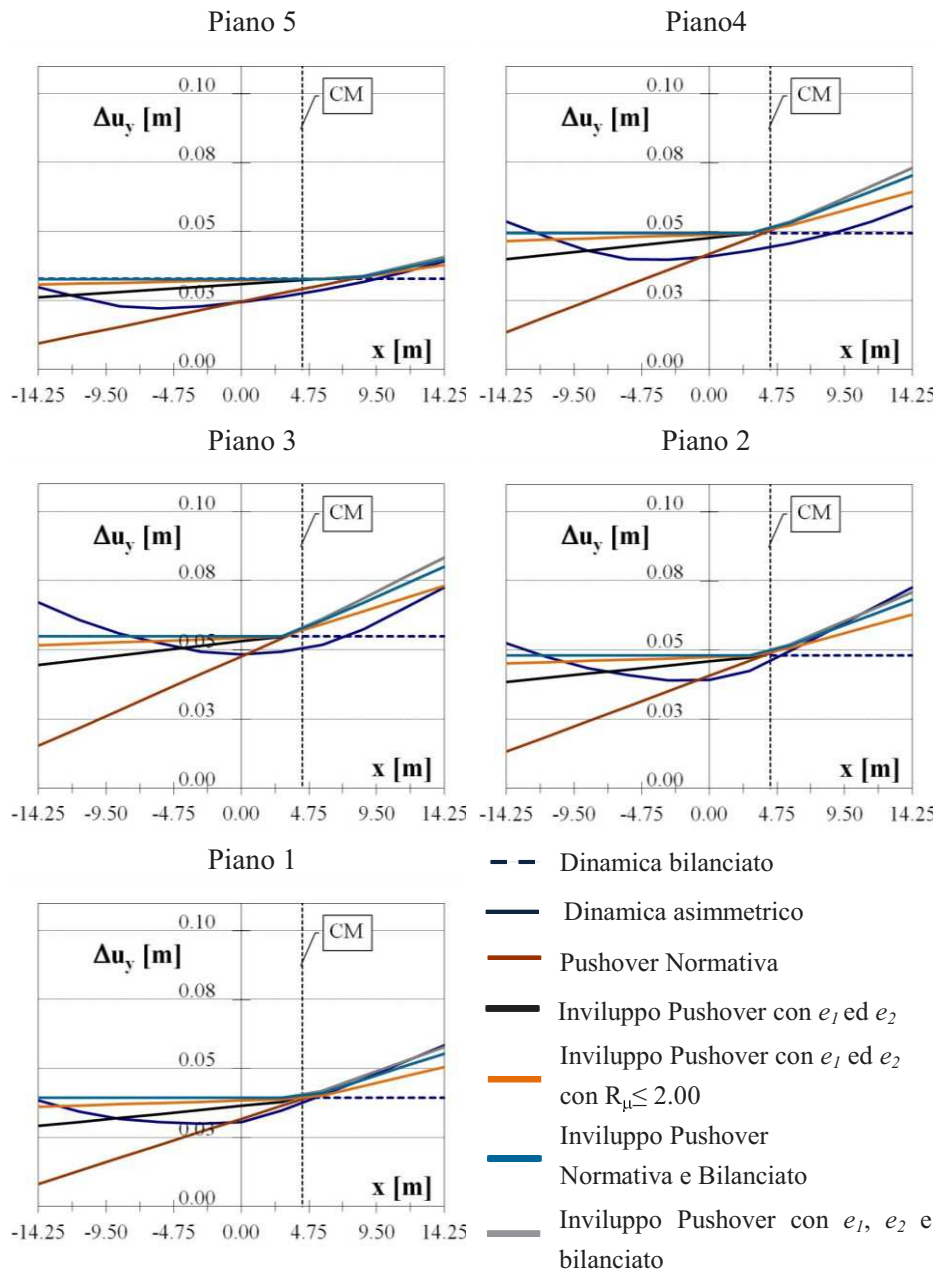


Fig. A3.18. Edificio SST-G2: diagrammi dei massimi spostamenti di interpiano:

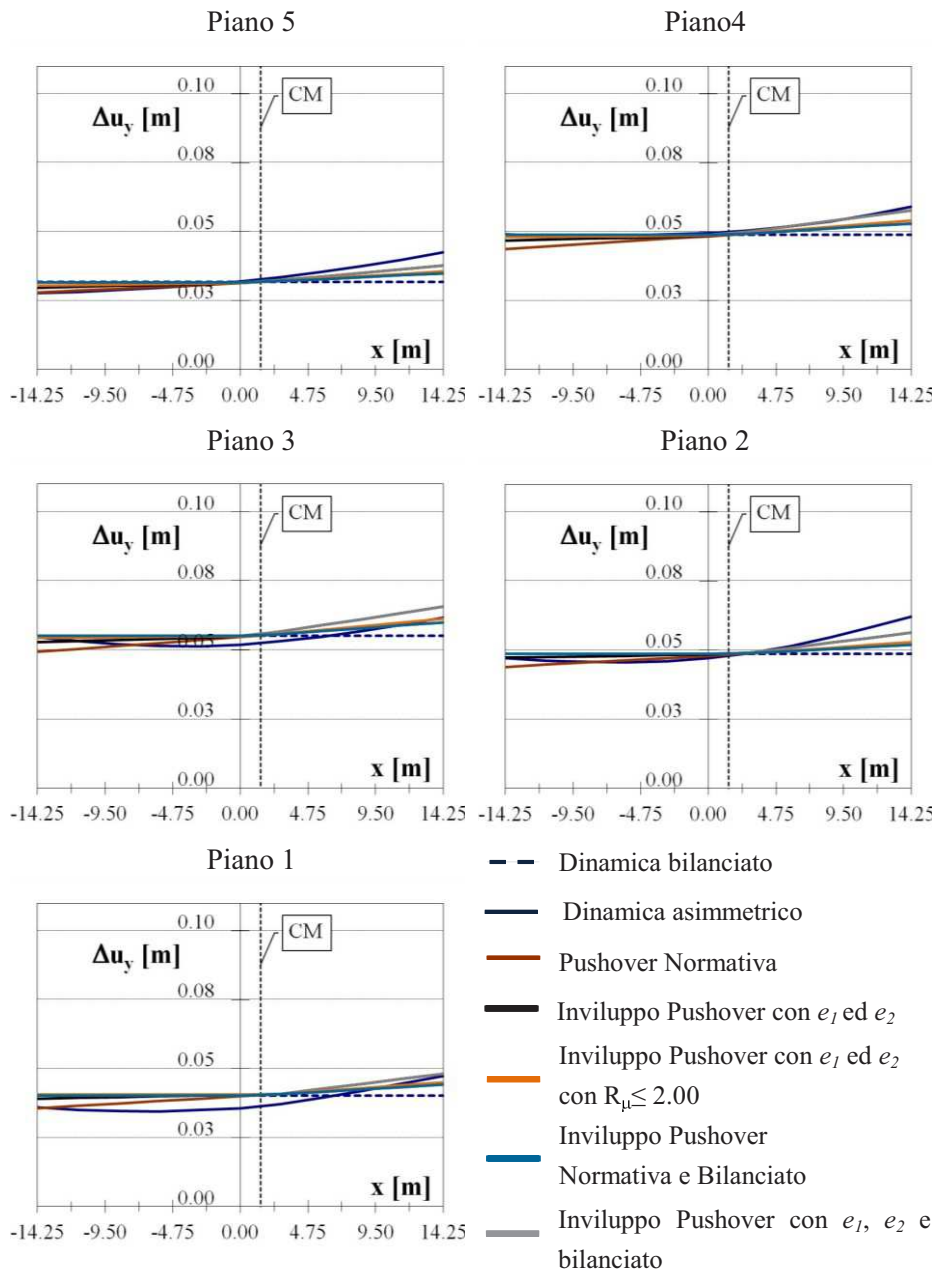


Fig. A3.19. Edificio *SSR-P2*: diagrammi dei massimi spostamenti di interpiano:

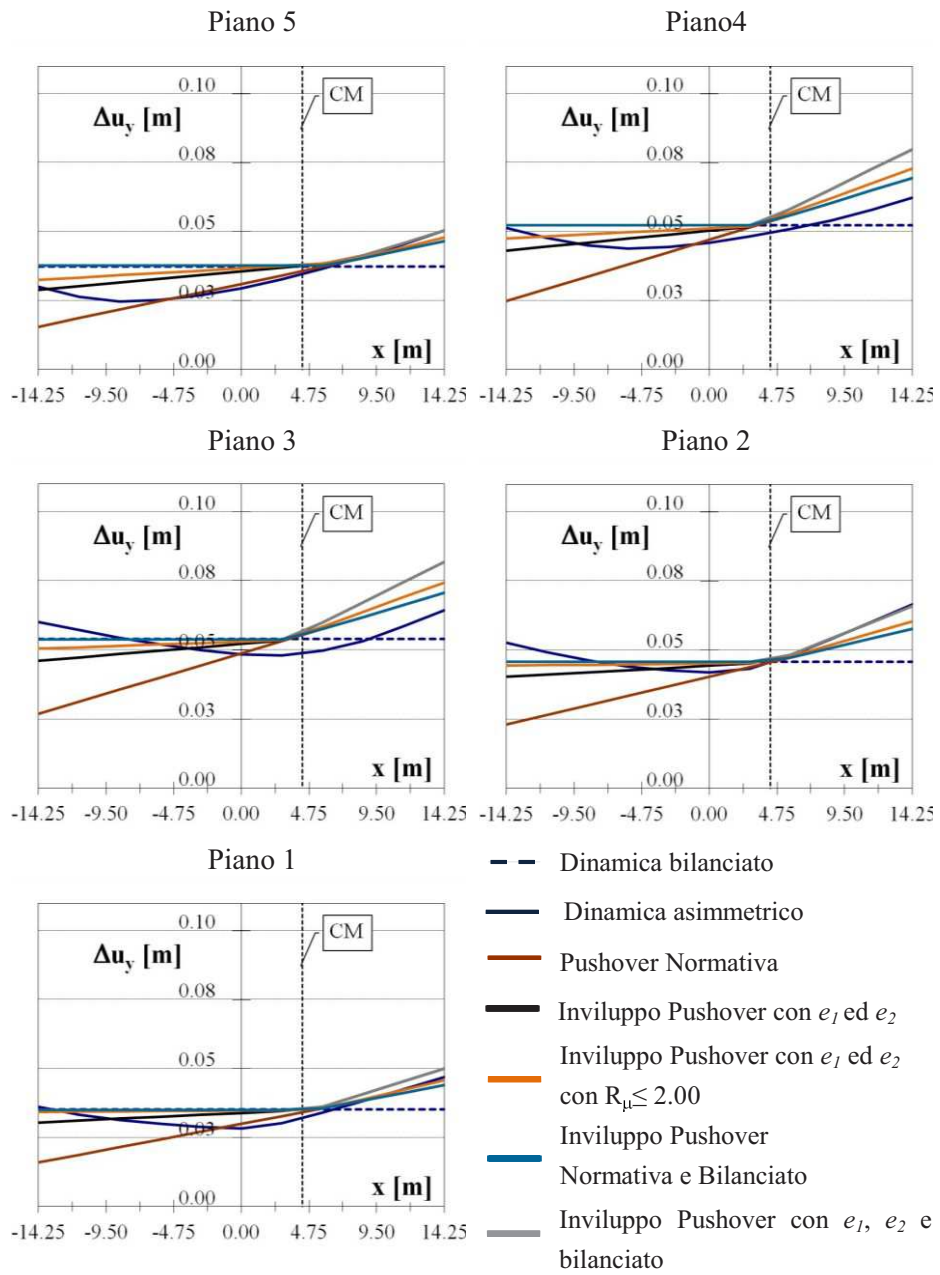


Fig. A3.20. Edificio *SSR-G2*: diagrammi dei massimi spostamenti di interpiano:

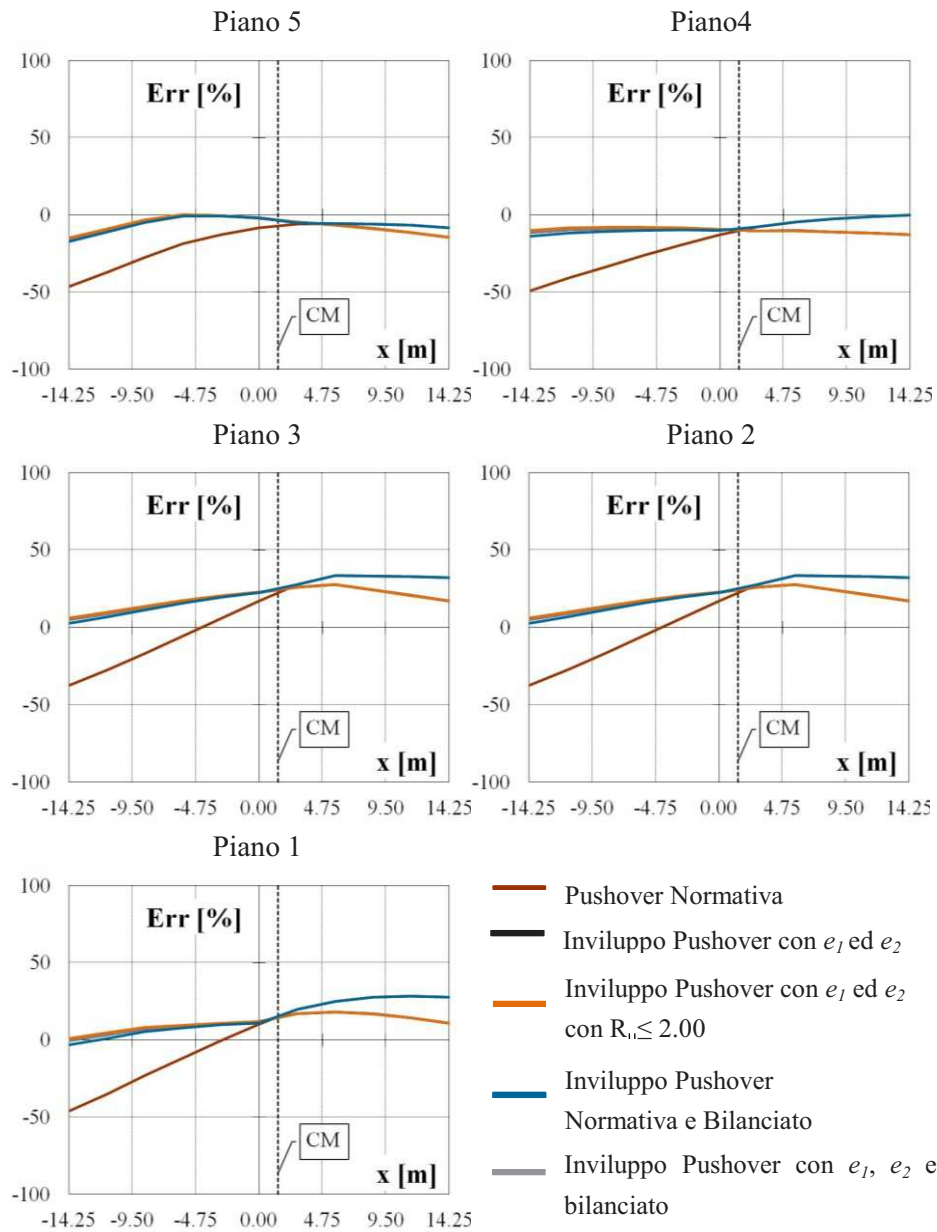


Fig. A3.21. Edificio *SG-P*: diagrammi degli errori percentuali rispetto agli spostamenti dinamici dei punti degli impalcati ai vari livelli per i diversi metodi statici non lineari: spostamenti di interpiano.



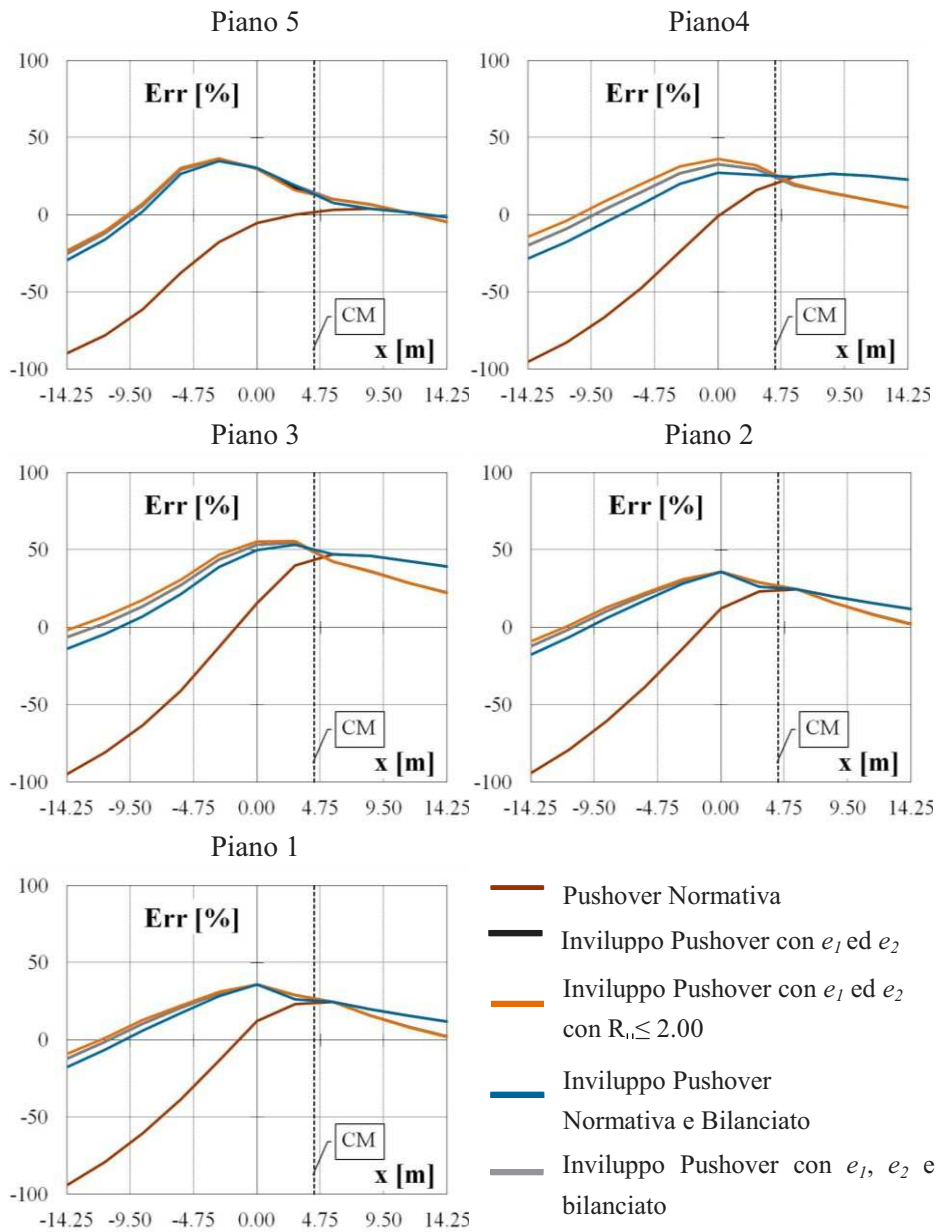


Fig. A3.22. Edificio SG-G: diagrammi degli errori percentuali rispetto agli spostamenti dinamici dei punti degli impalcati ai vari livelli per i diversi metodi statici non lineari: spostamenti di interpiano.

