



# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA

XXIV CICLO DEL DOTTORATO DI RICERCA IN  
MATEMATICA APPLICATA ALL'INGEGNERIA

TESI DI DOTTORATO

---

## **Processo Analitico in Rete (ANP) come strumento di supporto alle politiche di sviluppo delle energie rinnovabili**

Marco Cannemi

Coordinatore: Prof. Antonio Scalia

Tutor: Dott. Ing. Natalia Trapani

---

CATANIA

# Indice generale

<b>Introduzione .....</b>	<b>1</b>
<b>1 L'Analytic Network Process .....</b>	<b>3</b>
1.1 Introduzione.....	3
1.2 La metodologia ANP .....	7
1.3 La supermatrice di un sistema a feedback .....	8
1.4 Group decision making .....	22
<b>2 Processo ANP .....</b>	<b>26</b>
<b>2.1 Introduzione.....</b>	<b>26</b>
<b>2.2 Descrizione generale dell'ANP .....</b>	<b>27</b>
2.2.1 Modellizzare il problema come una rete.....	31
2.2.2 Calcolo delle priorità tra gli elementi.....	39
2.2.3 Costruire la supermatrice ponderata .....	44
2.2.4 Calcolare le priorità tra i componenti .....	47
2.2.5 Ottenere la supermatrice ponderata .....	51
2.2.6 Ottenere la supermatrice ponderata .....	52
2.2.7 Determinare la supermatrice limite .....	53
<b>2.3 Confronto AHP/ANP .....</b>	<b>54</b>
<b>3 Caso studio .....</b>	<b>56</b>
<b>3.1 Introduzione.....</b>	<b>56</b>
<b>3.2 Impianti a biomassa come progetti d'investimento.....</b>	<b>58</b>
<b>3.3 Processo decisionale e approccio del modello ANP .....</b>	<b>60</b>
3.3.1 Fase di analisi del problema .....	62
3.3.2 Fase di sintesi dei dati.....	68
<b>3.4 Discussione dei risultati.....</b>	<b>81</b>
3.4.1 Discussione dei risultati del modello 1 .....	81
3.4.2 Discussione dei risultati del modello 1.2 .....	83
3.4.3 Discussione dei risultati del modello 2 .....	85
<b>4 Conclusioni.....</b>	<b>89</b>
<b>Bibliografia .....</b>	<b>93</b>
<b>Sitografia.....</b>	<b>97</b>

## Indice delle figure

Figura 1.- Gerarchia a tre livelli in dettaglio (Saaty & Vargas, 2006).....	7
Figura 2.- Differenza strutturale tra Rete Lineare e Non-lineare (Saaty & Vargas, 2006).....	7
Figura 3.- Tipi di componenti di una Rete (Saaty & Vargas, 2006).....	9
Figura 4.- Supermatrice di una Rete (Saaty & Vargas, 2006).....	10
Figura 5.- Struttura e Supermatrice di una Gerarchia (Saaty & Vargas, 2006)	11
Figura 6.- Modello generico di rete nell'ANP (Saaty & Vargas, 2001).....	27
Figura 7.- ANP, generalizzazione dell'AHP (Saaty & Vargas, 2001).....	28
Figura 8.- Schema di flusso del metodo ANP .....	30
Figura 9.- Rete iniziale.....	35
Figura 10.- Influenza degli elementi di C1 su e11 .....	36
Figura 11.- Influenza degli elementi di C1 su e12 .....	36
Figura 12.- Influenza degli elementi di C1 su e13 .....	37
Figura 13.- Influenza degli elementi di C2 sugli elementi di C1.....	37
Figura 14.- Influenza degli elementi di C1 sugli elementi di C2.....	38
Figura 15.- Influenza tra gli elementi di C2 .....	38
Figura 16.- Modello in rete finale .....	39
Figura 17.- Dominanza degli elementi del componente C2 sull'elemento e11 ...	42
Figura 18.- Supermatrice non ponderata costruita a partire dalla matrice di dipendenza interfattoriale.....	47
Figura 19.- Modello in rete ampliato .....	49
Figura 20.- Evoluzione degli impianti alimentati a biomassa in Italia dal 1999 al 2009 (GSE, 2009).....	57
Figura 21.- Decision-making process .....	61
Figura 22.- Modello in rete per lo scenario 1 .....	66
Figura 23.- Modello in rete per lo scenario 2 .....	66
Figura 24.- Pesì dei criteri per lo scenario1 .....	81
Figura 25.- Pesì delle alternative per lo scenario 1 .....	82
Figura 26.- Pesì delle alternative per lo scenario 1.2 .....	83
Figura 27.- Confronto tra i criteri dei modelli 1 e 1.2 .....	84
Figura 28.- Confronto tra i criteri in comune tra i modelli 1 e 1.2.....	84
Figura 29.- Confronto tra le alternative dei modelli 1 e 1.2.....	85

<b>Figura 30.- Pesi dei criteri per lo scenario 2 .....</b>	<b>86</b>
<b>Figura 31.- Pesi delle alternative per lo scenario 2 .....</b>	<b>87</b>
<b>Figura 32.- Confronto tra i criteri dei modelli 1.2 e 2 .....</b>	<b>90</b>
<b>Figura 33.- Differenza tra i criteri dei modelli 1.2 e 2 .....</b>	<b>90</b>
<b>Figura 34.- Confronto tra le alternative dei modelli 1.2 e 2.....</b>	<b>91</b>

## Indice delle tabelle

<b>Tabella 1.- Scala fondamentale dei valori assoluti</b> .....	6
<b>Tabella 2.- Matrice di dipendenza interfattoriale</b> .....	32
<b>Tabella 3.- Blocco <math>A_{ij}</math> della matrice di dipendenza interfattoriale</b> .....	33
<b>Tabella 4.- Matrice di confronto a coppie associata alla dominanza degli elementi del componente C2 sull'elemento e11</b> .....	42
<b>Tabella 5.- Supermatrice non ponderata</b> .....	45
<b>Tabella 6.- Blocco <math>W_{ij}</math> della supermatrice non ponderata</b> .....	46
<b>Tabella 7.- Matrice di confronto a coppie associata alla dominanza dei componenti della rete sul componente C1</b> .....	49
<b>Tabella 8.- Supermatrice ponderata</b> .....	52
<b>Tabella 9.- Criteri decisionali</b> .....	63
<b>Tabella 10.- Alternative del modello ANP</b> .....	65
<b>Tabella 11.- Supermatrice del modello 1.2 .... Errore. Il segnalibro non è definito.</b>	
<b>Tabella 12.- Supermatrice non pesata per il modello 1 Errore. Il segnalibro non è definito.</b>	
<b>Tabella 13.- Supermatrice pesata per il modello 1</b> .....	72
<b>Tabella 14.- Supermatrice limite per il modello 1</b> .....	73
<b>Tabella 15.- Supermatrice non pesata per il modello 1.2</b> .....	74
<b>Tabella 16.- Supermatrice pesata per il modello 1.2</b> .....	75
<b>Tabella 17.- Supermatrice limite per il modello 1.2</b> .....	76
<b>Tabella 18.- Supermatrice non pesata per il modello 2</b> .....	77
<b>Tabella 19.- Supermatrice pesata per il modello 2</b> .....	78
<b>Tabella 20.- Supermatrice limite per il modello 2</b> .....	79
<b>Tabella 21.- Matrice delle dipendenze per lo scenario 1 Errore. Il segnalibro non è definito.</b>	
<b>Tabella 22.- Matrice delle dipendenze per lo scenario 2</b> .....	67
<b>Tabella 23.- Esempio di questionario</b> .....	69
<b>Tabella 24.- Valori di una colonna della supermatrice limite per i Modelli 1 e 2</b> .....	80

## Introduzione

Questo studio presenta i risultati di una ricerca sull'applicabilità di modelli di processi decisionali all'analisi delle scelte di investimento su progetti di impianti per la produzione energia alimentati tramite fonti rinnovabili. Scopo del lavoro è quello di fornire elementi innovativi per il miglioramento di metodologie (come l'Analytic Network Process, ANP) che, pur presentandosi teoricamente adatte a condurre le analisi, presentano ancora una notevole complessità in fase di applicazione. Obiettivo del caso studio che sarà presentato è quello di migliorare gli strumenti per la definizione delle politiche nel campo dello sviluppo delle centrali di produzione energia alimentate a biomasse in Italia.

L'ANP fornisce un approccio realistico per la modellazione di situazioni complesse come il processo decisionale in progetti di investimento, perché permette di considerare nella valutazione di criteri ed alternative sia valori quantitativi sia qualitativi e di valutare le scelte tenendo in considerazione le interdipendenze che possono nascere tra le variabili.

Il caso di studio ha richiesto l'interazione con due esperti del settore delle energie rinnovabili: un manager di una società di investimento e un rappresentante della pubblica amministrazione con responsabilità nello sviluppo delle energie rinnovabili. L'obiettivo del coinvolgimento di tali figure era quello di comprendere come gli investitori (pubblici o privati) interpretino la situazione e prendano decisioni quando si investe in impianti ad energia rinnovabile (a biomassa, in particolare), evidenziando anche le differenze nei criteri decisionali del settore pubblico e di quello privato. Sono stati così disegnati due scenari: uno mostra il processo decisionale così come avviene oggi, l'altro scenario propone una modifica dei processi decisionali che mira al loro miglioramento attraverso l'applicazione di una metodologia di analisi decisionale, quale l'ANP, che mostra come il processo decisionale potrebbe essere influenzato con l'aggiunta di nuovi criteri decisionali, su quali progetti di impianti a biomassa si dovrebbe investire per garantire uno sviluppo

sostenibile, fornendo un contributo alla progettazione dei sistemi di incentivazione. Per riprogettazione del sistema di incentivazione si intende la redistribuzione dei pesi tra i criteri che determinano la scelta di un progetto piuttosto che un altro. Per ciascuno scenario gli esperti hanno valutato quattro alternative di investimento.

# 1 L'Analytic Network Process

## 1.1 Introduzione

L'*analisi* di un problema consente di scomporre lo stesso nei suoi elementi costitutivi per studiarne i comportamenti. Essa è lo strumento principale della ricerca scientifica per la verifica delle ipotesi e la risoluzione dei problemi, ha permesso all'uomo di atterrare sulla luna, sfruttare l'energia dell'atomo, padroneggiare la comunicazione globale, inventare il computer e fabbricare ogni genere di prodotto. Tuttavia l'approccio analitico trova difficoltà di applicazione quando si devono affrontare problemi che hanno una duplice natura sociale e tecnica. I problemi socio-tecnici non hanno "soluzione" in senso stretto come invece, in genere, hanno i problemi puramente tecnici. La soluzione per questi ambiti ha significato se intesa come un ragionevole compromesso tra le diverse esigenze da raggiungere. La soluzione migliore potrebbe non essere la migliore da un singolo punto di vista (tecnico, economico, politico o sociale) ma deve essere il miglior compromesso se si deve tener conto di tutti i punti di vista. Per questa ragione, affrontare un problema di natura socio-tecnica scomponendolo nelle parti che lo compongono può non portare al migliore risultato. Ciò che serve è, quindi, un metodo di *sintesi*, che costruisca il "tutto" dalle sue "parti". Tale metodo deve permettere di trattare diversi valori e obiettivi, dando priorità alla loro importanza relativa e cercando di trovare la migliore soluzione di compromesso tra le variabili coinvolte, le loro influenze e i loro pesi nella risoluzione del problema.

Esistono due modi per analizzare le influenze tra le cause e i loro effetti. Uno è quello di utilizzare la tradizionale logica deduttiva, iniziando con delle ipotesi e deducendo attentamente un risultato da queste: si tratta di un approccio lineare e sequenziale, tramite il quale si può arrivare a diverse conclusioni distinte; in questo caso, il problema consiste nel metterle insieme, in un modo coerente, che necessita di fantasia ed esperienza, dato che la logica ci dice poco o nulla su come integrare conclusioni differenti in un unico risultato. Il secondo è un approccio olistico, nel

quale tutti i fattori e i criteri coinvolti sono disposti in anticipo in una gerarchia o in un sistema “a rete” che consente le dipendenze tra gli elementi: tutti i possibili risultati che possono essere pensati sono collegati in queste strutture e, al contempo, giudizio e logica sono utilizzati per stimare l’influenza relativa delle variabili da cui è derivata la risposta complessiva. Questo approccio richiede conoscenza ed esperienza della materia trattata, nel trovare un risultato, sentimenti ed intuizioni giocano un ruolo almeno altrettanto importante che la capacità di ragionare in modo rigoroso e dedurre in maniera infallibile. Può darsi infatti che qualche elemento di scarsa importanza, che viene determinato con certezza logica, si trovi a pesare fortemente nel problema a causa dei suoi rapporti indiretti con altri fattori importanti. Questo approccio conduce generalmente ad un risultato che, in maniera globale, sembra verosimile al mondo reale.

Chi lavora nel campo della teoria delle decisioni o *decision making* si trova a trattare con la misura di eventi sia fisici sia psicologici. Per eventi fisici si intendono quelli appartenenti al regno di ciò che è conosciuto come *tangibile*, nella misura in cui costituiscono una sorta di realtà oggettiva al di là di chi conduce le misure. Al contrario, il processo psicologico, proprio della teoria delle decisioni, per il quale sono utilizzati dei giudizi è il regno dei cosiddetti *intangibili*, che comprende le idee soggettive, i sentimenti e le credenze di un individuo, di un intero gruppo di lavoro, e, più in generale, della società nel suo complesso. A questo punto la questione è se esiste una teoria coerente in grado di affrontare entrambi questi mondi della realtà senza comprometterli entrambi. L'Analytic Hierarchy Process (Saaty, 2001) è un metodo che può essere utilizzato per stabilire delle misure sia nel dominio fisico che in quello sociale.

La metodologia AHP è una teoria generale della misura, usata per ricavare le priorità relative su scale assolute (invariante su trasformazione di identità) da confronti a coppie sia discreti che continui in una struttura gerarchica multilivello. Questi confronti possono essere fatti sulla base di misurazioni effettive o di una scala fondamentale che riflette i pesi relativi delle preferenze e dei sentimenti. L'AHP riguarda specialmente la coerenza del ragionamento di partenza e la sua misurazione,

oltre che la dipendenza all'interno e tra i gruppi di elementi della sua struttura. L'AHP ha trovato ampia applicazione nei processi decisionali multi-criterio (Saaty e Alexander, 1989) nella pianificazione (Saaty e Keams, 1985), nell'allocazione delle risorse (Saaty, 2001; Saaty, 2005) e nella risoluzione di conflitti. Nella sua forma generale, l'AHP è una struttura non lineare per l'applicazione del pensiero sia deduttivo che induttivo senza l'uso del sillogismo. Ciò è possibile prendendo in considerazione contemporaneamente diversi fattori, permettendo dipendenze e feedback, e facendo dei compromessi numerici per arrivare ad una sintesi o conclusione.

Utilizzando l'AHP o la sua generalizzazione alle reti di feedback, l'Analytic Network Process (ANP), per modellizzare un problema, è necessario ricorrere ad una struttura gerarchica o ad una struttura di rete per rappresentare il problema, così come è necessario l'utilizzo dei confronti a coppie per stabilire le relazioni all'interno di tali strutture.

Il confronto a coppie dei giudizi nell'AHP e nell'ANP viene applicato a coppie di elementi omogenei. I giudizi utilizzati per eseguire i confronti non sono puramente soggettivi, ma spesso derivano dai giudizi di esperti del settore. Questi giudizi rappresentano il miglior metodo di comprensione delle influenze presenti in diversi punti di vista.

L'analisi di sensibilità viene utilizzata per analizzare gli effetti delle variazioni nei giudizi sulla la stabilità del risultato finale.

La scala dei valori fondamentali per rappresentare le intensità delle sentenze è riportata nella Tabella 1.

**Tabella 1.- Scala fondamentale dei valori assoluti di Saaty**

Intensità dell'importanza	Definizione di Importanza	Significato
1	Uguale	Due attività contribuiscono ugualmente all'obiettivo
2	Debole	
3	Moderata	Esperienza e giudizio favoriscono leggermente un'attività
4	Maggiormente moderata	
5	Forte	Esperienza e giudizio favoriscono fortemente un'attività
6	Più forte	
7	Molto forte o dimostrata	Un'attività è preferita fortemente; la dipendenza è dimostrata
8	Molto, molto forte	
9	Estrema	L'evidenza favorisce un'attività in maniera totale

Esistono molte situazioni in cui gli elementi sono uguali o quasi uguali nella misurazione e il confronto deve essere fatto non per stabilire quante volte uno è più grande dell'altro, ma in quale frazione è più grande dell'altro. In altre parole ci possono essere confronti nei quali si vogliono stimare verbalmente i valori compresi, ad esempio, tra 1 e 2, e ciò come 1,1, 1,2, ..., 1,9. Non vi è alcun problema nell'esprimere direttamente i confronti numericamente. La scala verbale può essere variata proprio per fare queste distinzioni in modo da evidenziare anche differenze minime.