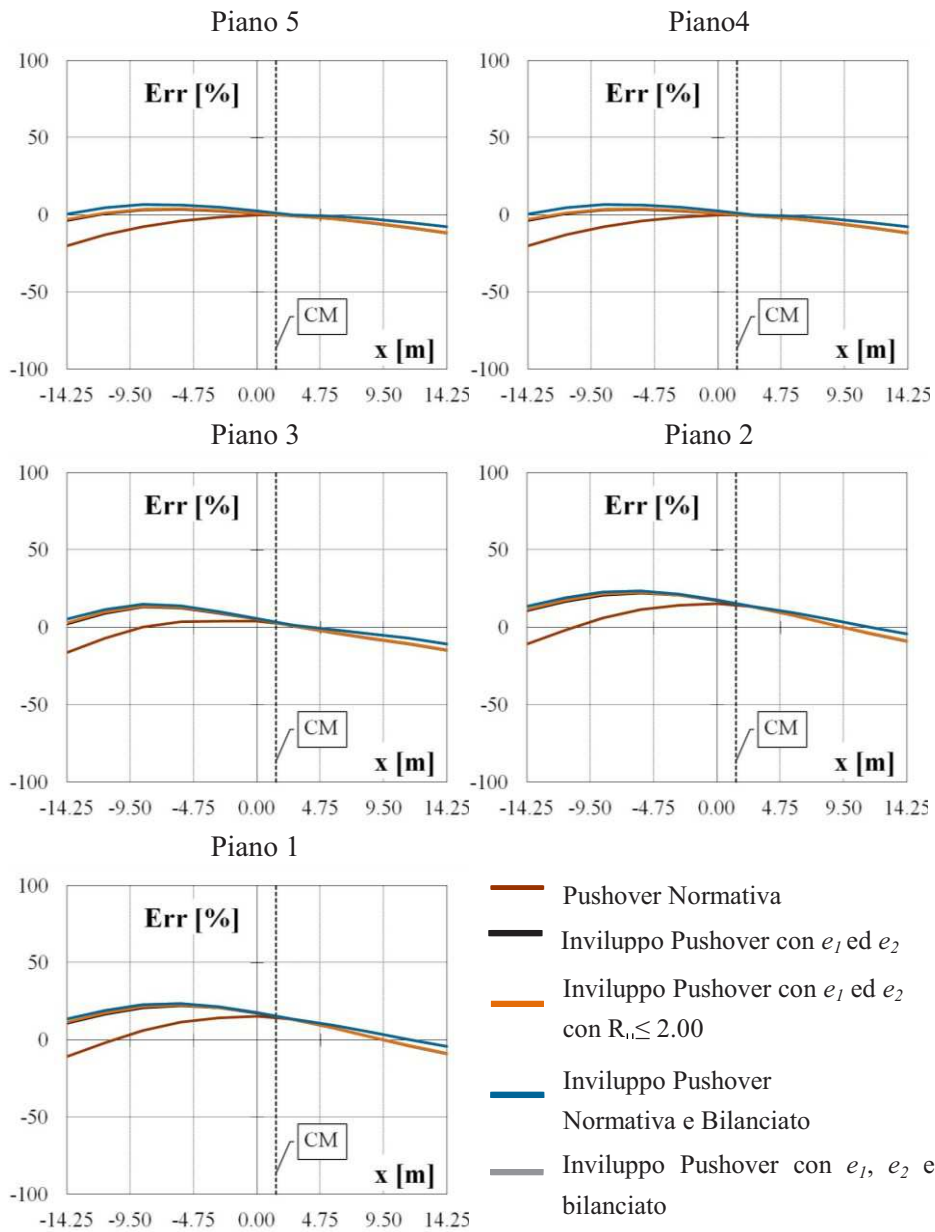


Fig. A3.23. Edificio *SST-P1*: diagrammi degli errori percentuali rispetto agli spostamenti dinamici dei punti degli impalcati ai vari livelli per i diversi metodi statici non lineari: spostamenti di interpiano.

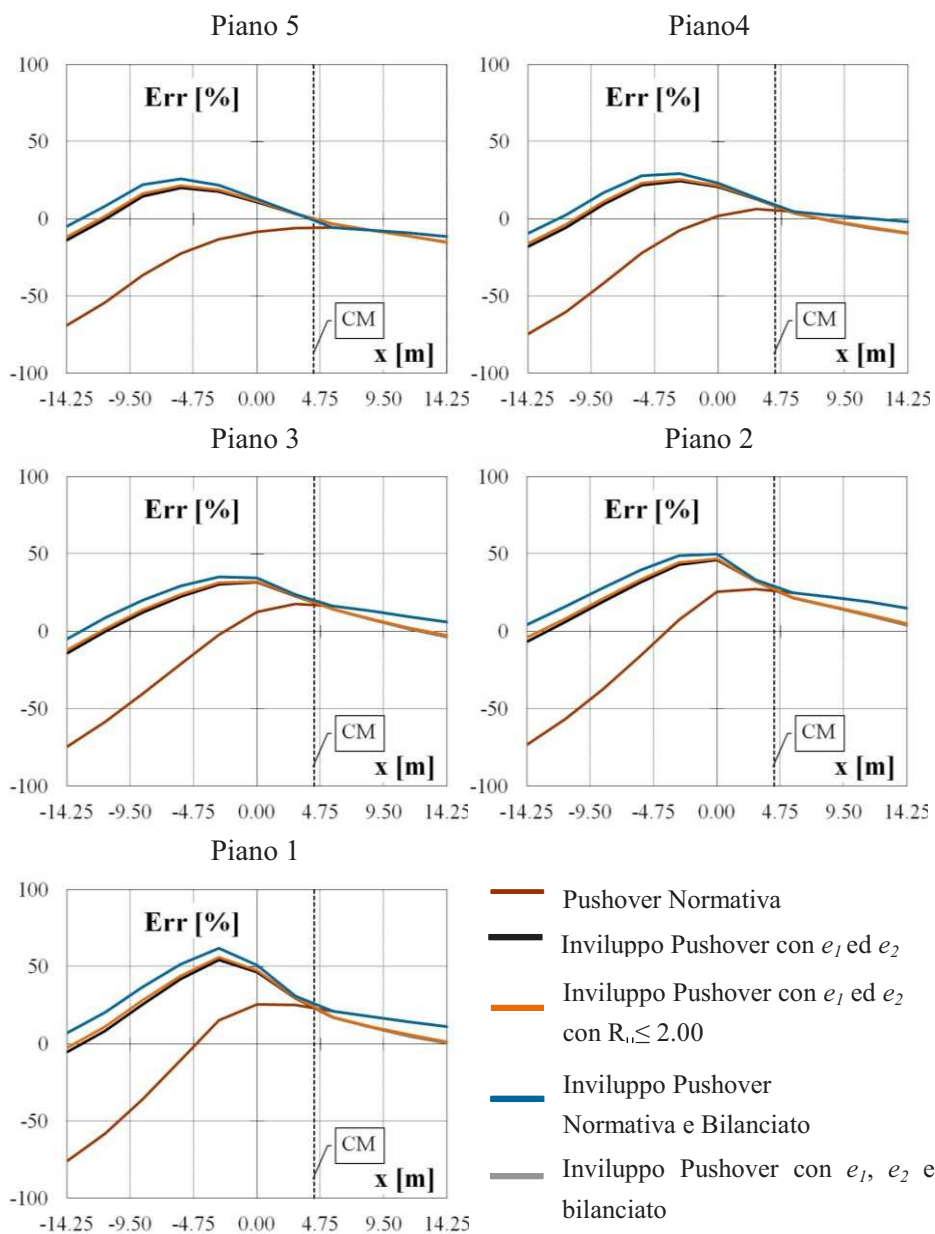


Fig. A3.24. Edificio SST-G1: diagrammi degli errori percentuali rispetto agli spostamenti dinamici dei punti degli impalcati ai vari livelli per i diversi metodi statici non lineari: spostamenti di interpiano.

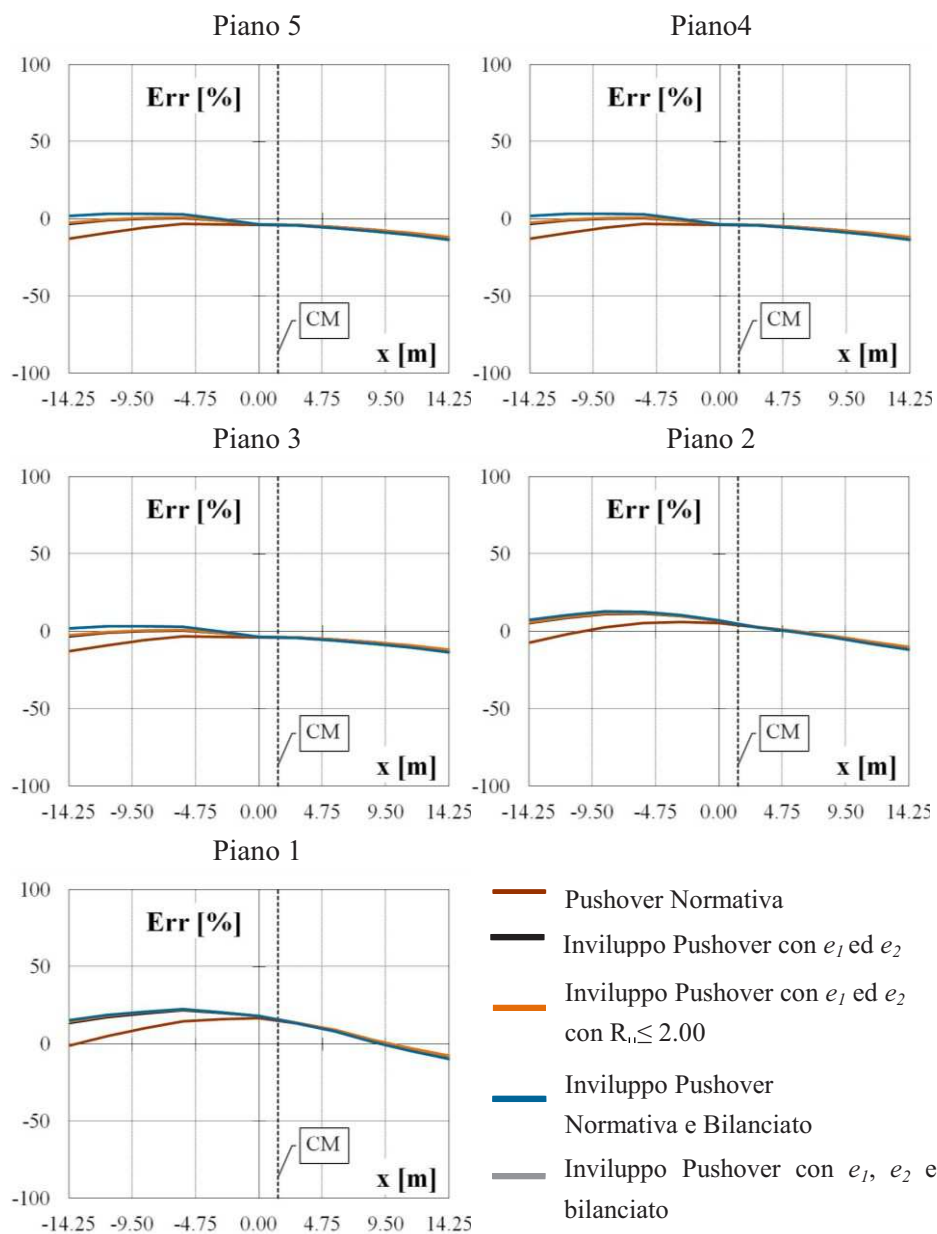


Fig. A3.25. Edificio *SSR-P1*: diagrammi degli errori percentuali rispetto agli spostamenti dinamici dei punti degli impalcati ai vari livelli per i diversi metodi statici non lineari: spostamenti di interpiano.

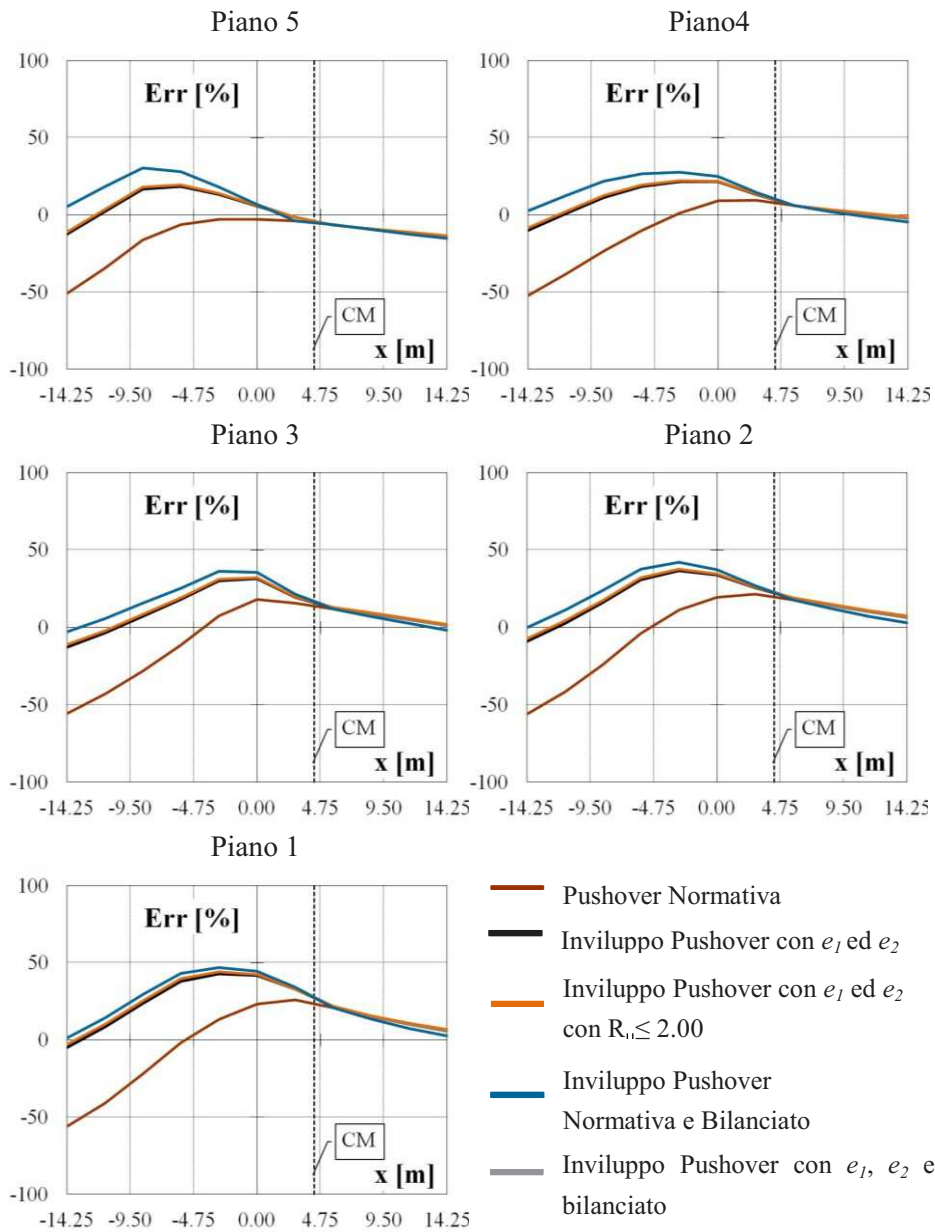


Fig. A3.26. Edificio *SSR-G1*: diagrammi degli errori percentuali rispetto agli spostamenti dinamici dei punti degli impalcati ai vari livelli per i diversi metodi statici non lineari: spostamenti di interpiano.

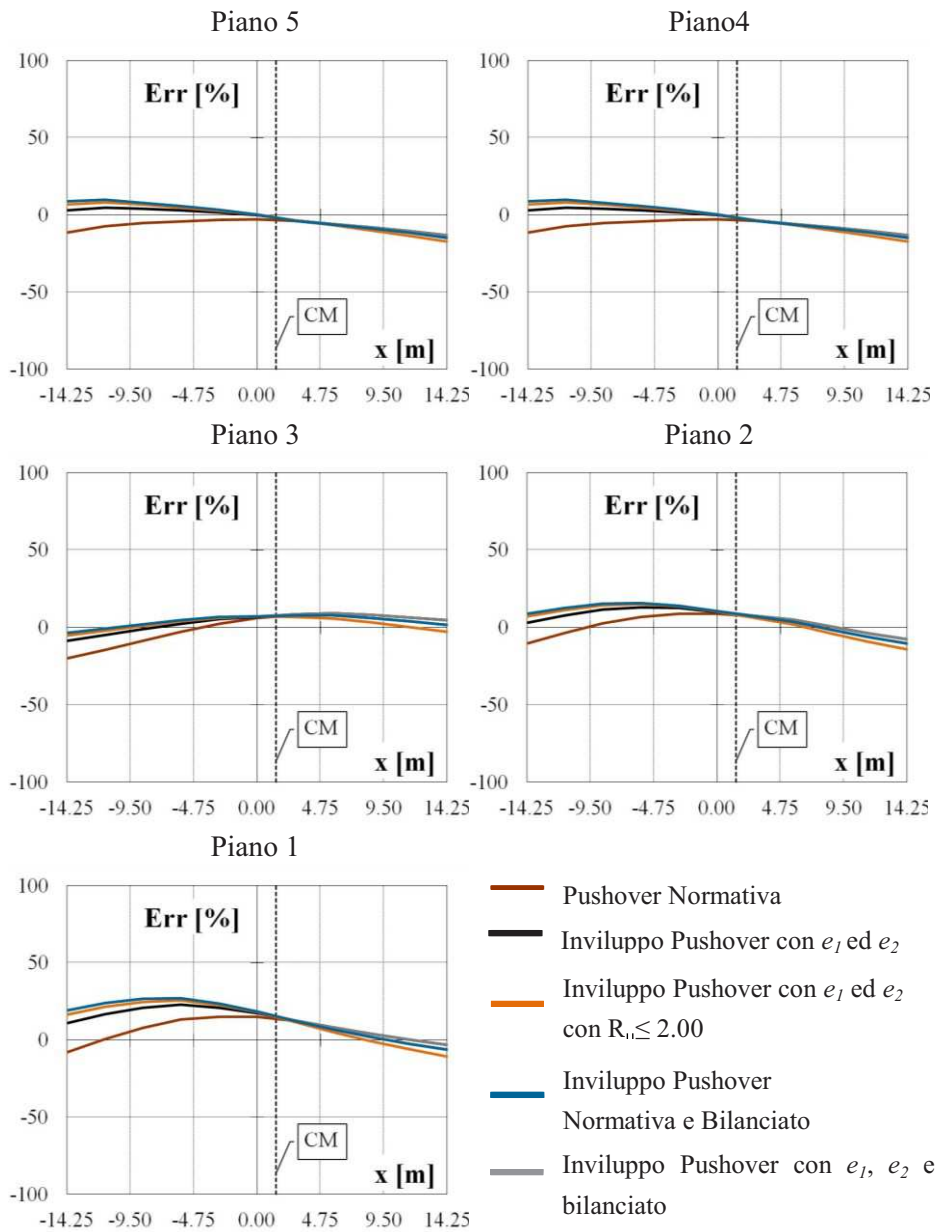


Fig. A3.27. Edificio *SST-P2*: diagrammi degli errori percentuali rispetto agli spostamenti dinamici dei punti degli impalcati ai vari livelli per i diversi metodi statici non lineari: spostamenti di interpiano.

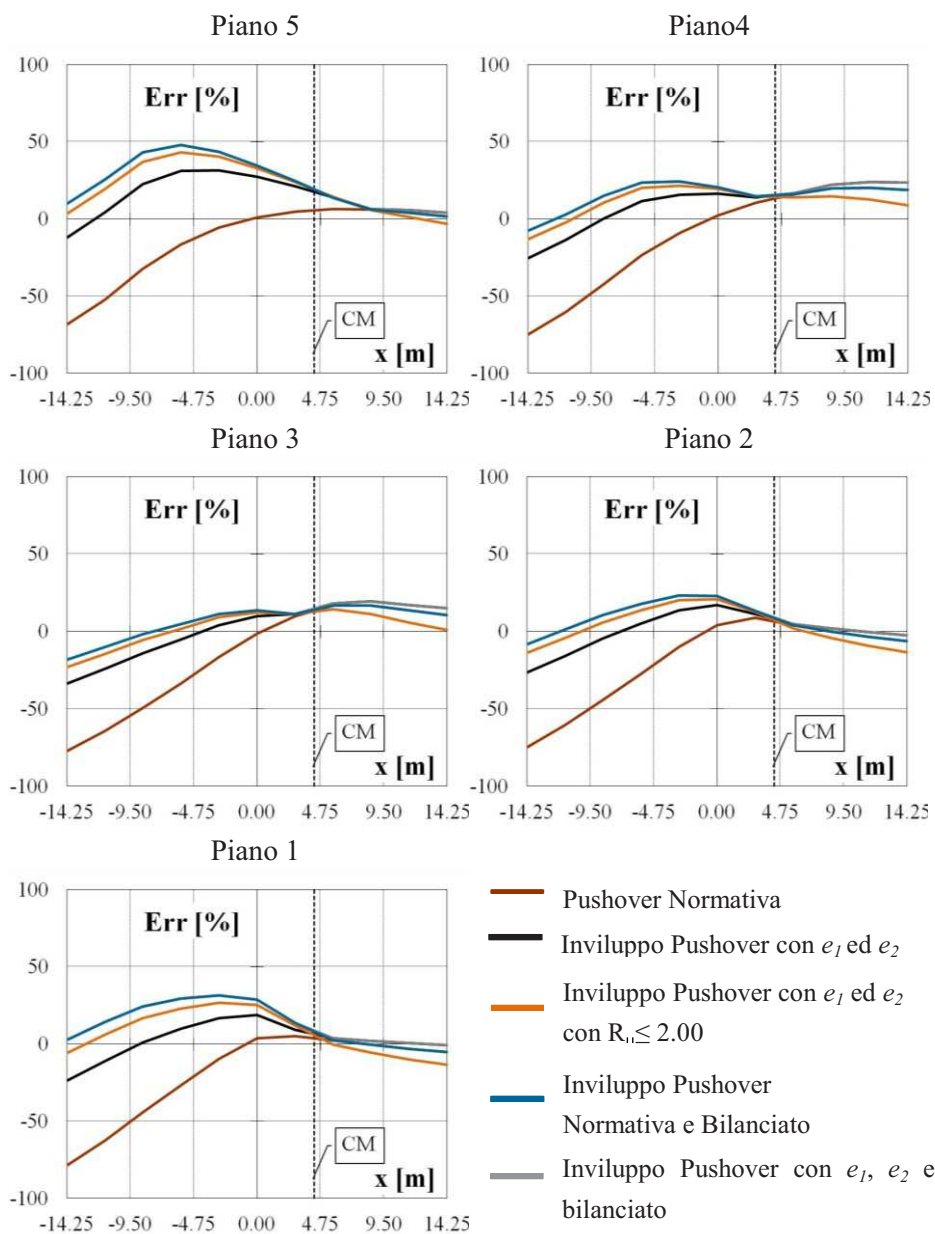


Fig. A3.28. Edificio SST-G2: diagrammi degli errori percentuali rispetto agli spostamenti dinamici dei punti degli impalcati ai vari livelli per i diversi metodi statici non lineari: spostamenti di interpiano.

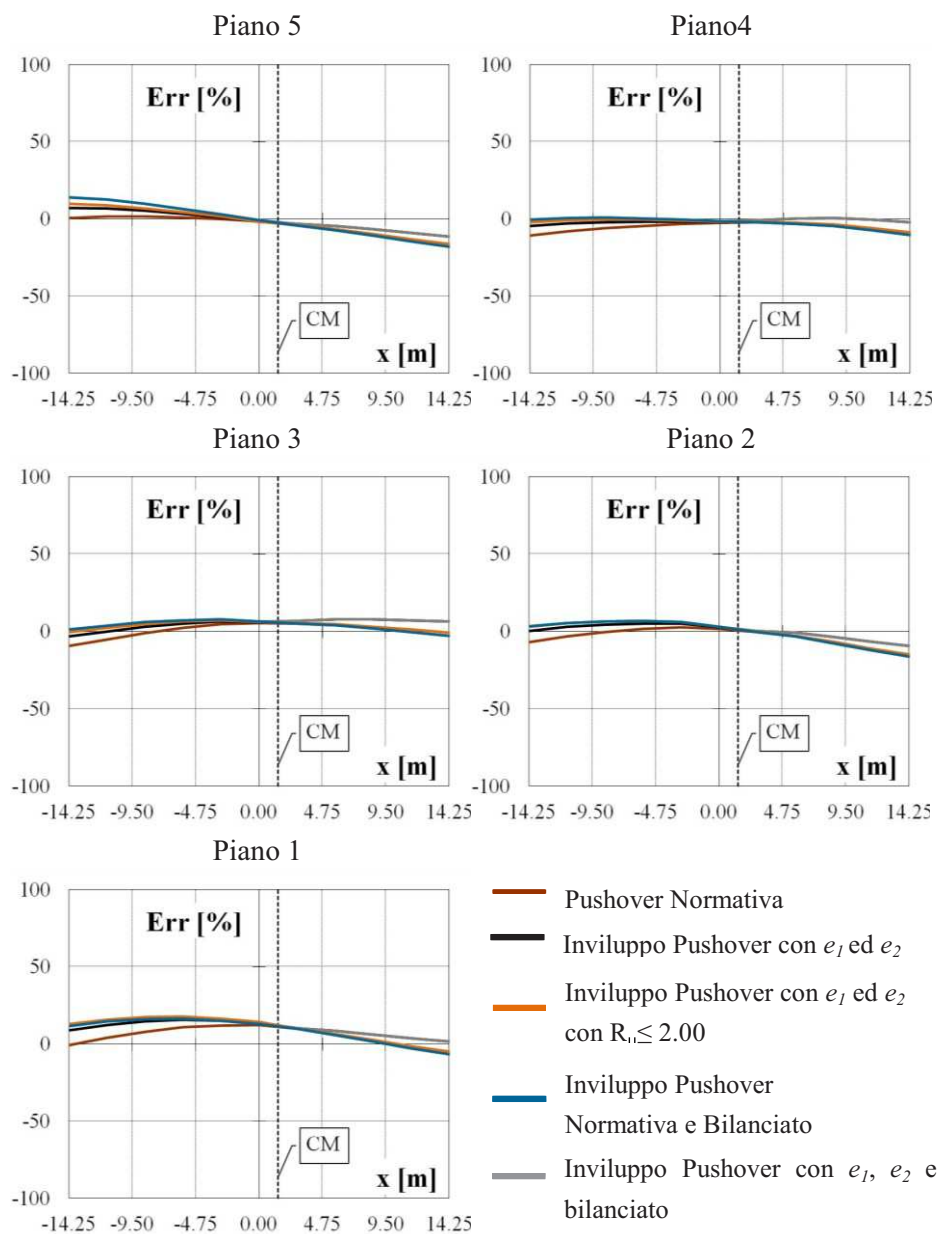


Fig. A3.29. Edificio *SSR-P2*: diagrammi degli errori percentuali rispetto agli spostamenti dinamici dei punti degli impalcati ai vari livelli per i diversi metodi statici non lineari: spostamenti di interpiano.



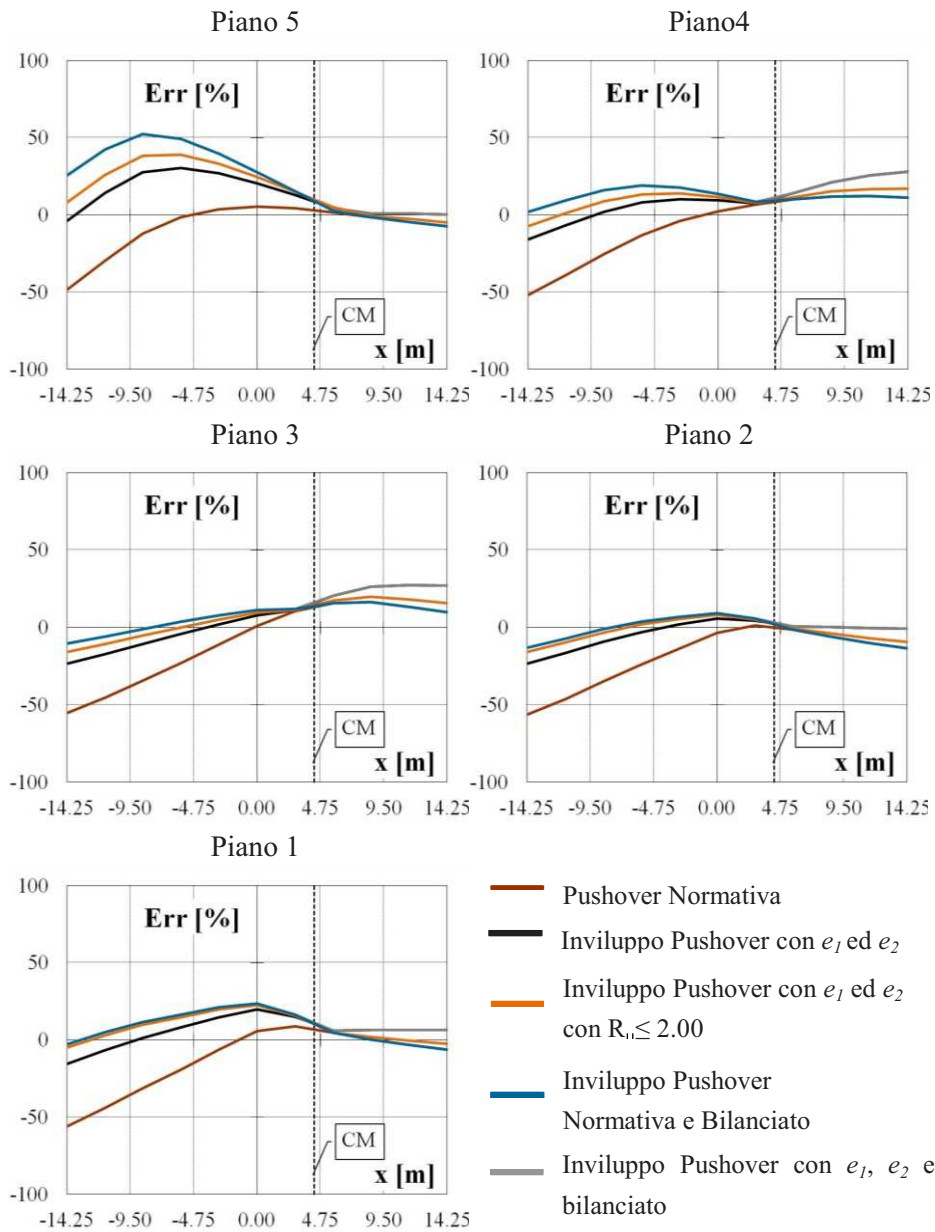


Fig. A3.30. Edificio *SSR-G2*: diagrammi degli errori percentuali rispetto agli spostamenti dinamici dei punti degli impalcati ai vari livelli per i diversi metodi statici non lineari: spostamenti di interpiano.



## Appendice A4

Si riportano in questa appendice tre gruppi di diagrammi, relativi a tutti gli edifici presi in esame. In dettaglio:

1. Primo gruppo (Figg. A4.1,2,3,4,5,6,7,8,9,10): ogni figura si riferisce a un singolo edificio esaminato e riporta i diagrammi della distribuzione lungo l'altezza degli spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato 1 e sul lato 2 limitatamente al confronto fra analisi dinamica non lineare, approccio normativo e metodo proposto nella formulazione originaria.
2. Secondo gruppo (Figg. A4.10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20): ogni figura si riferisce a un singolo edificio esaminato e riporta i diagrammi della distribuzione lungo l'altezza degli spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato 1 e sul lato 2 con riferimento al confronto fra analisi dinamica non lineare, approccio normativo e tutti i metodi statici non lineari proposti (metodo originario e sue varianti)
3. Terzo gruppo (Figg. A4.21,22,23,24,25,26,27,28,29,30): ogni figura si riferisce a un singolo edificio esaminato e riporta i diagrammi delle distribuzioni in altezza degli errori percentuali sugli spostamenti dinamici assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato 1 e sul lato 2 commessi nei vari metodi statici non lineari.

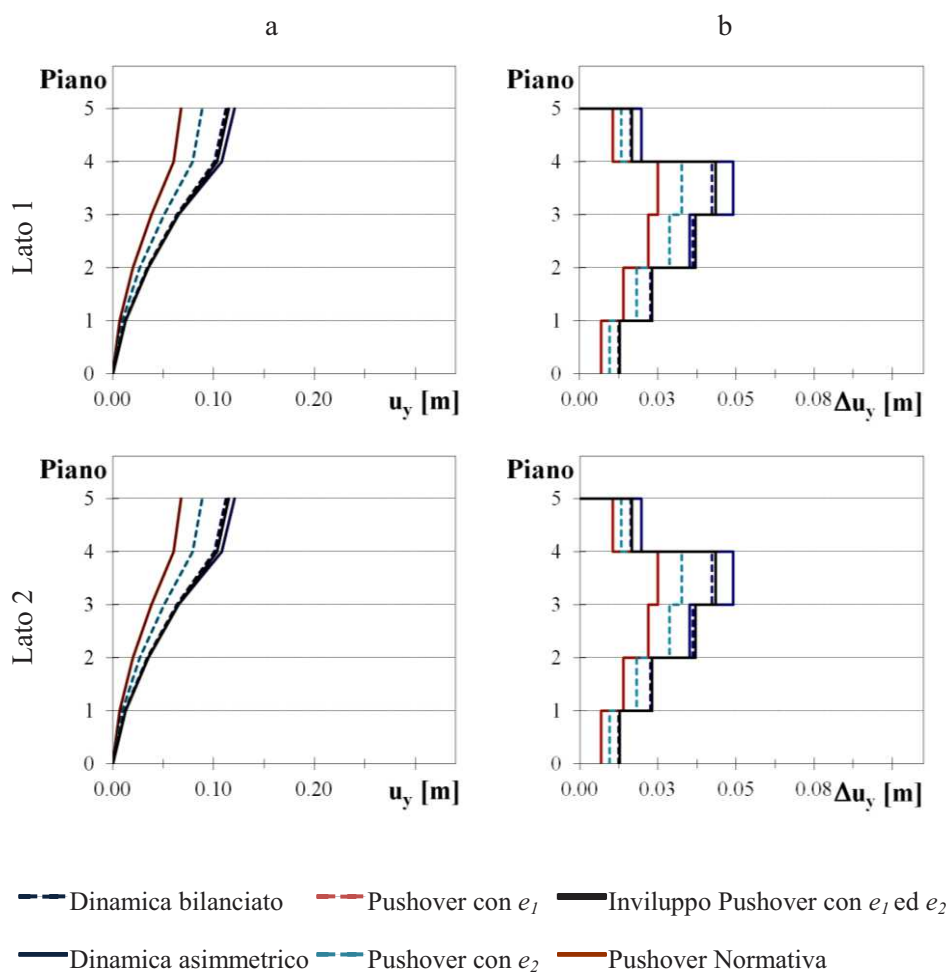


Fig. A4.1. Edificio *SG-P*: Profili in altezza degli spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: confronti fra analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

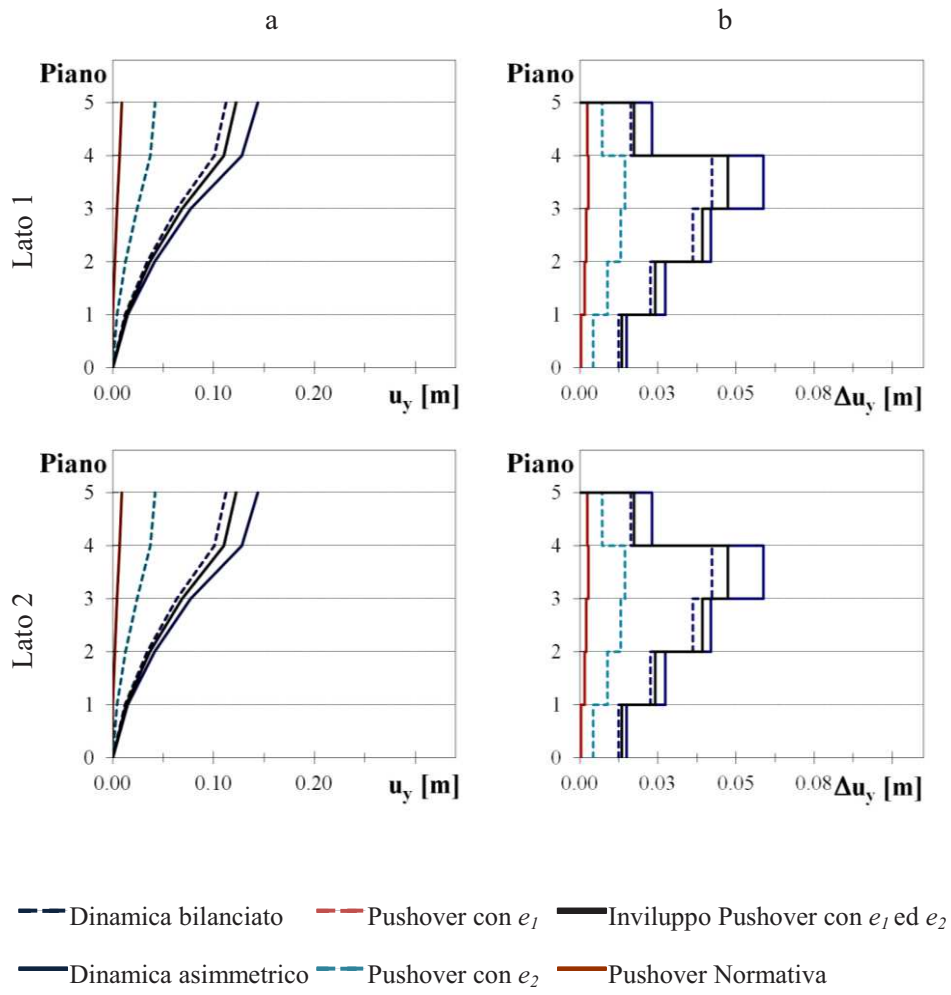


Fig. A4.2. Edificio SG-G: Profili in altezza degli spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: confronti fra analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