Un aspetto importante di confronti a coppie è la proprietà di reciprocità. Quando un elemento è  $x$  volte più dominante rispetto ad un altro per una determinata proprietà, quello che ha importanza minore è utilizzato come unità e quello che ha importanza maggiore è stimata in un multiplo di tale unità. Il confronto inverso è costituito assegnando all'elemento minore il valore reciproco ( $1/x$ ).

## 1.2 La metodologia ANP

Molti problemi decisionali non possono essere strutturati gerarchicamente perché implicano l'interazione e la dipendenza di elementi di alto livello su elementi di livello inferiore. Può accadere che, non solo l'importanza dei criteri determina l'importanza delle alternative, come in una gerarchia, ma anche l'importanza delle alternative, a sua volta, determina l'importanza di tali criteri. Le Figure 1 e 2 illustrano la differenza tra le gerarchie e le reti. Una gerarchia è una struttura lineare che si sviluppa dall'alto verso il basso e i cui elementi possono essere raggruppati in cluster (o componenti). Una rete si distribuisce in tutte le direzioni e può presentare cicli tra i cluster e loop (cicli chiusi che manifestano dipendenze a catena tra elementi del cluster) all'interno dello stesso cluster, ovvero rapporti di interazione tra elementi di cluster diversi o di uno stesso cluster (Saaty 1996, 2001, 2005).

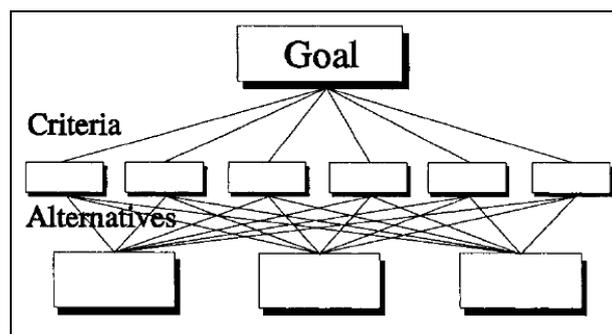


Figura 1.- Gerarchia a tre livelli in dettaglio (Saaty & Vargas, 2006)

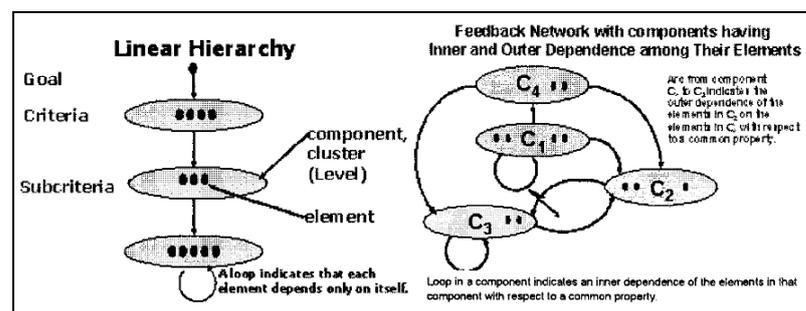


Figura 2.- Differenza strutturale tra Rete Lineare e Non-lineare (Saaty & Vargas, 2006)

La struttura di un feedback non ha forma lineare dall'alto verso il basso di una gerarchia, ma assomiglia più a una rete, con cicli che collegano i suoi componenti di elementi, che non possiamo più chiamare livelli, e con anelli che collegano i componenti a se stessi. Dispone inoltre di sorgenti e pozzi. Un nodo *sorgente* è l'origine di percorsi di influenza (importanza) e non è mai una destinazione di tali percorsi. Un nodo *pozzo* è una meta di percorsi di influenza e mai una origine di tali percorsi. Una rete completa può comprendere nodi sorgente, nodi intermedi che seguono i percorsi provenienti dai nodi sorgente, o che si trovano su cicli, oppure che ricadono su percorsi che finiscono ai nodi pozzi, e infine nodi pozzi. Alcune reti possono contenere soltanto nodi sorgenti e nodi pozzi. Altre ancora possono includere solo nodi sorgenti e nodi ciclo o nodi ciclo e nodi pozzi o soltanto nodi ciclo. Un problema decisionale che coinvolge un feedback si incontra spesso nella pratica e può assumere la forma di una qualsiasi delle reti appena descritte. Il problema è quello di determinare la priorità degli elementi della rete e, in particolare, le alternative della decisione. Poiché il feedback contiene dei cicli, e il ciclo può essere un processo infinito, le operazioni necessarie per ricavare le priorità diventano più esigenti di quanto sia consueto nelle reti gerarchiche. Svelare le loro complessità è una sfida per l'intelletto ed è essenziale per rendere i calcoli precisi.

### **1.3 La supermatrice di un sistema a feedback**

Supponiamo di avere un sistema di  $N$  componenti nel quale gli elementi di ogni componente interagiscono o hanno un'influenza su alcuni o su tutti gli elementi di un altro componente rispetto ad una proprietà che regola le interazioni dell'intero sistema (vedi Figura 3).

In generale, una rete è costituita da componenti e dagli elementi che compongono questi componenti. Ma nella creazione delle strutture per la rappresentazione di problemi complessi ci possono essere parti più grandi dei componenti da prendere in considerazione. A seconda delle dimensioni, si può avere un sistema che si compone di sottosistemi, con ogni sottosistema costituito da

componenti, e ogni componente costituito da elementi. Si potrebbe considerare che l'intera rete non deve essere uguale alla somma delle sue parti, ma può, a causa della sinergia, essere più grande o più piccola, al fine di contribuire a un obiettivo. A volte ci si riferisce ad un insieme di oggetti contenuti in uno più grande per elementi quando in realtà essi possono essere componenti: in questo caso si può considerare un elemento come composto da sub-elementi oppure, meglio, si possono aggregare gli elementi in componenti (o cluster) a seconda dei rapporti di gerarchia o di influenza di rete. Il contesto nel quale si opera dovrebbe fornire indicazioni in questo senso.

Si noti che la rete che connette i componenti di un sistema decisionale deve sempre essere connessa. Non è possibile dividerla in due o più parti disconnesse tra loro, altrimenti queste parti non potrebbero comunicare con ogni altra e sarebbe inutile guardare all'influenza di una parte su un'altra perché non potrebbe mai esistere.

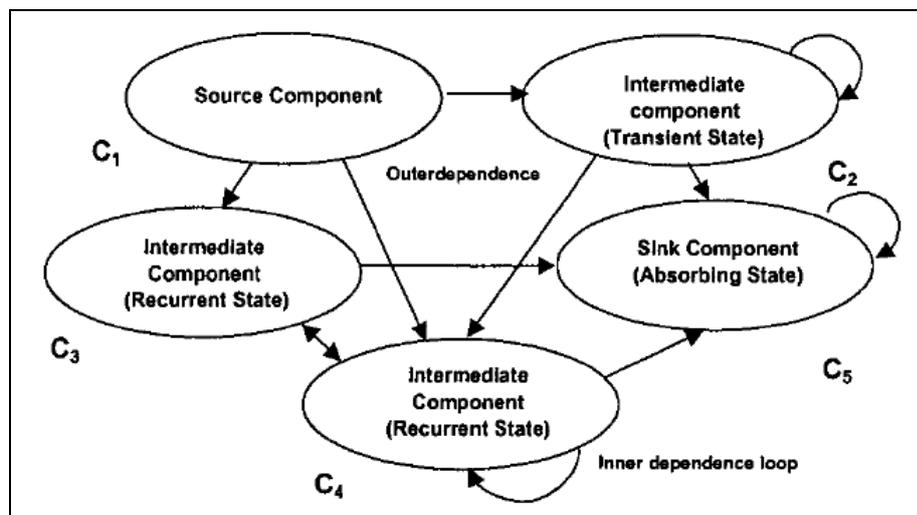


Figura 3.- Tipi di componenti di una Rete (Saaty & Vargas, 2006)

Nella Figura 3 sono rappresentati tre tipi di componenti. Quei componenti che non hanno frecce in ingresso sono detti componenti *sorgente* (come ad esempio C<sub>1</sub>). Quei componenti dai quali non parte alcuna freccia sono chiamati *pozzi* (per esempio C<sub>5</sub>). Infine, quei componenti che hanno frecce sia in entrata che in uscita sono

chiamati *transitori* (vedi i componenti  $C_2$ ,  $C_3$  e  $C_4$ ). Inoltre,  $C_3$  e  $C_4$  formano un *ciclo* di due componenti, perché sono collegati in ingresso e in uscita a vicenda.  $C_2$  e  $C_4$  hanno degli *anelli* (o *loop*) che li connettono a loro stessi. Ciò significa che hanno *dipendenze interne*, cioè tra i propri elementi. Tutte le altre connessioni rappresentano la dipendenza tra i componenti che sono chiamate *dipendenze esterne*. Un'analogia di dipendenza tra componenti può essere vista nell'input-output dei materiali tra le industrie in una supply chain. Si definisce un componente di una rete decisionale  $C_h$ ,  $h = 1, \dots, m$ , e si assume che abbia  $n_h$  elementi, che si definiscono  $e_{h1}, e_{h2}, \dots, e_{hm}$ . L'influenza di un dato set di elementi in un componente su qualunque elemento nel sistema può essere rappresentato da un vettore delle priorità derivato dal confronto a coppie nel tradizionale metodo AHP. Questi vettori vengono successivamente raggruppati e ordinati per formare una matrice. Tale matrice è così usata per rappresentare il flusso delle influenze degli elementi di un componente. L'influenza degli elementi nella rete sugli altri elementi può essere così rappresentata in una *supermatrice*, la cui struttura è mostrata in Figura 4.

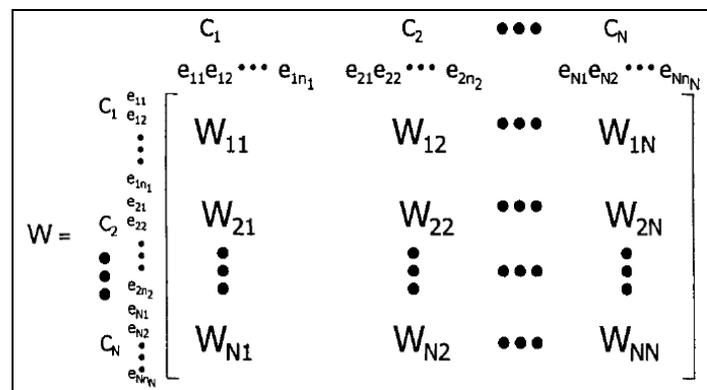


Figura 4.- Supermatrice di una Rete (Saaty & Vargas, 2006)

Un tipico valore  $W_{ij}$  della supermatrice è chiamato *blocco* della supermatrice. È una matrice della forma

$$W_{ij} = \begin{bmatrix} W_{i1}^{(j_1)} & W_{i1}^{(j_2)} & \dots & W_{i1}^{(j_{n_j})} \\ W_{i2}^{(j_1)} & W_{i2}^{(j_2)} & \dots & W_{i2}^{(j_{n_j})} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ W_{in_i}^{(j_1)} & W_{in_i}^{(j_2)} & \dots & W_{in_i}^{(j_{n_j})} \end{bmatrix}$$

ove ogni colonna di  $W_{ij}$  è un autovettore principale di influenza (importanza) degli elementi nel componente  $i$ -esimo su un elemento nel componente  $j$ -esimo della rete.

I valori che sono uguali a 0 corrispondono a quegli elementi che non hanno influenza. In questo modo non è necessario usare tutti gli elementi del componente per effettuare il confronto a coppie per ottenere l'autovettore, ma solo quelli che hanno influenza diversa da zero. La Figura 5 e la relativa supermatrice rappresenta una gerarchia di  $m$  livelli. Come in qualsiasi supermatrice, un valore in ognuna delle due precedenti supermatrici è un blocco  $W_{ij}$  posizionato dove il componente o livello  $i$ -esimo è collegato e influenza il  $j$ -esimo livello immediatamente superiore. La voce nell'ultima riga e colonna della supermatrice di una gerarchia è la matrice identità  $I$ . Questa corrisponde a un ciclo nel livello sottostante, utilizzato per mostrare che ogni elemento dipende solo da se stesso. Si tratta di un aspetto necessario di una gerarchia (o un qualsiasi pozzo) se visti all'interno di contesto della supermatrice.

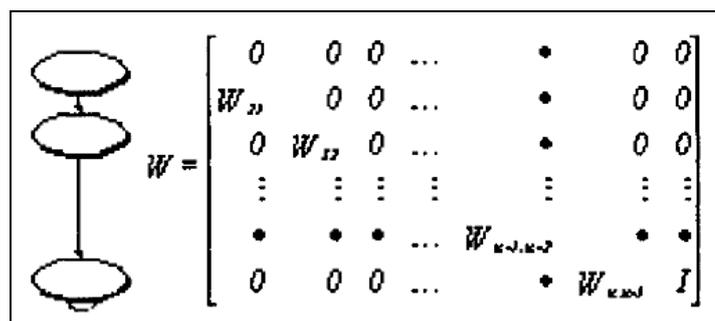


Figura 5.- Struttura e Supermatrice di una Gerarchia (Saaty & Vargas, 2006)

Una rete può essere generata da una gerarchia gradualmente al crescere delle connessioni della gerarchia stessa, cosicché coppie di componenti possono essere connesse come si desidera e altri componenti possono avere dipendenze interne.

L'obiettivo è ottenere le priorità di influenza derivanti dalla supermatrice. Per ottenere tali priorità la supermatrice deve essere trasformata in una matrice nella quale la somma degli elementi di ogni colonna sia unitaria, conosciuta come colonna stocastica o semplicemente una matrice stocastica.

Se la matrice è stocastica, le priorità limite possono essere viste in modo da dipendere dal concetto di riducibilità, primitività e ciclicità della matrice.

Si pone la questione se ci sia un modo scientifico su base matematica per trasformare una data supermatrice le cui colonne di solito sono a somma maggiore di 1 in una matrice stocastica. La priorità di un elemento in un componente è un indicatore insufficiente delle sue priorità l'intero set di componenti. L'elemento avente massima priorità in un componente non deve essere necessariamente l'elemento a priorità più alta nell'intero set di componenti, ciò avviene solo quando l'elemento a priorità più alta di un componente è anche l'elemento a priorità più alta dell'intero sistema. È dunque necessario confrontare i componenti stessi secondo le loro influenze su ogni componente della supermatrice rispetto ad un criterio di controllo di ordine superiore. I confronti danno luogo a un vettore di priorità di influenza di tutti i componenti (a sinistra della supermatrice) su ogni componente. Questo viene fatto tante volte quante sono i componenti. I vettori risultanti vengono usati per pesare i blocchi delle matrici che rientrano nella colonna sotto il dato componente. La prima voce del vettore viene moltiplicato per tutti gli elementi nel primo blocco di quella colonna, il secondo da tutti gli elementi nel secondo blocco della colonna e così via. In questo modo si pesano i blocchi in ogni colonna della supermatrice. Il risultato è noto come *supermatrice ponderata* che ora è stocastica. È questa matrice stocastica su cui si può lavorare per ottenere le priorità desiderate, trasformandola in una matrice limite come descritto di seguito. Questa matrice produce la priorità di influenza *limite* di ogni elemento su ogni altro elemento.

È necessario elevare a potenza la supermatrice per catturare le trasmissioni di influenza in tutte le possibili direzioni della rete. I valori della supermatrice ponderata stessa forniscono la direzione dell'influenza di ogni elemento su ogni altro elemento, ma un elemento può influire su un secondo indirettamente attraverso la sua influenza su un terzo elemento. Si dovrebbe considerare ogni possibile influenza indiretta. Tutte le influenze indirette di coppie di elementi attraverso un terzo elemento intermedio si ottengono dalla quadratura della supermatrice ponderata. Anche in questo caso l'influenza di un elemento su un altro può avvenire prendendo in considerazione un terzo elemento che influenza un quarto elemento, che a sua volta influenza il secondo elemento. Tutte queste influenze sono ottenute dalla potenza cubica della matrice, e così via.

In tal modo si ha una serie infinita di matrici di influenza: la stessa matrice, la quadrata, la cubica, etc., definite da  $W^k$ ,  $k = 1, 2, \dots$ . Se si considera il limite della media di una sequenza di  $N$  di queste potenze della supermatrice (nota come somma di Cesàro),

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N W^k$$

È noto in analisi matematica che se una serie converge al limite allora la sua somma di Cesàro converge allo stesso limite.