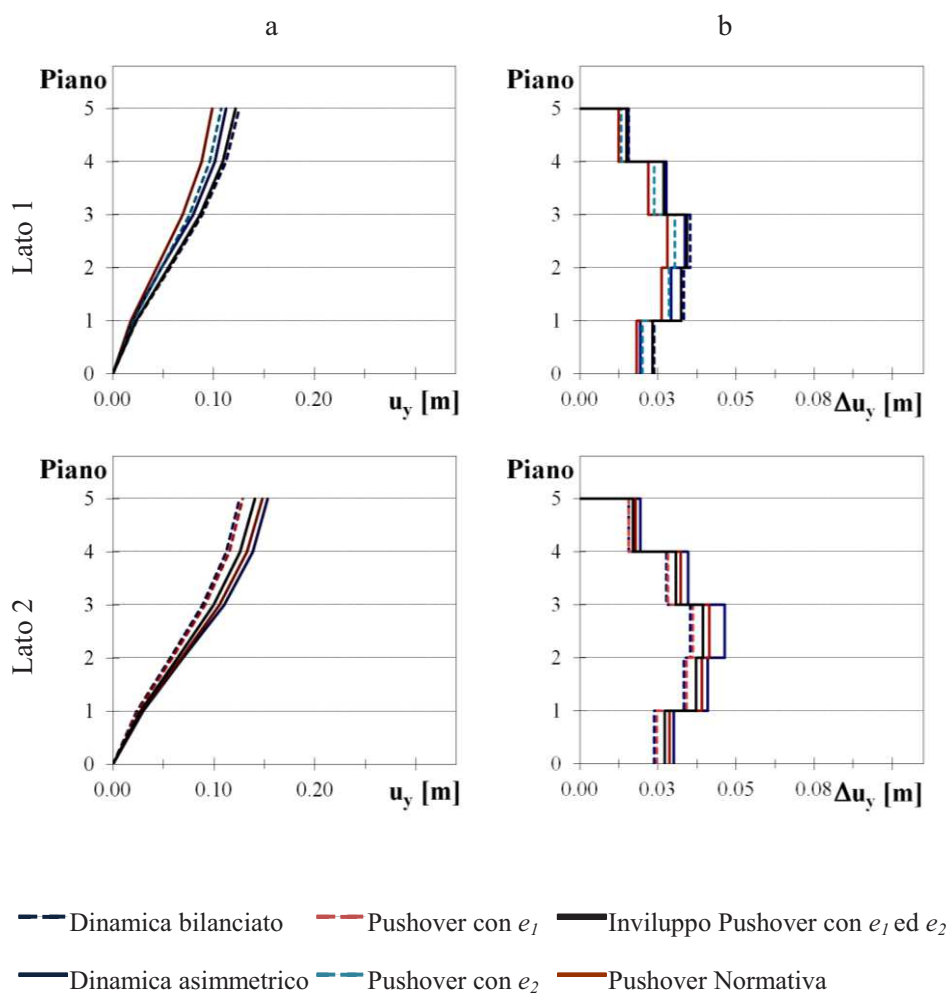


Fig. A4.3. Edificio *SST-P1*: Profili in altezza degli spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: confronti fra analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

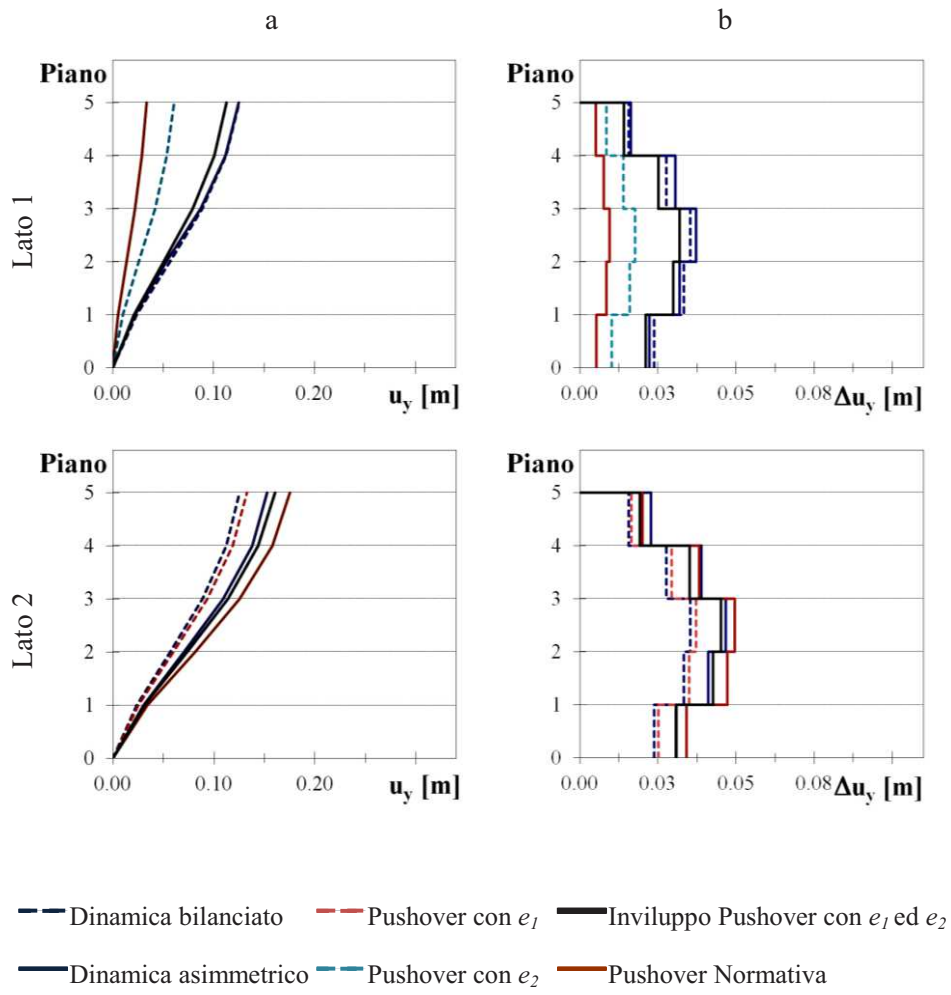


Fig. A4.4. Edificio *SST-G1*: Profili in altezza degli spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: confronti fra analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

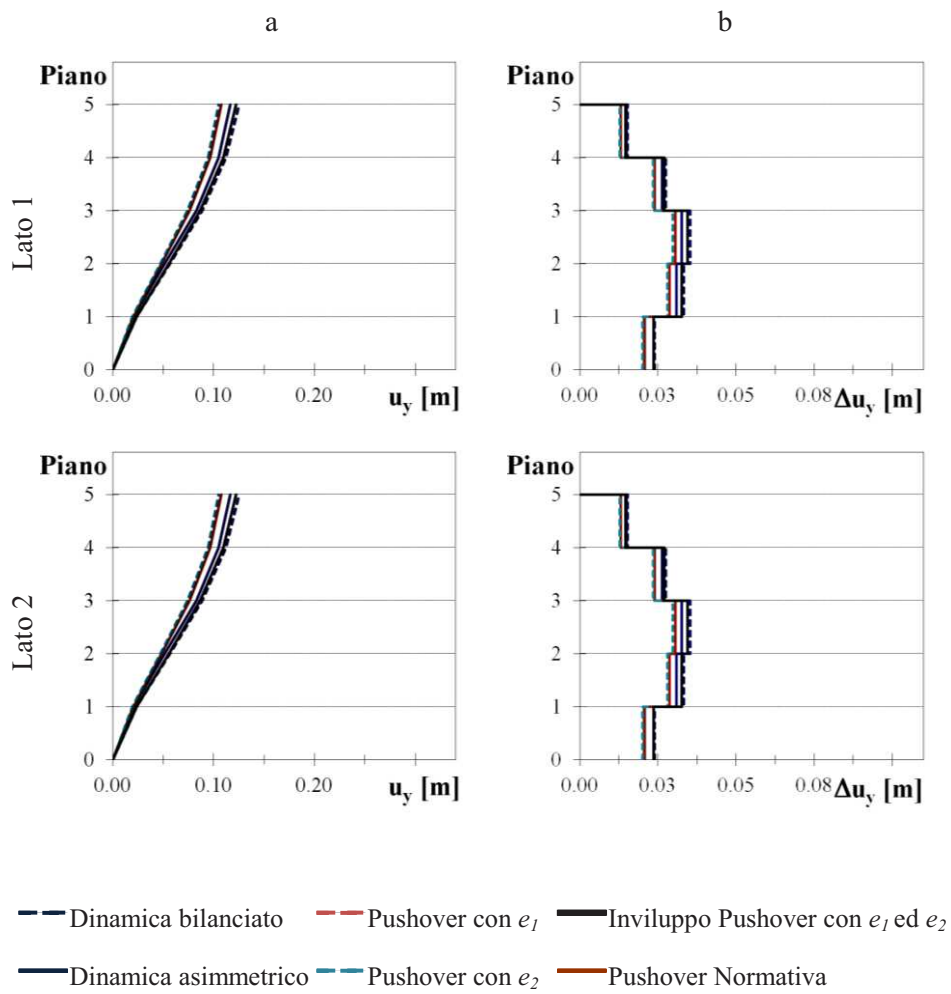


Fig. A4.5. Edificio *SSR-P1*: Profili in altezza degli spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: confronti fra analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.



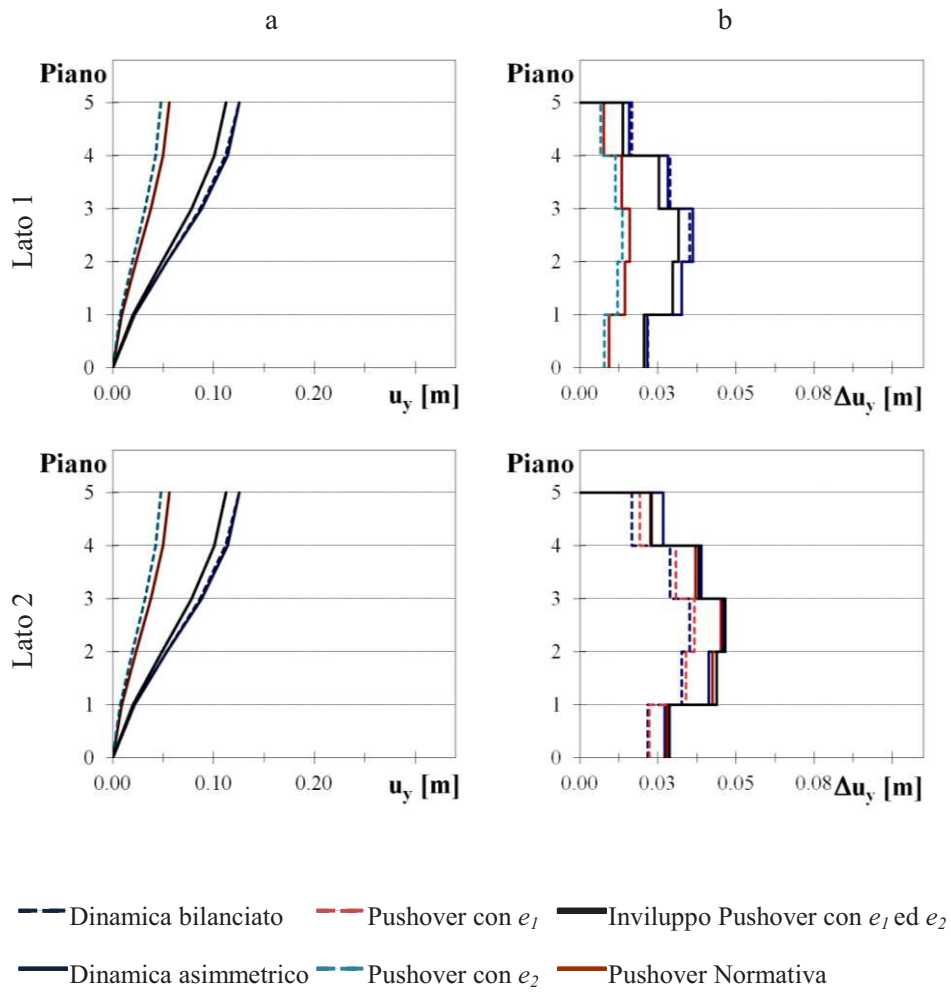


Fig. A4.6. Edificio *SSR-G1*: Profili in altezza degli spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: confronti fra analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

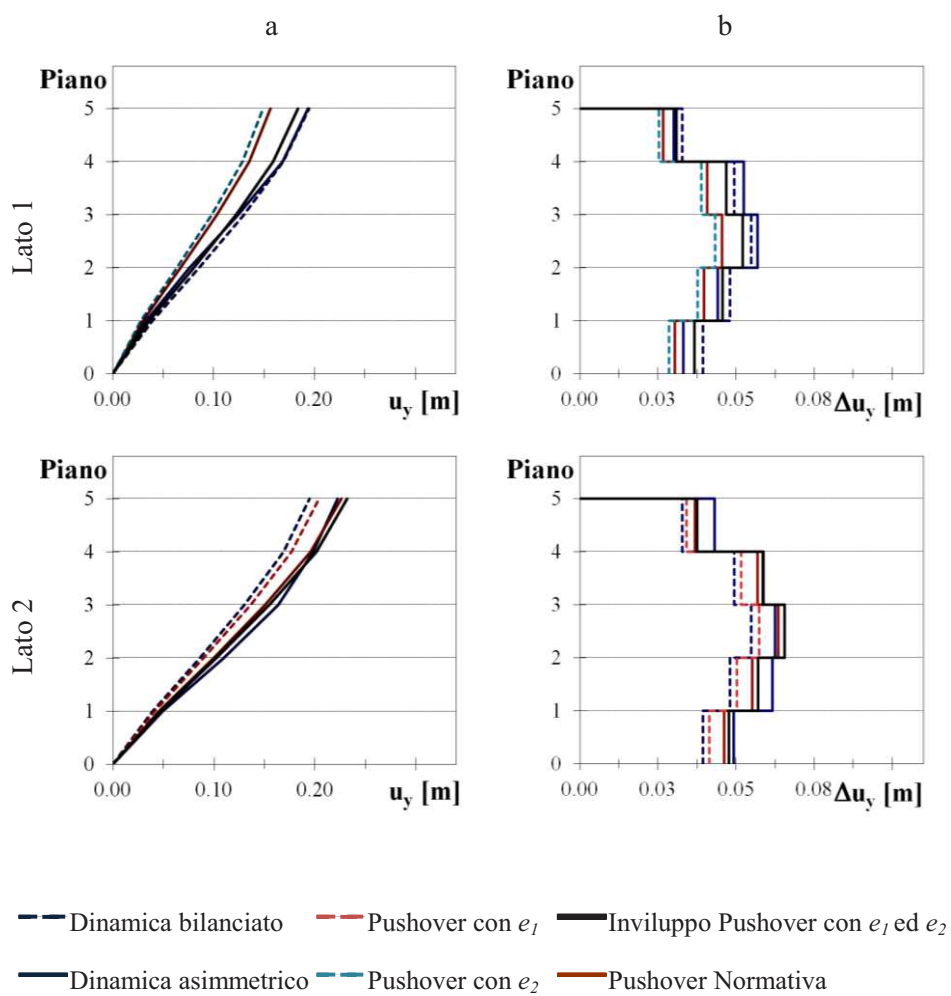


Fig. A4.7. Edificio *SST-P2*: Profili in altezza degli spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: confronti fra analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

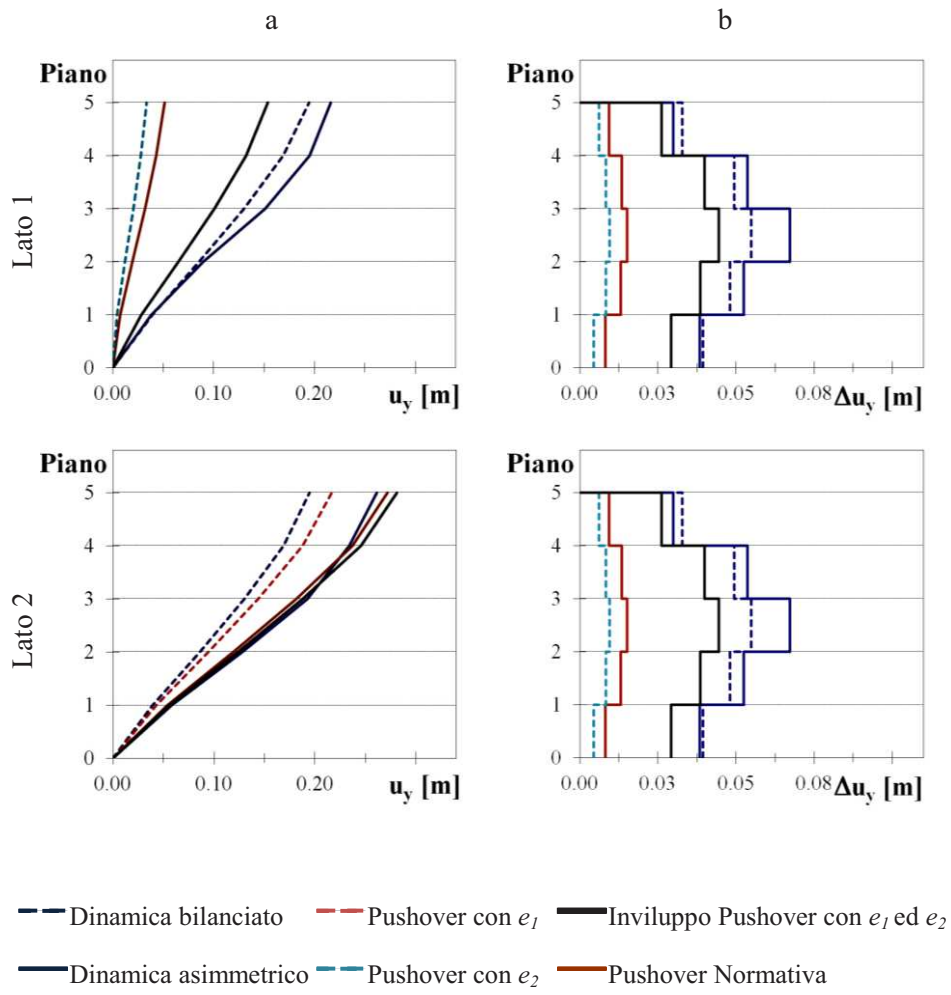


Fig. A4.8. Edificio *SST-G2*: Profili in altezza degli spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: confronti fra analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

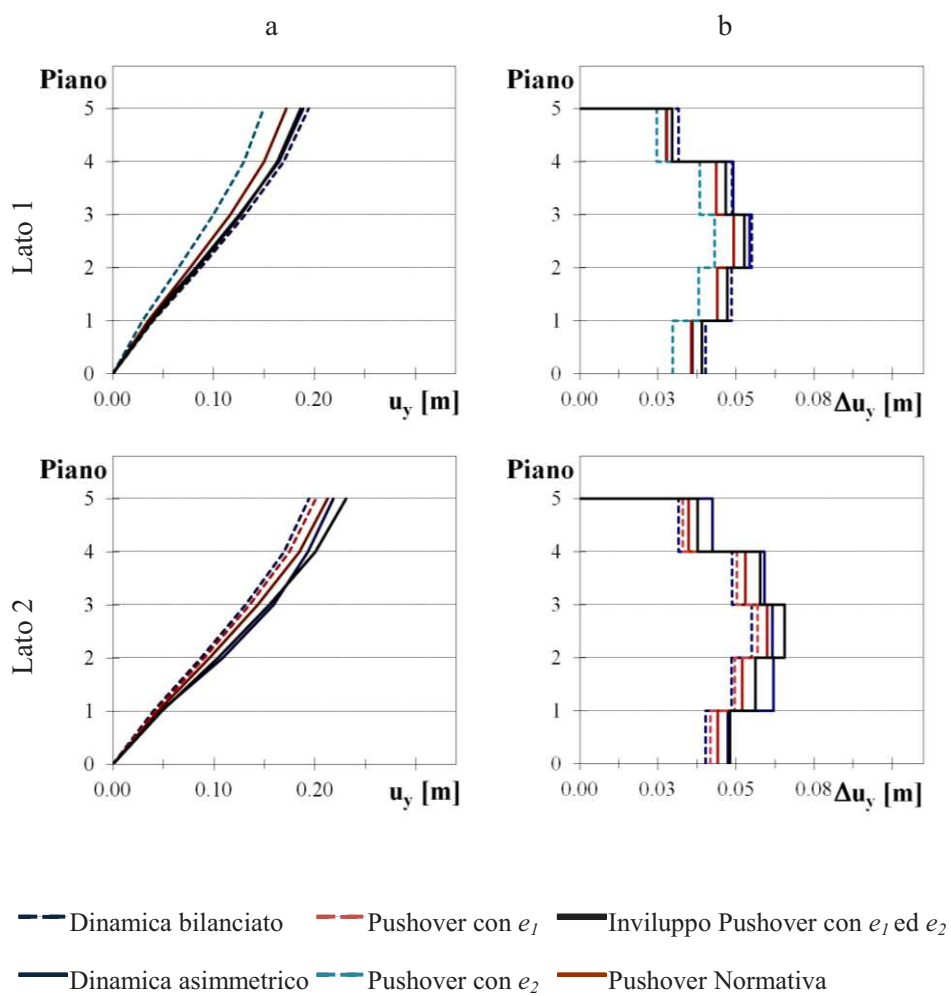


Fig. A4.9. Edificio *SSR-P2*: Profili in altezza degli spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: confronti fra analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

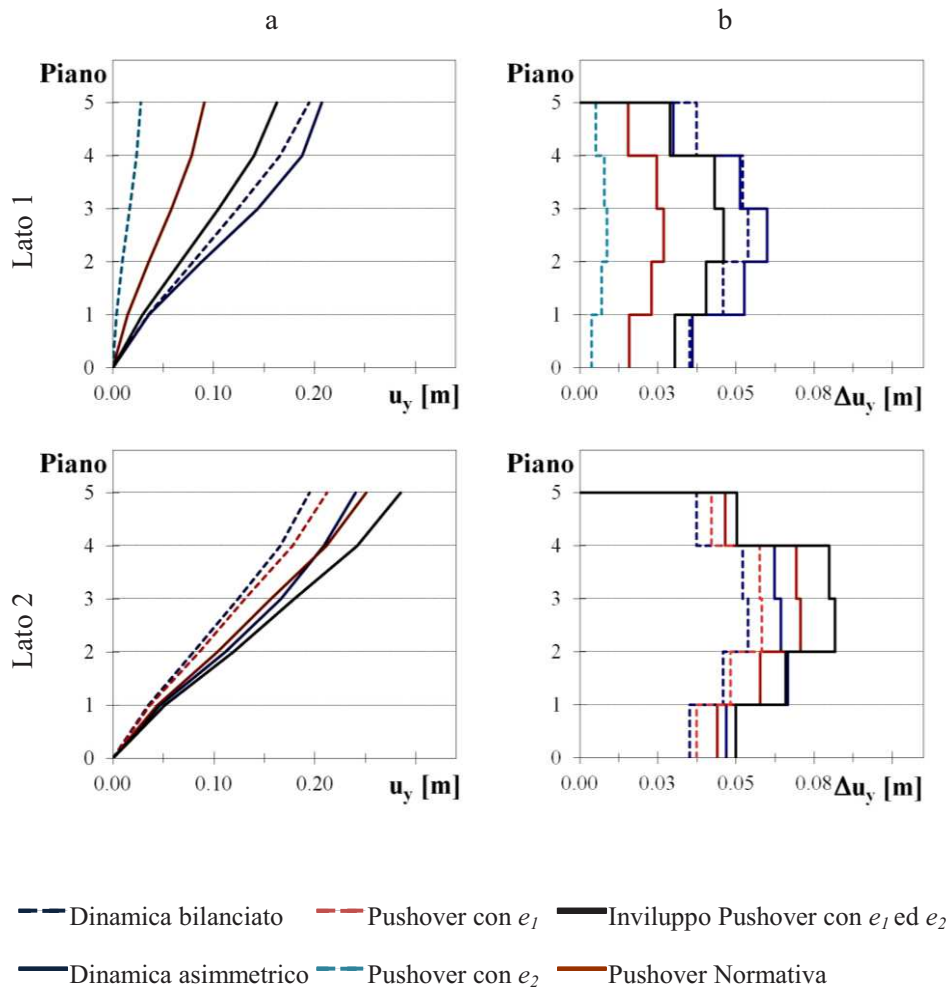


Fig. A4.10. Edificio *SSR-G2*: Profili in altezza degli spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: confronti fra analisi dinamica, metodo proposto ed approccio normativo.

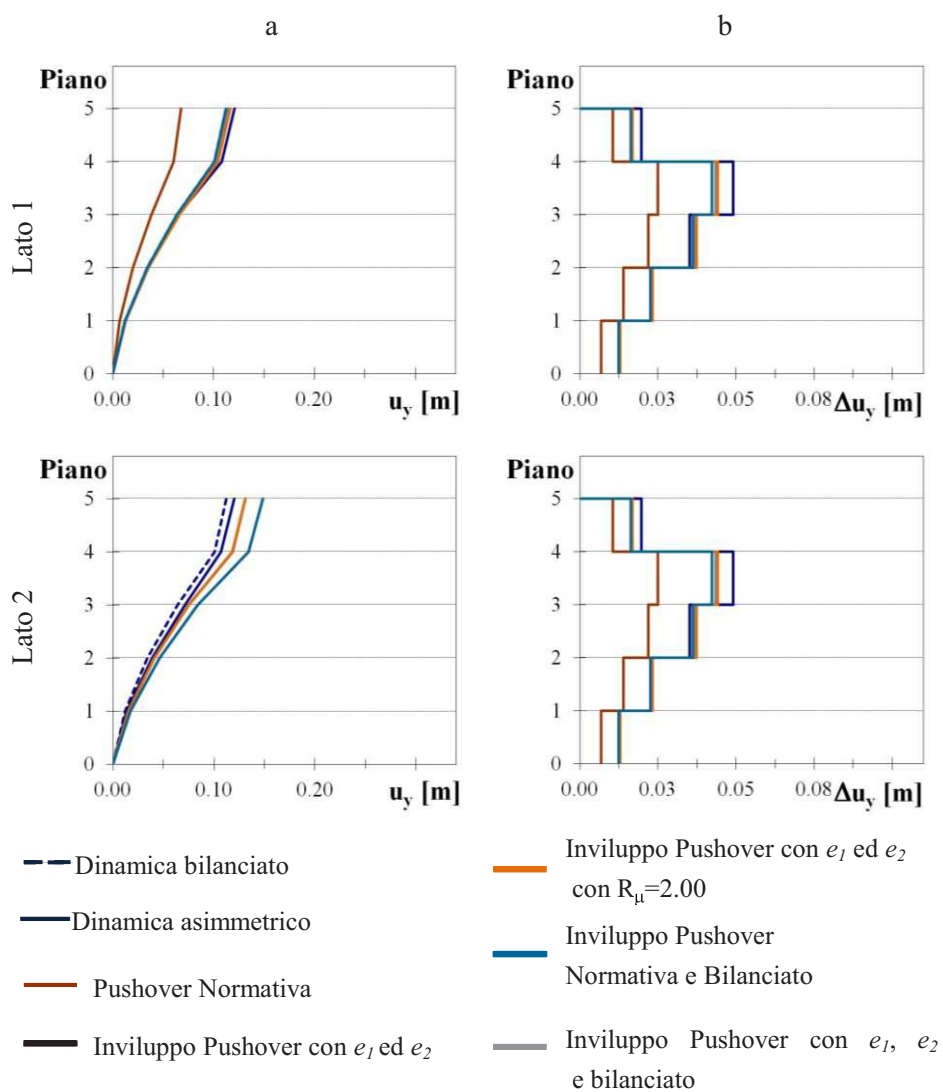


Fig. A4.11. Edificio *SG-P*: Profili in altezza degli spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: confronto fra i vari metodi statici non lineari.

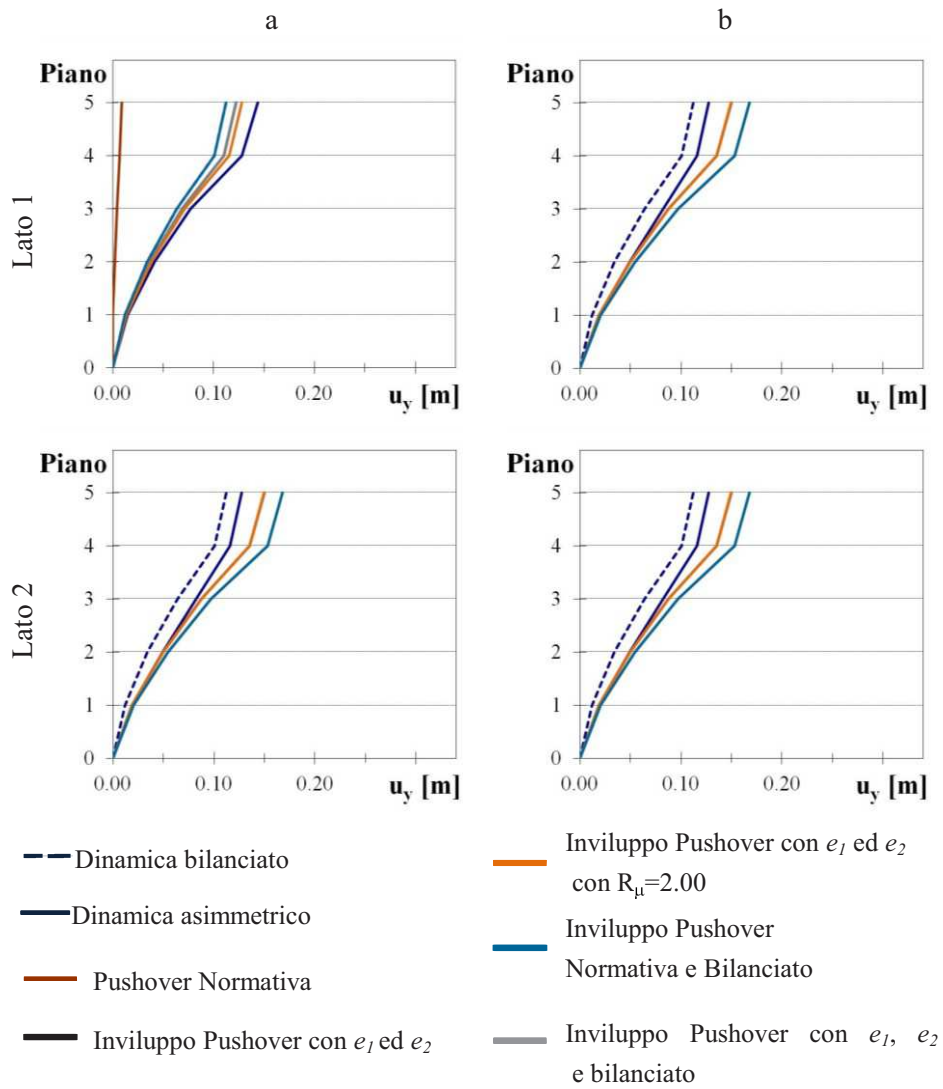


Fig. A4.12. Edificio SG-G: Profili in altezza degli spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: confronto fra i vari metodi statici non lineari.

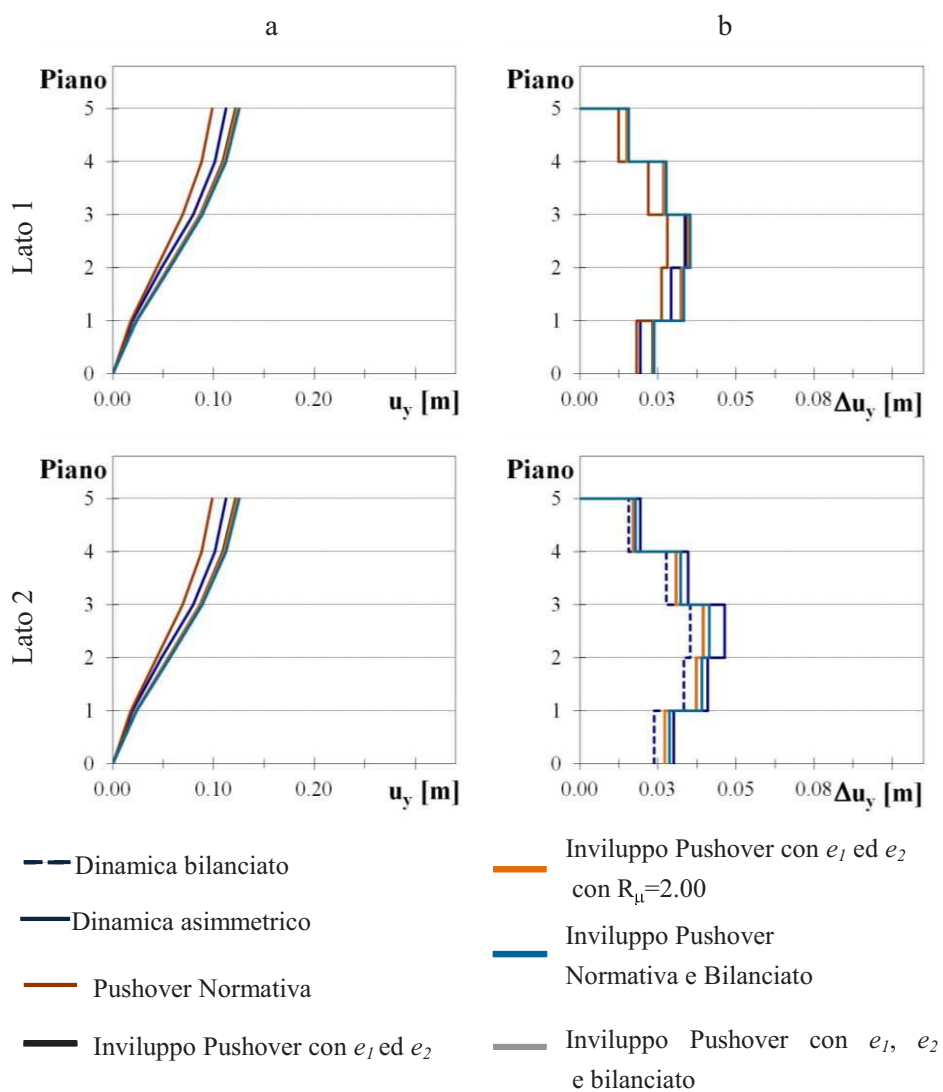


Fig. A4.13. Edificio *SST-PI*: Profili in altezza degli spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: confronto fra i vari metodi statici non lineari.



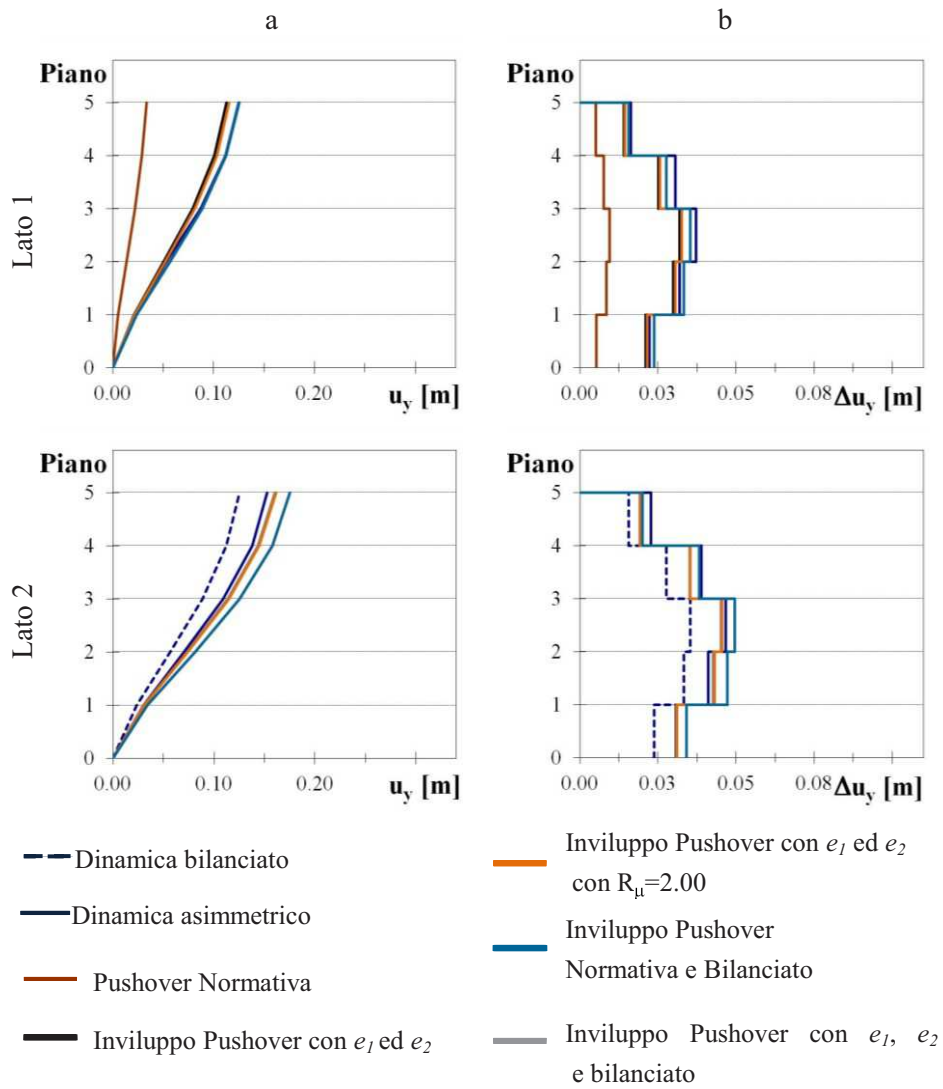


Fig. A4.14. Edificio SST-G1: Profili in altezza degli spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: confronto fra i vari metodi statici non lineari.