*Teorema.* Data una serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$$

con somme parziali

$$s_n = a_1 + \dots + a_n$$

la somma di Cesàro è il limite (quando esiste) delle medie aritmetiche delle somme parziali

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{s_1 + \dots + s_n}{n}$$

*Proprietà:* Se la serie è convergente, la somma di Cesàro coincide con la somma della serie; la somma di Cesàro infatti non dipende da alcuna somma parziale di indice finito. Questo significa formalmente che, per  $n$  tendente all'infinito

$$\frac{s_1 + \dots + s_n}{n} \approx \frac{s_1 + \dots + s_m}{n} + \frac{s_{m+1} + \dots + s_n}{n - m} \approx \frac{s_{m+1} + \dots + s_n}{n - m}$$

per ogni intero  $m$  finito. L'operazione svolta dunque è quella di mediare solo le somme delle serie di indice molto elevato: se la serie converge è evidente che il risultato sarà semplicemente la somma infinita della serie. La somma di Cesàro è però definita anche per alcune serie non convergenti; ad esempio, se

$$a_n = (-1)^n$$

la serie non converge, ma le medie aritmetiche convergono a  $-0.5$ . Si osserva infatti immediatamente che la somma di Cesàro  $n$ -esima in questo caso è data da

$$\begin{cases} -\frac{n+1}{2n} & \text{per } n \text{ dispari} \\ -\frac{1}{2} & \text{per } n \text{ pari} \end{cases}$$

il limite è in un certo senso il valor medio della successione delle somme parziali.

Dal momento che la serie è definita dalle potenze della matrice, è sufficiente scoprire qual è il limite di queste potenze. Può anche darsi che la sequenza non converga ad un limite unico, ma la sua somma di Cesàro converge a diversi limiti della serie per ottenere un limite unico.

Si nota dalla Forma Canonica di Jordan di una matrice stocastica  $W$  che in generale esiste il seguente limite:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N W^k$$

*Definizione:* Due matrici quadrate  $A$  e  $B$  sono simili quando esiste una matrice invertibile  $M$  tale che

$$A = M^{-1}BM$$

---

In particolare, la matrice identità e la matrice nulla sono simili solo a se stesse.

*Definizione:* Una matrice è detta singolare se ha determinante nullo. Una matrice singolare non è mai invertibile, e se è definita su un campo vale anche l'inverso: una matrice non singolare è sempre invertibile.

*Definizione:* in algebra lineare, la forma canonica di Jordan di una matrice quadrata  $A$  definisce una matrice triangolare  $J$  simile ad  $A$  che ha una struttura il più possibile vicina ad una matrice diagonale. La matrice è diagonale se e solo se  $A$  è diagonalizzabile, altrimenti è divisa in blocchi detti blocchi di Jordan.

*Definizione:* Un blocco di Jordan di ordine  $k$  è una matrice triangolare superiore con  $k$  righe costituita nel seguente modo:

$$\begin{pmatrix} \lambda & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 1 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & \lambda \end{pmatrix}$$

in cui ogni elemento della diagonale è uguale a  $\lambda$  ed in ogni posizione  $(i, i+1)$  si trova un 1. Il suo polinomio caratteristico è  $(x - \lambda)^k$ , e quindi ha  $\lambda$  come unico autovalore con la molteplicità algebrica  $k$ . D'altra parte, l'autospazio relativo a  $\lambda$  è:

$$\ker(J_k(\lambda) - \lambda I) = \ker \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 1 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix} = \text{Span} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

avente, quindi, dimensione 1. Dal teorema di diagonalizzabilità segue che se  $k > 1$  il blocco di Jordan non è diagonalizzabile.

*Definizione:* Una matrice di Jordan è una matrice a blocchi del tipo

$$J = \begin{pmatrix} J_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & J_k \end{pmatrix}$$

dove  $J_i$  è un blocco di Jordan con autovalore  $\lambda_i$ . Ogni blocco di Jordan contribuisce con un autospazio unidimensionale relativo a  $\lambda_i$ .

Come sopra, si vede che la molteplicità geometrica di  $\lambda_i$ , definita come la dimensione del relativo autospazio, è pari al numero di blocchi con autovalore  $\lambda_i$ . D'altra parte, la molteplicità algebrica di  $\lambda_i$ , definita come la molteplicità della radice  $\lambda_i$  nel polinomio caratteristico di  $J$ , è pari alla somma degli ordini di tutti i blocchi con autovalore  $\lambda_i$ .

In questo contesto, il teorema di diagonalizzabilità asserisce, quindi, che  $J$  è diagonalizzabile se e solo se le molteplicità algebriche e geometriche coincidono, ovvero se e solo se i blocchi hanno tutti ordine pari ad 1: in altre parole,  $J$  è diagonalizzabile se e solo se è già diagonale.

*Teorema di Jordan* Diciamo che una matrice quadrata  $A$  con elementi in un campo  $K$  ha "tutti gli autovalori nel campo" se la somma delle molteplicità algebriche dei suoi autovalori è pari al numero di righe di  $A$ . Questo equivale a dire che il suo polinomio caratteristico ha "tutte le radici nel campo", cioè che si spezza come prodotto di polinomi di primo grado. Questo è sempre vero se  $K$  è algebricamente chiuso, ad esempio se  $K = \mathbb{C}$  è il campo dei numeri complessi.

Il teorema di Jordan asserisce che ogni matrice ha una "forma canonica di Jordan", e che due matrici sono simili se e solo se hanno la stessa forma canonica:

- Sia  $A$  una matrice quadrata con elementi in  $K$  avente tutti gli autovalori nel campo. Allora  $A$  è simile ad una matrice di Jordan.
- Due matrici di Jordan  $J$  e  $J'$  sono simili se e solo se si ottengono l'una dall'altra permutando i blocchi.

La forma canonica caratterizza univocamente la classe di similitudine di una matrice. In altre parole, due matrici sono simili se e solo se hanno la stessa forma di Jordan (a meno di permutazione dei blocchi).

È noto che  $W$  è simile alla sua matrice di Jordan  $J$  se esiste una matrice non-singolare  $P$  tale che  $J = PWP^{-1}$ . Allora elevare a potenza  $W$  equivale a elevare a potenza  $J$ . Ad ogni matrice quadrata è associata un'unica matrice di Jordan che ha la

seguinte forma: si compone di blocchi quadrati le cui diagonali principali si trovano sulla sua diagonale principale. Tutti i valori che si trovano fuori di questi blocchi sono uguali a zero. Tutti le voci che si trovano in un blocco sono pari a zero, eccetto per la diagonale principale, i cui valori sono gli stessi e sono uguali a un autovalore di  $W$ , e tutti i valori della diagonale immediatamente al di sopra della diagonale principale sono uguali a 1. La matrice  $W$  è detta *somma diretta* dei suoi blocchi di Jordan.

È chiaro che  $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N W^k$  esiste se:

- Non esiste un autovalore di  $W$  con modulo maggiore di 1;
- $W$  non possiede alcun autovalore di modulo uno eccetto  $\lambda=1$ , e se  $\lambda=1$  è un auto valore come nella matrice stocastica  $W$ , ha solo un blocco 1x1 nella Forma Canonica di Jordan.

Infatti si può definire un limite nel senso di Cesàro quando il caso b) non è soddisfatto. Per sapere se il limite esiste e calcolarlo esistono diversi metodi.

Conformemente a J.J. Sylvester, si può rappresentare una funzione intera di una matrice  $W$  diagonalizzabile le cui radici caratteristiche sono distinte come

$$f(W) = \sum_{i=1}^n f(\lambda_i) Z(\lambda_i),$$

dove

$$Z(\lambda_i) = \frac{\prod_{j \neq i} (\lambda_j I - W)}{\prod_{j \neq i} (\lambda_j - \lambda_i)}$$

Si può dimostrare che le  $Z(\lambda_i)$  sono matrici complete ortogonali idempotenti di  $W$ , cioè hanno la seguente proprietà:

$$\sum_{i=1}^k Z(\lambda_i) = I, \quad Z(\lambda_i) Z(\lambda_j) = 0, \quad i \neq j, \quad Z^2(\lambda_i) = Z(\lambda_i),$$

ove  $I$  e  $0$  sono rispettivamente la matrice identità e la matrice nulla.

---

Così, per esempio, se si eleva una matrice a una potenza arbitrariamente grande, è sufficiente aumentare i suoi autovalori alla stessa potenza e formare la sommatoria di cui sopra costruita dalla somma di polinomi in  $W$ . Poiché gli autovalori di una matrice stocastica sono tutti minori di uno, quando si eleva a potenza si annullano tranne quando sono pari a 1 o sono radici complesse coniugate di 1.

Poiché si assume che gli autovalori siano distinti, si ha il caso più semplice, cioè  $\lambda_{max} = 1$  è un autovalore semplice.

*Definizione:* Sia  $A$  una matrice quadrata con  $n$  righe, a valori in un campo  $K$  (ad esempio, il campo dei numeri reali o complessi). Il polinomio caratteristico di  $A$  è un polinomio di grado  $n$  definito nel modo seguente:

$$p(\lambda) = \det(A - \lambda I).$$

Le radici  $\lambda_1, \dots, \lambda_k$  di  $p(\lambda)$  appartenenti al campo  $K$ , sono gli *autovalori* di  $A$ . Ogni autovalore  $\lambda_i$  ha una sua molteplicità come radice di  $p(\lambda)$ , detta *molteplicità algebrica*. Un autovalore con molteplicità algebrica 1 si dice *semplice*.

L'autospazio  $V_i$  relativo all'autovalore  $\lambda_i$  è l'insieme di tutti gli autovettori aventi  $\lambda_i$  come autovalore più l'origine. Abbiamo:

$$V_i = \{v \mid Av = \lambda_i v\} = \{v \mid (A - \lambda_i I)v = 0\} = \ker(A - \lambda_i I).$$

Chiamiamo *molteplicità geometrica* (o *nullità*) di  $\lambda_i$  la dimensione dell'autospazio  $V_i$  relativo a  $\lambda_i$ . Un autovalore per cui vale l'uguaglianza tra le due molteplicità (algebrica e geometrica) si dice *regolare*.

*Definizione:* Si definisce la *molteplicità* di una radice  $a$  di un polinomio  $p(x)$  come il numero naturale  $n$  tale che

$$p(x) = (x - a)^n q(x)$$

dove  $q(a)$  è diverso da zero. In altre parole, per il teorema di Ruffini,  $n$  è il numero di volte in cui possiamo dividere  $p$  per  $(x - a)$ .

Se il polinomio  $p$  si "spezza" come

$$p(x) = (x - a_1) \cdots (x - a_n)$$

allora la molteplicità di  $a$  è il numero di volte che compare fra i vari  $a_i$ . La molteplicità è però definita in generale, anche nel caso in cui il polinomio non si possa fattorizzare, perché siamo nel campo dei numeri reali, o semplicemente perché non riusciamo a farlo: ad esempio si vede subito che il polinomio

$$p(x) = x^7 - 14x^5 + 3x^3 - 741x^2$$

ha la radice zero con molteplicità 2, infatti

$$p(x) = x^2 q(x), \quad q(x) = x^5 - 14x^3 + 3x - 741$$

e 0 non è radice di  $q$ .

Formalmente, poiché il membro a destra è un polinomio in  $W$ , moltiplicando entrambi i membri per  $W^\infty$  ogni termine a destra sarebbe una costante moltiplicata per  $W^\infty$  e il risultato finale è anche una costante moltiplicata per  $W^\infty$ . Ma poiché siamo interessati ai soli valori relativi in  $W^\infty$  si può ignorare la costante e semplicemente elevare  $W$  ad una potenza molto grande.

Consideriamo adesso il caso in cui  $\lambda_{\max} = 1$  sia un autovalore multiplo.

*Definizione:* Una matrice ha autovalori *multipli* se ha alcuni autovalori “ripetuti”, cioè, l'equazione caratteristica  $\det(A - \lambda I) = 0$  può avere radici ripetute.

In questo caso si ha cioè che è chiamata *Forma Confluente del Teorema di Sylvester*:

$$f(W) = \sum_{j=1}^k T(\lambda_j) = \sum_{i=1}^k \frac{1}{(m_i - 1)!} \frac{d^{m_i-1}}{d\lambda^{m_i-1}} f(\lambda) (\lambda I - W)^{-1} \frac{\prod_{i=1}^n (\lambda - \lambda_i)}{\prod_{i=m_{i_1}}^n (\lambda - \lambda_i)} \Bigg|_{\lambda=\lambda_i}$$

ove  $k$  è il numero di radici distinte e  $m_i$  è la molteplicità della radice  $\lambda_i$ .

Tuttavia ciò significa che per ottenere le priorità limite è sufficiente elevare  $W$  a potenza arbitrariamente grande per ottenere una soddisfacente approssimazione a  $W^\infty$ .

I soli valori possibili diversi da zero che “sopravvivono” quando si eleva a potenza la matrice sono quei  $\lambda'$  che sono uguali ad 1 o sono radici di 1. Se la molteplicità del più grande autovalore reale  $\lambda_{max} = 1$  è  $n_1$ , allora si ha:

$$W^\infty = n_1 \left. \frac{\frac{d^{(n_1-1)}}{d\lambda^{(n_1-1)}} [(\lambda I - W)^{-1} \Delta(\lambda)]}{\Delta^{(n_1)}(\lambda)} \right|_{\lambda=1}$$

da cui si ricavano le derivate del polinomio caratteristico della matrice  $W$ , e

$$\Delta(\lambda) = \det(\lambda I - W) = \lambda^n + p_1 \lambda^{n-1} + \dots + p_n$$

Inoltre,

$$(\lambda I - W)^{-1} = F(\lambda) / \Delta(\lambda)$$

e

$$F(\lambda) = W^{n-1} + (\lambda + p_1)W^{n-2} + (\lambda^2 + p_1\lambda + p_2)W^{n-3} + \dots + (\lambda^{n-1} + p_1\lambda^{n-2} + \dots + p_{n-1})I$$

è la matrice aggiunta di  $(\lambda I - W)$ , in cui il membro a destra è un polinomio in  $W$ . Come sopra, moltiplicando entrambi i membri per  $W^\infty$ , si ottiene a destra una costante moltiplicata per  $W^\infty$ , il che significa che si ottiene  $W^\infty$  elevando a potenza  $W$ .

*Definizione:* Si definisce matrice trasposta coniugata (o matrice aggiunta) di una matrice  $A$  a valori complessi è la matrice ottenuta effettuando la trasposta e scambiando ogni valore con il suo complesso coniugato:

$$A^\dagger = (A^T)^* = (A^*)^T$$

In termini degli elementi vale la relazione:

$$(A^\dagger)_{jk} = A_{kj}^*$$

cioè se  $j$  è l'indice di riga e  $k$  quello di colonna:  $A_{kj}^* = A_{jk}^\dagger$

Ad esempio:

$$A = \begin{pmatrix} 3 + 9i & 2 + i \\ 7 - 6i & 1 - 3i \end{pmatrix} \rightarrow A^\dagger = \begin{pmatrix} 3 - 9i & 7 + 6i \\ 2 - i & 1 + 3i \end{pmatrix}$$

## c) Proprietà

1.  $(A^\dagger)^\dagger = A$
2.  $(A + B)^\dagger = A^\dagger + B^\dagger$
3.  $(cA)^\dagger = c^* \cdot A^\dagger$
4.  $(A \cdot B)^\dagger = B^\dagger \cdot A^\dagger$
5. In generale:  $(A \cdot B \cdot C \cdot D \dots)^\dagger = \dots D^\dagger \cdot C^\dagger \cdot B^\dagger \cdot A^\dagger$
6.  $\langle Au, v \rangle = \langle u, A^\dagger v \rangle$
7.  $\langle u, Av \rangle^* = \langle v, A^\dagger u \rangle$

Nelle proprietà 6. e 7., il simbolo  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  indica il prodotto hermitiano standard fra vettori di  $\mathbb{C}^n$ .

*Definizione:* Una matrice coincidente con la sua trasposta coniugata è detta matrice hermitiana (o matrice autoaggiunta). In altri termini, nello spazio vettoriale delle matrici dotato del prodotto scalare standard, l'elemento nella  $i$ -esima riga e  $j$ -esima colonna è uguale al complesso coniugato dell'elemento nella  $j$ -esima riga e  $i$ -esima colonna, per tutti gli indici  $i$  e  $j$ :

$$a_{i,j} = \bar{a}_{j,i}$$

Un esempio di matrice hermitiana è

$$\begin{pmatrix} 3 & 2+i \\ 2-i & 1 \end{pmatrix}$$

Che  $\lambda_{max}=I$  sia una radice semplice o multipla, vediamo cosa succede a destra delle espressioni polinomiali in entrambe le formule di Sylvester quando si moltiplicano per  $(W^C)^\infty$  prima, e per  $(W^{C+I})^\infty$  poi, e così via  $c$  volte, ed infine moltiplicando entrambi i membri per  $(W^{C+C-I})^\infty$ . A questo punto si sommano queste equazioni e si prende la loro media in entrambi i lati. Il membro a sinistra di ogni equazione converge a  $W^\infty$  e la media è data da  $(I/c) W^\infty$ . A destra dell'equazione la somma per ogni autovalore con radice unitaria è semplicemente una somma  $(W^C)^\infty + (W^{C+I})^\infty + \dots + (W^{C+C-I})^\infty$ . Alla fine si ha:

$$\frac{1}{c} \left[ (W^c)^\infty + (W^{c+1})^\infty + \dots + (W^{c+c-1})^\infty \right] = \frac{1}{c} (1 + W + \dots + W^{c-1}) (W^c)^\infty, c \geq 2,$$

che equivale alla media di un ciclo di lunghezza  $c$  ottenuto elevando  $W$  a potenza infinita. La ciclicità di  $c$  può essere determinata, tra l'altro, notando il ritorno della forma della matrice elevata a potenza alla forma originale a blocchi di zeri in  $W$ .

Quando  $\lambda_{max}=1$  non è una radice semplice, può accadere, ad esempio, che, se si hanno più obiettivi in una gerarchia che non sono collegati a un obiettivo più alto, cioè se abbiamo più sorgenti, si possono avere diversi vettori limite per le alternative e queste devono essere sintetizzati in qualche modo per dare una risposta unica. Per far ciò, le sorgenti devono essere collegate ad un obiettivo più alto nella gerarchia e con priorità maggiore rispetto ad esso. Altrimenti, il risultato non sarebbe unico e si otterrebbe nulla di significativo in una decisione cooperativa (ma può essere utile in un problema non cooperativo in cui gli obiettivi per esempio, sono modi diversi di affrontare un avversario). È significativo notare che una gerarchia ha sempre almeno un nodo sorgente (l'obiettivo) e almeno un pozzo (le alternative), ma la sua supermatrice è riducibile. È solo quando la supermatrice è **irriducibile** ( $\lambda_{max}=1$  è una radice semplice) che le colonne della supermatrice possono essere identiche, e quindi il suo grafico è fortemente connesso con un percorso da qualsiasi nodo o cluster a qualsiasi altro nodo o cluster. È raro che la supermatrice di un problema decisionale sia irriducibile. Se i cluster sorgente non hanno interazione sufficiente per servire come unica fonte, si potrebbe prendere la media delle alternative relative alle varie fonti come se fossero ugualmente importanti per ottenere un risultato globale unico.

## 1.4 Group decision making

Si devono considerare due problemi nel prendere decisioni di gruppo. Il primo è come aggregare i giudizi individuali, e il secondo è come costruire una scelta di gruppo da scelte individuali. La proprietà reciproca svolge un ruolo importante nel

combinare i giudizi di diversi individui per ottenere una sentenza di un gruppo di persone. I giudizi devono essere combinati in modo che il reciproco della sintesi dei giudizi sia uguale alla sintesi dei reciproci dei giudizi. Alcuni esperti della metodologia (in particolare il Prof. Vargas) interrogati su tale questione ritengono che si possa dimostrare che la media geometrica sia l'unico modo per farlo. Se gli individui sono esperti, questi potrebbero non voler combinare i loro giudizi, ma solo la decisione finale, il risultato del processo decisionale. Se gli individui danno diverse priorità di importanza, i loro giudizi (risultati finali) saranno elevati a potenza e successivamente se ne farà la media geometrica.

La funzione  $f(x_1, \dots, x_n)$  per sintetizzare i giudizi dati dagli esperti deve soddisfare le seguenti condizioni:

- (i) *Separabilità (S)*:  $f(x_1, \dots, x_n) = g(x_1) \dots g(x_n)$ , per ogni  $x_1, \dots, x_n$  in un intervallo  $P$  di numeri positivi, ove  $g$  è una funzione che mappa  $P$  su un intervallo proprio  $J$  ed è un'operazione continua, associativa e cancellativa. Cioè l'influenza dei giudizi individuali può essere separata.
- (ii) *Unanimità (U)*:  $f(x_1, \dots, x_n) = x$  per ogni  $x$  in  $P$ . Cioè, se tutti gli individui danno lo stesso giudizio  $x$ , allora tale giudizio è anche quello sintetizzato.
- (iii) *Omogeneità (O)*:  $f(ux_1, \dots, ux_n) = uf(x_1, \dots, x_n)$  ove  $u > 0$  e  $x_k, ux_k$  ( $k=1, \dots, n$ ) sono tutti in  $P$ . per i giudizi di confronto significa che, se tutti gli individui giudicano un rapporto  $u$  volte più grande di un altro, allora anche il giudizio sintetico è  $u$  volte più grande.
- (iv) *Potenza ( $P_p$ )*:  $f(x_1^p, \dots, x_n^p) = f^p(x_1, \dots, x_n)$ . per esempio significa che se il  $k$ -esimo individuo giudica la lunghezza di un lato di un quadrato essere  $x_k$ , il giudizio sintetico sull'area di quel quadrato sarà dato dal quadrato del giudizio sintetico sulla lunghezza di quel lato.

Caso particolare: se  $R = P^{-1}$ , allora:

$$f\left(\frac{1}{x_1}, \dots, \frac{1}{x_n}\right) = 1 / f(x_1, \dots, x_n)$$

(R) è particolarmente importante nei giudizi di confronto. Significa che il valore sintetico del reciproco dei giudizi dell'individuo è uguale al reciproco del valore sintetico dei giudizi originali.

*Teorema* In generale le funzioni di sintesi separabile (S) che soddisfa le condizioni di unanimità (U) e omogeneità (H) sono la media geometrica e la media quadratica. Se, inoltre, la proprietà reciproca (R) è valida anche per una singola  $n$ -upla  $(x_1, \dots, x_n)$  dei giudizi degli individui, ove  $x_k$  non tutti uguali tra loro, allora solo la media geometrica soddisfa tutte le condizioni di cui sopra.

In ogni consenso razionale, chi ne sa di più dovrebbe, di conseguenza, influenzare maggiormente il consenso di chi è meno informato. Alcune persone sono chiaramente più sagge e più sensibili in alcune questioni rispetto ad altri, altri possono essere più potenti e le loro opinioni potrebbero essere tenute in maggior considerazione.

*Teorema* In generale funzioni di sintesi separabile ponderata (WS) con proprietà di unanimità (U) e omogeneità (O) sono la media geometrica  $[f(x_1, \dots, x_n) = x_1^{q_1} x_2^{q_2} \dots x_n^{q_n}]$  e la media quadratica  $[f(x_1, \dots, x_n) = (q_1 x_1^y + q_2 x_2^y + \dots + q_n x_n^y)^{1/y}]$ , ove  $q_1 + \dots + q_n = 1$ ,  $q_k > 0$ ,  $k=1, \dots, n$ ,  $y > 0$ , o in caso contrario  $q_1, \dots, q_n, y$  sono costanti arbitrarie.

Se anche  $f$  gode della proprietà di reciprocità (R) e per un singolo set di valori  $(x_1, \dots, x_n)$  di giudizi di  $n$  individui non tutti uguali, allora si può applicare *solo la media geometrica pesata*.

*Teorema* Se  $x_1^{(i)}, \dots, x_n^{(i)}$ , con  $i=1, \dots, m$  sono classifiche delle  $n$  alternative di  $m$  giudici indipendenti e se  $a_i$  è l'importanza del giudice  $i$  sviluppato dalla gerarchia per la valutazione dei giudici, e quindi

$$\sum_{i=1}^m a_i = 1$$

allora

$$\left( \prod_{i=1}^m x_1^{a_i} \right), \dots, \left( \prod_{i=1}^m x_n^{a_i} \right)$$

sono gli ordini combinati delle alternative per gli  $m$  giudici.

La forza o priorità del giudice  $i$  è semplicemente una replica del giudizio di quel giudice (come se ci fossero molti altri giudici a indicare la sua forza  $a_i$ ), il che implica moltiplicare  $a_i$  volte il suo indice e i risultati che ne derivano.

Il primo richiede la conoscenza delle funzioni che esegue una particolare alternativa e come ben si confronta con uno standard di riferimento. Il secondo richiede un confronto con le altre alternative per determinare la sua importanza.

Dato un gruppo di individui, un set di alternative (con cardinalità maggiore di 2) e le preferenze di ordine individuale per le alternative, è dimostrato con il Teorema dell'Impossibilità di Arrow che è impossibile derivare, a partire dalle preferenze individuali, una scelta razionale di gruppo, cioè costruire una funzione sociale di scelta che aggregi le preferenze degli individui, che soddisfi tutte le seguenti quattro condizioni:

*Risolutezza*: la procedura di aggregazione deve generalmente produrre un ordine di gruppo.

*Unanimità*: se tutti gli individui preferiscono un'alternativa A a un'alternativa B, la procedura di aggregazione deve produrre un ordine di gruppo che indica che il gruppo preferisce A a B.

*Indipendenza delle alternative irrilevanti*: date due serie di alternative che includono entrambi A e B, se tutti gli individui preferiscono A a B in entrambi i set, allora la procedura di aggregazione deve produrre un ordine di gruppo che indica che il gruppo, data una qualsiasi delle due serie di alternative, preferisce A a B.

*Nessun dittatore*: nessuna preferenza di singolo individuo può stabilire l'ordine del gruppo.

Almeno una delle precedenti proprietà sarà violata.

## 2 Processo ANP

### 2.1 Introduzione

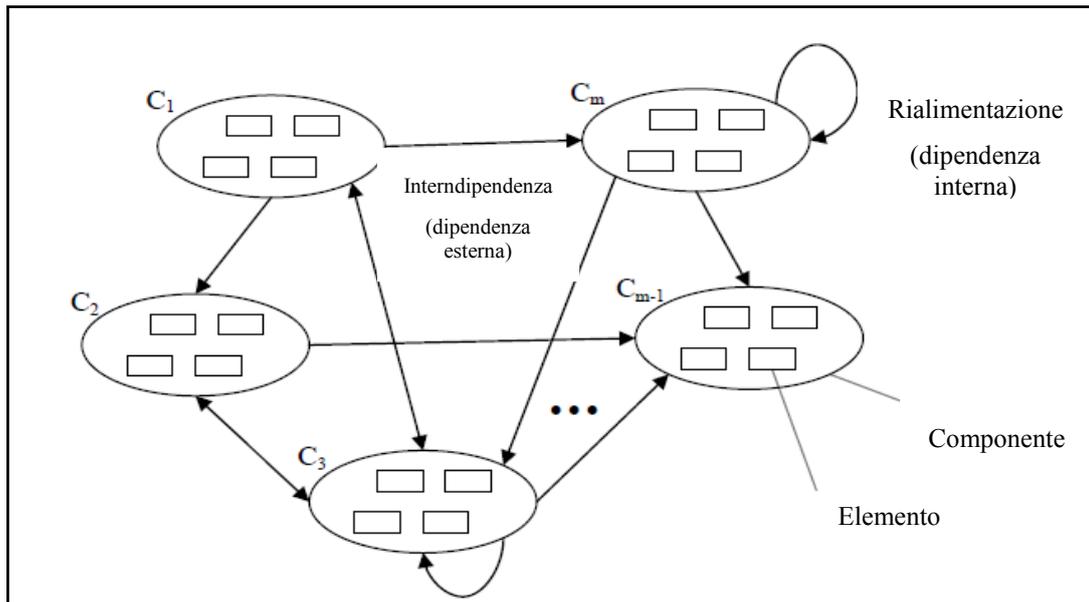
Nel presente capitolo si descriverà il metodo denominato Processo Analitico in Rete. (Analytic Network Process, ANP), che è la forma generale del Processo Analitico Gerarchico (Analytic Hierarchy Process, AHP) e che è raccomandabile applicare quando il decisore affronta problemi nei quali gli elementi sono interdipendenti.

L'AHP e l'ANP sono due metodi proposti dal Prof. Thomas L. Saaty (1980, 2001). L'AHP modella un problema di decisione multi-criterio come una gerarchia di vari livelli con relazioni di dipendenza gerarchica unidirezionale tra loro. Il livello superiore della gerarchia è l'obiettivo globale del problema di decisione, il livello inferiore è formato dalle alternative e nei livelli intermedi si trovano i criteri ed eventuali sub-criteri, tangibili e/o intangibili, che contribuiscono all'obiettivo del problema e in base ai quali si valutano le alternative. L'AHP utilizza il confronto a coppie e la scala fondamentale di Saaty per assegnare i pesi di importanza relativa agli elementi di ogni livello della gerarchia e, successivamente, tali pesi sono aggregati per determinare la ponderazione globale delle alternative.

L'AHP è concettualmente facile da utilizzare e fornisce risultati soddisfacenti quando si affrontano problemi decisionali che si possono modellizzare come una gerarchia di livelli nella quale si può assumere e dimostrare l'indipendenza tra gli elementi di uno stesso livello. Tuttavia, in molti problemi della vita reale questa indipendenza non è certa e, pertanto, l'applicazione dell'AHP può supporre una semplificazione eccessiva della realtà. Per questo motivo Saaty propose l'ANP, ovvero la generalizzazione dell'AHP.

## 2.2 Descrizione generale dell'ANP

Nell'ANP non ha senso parlare di livelli, come invece accade in un modello gerarchico, perché questo metodo rappresenta un problema decisionale come una rete nella quale sono possibili le interdipendenze tra tutti i suoi elementi, e cioè permette una modellizzazione più vicina alla realtà. Un modello di rete generico che si utilizza nell'ANP è mostrato in Figura 6.



**Figura 6.- Modello generico di rete nell'ANP (Saaty & Vargas, 2001)**

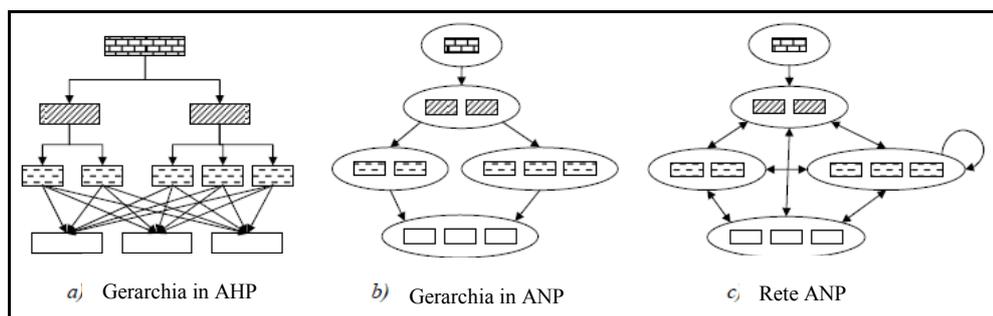
Un modello in rete è formato da *elementi* o *nodi* (alternative e criteri decisionali) raggruppati in *componenti*, *gruppi* o *clusters*. I componenti si denotano con  $C_h$  ( $h=1,2,\dots,m$ ) e si stabilisce che ogni componente contiene  $n_h$  elementi che si denotano con  $e_{h1}, e_{h2}, \dots, e_{hm}$ . Un elemento di un componente della rete può interagire o avere influenza sopra alcuni o tutti gli elementi del suo stesso componente o di altri componenti della rete. Si definiscono:

- *rialimentazione* o *dipendenza interna* la relazione che esiste tra elementi di uno stesso componente;

- *interdipendenza o dipendenza esterna* la relazione che esiste tra elementi di diversi componenti.

In una rete le relazioni tra gli elementi si rappresentano mediante frecce, anche se per motivi di semplificazione grafica non si rappresenta una freccia per ogni relazione esistente tra gli elementi della rete, ma si rappresentano frecce che connettono due componenti quando alcuni o tutti gli elementi di questo componente hanno qualche tipo di relazione tra di loro. Il senso delle frecce per convenzione è il seguente: se una freccia va dal componente  $C_i$  al componente  $C_j$  significa che almeno un elemento del componente  $C_j$  influisce su almeno un elemento del componente  $C_i$ , ovvero almeno un elemento del componente  $C_i$  dipende da almeno un elemento del componente  $C_j$ . Le frecce possono essere in un solo senso o in entrambe le direzioni, indicando in quest'ultimo caso una dipendenza reciproca tra gli elementi dei due componenti collegati dalla freccia.