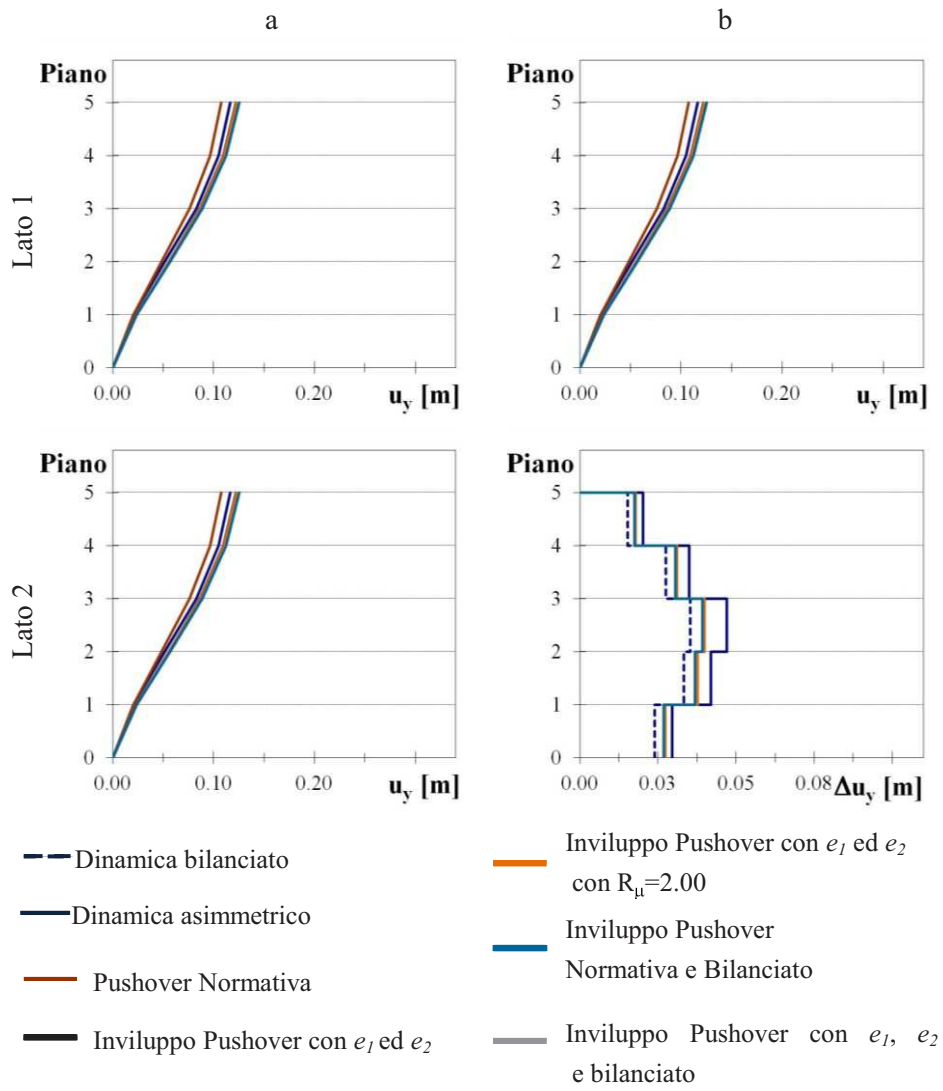


Fig. A4.15. Edificio SSR-PI: Profili in altezza degli spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: confronto fra i vari metodi statici non lineari.

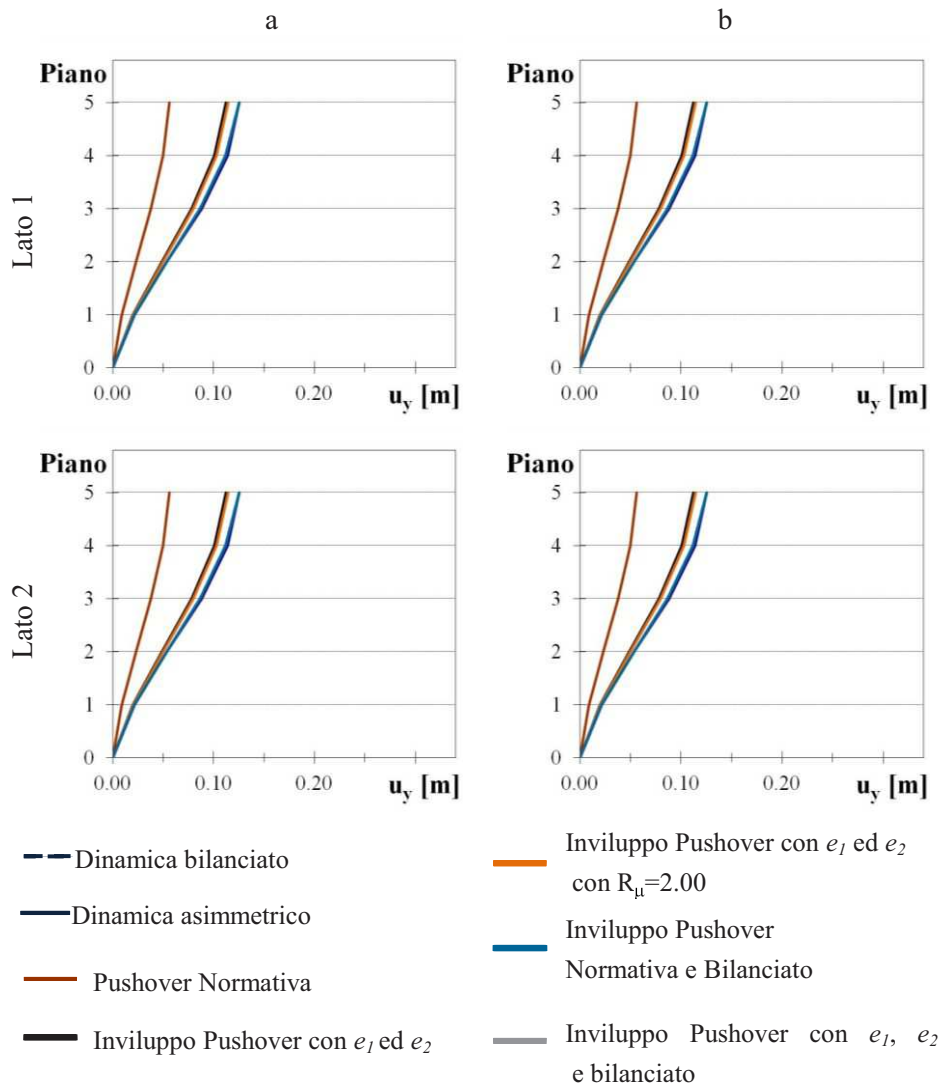


Fig. A4.16. Edificio *SSR-G1*: Profili in altezza degli spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: confronto fra i vari metodi statici non lineari.

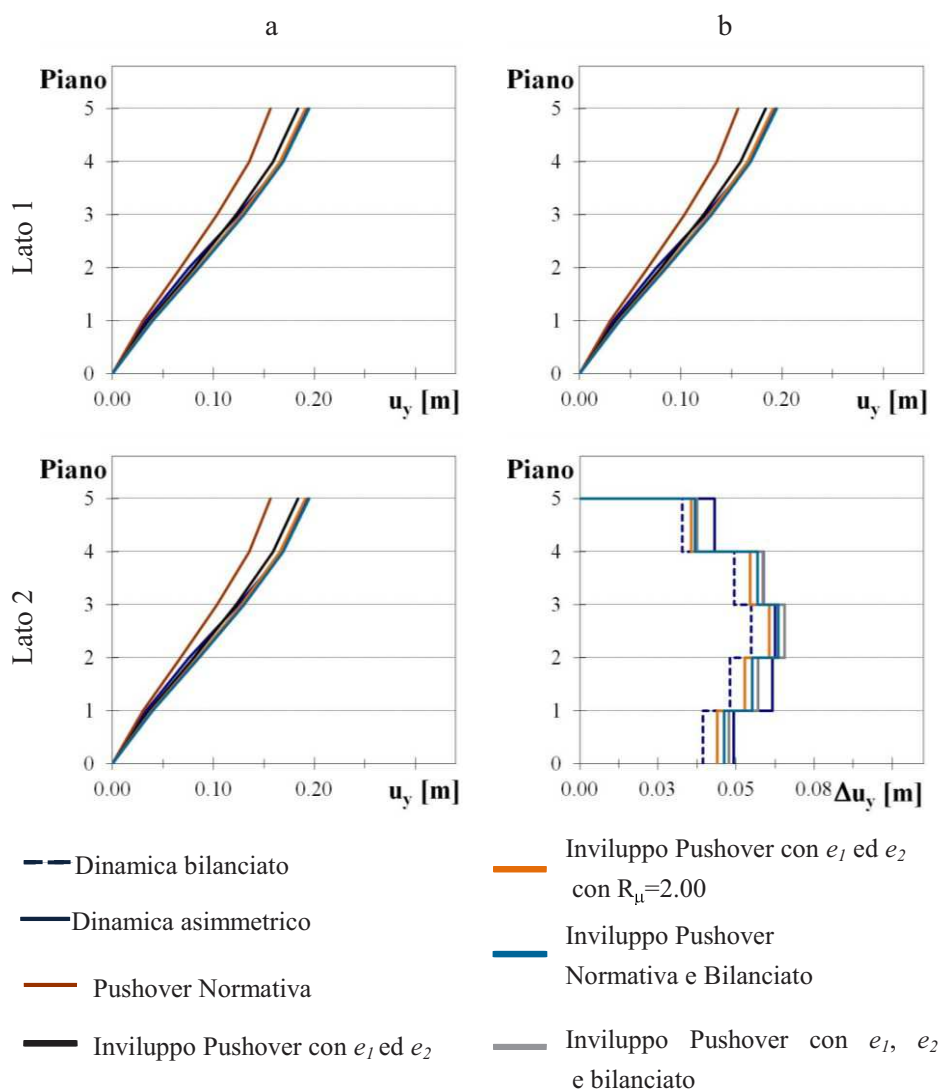


Fig. A4.17. Edificio *SST-P2*: Profili in altezza degli spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: confronto fra i vari metodi statici non lineari.

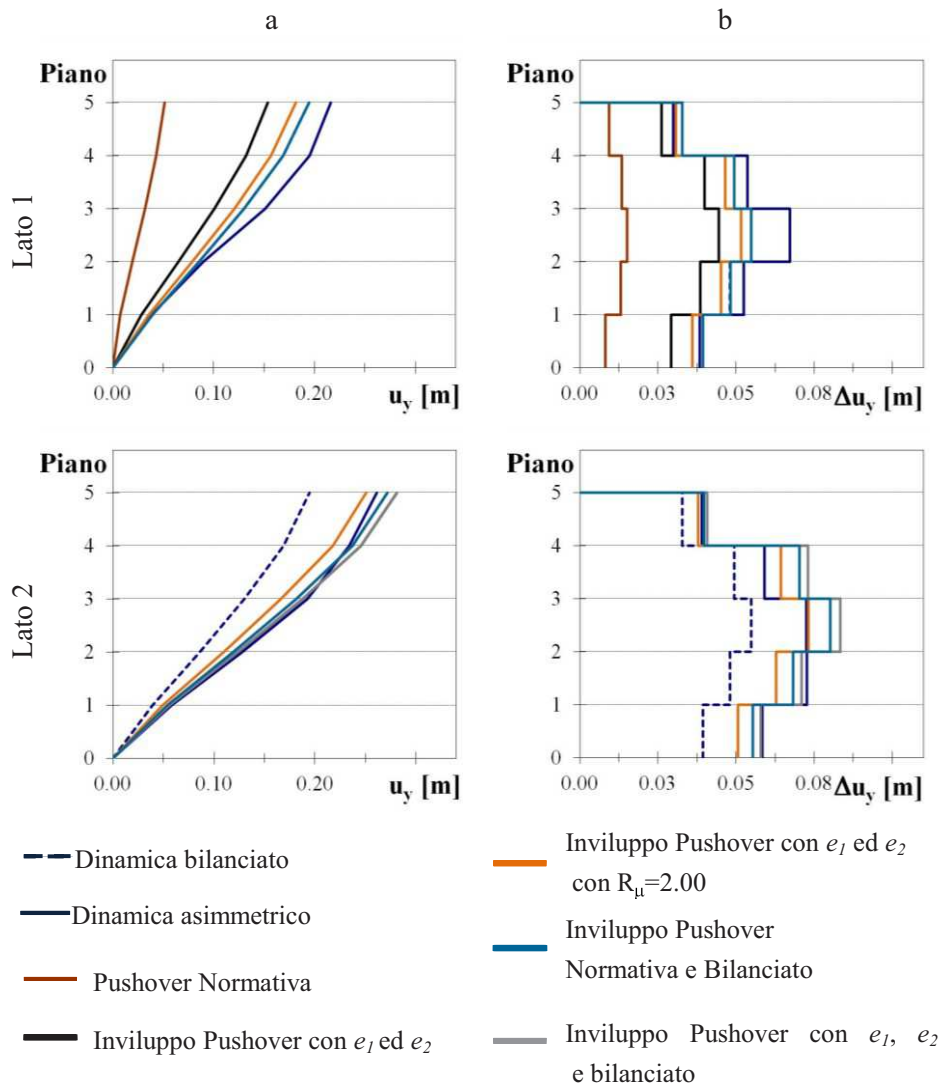


Fig. A4.18. Edificio SST-G2: Profili in altezza degli spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: confronto fra i vari metodi statici non lineari.

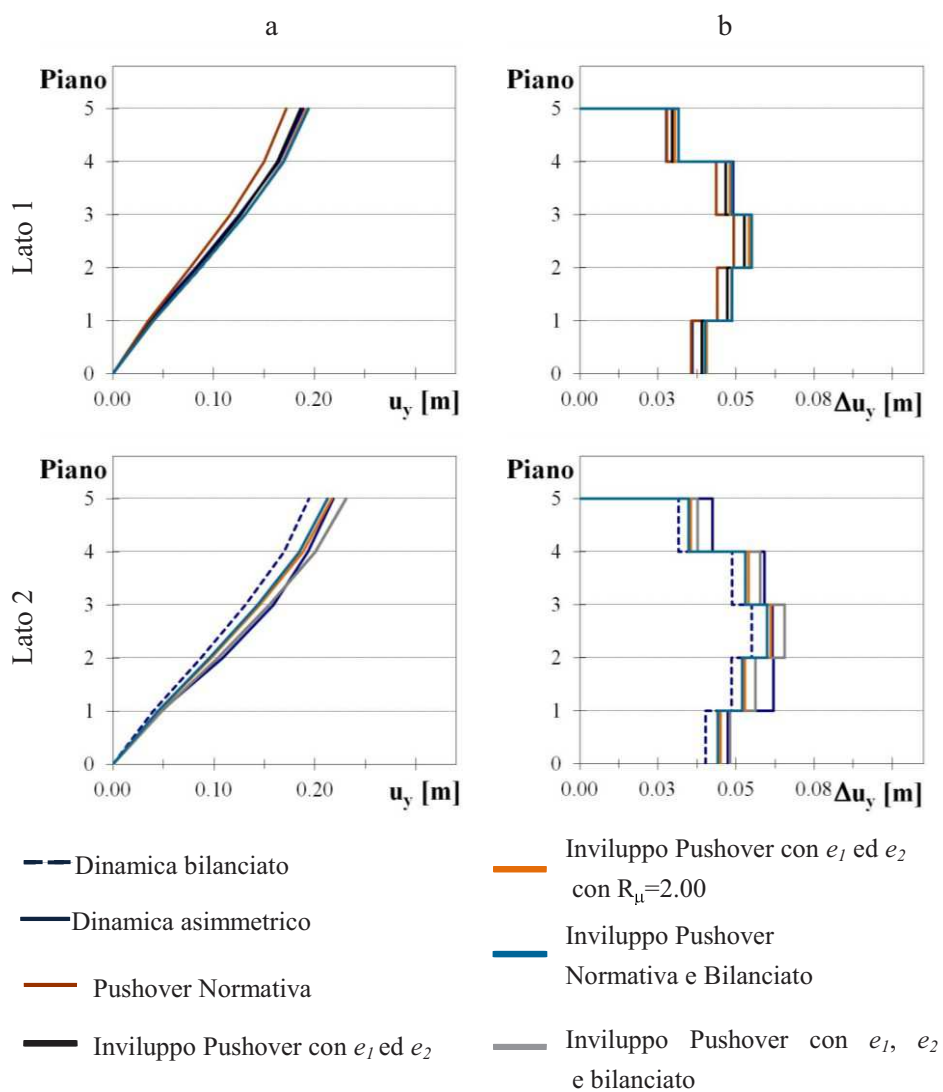


Fig. A4.19. Edificio *SSR-P2*: Profili in altezza degli spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: confronto fra i vari metodi statici non lineari.