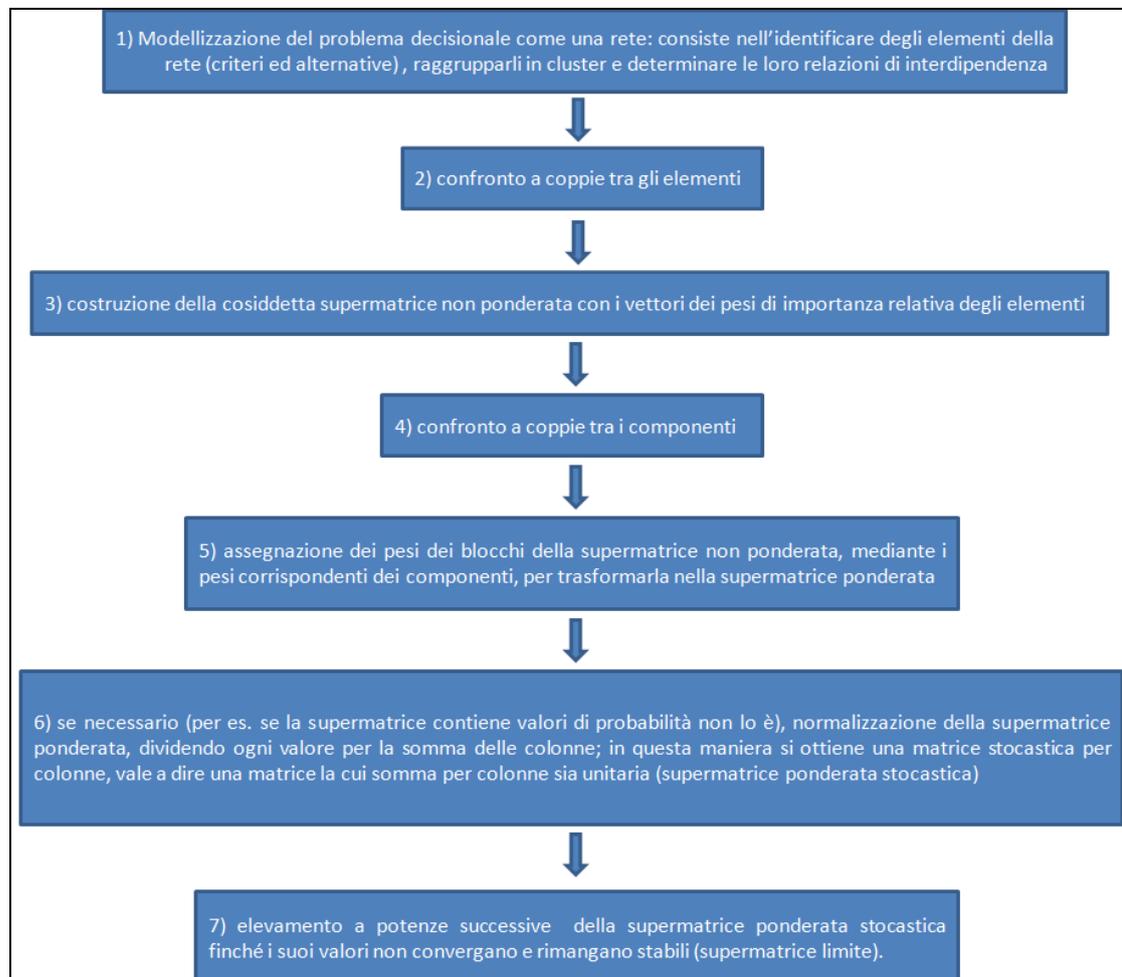
Al fine di mostrare graficamente l'ANP come la generalizzazione dell'AHP, nella Figura 7 si rappresenta un modello gerarchico in AHP e la sua trasformazione in un modello ANP senza alterare le informazioni di base. In un secondo momento la gerarchia rappresentata nell'ANP si può completare con nuove relazioni di interdipendenza tra gli elementi del sistema convertendosi in un modello in rete propriamente detto. Dal confronto tra la gerarchia di partenza e la rete finale si evince il potenziale dell'ANP per la modellizzazione di scenari complessi.



**Figura 7.- ANP, generalizzazione dell'AHP (Saaty & Vargas, 2001)**

L'ANP è stato utilizzato per risolvere numerosi problemi decisionali in differenti ambiti: valutazione delle politiche energetiche (Ulutaş, 2005), selezione delle migliori prestazioni per la fine della vita utile dei prodotti (Ravi et al., 2005), pianificazione della produzione (Chung et al., 2005), selezione dei fornitori (Jharkharia y Shankar, 2007; Demirtas y Üstün, 2008), selezione della miglior alternativa di gestione della supply chain di un'azienda (Agarwal et al., 2006), selezione di strategie di gestione della conoscenza (Wu y Lee, 2007), valutazione di azioni di recupero di zone contaminate (Promentilla et al., 2006), valutazione dei combustibili per il riscaldamento residenziale (Erdoğan et al., 2006), valutazione della capacità di un'azienda di adottare misure di gestione della qualità (Bayazit y Karpak, 2007), valutazione di processi chimici per il processo di selezione di impianti di produzione (Partovi, 2007), etc.

Il metodo ANP si compone di sette passi principali, secondo lo schema di flusso riportato in Figura 8.



**Figura 8.- Schema di flusso del metodo ANP**

Ciascuna delle precedenti fasi sarà adesso descritta in dettaglio.

### **2.2.1 Modellizzare il problema come una rete**

Il primo passo del metodo ANP consiste nel modellizzare il problema decisionale come una rete.

La modellizzazione del problema in una rete si può dividere ulteriormente in tre sotto-fasi:

- F1. identificare gli elementi della rete (criteri decisionali e alternative);
- F2. raggruppare gli elementi in componenti secondo caratteristiche comuni;
- F3. analizzare le relazioni tra gli elementi della rete.

Le prime due sotto-attività dipendono dall'esperienza del decisore e dal grado di conoscenza del problema. Normalmente le alternative si raggruppano in un unico componente e il resto degli elementi della rete (i criteri) in uno o vari componenti; ma in funzione del contesto e del problema da modellizzare, anche le alternative possono essere divise in vari componenti.

La difficoltà della terza sotto-attività si può ridurre se il decisore impiega una metodologia che gli permetta di ottenere in forma strutturata tutte le influenze presenti tra gli elementi della rete, in modo che tutte le relazioni possibili siano considerate e analizzate. Un metodo diffuso in letteratura consiste nella *matrice di dipendenza interfattoriale*. Le righe e le colonne di tale matrice sono formate da tutti gli elementi della rete, raggruppati per componente, così come mostrato nella Tabella 2.

**Tabella 2.- Matrice di dipendenza interfattoriale**

		$C_1$				$C_2$				...	$C_m$			
		$e_{11}$	$e_{12}$	...	$e_{1n_1}$	$e_{21}$	$e_{22}$	...	$e_{2n_2}$		$e_{m1}$	$e_{m2}$	...	$e_{mn_m}$
$C_1$	$e_{11}$	$A_{11}$				$A_{12}$				...	$A_{1m}$			
	$e_{12}$													
	...													
	$e_{1n_1}$													
$C_2$	$e_{21}$	$A_{21}$				$A_{22}$				...	$A_{2m}$			
	$e_{22}$													
	...													
	$e_{2n_2}$													
...		...				...				...	...			
$C_m$	$e_{m1}$	$A_{m1}$				$A_{m2}$				...	$A_{mm}$			
	$e_{m2}$													
	...													
	$e_{mn_m}$													

dove:

$C_h$  sono i componenti del sistema (con  $h = 1, 2, \dots, m$ )

$n$  è il numero degli elementi che il appartengono al componente  $C_h$

$e_{h1}, e_{h2}, \dots, e_{hn}$  sono gli elementi del componente  $C_h$

$A_{ij}$  è ciò che si definisce blocco della matrice di dipendenza interfattoriale, che ha la forma mostrata in Tabella 3.

**Tabella 3.- Blocco  $A_{ij}$  della matrice di dipendenza interfattoriale**

		$C_j$			
		$e_{j1}$	$e_{j2}$	...	$e_{jn_j}$
$C_i$	$e_{i1}$	$a_{i1,j1}$	$a_{i1,j2}$	...	$a_{i1,jn_j}$
	$e_{i2}$	$a_{i2,j1}$	$a_{i2,j2}$	...	$a_{i2,jn_j}$
	...	...	...	...	...
	$e_{in_i}$	$a_{in_i,j1}$	$a_{in_i,j2}$	...	$a_{in_i,jn_j}$

I termini  $a_{ih,jk}$  di un blocco della matrice di dipendenza interfattoriale rappresentano l'influenza che ha l'elemento  $e_{ih}$  del componente  $C_i$  sopra l'elemento  $e_{jk}$  del componente  $C_j$ . Si assegna valore 1 quando l'elemento  $e_{ih}$  influisce sull'elemento  $e_{jk}$  e valore 0 in caso contrario.

L'informazione numerica della matrice di dipendenza interfattoriale si può convertire graficamente ricordando il senso delle frecce di influenza nell'ANP: un freccia da  $e_{ii}$  a  $e_{jj}$  indica che  $e_{jj}$  influisce su  $e_{ii}$  o che  $e_{ii}$  dipende da  $e_{jj}$ . Sulla base delle relazioni che possono esistere tra gli elementi  $e_{ii}$  ed  $e_{jj}$  della rete si possono verificare i seguenti quattro casi:

- *Caso 1:* Gli elementi  $e_{ii}$  ed  $e_{jj}$  non hanno relazione.

Quindi  $a_{ii,jj} = a_{jj,ii} = 0$



- *Caso 2:* L'elemento  $e_{ii}$  influisce sull'elemento  $e_{jj}$ , ma non vale il viceversa (l'elemento  $e_{jj}$  dipende dall'elemento  $e_{ii}$ , ma non vale il viceversa).

Quindi  $a_{ii,jj} = 1$  e  $a_{jj,ii} = 0$



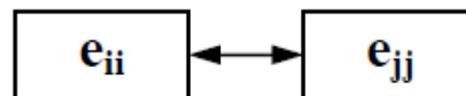
- *Caso 3:* L'elemento  $e_{jj}$  influisce sull'elemento  $e_{ii}$ , ma non vale il viceversa (l'elemento  $e_{ii}$  dipende dall'elemento  $e_{jj}$ , ma non vale il viceversa).

Quindi  $a_{ii,jj} = 0$  e  $a_{jj,ii} = 1$



- *Caso 4:* Gli elementi  $e_{ii}$  ed  $e_{jj}$  hanno influenza (dipendenza) reciproca.

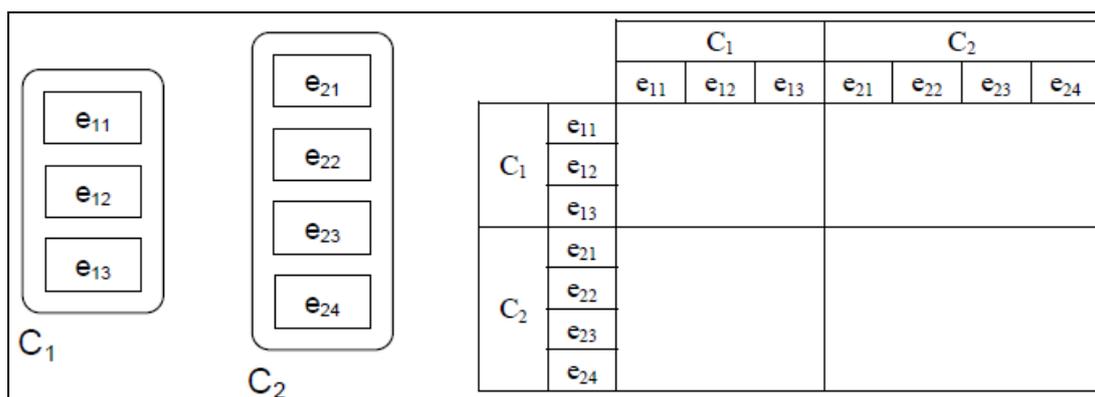
Quindi  $a_{ii,jj} = a_{jj,ii} = 1$



Per motivi di semplificazione grafica, in un modello in rete non si rappresentano frecce per indicare le relazioni tra gli elementi, ma si disegnano solamente frecce tra i componenti per indicare che almeno un elemento del detto componente ha una relazione. A partire dalla matrice di dipendenza interfattoriale risulta facile disegnare nella rete queste frecce tra i componenti, dato che basta fare attenzione ai dati di ogni blocco della matrice. Così, ad esempio, se il blocco  $A_{ij}$  possiede almeno un valore non nullo si tratterà una freccia dal componente  $C_j$  al componente  $C_i$  per indicare che almeno un elemento del componente  $C_i$  influisce su almeno un elemento del componente  $C_j$ . Si tratterà una freccia in senso contrario se il blocco  $A_{ji}$  ha valori non nulli. Se entrambi i blocchi,  $A_{ij}$  e  $A_{ji}$  hanno valori non nulli, allora si tratterà una freccia con doppio senso tra i componenti. Infine, se almeno un blocco della diagonale  $A_{ii}$  possiede valori non nulli, si rappresenterà una rialimentazione sul componente  $C_i$  per indicare che esiste una relazione tra gli elementi di questo componente.

A ragion del vero, si può notare che rappresentando nella rete frecce tra i componenti e non tra gli elementi si perdono informazioni sulle vere relazioni che esistono nella rete, dato che, se nel modello, una freccia connette due componenti è impossibile sapere se esiste una relazione tra tutti gli elementi di tali componenti o solamente tra alcuni. Ciò è vero, dato che, come detto in precedenza, il modello grafico è una semplificazione. Per questo motivo risulta utile costruire la matrice di dipendenza interfattoriale, perché tale matrice raccoglie tutte le informazioni che si riferiscono alle relazioni tra tutti gli elementi presenti nella rete. Ciononostante, la matrice mostra queste informazioni in maniera numerica e poco visuale, pertanto una rappresentazione grafica del modello può risultare di grande aiuto, specie in modelli complessi. In definitiva, si può affermare che entrambi gli strumenti, la supermatrice (o matrice di dipendenza interfattoriale) e il modello grafico, sono necessari per modellizzare la realtà ed usarli congiuntamente sia la miglior opzione.

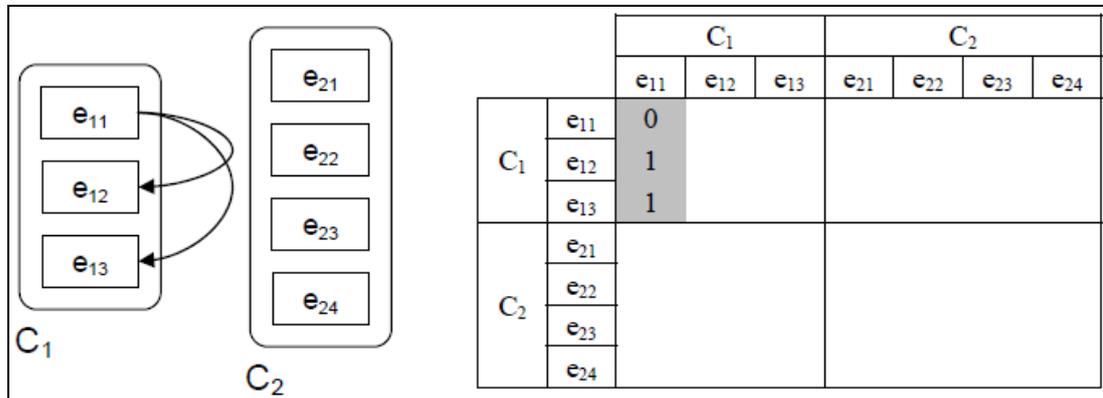
Di seguito è riportato un esempio di determinazione delle influenze presenti in una rete, utilizzando la matrice di dipendenza interfattoriale, per illustrare i concetti fin qui descritti. In ogni fase, si riportano sia il modello grafico che la matrice di dipendenza interfattoriale al fine di conoscere il tipo di relazioni che vengono analizzate. La rete iniziale consiste di due componenti, C1 e C2, contenente tre e quattro elementi rispettivamente, come mostrato in Figura 9.



**Figura 9.- Rete iniziale**

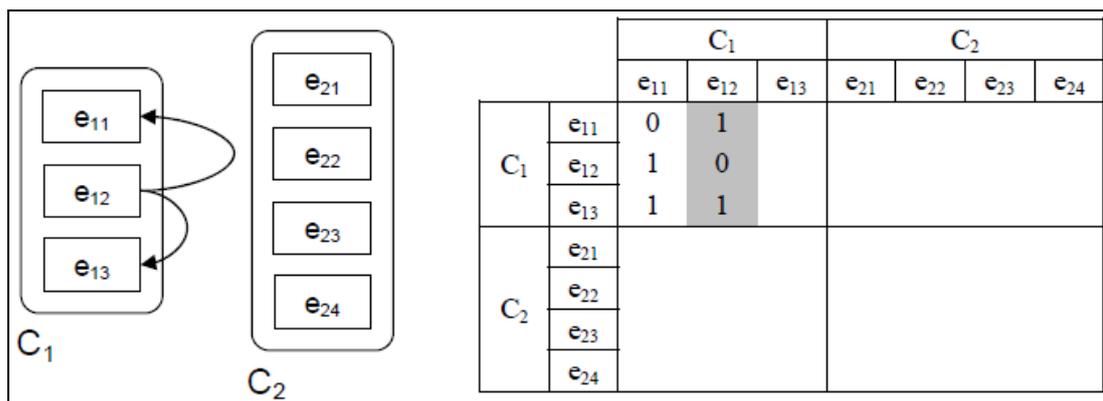
La procedura migliore per completare per ordine la matrice di dipendenza interfattoriale, comporta la compilazione delle colonne della matrice blocco per blocco. Se si comincia dal blocco A11 nel quale sono rappresentate le dipendenze tra

gli elementi del blocco C1, la prima domanda da porsi è: Quali elementi del componente C1 influenzano l'elemento e11? In questo caso, come si vede dalla Figura 10, gli elementi e12 ed e13 influenzano l'elemento e11. Nella matrice di dipendenza interfattoriale si introduce, allora, il numero 1 nelle posizioni corrispondenti, come mostrato nella Figura 10.



**Figura 10.- Influenza degli elementi di C1 su e11**

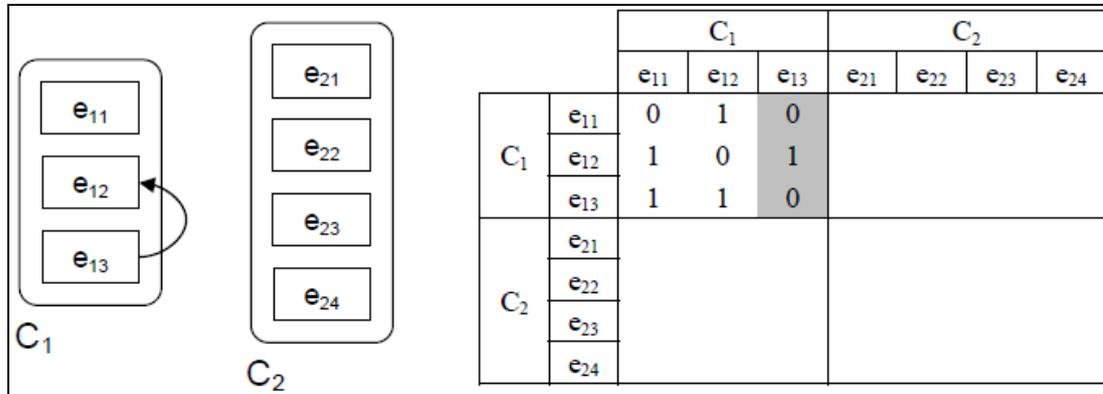
La domanda successiva è: Quali sono gli elementi del componente C1 che influenzano l'elemento e12? In questo caso, come si vede dalla Figura 11, gli elementi e11 ed e13 influiscono sull'elemento e12 elemento. Nella matrice di dipendenza interfattoriale si introdurrà il numero 1 nelle posizioni corrispondenti, come mostrato nella Figura 11.



**Figura 11.- Influenza degli elementi di C1 su e12**

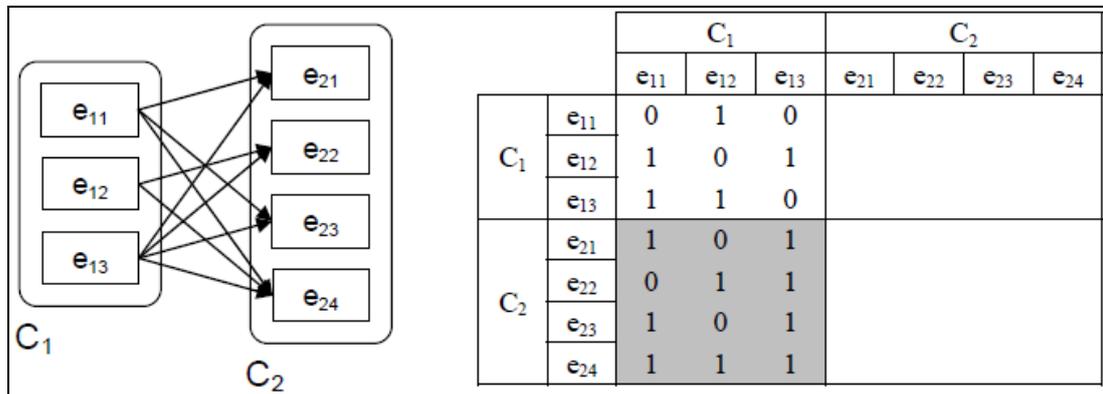
L'ultima domanda per completare il blocco A11 è: Quali sono gli elementi del componente C1 che influenzano e13? In questo caso, come si vede dalla Figura 12,

solo l'elemento  $e_{12}$  influenza l'elemento  $e_{13}$ . Nella matrice di dipendenza interfattoriale si deve introdurre il numero 1 nella posizione corrispondente, come mostrato nella Figura 12.

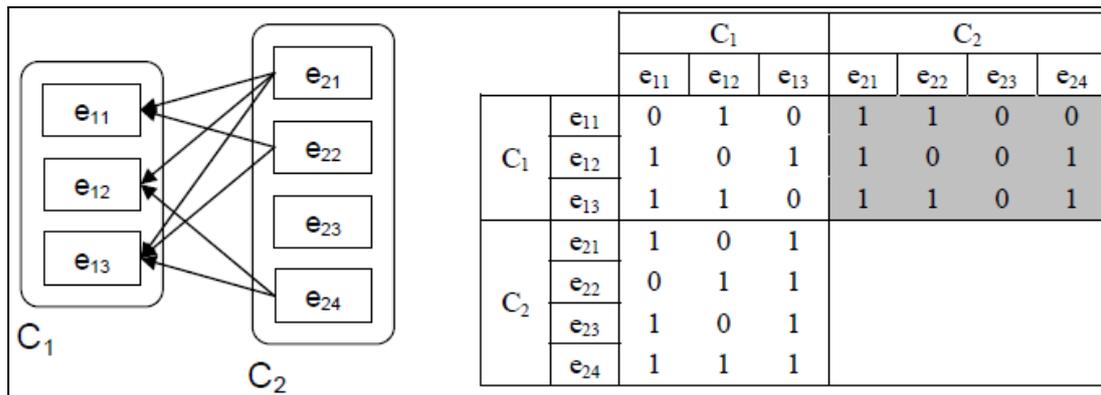


**Figura 12.- Influenza degli elementi di C1 su e13**

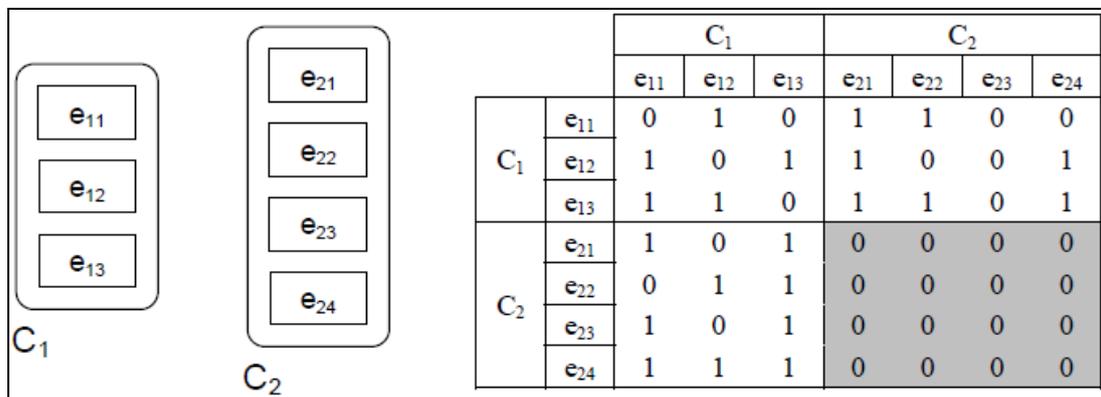
Una volta terminato il blocco A11, si procede analogamente per completare i blocchi rimanenti della matrice. Le Figure 13, 14 e 15 mostrano le relazioni dei blocchi A21, A12 e A22 rispettivamente. I valori del blocco A22 sono tutti a zero perché non ci sono relazioni tra gli elementi del componente C2.



**Figura 13.- Influenza degli elementi di C2 sugli elementi di C1**



**Figura 14.- Influenza degli elementi di C1 sugli elementi di C2**



**Figura 15.- Influenza tra gli elementi di C2**

Avendo inserito tutti i valori nella matrice di dipendenza interfattoriale, tutte le possibili relazioni tra gli elementi della rete sono state identificate. Quest'analisi è stata effettuata in modo strutturato: ad ogni elemento della rete è associata una colonna della matrice che evidenzia se esistono (valore pari a 1) o non esistono (valore pari a zero) dipendenze degli elementi della matrice da quello associato alla colonna data.

Infine, dobbiamo rappresentare le frecce che indicano le dipendenze tra i componenti. Infatti, il modello potrebbe non essere visualizzato correttamente se si rappresentano insieme tutte le frecce tra gli elementi; si preferisce allora indicare

solo una freccia dal componente  $C_j$  al componente  $C_i$  se nel blocco  $A_{ij}$  ci sono elementi non nulli. Con questo criterio, il modello di rete finale è come mostrato in Figura 16.

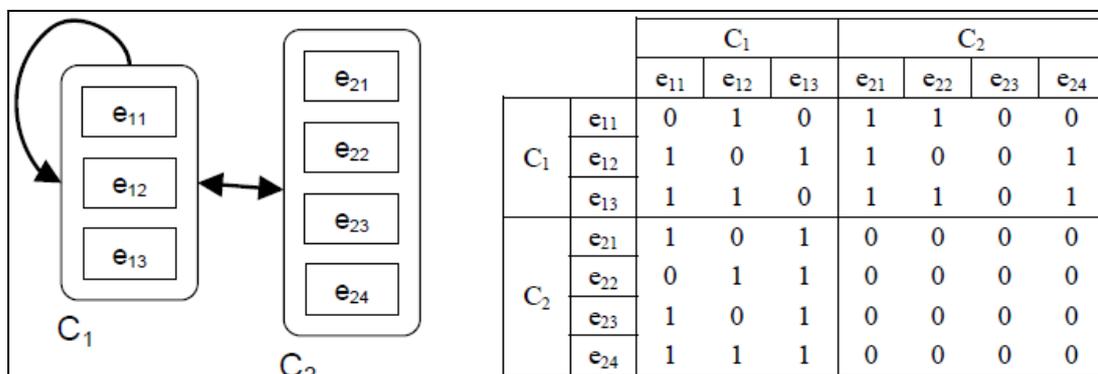


Figura 16.- Modello in rete finale

### 2.2.2 Calcolo delle priorità tra gli elementi

Dopo aver determinato i componenti e gli elementi della rete, così come le relazioni tra loro, il passo successivo è quello di determinare le priorità relative tra gli elementi. Per questo si può procedere con l'assegnazione diretta dei pesi, ma il metodo più comune è quello per approccio indiretto attraverso l'allocazione delle *matrici di comparazione a coppie tra gli elementi*.

Una matrice di confronto a coppie tra gli elementi associata ad un elemento della rete data è quella le cui righe e colonne sono formate da tutti gli elementi della rete appartenenti a uno stesso componente che influenza il dato elemento. Ci saranno quindi tante matrici di comparazione a coppie tra elementi associate ad un elemento di rete, quanti sono i gruppi di elementi appartenenti allo stesso componente che influenza tale elemento.

La procedura per completare le matrici di confronto a coppie nell'ANP è simile a quello che si realizza nell'AHP, ma cambia la domanda che si formula per riempire le voci di dette matrici, perché nell'ANP si introduce il concetto di *dominanza*. Secondo Saaty (2001), "posizione dominante" di un elemento significa una influenza rispetto ad una determinata proprietà. Questo concetto, secondo Saaty

(2005), di solito si interpreta come *importanza* nel confronto tra i criteri e come *preferenza* quando si confrontano le alternative sulla base di criteri. Può anche essere interpretata come una *probabilità*.

Di conseguenza, la questione in ANP dovrebbe essere formulata nel seguente modo: "*Data una certa proprietà e dati una coppia di elementi di un componente che influenzano un terzo elemento dello stesso o di un altro componente, ci si chiede quanto ciascuno dei due membri della coppia domina il terzo elemento rispetto a quella proprietà?*". La scala fondamentale di Saaty è utilizzata per rispondere a questa domanda e per completare le voci nelle matrici di confronto a coppie.

Dopo aver eseguito ai confronti tra gli elementi delle matrici di confronto a coppie, occorre verificare la coerenza dei giudizi di ogni matrice. Il rapporto di Consistenza (CR), serve per misurare in che misura i giudizi sono stati coerenti relativamente a grandi campioni di giudizi puramente casuali.

L'autovalore massimo fornisce una misura di consistenza della stima del vettore dei pesi relativi, in quanto direttamente collegato al grado di coerenza del decisore. Resta, a questo punto, il problema di stabilire se i pesi ricavabili dalla rispecchiano i giudizi di chi ha effettuato i confronti. Il seguente indice di consistenza (CI, consistency index) consente di misurare lo scarto complessivo tra questi due insiemi di valori:

$$CI = (\lambda_{max} - n) / (n-1)$$

Nel caso di consistenza perfetta CI è uguale a zero: quando la matrice A è perfettamente consistente, l'autovalore principale  $\lambda_{max}$  è infatti uguale a n; al crescere dell'inconsistenza, il valore di CI aumenta.

In realtà una matrice è perfettamente consistente solo se mette in rapporto tra di loro delle misure oggettive (ad esempio delle misure di lunghezza oppure di peso e capacità). Ma sarebbe poco realistico pensare che ciò avvenga anche in questi casi di valutazioni personali. Le valutazioni sono sufficientemente coerenti se il rapporto di consistenza è inferiore a 0,1.

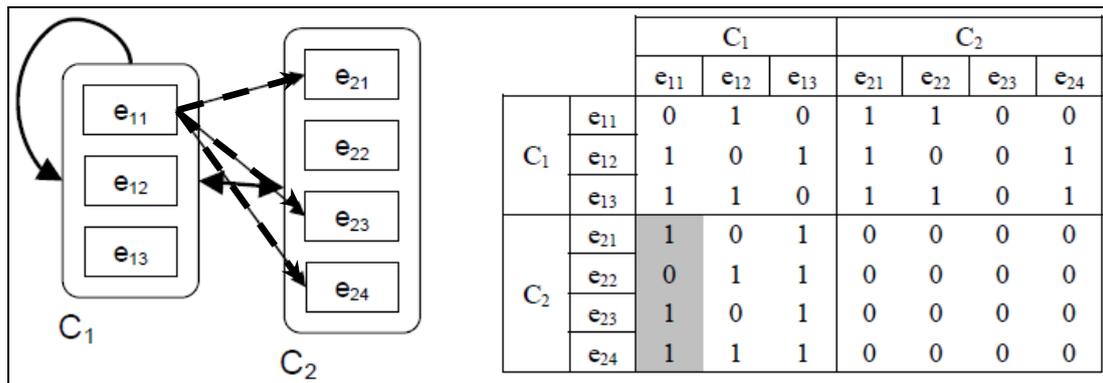
L'indice CI è confrontato con l'indice RI (random index). Questo secondo indice si calcola effettuando la media dei valori di CI di numerose matrici reciproche dello stesso ordine, i cui coefficienti vengono generati in modo random (cioè casuale) da un computer. Il rapporto di consistenza (CR – Consistency Ratio) deriva dalla seguente formula:

$$CR = CI/RI.$$

Se CR è maggiore di 0,10 la deviazione dalla condizione di consistenza perfetta viene giudicata inaccettabile, in questo caso è necessario modificare i giudizi espressi. Se il rapporto di consistenza risulta inferiore a 0,10 può invece essere accettato.

Infine, si determina l'autovettore associato all'autovalore dominante di ogni matrice (*autovettore principale*), le cui voci sono i valori di dominanza relativa degli elementi. È importante normalizzare l'autovettore principale risultante in modo che la somma dei suoi valori sia unitaria. Inoltre, dato che può accadere che solo alcuni elementi di un componente influiscano su un elemento della rete data, il vettore dei pesi di dominanza relativa degli elementi componenti del dato dovrà essere completato con valori nulli in corrispondenza degli elementi del componente che non influenzano l'elemento in esame. Solo in tal modo la dimensione del vettore delle priorità corrisponderà al numero di elementi che contiene il componente.

Al fine di chiarire i concetti presentati in questa fase dell'applicazione della metodologia ANP, si proseguirà lo sviluppo dell'esempio precedente e si spiegherà come ottenere il vettore dei pesi di dipendenza relativa degli elementi del componente C2 sull'elemento e11 del componente C1. Il rapporto di influenza a cui si riferisce è quello rappresentato nel modello di rete in Figura 17 tramite frecce tratteggiate. Nella matrice di dipendenza interfattoriale di Figura 17 i rapporti di influenza sono invece evidenziati tramite lo sfondo grigio.



**Figura 17.- Dominanza degli elementi del componente C2 sull'elemento e11**

La matrice di confronto a coppie per questa relazione è riportata nella tabella 5. Nella matrice di confronto a coppie si considerano solamente elementi che possiedono valori non nulli nella colonna della matrice di dipendenza interfattoriale in considerazione, la colonna che rappresenta la relazione tra gli elementi di un particolare componente della rete sull'elemento analizzato.

Le uniche influenze sull'elemento e11 sono date da e21, e23 ed e24, elementi del componente C2, per cui l'elemento e22 non è incluso nella Tabella 4.

**Tabella 4.- Matrice di confronto a coppie associata alla dominanza degli elementi del componente C2 sull'elemento e11**

e <sub>11</sub>	e <sub>21</sub>	e <sub>23</sub>	e <sub>24</sub>
e <sub>21</sub>			
e <sub>23</sub>			
e <sub>24</sub>			

Le domande da porsi per completare le voci nella tabella 5 hanno la seguente struttura: "Dati due elementi del componente C2 che influenzano l'elemento e11 del componente C1, quanto influisce sull'elemento e11 il primo elemento più del secondo?". La scala fondamentale di Saaty servirà per rispondere alle domande con

valori compresi tra 1/9 e 9 per indicare il grado di dominanza relativa tra coppie di elementi del componente C2 che influenzano l'elemento e11.