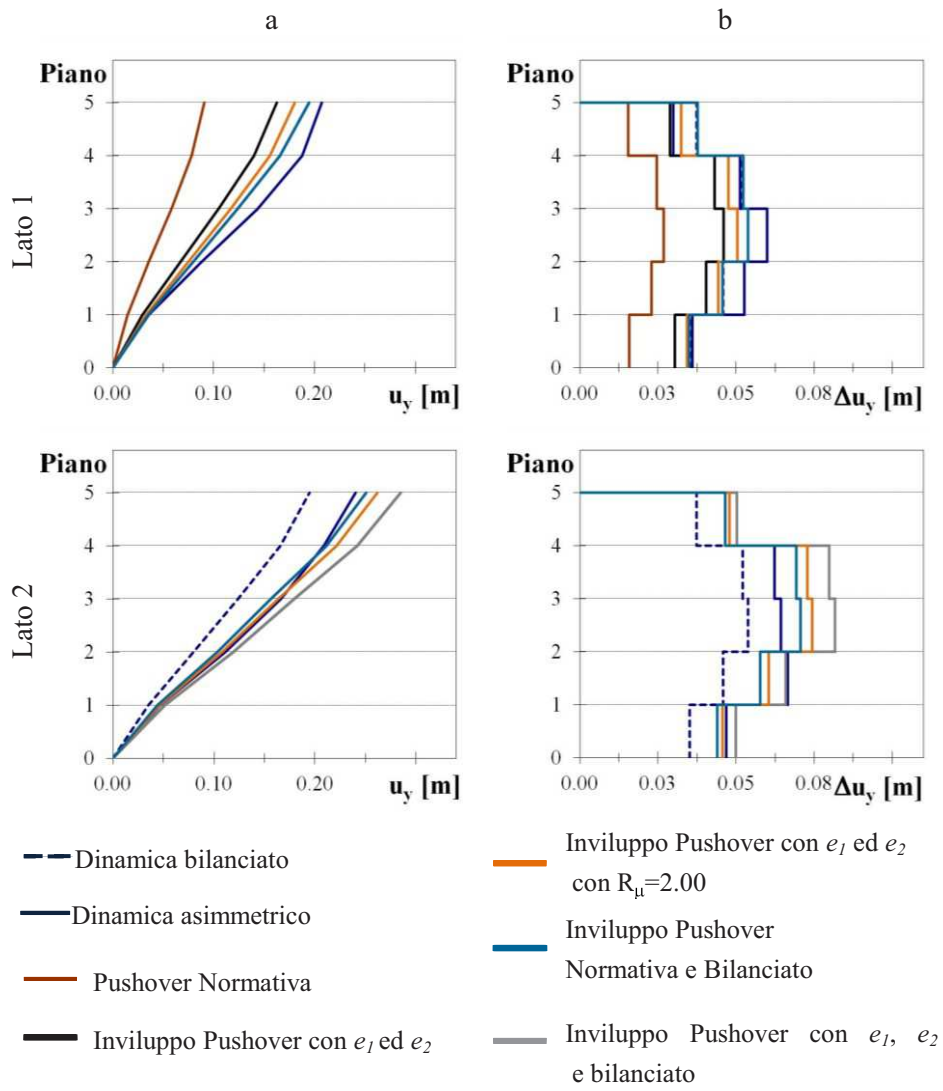


Fig. A4.20. Edificio *SSR-G2*: Profili in altezza degli spostamenti assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: confronto fra i vari metodi statici non lineari.

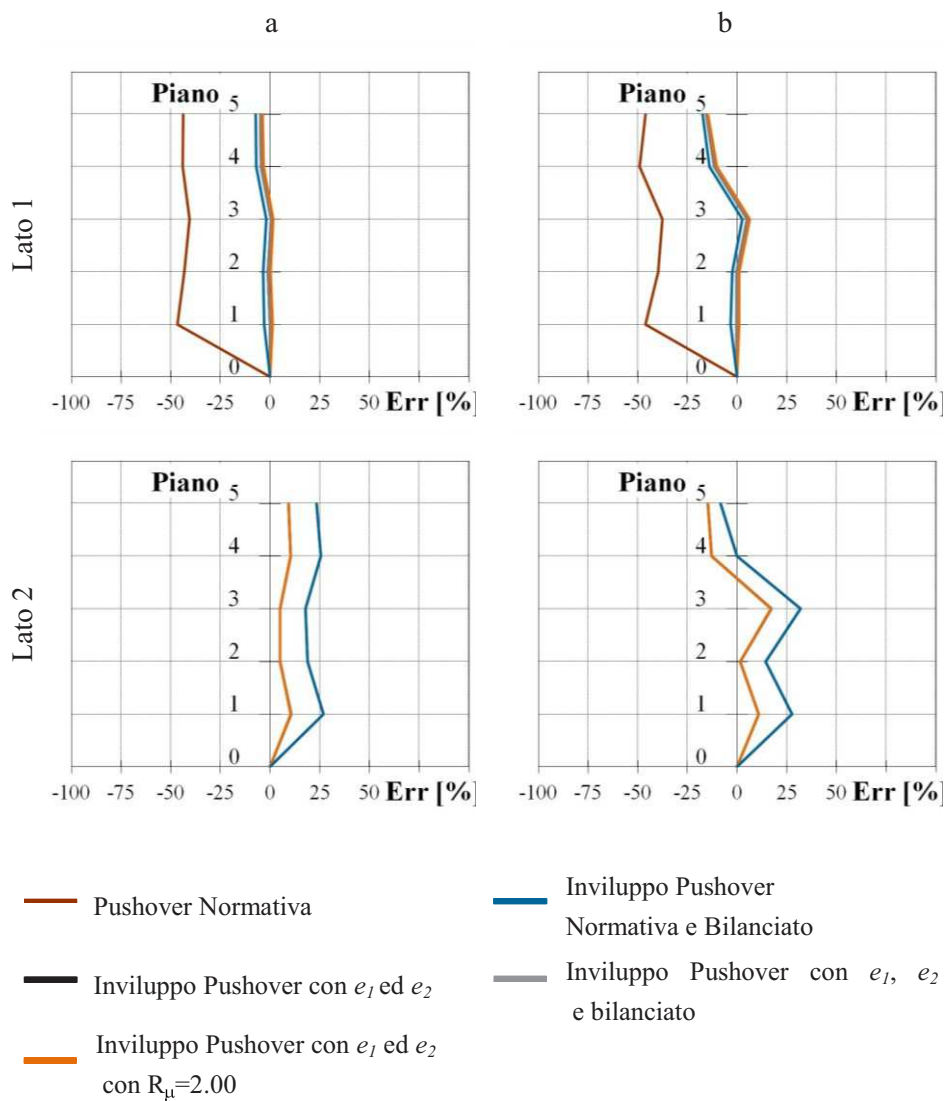


Fig. A4.21. Edificio *SG-P*: Profili in altezza degli errori percentuali rispetto agli spostamenti dinamici assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: per i diversi metodi statici non lineari.



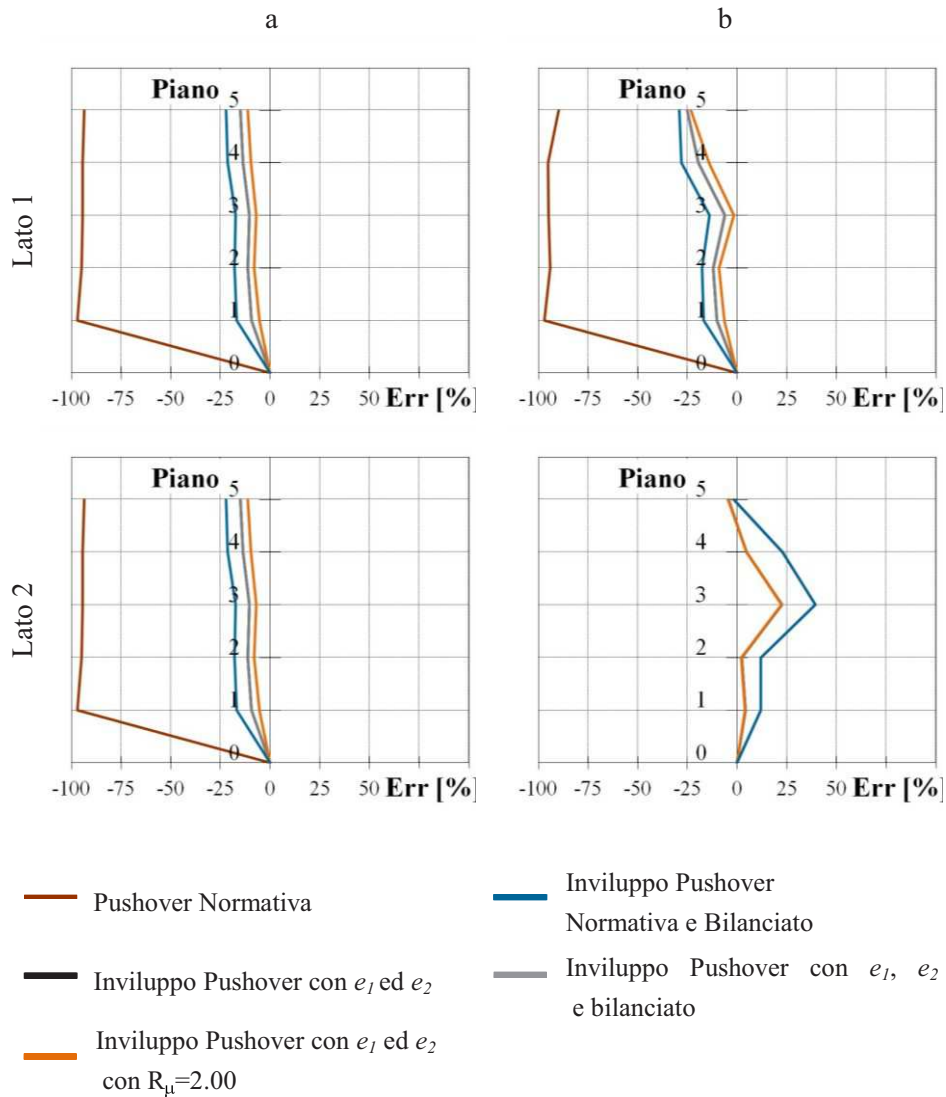


Fig. A4.22. Edificio SG-G: Profili in altezza degli errori percentuali rispetto agli spostamenti dinamici assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: per i diversi metodi statici non lineari.

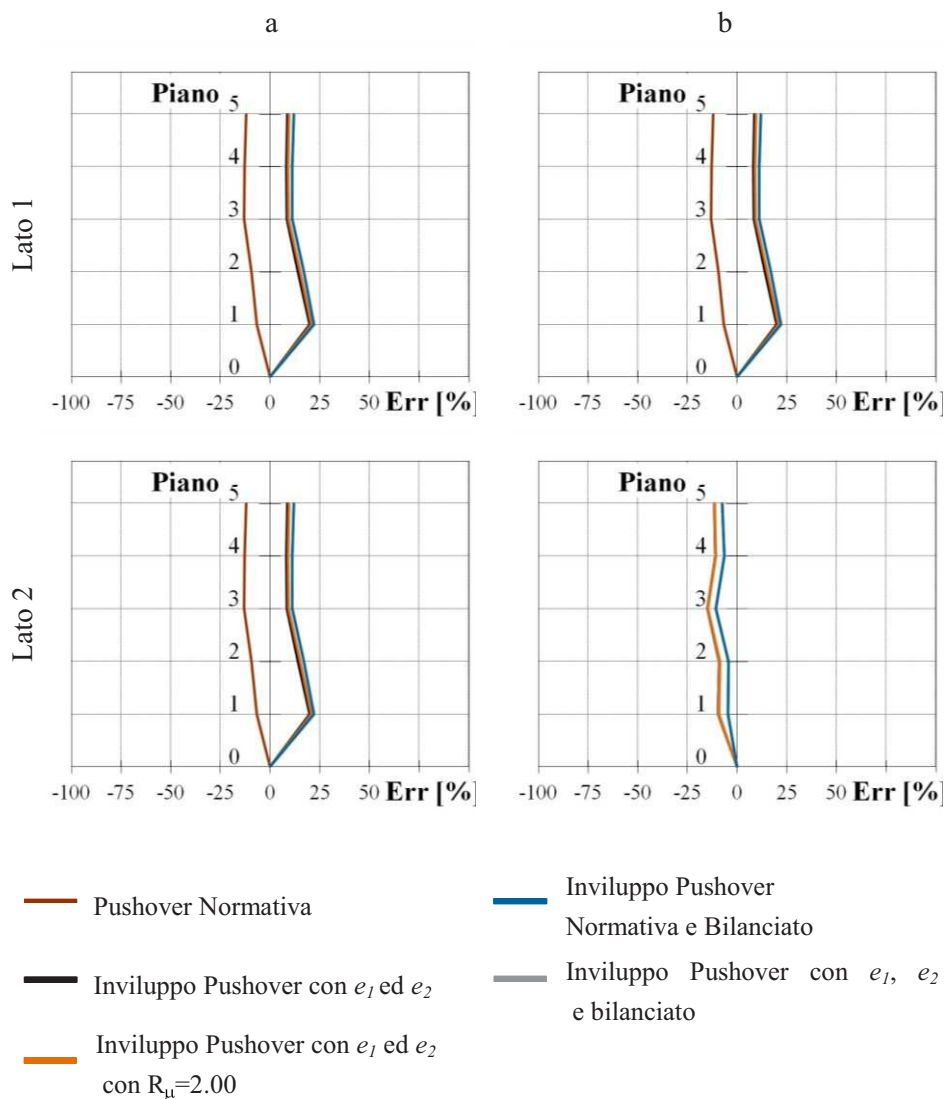


Fig. A4.23. Edificio *SST-P1*: Profili in altezza degli errori percentuali rispetto agli spostamenti dinamici assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: per i diversi metodi statici non lineari.

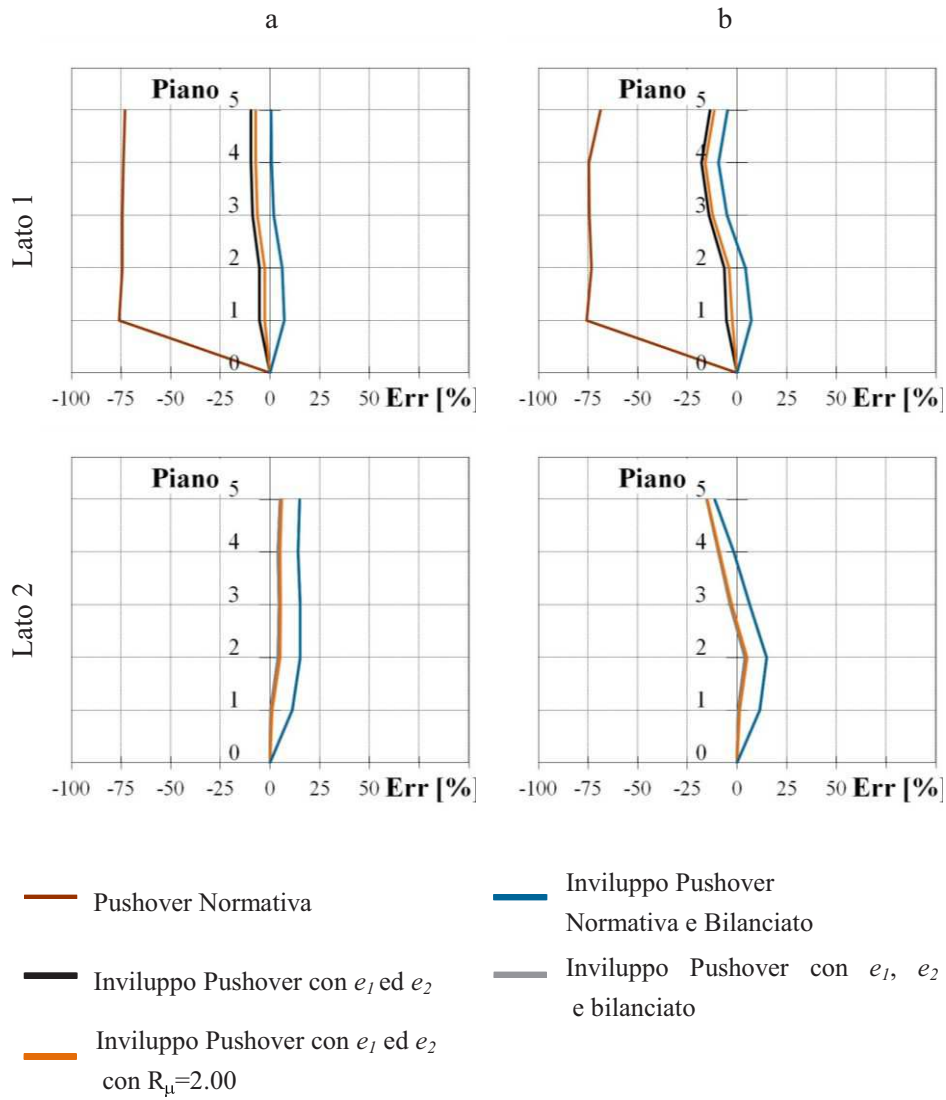


Fig. A4.24. Edificio *SST-G1*: Profili in altezza degli errori percentuali rispetto agli spostamenti dinamici assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: per i diversi metodi statici non lineari.

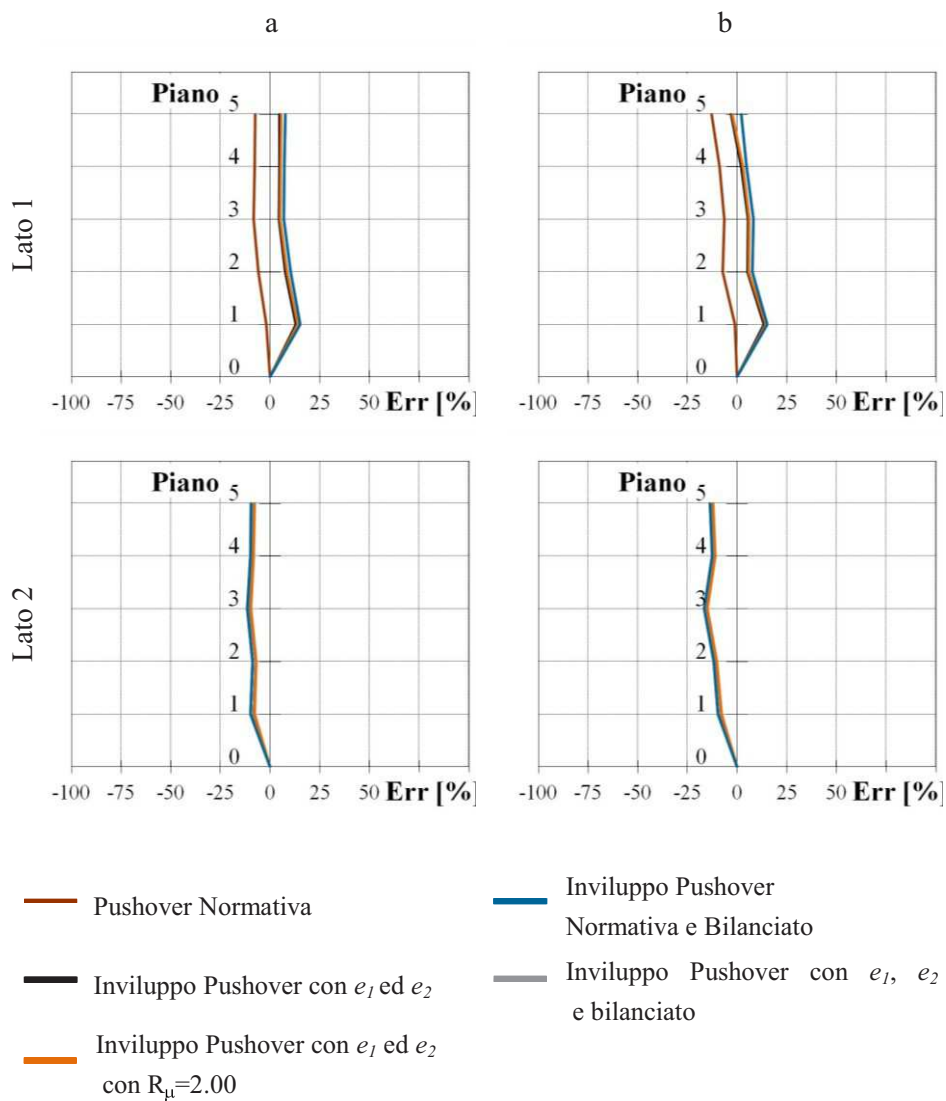


Fig. A4.25. Edificio *SSR-P1*: Profili in altezza degli errori percentuali rispetto agli spostamenti dinamici assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: per i diversi metodi statici non lineari.

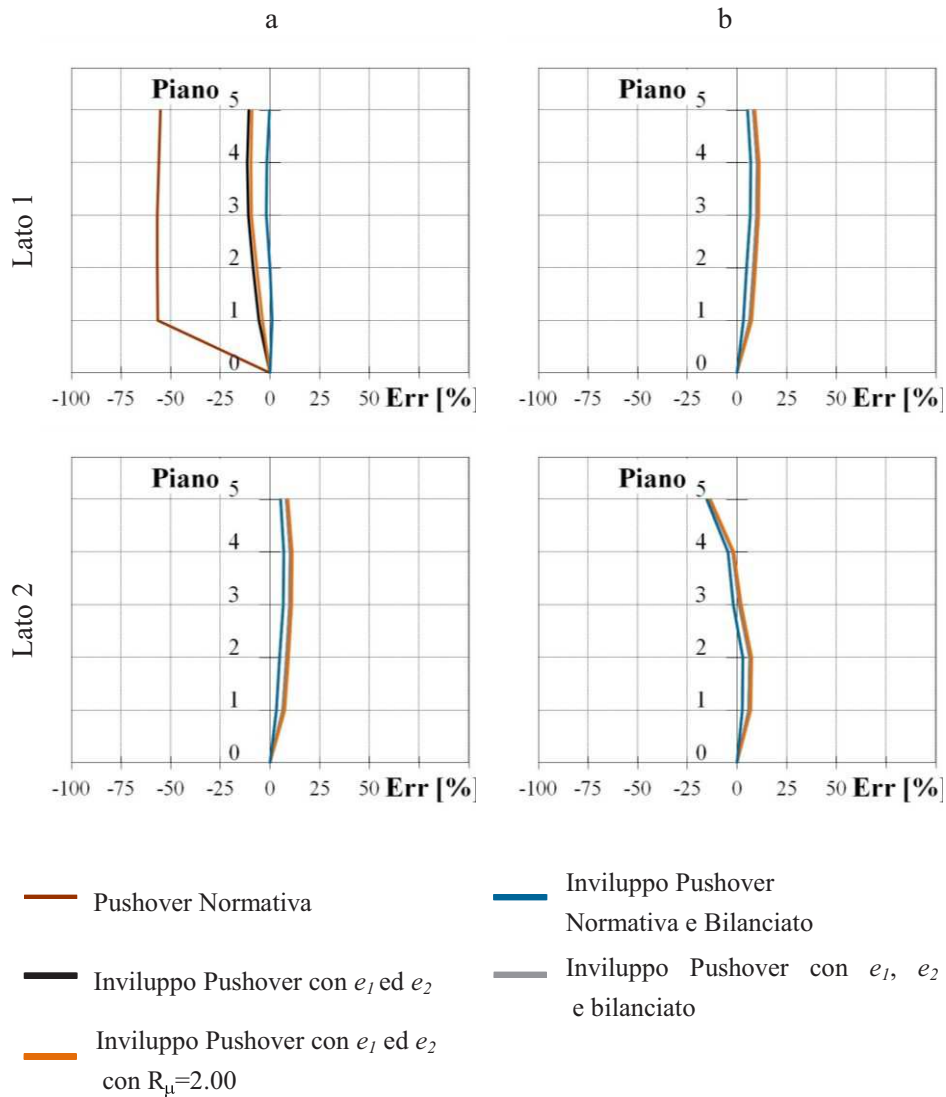


Fig. A4.26. Edificio *SSR-G1*: Profili in altezza degli errori percentuali rispetto agli spostamenti dinamici assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: per i diversi metodi statici non lineari.

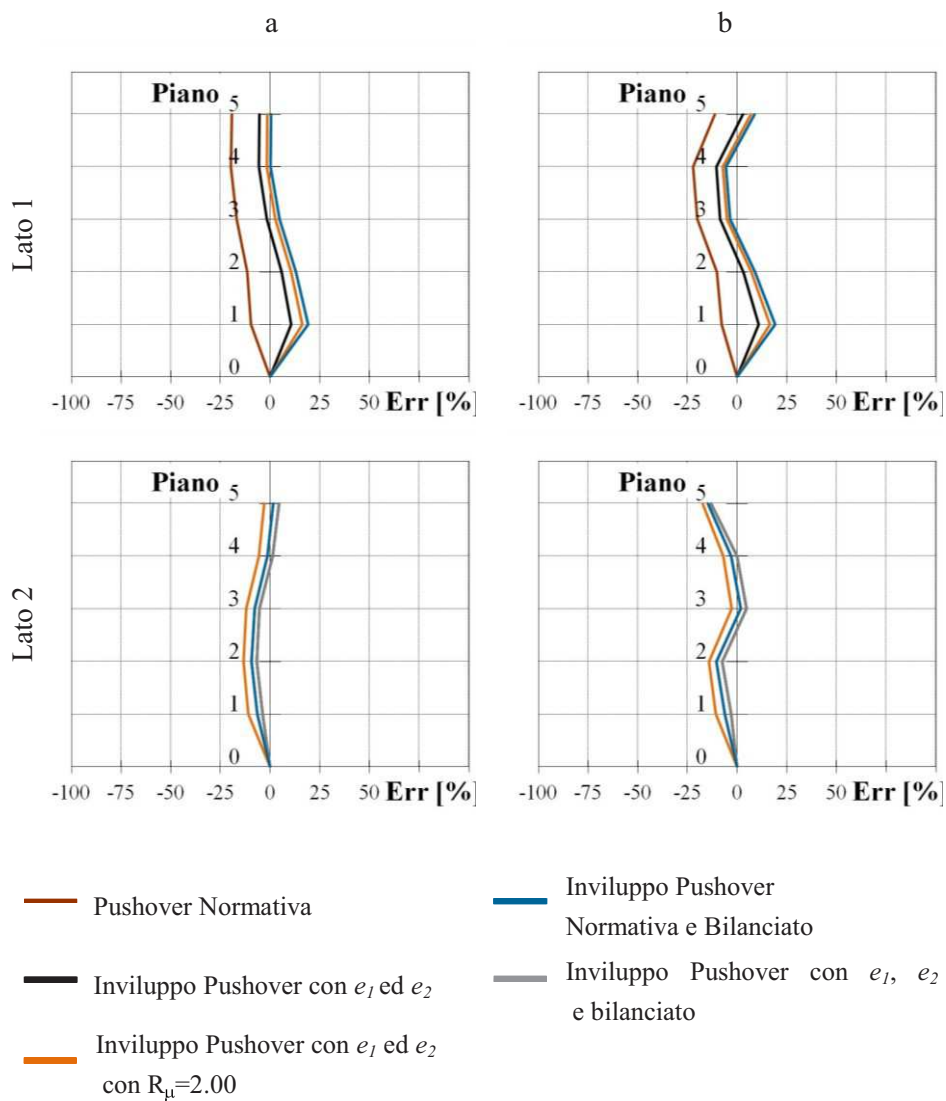


Fig. A4.27. Edificio *SST-P2*: Profili in altezza degli errori percentuali rispetto agli spostamenti dinamici assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: per i diversi metodi statici non lineari.

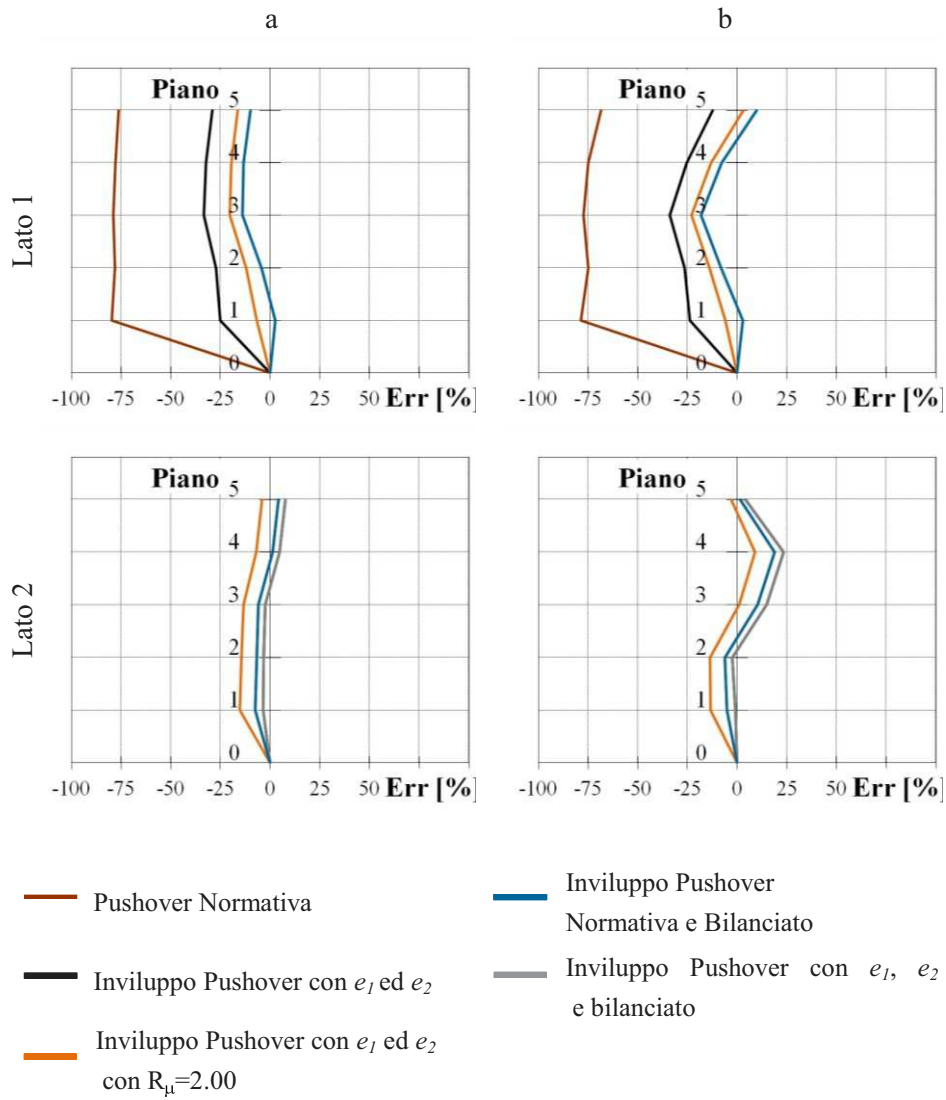


Fig. A4.28. Edificio *SST-G2*: Profili in altezza degli errori percentuali rispetto agli spostamenti dinamici assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: per i diversi metodi statici non lineari.

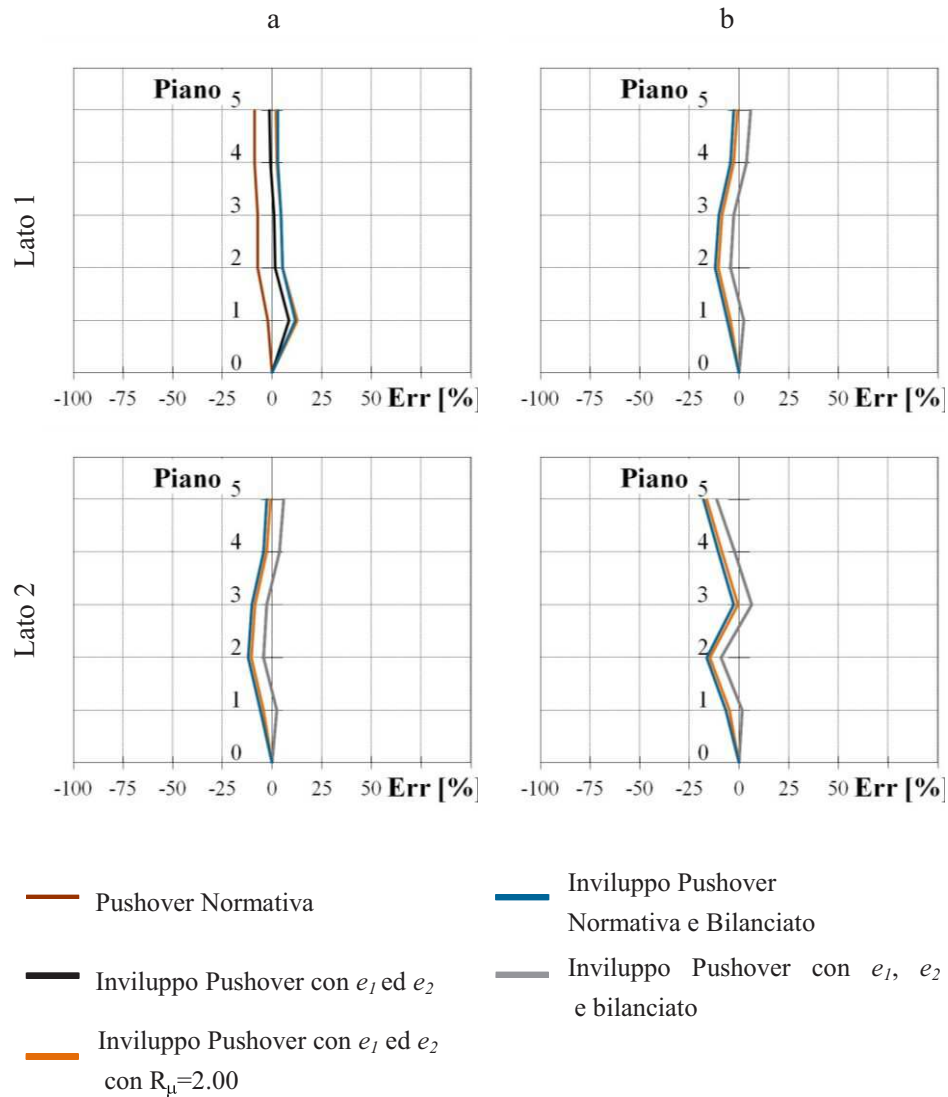


Fig. A4.29. Edificio *SSR-P2*: Profili in altezza degli errori percentuali rispetto agli spostamenti dinamici assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: per i diversi metodi statici non lineari.



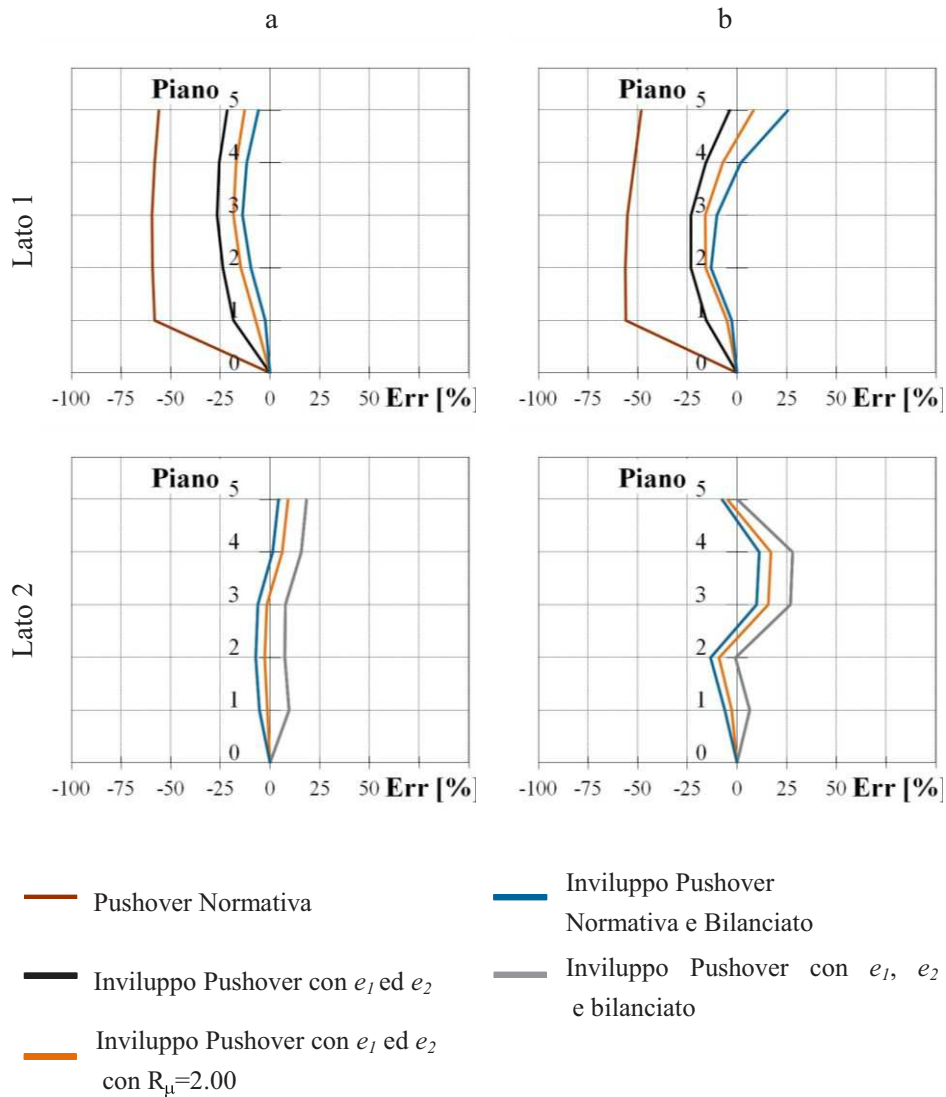


Fig. A4.30. Edificio *SSR-G2*: Profili in altezza degli errori percentuali rispetto agli spostamenti dinamici assoluti (a) e di interpiano (b) sul lato1 e sul lato2: per i diversi metodi statici non lineari.