Dopo aver completato tutte le voci nella matrice di confronto a coppie e aver verificato la coerenza dei giudizi nel rapporto di consistenza, si calcola l'autovalore dominante della matrice e l'autovettore ad esso associato. Questo autovettore è il vettore dei pesi di influenza relativa degli elementi del componente C2 sull'elemento e11 del componente C1. Sarà un vettore colonna che, dopo la normalizzazione (necessaria affinché la somma dei suoi elementi sia unitaria), può essere indicato come:

$$\begin{bmatrix} w_{21,11} \\ w_{23,11} \\ w_{24,11} \end{bmatrix}$$

dove  $w_{ii,jj}$  è il peso relativo attribuito all'influenza dell'elemento  $e_{ii}$  sull'elemento  $e_{jj}$ . Risulta conveniente completare con le voci nulle il vettore dei pesi per quegli elementi che non hanno alcuna influenza; (per esempio, in questo caso per l'elemento e22); allora il vettore diventa:

$$\begin{bmatrix} w_{21,11} \\ 0 \\ w_{23,11} \\ w_{24,11} \end{bmatrix}$$

Quando il vettore di priorità relative è completo, la dimensione del vettore è uguale al numero di elementi contenuti nel componente in studio, in questo caso quattro. Questo facilita l'inserimento del vettore nella supermatrice ponderata.

Gli altri vettori di priorità relativa tra gli elementi sono determinati nello stesso modo. Si ottengono così tanti vettori priorità tra gli elementi, e sarà quindi possibile costruire tante matrici di confronto a coppie, quante sono le colonne con valori non nulli contenute nei blocchi della matrice di dipendenza interfattoriale della rete. La matrice di dipendenza interfattoriale permette di guidare il processo di

ottenimento dei vettori delle priorità tra gli elementi, perché basta procedere colonna per colonna all'interno dei blocchi della matrice per assicurarsi che si costruiscano tutte le matrici di comparazione a coppie della rete. Inoltre, facendo attenzione alle voci non nulle della matrice di dipendenza interfattoriale risulta facile determinare gli elementi che si includono in ogni matrice di confronto a coppie del modello.

### **2.2.3 Costruire la supermatrice ponderata**

Una *supermatrice* è una matrice bidimensionale degli elementi, raggruppati per componenti, che rappresenta l'influenza degli elementi di una rete sugli altri elementi della rete stessa (Saaty, 2001). Questo nuovo concetto è una delle principali caratteristiche dell'ANP che la differenzia dall'AHP. I valori di una supermatrice raccolgono i pesi dell'influenza relativa degli elementi situati nelle righe della matrice sugli elementi situati nelle colonne.

Con i vettori delle priorità tra gli elementi della rete, calcolati nella fase precedente della metodologia attraverso la formazione di matrici di comparazione a coppie tra gli elementi, è possibile costruire la cosiddetta *supermatrice non ponderata*. La tabella 5 mostra il generico aspetto di una supermatrice non ponderata.

**Tabella 5.- Supermatrice non ponderata**

		$C_1$				$C_2$				...	$C_m$			
		$e_{11}$	$e_{12}$	...	$e_{1n_1}$	$e_{21}$	$e_{22}$	...	$e_{2n_2}$		$e_{m1}$	$e_{m2}$	...	$e_{mn_m}$
$C_1$	$e_{11}$	$W_{11}$				$W_{12}$				...	$W_{1m}$			
	$e_{12}$													
	...													
	$e_{1n_1}$													
$C_2$	$e_{21}$	$W_{21}$				$W_{22}$				...	$W_{2m}$			
	$e_{22}$													
	...													
	$e_{2n_2}$													
...		...				...				...	...			
$C_m$	$e_{m1}$	$W_{m1}$				$W_{m2}$				...	$W_{mm}$			
	$e_{m2}$													
	...													
	$e_{mn_m}$													

In questa:

$C_h$  sono i componenti del sistema ( $h=1, 2, \dots, m$ )

$n_h$  è il numero di elementi che contiene il componente  $C_h$

$e_{h_1}, e_{h_2}, \dots, e_{hn_h}$  sono gli elementi del componente  $C_h$

$W_{ij}$  si chiama *blocco della matrice non ponderata*, che ha la forma mostrata in Tabella 6.

**Tabella 6.- Blocco  $W_{ij}$  della supermatrice non ponderata**

		$C_j$			
		$e_{j1}$	$e_{j2}$	...	$e_{jn_j}$
$C_i$	$e_{i1}$	$w_{i1,j1}$	$w_{i1,j2}$	...	$w_{i1,jn_j}$
	$e_{i2}$	$w_{i2,j1}$	$w_{i2,j2}$	...	$w_{i2,jn_j}$
	...	...	...	...	...
	$e_{in_i}$	$w_{in_i,j1}$	$w_{in_i,j2}$	...	$w_{in_i,jn_j}$

I termini  $w_{ii,jj}$  di un blocco della supermatrice non ponderata rappresentano il peso relativo dell'influenza che ha il termine  $e_{ii}$  del componente  $C_i$  sull'elemento  $e_{jj}$  del componente  $C_j$ . Pertanto, ogni colonna dei blocchi della supermatrice non ponderata è un vettore normalizzato delle priorità tra gli elementi che sono stati calcolati nella fase precedente della metodologia.

Il compito di costruire la supermatrice non ponderata non risulta di grande difficoltà, tranne che nel prestare particolare cura quando si inseriscono i vettori delle priorità tra gli elementi nella loro corretta posizione all'interno della supermatrice. Occorre ricordare che una supermatrice raccoglie l'influenza degli elementi in riga sugli elementi in colonna e che un vettore di priorità tra gli elementi riflette i pesi dell'influenza relativa degli elementi di un componente su un elemento particolare dello stesso componente o di un altro componente della rete. Con queste due premesse, e con l'aiuto della matrice di dipendenza interfattoriale determinata analizzando le influenze presenti nella rete, non ci dovrebbe essere alcun problema per costruire correttamente la supermatrice non ponderata.

Tornando all'esempio, si era arrivati a determinare il vettore normalizzato dell'influenza relativa degli elementi del componente  $C_2$  sull'elemento  $e_{11}$  del componente  $C_1$ . La posizione corretta del vettore nella supermatrice non ponderata è illustrato nella Figura 18. Si osserva che le voci nulle nella matrice di dipendenza interfattoriale sono conservati nella supermatrice non ponderata.

		C <sub>1</sub>			C <sub>2</sub>						C <sub>1</sub>			C <sub>2</sub>				
		e <sub>11</sub>	e <sub>12</sub>	e <sub>13</sub>	e <sub>21</sub>	e <sub>22</sub>	e <sub>23</sub>	e <sub>24</sub>			e <sub>11</sub>	e <sub>12</sub>	e <sub>13</sub>	e <sub>21</sub>	e <sub>22</sub>	e <sub>23</sub>	e <sub>24</sub>	
C <sub>1</sub>	e <sub>11</sub>	0	1	0	1	1	0	0	⇒	e <sub>11</sub>								
	e <sub>12</sub>	1	0	1	1	0	0	1		e <sub>12</sub>								
	e <sub>13</sub>	1	1	0	1	1	0	1		e <sub>13</sub>								
C <sub>2</sub>	e <sub>21</sub>	1	0	1	0	0	0	0	e <sub>21</sub>	w <sub>21,11</sub>								
	e <sub>22</sub>	0	1	1	0	0	0	0	e <sub>22</sub>	0								
	e <sub>23</sub>	1	0	1	0	0	0	0	e <sub>23</sub>	w <sub>23,11</sub>								
	e <sub>24</sub>	1	1	1	0	0	0	0	e <sub>24</sub>	w <sub>24,11</sub>								

**Figura 18.- Supermatrice non ponderata costruita a partire dalla matrice di dipendenza interfattoriale**

Per poter determinare i pesi delle priorità globali degli elementi della rete a partire dalla supermatrice non ponderata, che riflette i pesi delle priorità relative, è necessario convertire precedentemente la supermatrice non ponderata in una matrice stocastica per colonne, cioè nella quale per ciascuna colonna la somma dei valori sia unitaria.

### 2.2.4 Calcolare le priorità tra i componenti

Le priorità relative tra i componenti possono essere calcolate mediante assegnazione diretta dei pesi o assegnazione indiretta mediante l'approccio di *matrici di confronto a coppie tra componenti*.

Una matrice di confronto a coppie tra i componenti associata ad un componente della rete data presenta righe e colonne formate da tutti i componenti della rete che influenzano il dato componente. Ci saranno tante matrici di confronto a coppie tra i componenti del modello quanti sono i gruppi di componenti che influenzano qualsiasi altro componente della rete.

La procedura per completare le matrici di confronto a coppie tra i componenti nell'ANP è la stessa mostrata per completare le matrici di confronto a coppie tra gli elementi. La domanda che deve ora essere formulata è la seguente: *"Data una certa*

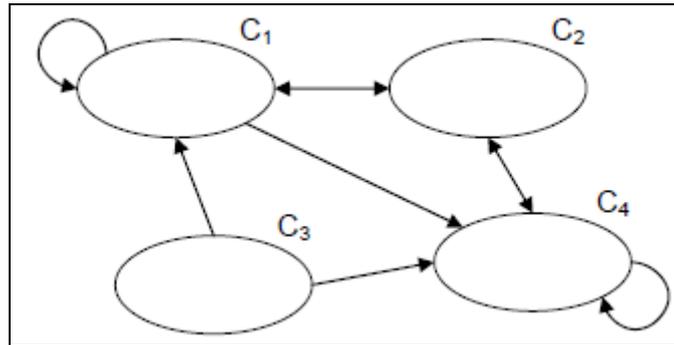
*proprietà e data una coppia di componenti della rete che influenzano un terzo componente, quanto uno dei due componenti della coppia influenza il terzo componente più dell'altro (rispetto a quella proprietà)?"*.

Dopo aver effettuato il confronto tra i componenti delle matrici di confronto a coppie, si deve verificare la coerenza dei giudizi emessi di ogni matrice calcolando il rapporto di consistenza corrispondente, il cui valore deve essere inferiore a 0,10 per essere accettato.

Infine, si determina l'autovettore associato all'autovalore dominante di ogni matrice (autovettore principale), le cui voci sono le priorità di dominanza relativa dei componenti.

È importante normalizzare l'autovettore principale risultante in modo che la somma delle sue voci sia unitaria. Inoltre, dato che può verificarsi il caso in cui solo alcuni componenti della rete influenzino un determinato componente, il vettore dei pesi di dominanza relativa dei componenti della rete sul componente dato deve essere completato con i valori nulli per quei componenti della rete che non influiscono sul componente considerato, in modo che la dimensione del vettore delle priorità corrisponda al numero di componenti effettivamente presenti nella rete.

Per chiarire i concetti presentati, si ritorna nuovamente all'esempio precedente, al quale però occorre aggiungere altri componenti nella rete per poter aumentare le matrici di confronto a coppie tra i componenti. Così alla rete iniziale, formata da due soli componenti  $C_1$  e  $C_2$  con le relazioni analizzate nella prima fase della metodologia, supponiamo di aggiungere i componenti e le relazioni mostrati in Figura 19.



**Figura 19.- Modello in rete ampliato**

La matrice di confronto a coppie corrispondente a questa relazione è riportata nella tabella 7. Seguendo i criteri nella direzione delle frecce, sul componente  $C_1$  hanno influenza solo i componenti  $C_1, C_2$  e  $C_4$ , dato che escono frecce che provengono dal componente  $C_1$  diretti verso questi componenti, e perciò il componente  $C_3$  non è incluso nella Tabella 7.

**Tabella 7.- Matrice di confronto a coppie associata alla dominanza dei componenti della rete sul componente C1**

$C_1$	$C_1$	$C_2$	$C_4$
$C_1$			
$C_2$			
$C_4$			

Le domande da porsi per completare le voci nella tabella 8 avranno la seguente struttura: "Dati due componenti della rete che influenzano il componente  $C_1$  (per esempio  $C_1$  stesso e  $C_2$ ), quanto il primo componente (lo stesso  $C_1$ ) influenza  $C_1$  più del secondo componente ( $C_2$ )?". La scala fondamentale di Saaty servirà per rispondere alle domande con valori compresi tra 1/9 e 9 per indicare il grado di dominanza relativa tra coppie di componenti della rete che influenzano la componente  $C_1$ .

Dopo aver completato tutte le voci nella matrice di confronto a coppie ed aver verificato la coerenza dei giudizi con il rapporto di consistenza, si calcola l'autovalore dominante della matrice e l'autovettore ad esso associato. Questo autovettore è il vettore dei pesi dell'influenza relativa dei componenti della rete sul componente C1. Esso sarà un vettore colonna:

$$\begin{bmatrix} w_{1,1} \\ w_{2,1} \\ w_{4,1} \end{bmatrix}$$

Dove  $w_{i,j}$  è il peso relativo dell'influenza del componente  $C_i$  sul componente  $C_j$ . Risulta conveniente completare con valori nulli il vettore dei pesi per quei componenti che non hanno influenza, come in questo caso il componente  $C_3$ , per cui il vettore sarà:

$$\begin{bmatrix} w_{1,1} \\ w_{2,1} \\ 0 \\ w_{4,1} \end{bmatrix}$$

Quando il vettore delle priorità relative è riempito con gli zeri, il vettore è di dimensione uguale al numero di componenti presenti nella rete, in questo caso quattro. Questo facilita il calcolo della *supermatrice ponderata*.

I restanti vettori di priorità relativa tra i componenti sono determinati nello stesso modo. Si ottengono così tanti vettori di priorità tra i componenti, e pertanto si costruiscono tante matrici di confronto a coppie, quanti sono i blocchi in colonna non nulli contenuti nella matrice di dipendenza interfattoriale della rete. La matrice di dipendenza interfattoriale permette anche di guidare il processo di ottenimento dei vettori di priorità tra i componenti perché basta semplicemente procedere secondo le colonne dei blocchi della matrice per garantire che si costruiscano tutte le matrici di confronto a coppie del modello in rete. Inoltre, facendo attenzione ai blocchi non

nulli nelle colonne della matrice di dipendenza interfattoriale, risulta facile determinare quali componenti sono inclusi in ogni matrice di confronto a coppie della rete.

### **2.2.5 Ottenere la supermatrice ponderata**

Prima di essere elevata a potenza, la supermatrice non pesata deve essere trasformata in una matrice stocastica per colonne, cioè le cui colonne abbiano la somma dei loro valori unitaria, in modo che le potenze successive della supermatrice convergano. Il primo passo è quello di calcolare la *supermatrice ponderata*.

In generale, la supermatrice non pesata non è infatti stocastica. Questo perché le sue colonne sono formate da più vettori di priorità relativa tra gli elementi normalizzati, aventi una somma dei valori unitaria. Di conseguenza, la somma di ogni colonna della supermatrice non ponderata è uguale al numero di vettori di priorità non nulli che contiene; tale somma in generale è diversa da uno. Per ottenere la supermatrice ponderata si utilizzano i vettori delle priorità tra componenti calcolati nella fase precedente della applicazione della metodologia. Dato un vettore  $[w_{1,i}, w_{2,i}, \dots, w_{m,i}]^T$  dei pesi dell'influenza relativa degli  $m$  componenti della rete su un componente  $C_i$  dato, si moltiplicano le voci del vettore per i blocchi corrispondenti della supermatrice non ponderata, cioè si moltiplica il peso  $w_{1,i}$  per tutte le voci del blocco  $W_{1i}$ , il peso  $w_{2,i}$  per tutte le voci del blocco  $W_{2i}$ , etc. Ripetendo questo processo per tutti i componenti della rete  $C_1, C_2, \dots, C_m$  si ottiene, infine, la supermatrice ponderata, che ha l'aspetto mostrato in tabella 8.

**Tabella 8.- Supermatrice ponderata**

		$C_1$				$C_2$				...	$C_m$			
		$e_{11}$	$e_{12}$	...	$e_{1n_1}$	$e_{21}$	$e_{22}$	...	$e_{2n_2}$		$e_{m1}$	$e_{m2}$	...	$e_{mn_m}$
$C_1$	$e_{11}$	$w_{1,1} \cdot W_{11}$				$w_{1,2} \cdot W_{12}$				...	$w_{1,m} \cdot W_{1m}$			
	$e_{12}$													
	...													
	$e_{1n_1}$													
$C_2$	$e_{21}$	$w_{2,1} \cdot W_{21}$				$w_{2,2} \cdot W_{22}$				...	$w_{2,m} \cdot W_{2m}$			
	$e_{22}$													
	...													
	$e_{2n_2}$													
...		...				...				...	...			
$C_m$	$e_{m1}$	$w_{m,1} \cdot W_{m1}$				$w_{m,2} \cdot W_{m2}$				...	$w_{m,m} \cdot W_{mm}$			
	$e_{m2}$													
	...													
	$e_{mn_m}$													

Si precisa che la procedura descritta non è un modo forzato di convertire la supermatrice non ponderata in una matrice stocastica, ma è proprio il modo naturale di farlo, perché gli elementi sono confrontati tra loro per ottenere i pesi di importanza relativa e sono necessarie le informazioni sui componenti a cui appartengono per determinare i loro pesi d'importanza globale rispetto al resto degli elementi degli altri componenti della rete.

### 2.2.6 Ottenere la supermatrice ponderata

Al fine di approfondire questo procedimento, si deve dire che potrebbe accadere che alcune colonne della supermatrice ponderata abbiano come somma dei valori un valore più basso dell'unità dopo aver moltiplicato i vettori di priorità tra

componenti per blocchi corrispondenti della supermatrice non ponderata. In questo caso le colonne interessate devono essere rinormalizzate. La ragione per cui una colonna della supermatrice ponderata associata ad un dato elemento non ha come somma dei valori l'unità, è che ci siano alcuni componenti della rete che influenzano il componente a cui appartiene l'elemento dato, ma non tutti gli elementi di uno dei componenti hanno influenza sul dato elemento. Questa situazione si riflette nella supermatrice non ponderata come un blocco non nullo contenente una colonna nulla.

### **2.2.7 Determinare la supermatrice limite**

Dopo aver ottenuto la supermatrice ponderata stocastica, le cui colonne hanno per somma dei valori l'unità, è possibile determinare la *supermatrice limite*. La procedura è semplice: elevare la supermatrice ponderata stocastica a potenze successive fino a che i valori non convergano e rimangono stabili. Quando si raggiunge questa condizione, tutte le colonne della supermatrice limite sono uguali e tali valori indicano la priorità globale di tutti gli elementi presenti nella rete.

Il fatto di prendere il limite della supermatrice ponderata stocastica è giustificata dalla necessità di catturare la trasmissione di influenza in tutte le possibili relazioni del modello in rete. Le voci della supermatrice ponderata stocastica hanno influenze dirette tra gli elementi di rete, ma un elemento può anche influire indirettamente su un secondo elemento attraverso la sua influenza nei confronti di terzi. Influenze indirette di coppie di elementi attraverso un terzo elemento intermedio si ottengono elevando al quadrato la supermatrice ponderata stocastica. D'altra parte, l'influenza di un elemento rispetto ad un altro può verificarsi quando si considera l'influenza di un terzo elemento che influenza un quarto, che, a sua volta, influenza il secondo. Questo tipo di influenza si evidenzia elevando al cubo la supermatrice ponderata stocastica. Procedendo in questo modo si ottiene una sequenza infinita di supermatrici di influenza, indicata con  $W^k$  ( $k = 1, 2, 3, \dots, \infty$ ), della quale interessa il limite per  $k$  che tende all'infinito.

Di solito il limite della supermatrice ponderata stocastica è unico, ma può capitare di entrare in un processo ciclico in cui ci sono diverse supermatrici limite. In questa situazione, le priorità globali degli elementi del sistema sono calcolati come media aritmetica dei valori delle varie supermatrici limite.

Se si desidera conoscere la priorità globale delle alternative del problema decisionale, in modo da disporle in ordine decrescente d'interesse, basta guardare i valori di una qualsiasi colonna della supermatrice limite corrispondente alle righe associate alle alternative. Questi valori non hanno come somma 1, ma possono essere normalizzati.

## 2.3 Confronto AHP/ANP

Per concludere l'argomento, si confrontano AHP e ANP al fine di fornire al decisore lo strumento più adeguato per risolvere il suo problema decisionale. Entrambi i metodi servono per affrontare contesti decisionali in cui si dispone di scarse informazioni o nei quali si considerino variabili qualitative. L'utilizzo di un metodo o dell'altro dipende, dunque, dalla complessità del problema, dalla presenza di interdipendenze tra le variabili esplicative, dal grado desiderato di approssimazione del modello alla realtà e dal tempo a disposizione per arrivare a una decisione.

I **vantaggi** che presenta l'ANP rispetto all'AHP sono i seguenti:

- l'ANP è la generalizzazione dell'AHP e permette di affrontare problemi più complessi.
- la flessibilità di un modello in rete permette la rappresentazione di qualsiasi problema decisionale senza la preoccupazione di dover decidere quale criterio sia gerarchicamente dipendente da un altro; ciò permette una maggiore creatività al decisore e si traduce in un modello più realistico e naturale;

- l'ANP permette di rappresentare interdipendenze e rialimentazioni (relazioni auto-riferite) tra elementi e componenti del sistema, il che lo rende uno strumento molto potente e adeguato per affrontare problemi decisionali multi-criterio;
- l'utilizzo dell'AHP è raccomandato solo se si può assumere e verificare l'indipendenza tra gli elementi di uno stesso livello della gerarchia;
- i risultati dell'ANP sono più obiettivi e precisi di quelli dell'AHP.

A fronte dei vantaggi descritti, l'ANP presenta alcuni inconvenienti, o **svantaggi**, rispetto all'AHP. Infatti, la modellizzazione del problema tramite ANP risulta più complessa e richiede più tempo e maggiori risorse:

- nella determinazione delle variabili del sistema e delle sue relazioni;
- nell'ottenimento delle priorità globali delle alternative
- nella esecuzione dei calcoli per la risoluzione

L'ANP è una metodologia di risoluzione di problemi multi-criterio e multi-esperto (MCDA) che permette di elaborare modelli di problemi decisionali e facilita la loro risoluzione partecipativa e la ricerca del consenso. Si raccomanda l'ANP per elaborare modelli di problemi di sviluppo relazionati con la sostenibilità perché:

- si può applicare disponendo di informazioni quantitative o qualitative;
- si può utilizzare in situazioni di informazioni incomplete o incerte;
- si basa su giudizi relativi e non assoluti;
- consente di analizzare e considerare le relazioni tra tutti gli elementi del problema;
- garantisce trasparenza e tracciabilità dell'intero processo decisionale.

## **3 Caso studio**

### **3.1 Introduzione**

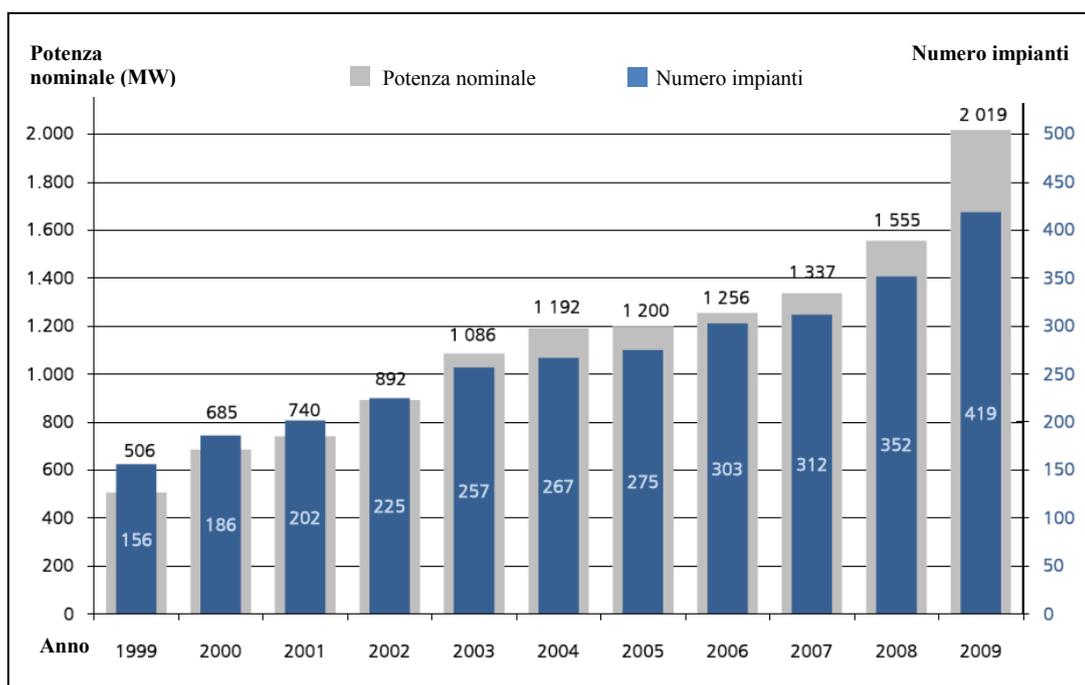
In Italia l'uso delle fonti rinnovabili (vento, sole, biomasse, etc.) per scopi energetici è stata fortemente promossa negli ultimi dieci anni. Per esempio, secondo il Gestore dei Servizi Energetici (GSE, 2009), la produzione totale di energia da fonti rinnovabili in Italia è passata da 51.665 GWh nel 1999 a 69.330 GWh nel 2009.

Questa evoluzione ha avuto il continuo supporto incentivante di Stato e Regioni per influenzare lo sviluppo di questo mercato, anche se il regime di incentivazione ha subito negli anni diverse modifiche. . La Legge Finanziaria del 2008 ha fissato l'obiettivo di ottenere da fonti rinnovabili il 25% dell'intera produzione nazionale entro il 2012.

La Legge Finanziaria del 2008 ha in pratica portato a importanti investimenti nel settore del fotovoltaico (PV), molto in voga negli ultimi anni, con un grande risultato economico: l'Italia ha visto una crescita del 124% in investimenti in energie pulite nel 2010, il terzo più alto tra i membri del G-20. Il sessanta per cento (\$ 8,6 miliardi) degli investimenti in energie pulite compiuti dai Paesi del G-20 nel 2010 sono state dirette verso progetti di solare di piccole dimensioni (Il Pew Charitable Trusts G-20 Report, 2010).

Tuttavia con il fotovoltaico l'Italia non ha raggiunto gli obiettivi che erano nello spirito della legge: riduzione dei gas effetto serra (Greenhouse Gas, GHG), aumento della produzione nazionale per l'autosufficienza energetica, sviluppo del settore dell'energia, creazione di occupazione stabile, riduzione della produzione di energia da combustibili fossili con lo sviluppo di fonti rinnovabili. La prova di ciò è il fatto che è stato necessario equilibrare il sistema di incentivazione delle fonti energetiche rinnovabili negli ultimi anni per adattarlo al contesto economico attraverso una serie di decreti ministeriali.

Per il caso particolare degli impianti alimentati da biomasse, la Figura 20 mostra una variazione nettamente meno rapida finora sia nel numero di impianti che di capacità di generazione totale installata. Tuttavia, la biomassa dovrebbe essere la prossima fonte rinnovabile con il più forte sviluppo tecnologico e di investimento (Demirbas et al., 2009). Ciò è dovuto al nuovo sistema di incentivi di cui si è detto, che ha portato ad un significativo aumento della competitività degli impianti a biomassa.



**Figura 20.- Evoluzione degli impianti alimentati a biomassa in Italia dal 1999 al 2009 (GSE, 2009)**

Attualmente l'energia elettrica prodotta da impianti alimentati a biomasse entrati in esercizio dopo il 31 dicembre 2007 è incentivato per un periodo di 15 anni come segue (Legge Finanziaria, 2008):

- per impianti di potenza superiore a 1 MWe, sono emessi Certificati Verdi con un prezzo, riferito al MWh elettrico, pari alla differenza tra 180 €/MWh (valore di riferimento) ed il valore medio annuo del prezzo di cessione dell'energia elettrica

definito dall'Autorità per l'Energia Elettrica e il Gas. Nel 2010 tale prezzo è stato di 112,82 €/MWh, al netto di IVA (Fonte: GSE).

- per impianti inferiori a 1 MWe la produzione di energia elettrica è incentivata con un sistema omnicomprensivo fisso pagato per ogni kWh prodotto (0,28 €/kWh).

Sebbene tra il 1999 e il 2009 la potenza media degli impianti a biomassa vegetale sia cresciuto da 3,2 MWe a 4,8 MWe (GSE, 2009), questo sistema di incentivazione era stato pensato per favorire gli investimenti in centrali elettriche di piccole dimensioni (inferiori a 1 MWe), alimentate a biomassa solida. Pertanto, l'oggetto di questo studio rientra nello spirito iniziale del sistema di incentivazione italiano e ci si concentrerà su piccoli impianti a biomasse solide (alimentati con rifiuti provenienti da potatura, colture dedicate, rifiuti agro-industriali, ecc.)

## **3.2 Impianti a biomassa come progetti d'investimento**

Gli impianti alimentati a biomassa generalmente sono finanziati da capitale di rischio, investitori o proprietari delle fonti di biomassa. Attualmente gli investitori di capitali di rischio sono i promotori principali (Couture e Gagnon, 2010). Tuttavia sarebbe opportuno considerare le lezioni apprese dalla cosiddetta "bolla fotovoltaica", ormai diventata la "bolla verde", per quanto riguarda l'evoluzione prevedibile del settore produzione di energia da biomassa. Secondo alcuni autori (P. Aragonés-Beltrán et al., 2010), i ripetuti cambiamenti nella politica energetica introdotti dalle amministrazioni pubbliche (nazionali, regionali, locali, etc.), nella legislazione generale e specifica, influenzano lo sviluppo delle energie rinnovabili in quanto sono visti come un rischio per dagli investitori. Per ovviare a questo problema, i legislatori dovrebbero progettare un nuovo sistema di incentivi per impianti a biomasse in modo da garantire progetti di investimento non solo sulla base

di criteri economici, ma anche sulla base di criteri di sostenibilità. Per questo motivo, in questo lavoro si propone una metodologia per rivedere il sistema degli incentivi, applicata al caso particolare della legge finanziaria italiana. L'obiettivo è che gli investitori scelgano i progetti tenendo conto di tutti i diversi aspetti (politico, sociale, tecnologico, ambientale): si tratta quindi di una scelta multi-dimensionale.

Al riguardo esiste una vasta letteratura, che riguarda progettazione, pianificazione e politiche nel campo delle energie rinnovabili e sostenibili. Secondo J.R. San Cristóbal (2011), la selezione del miglior progetto richiede che diversi gruppi di decisori siano coinvolti nel processo e che l'elaborazione delle politiche per la sostituzione di energia da combustibili fossili con quella da energie rinnovabili debba essere affrontata in un contesto multi-criterio. Del resto l'applicabilità delle metodologie di analisi multi-criteriale nella pianificazione energetica sostenibile sono già state dimostrate (Kowalski et al., 2009; Pohekar e Ramachandran, 2003).

La ricerca in letteratura è stata quindi focalizzata sull'uso di tecniche multi-criteriali applicate a questo campo. Tra tutte le tecniche multi-criterio, alcuni approcci si basano su tecniche di outranking (o superamento in grado) come PROMETHEE I e II: questi sono stati usati da Cavallaro e Ciraolo, nel 2005, per valutare la fattibilità di impianti eolici su un'isola italiana. Inoltre, Haralambopoulos e Polatidis (2003) li hanno applicati ai progetti di impianti geotermici situati nell'isola greca di Chios, per trovare il compromesso tra fattori contrastanti con diversi gruppi di decisori coinvolti nel processo.

Altri approcci MCDA usano la già citata Analytic Hierarchy Process (Saaty, 1996), basata su confronti a coppie, ormai accettata come una delle principali tecniche per i modelli decisionali multi-criterio (Leskinen, 2007). Hatzimouratidis e Pilavachi (2009), lo hanno applicato per analizzare gli impatti positivi e negativi di funzionamento delle centrali elettriche (2008), per lo studio di valutazioni tecnologiche, economiche e sostenibili di diversi tipi di centrali elettriche. Datta et al. (2011) hanno usato l'AHP per sottolineare i fattori più critici nella scelta di energie "verdi" e per scegliere la migliore tecnologia per ridurre le emissioni di gas serra; Kahraman et al. (2009) hanno sottolineato come la scelta della migliore alternativa

---

per qualunque Paese assuma un ruolo importante per gli investimenti energetici; mentre Shen et al. (2011) hanno proposto un portafoglio di fonti energetiche rinnovabili per raggiungere gli obiettivi di politica energetica, ambientale ed economica. Anche se esistono molte altre pubblicazioni nel campo delle energie rinnovabili, non è stata trovata nessuna ricerca sulla progettazione del sistema degli incentivi. Le tecniche di MCDA citate funzionano bene sotto l'ipotesi di indipendenza dei criteri. Tuttavia, i diversi aspetti che devono essere considerati per raggiungere gli obiettivi di legge sono dipendenti l'uno dall'altro per loro natura. Perciò in questo lavoro ci si propone di utilizzare il processo analitico in rete (ANP) come metodologia per dare priorità ai diversi tipi di impianti alimentati da biomassa.

Nel caso studio la metodologia ANP è utilizzata sia come strumento di esplorazione per comprendere il problema prima di svilupparne il modello decisionale. Per questa ragione sono proposti due diversi modelli: da un lato, l'attuale sistema degli incentivi e la sua procedura di valutazione (modello 1); dall'altro si suggerisce un nuovo sistema di incentivi e una nuova procedura di valutazione dei progetti (modello 2) al fine di promuovere quelli più sostenibili.

### **3.3 Processo decisionale e approccio del modello**

#### **ANP**

La metodologia di modellazione seguita nello studio è stata suddivisa in tre fasi: analisi del problema, sintesi e valutazione (vedi Figura 21). Lo studio è stato sviluppato (sotto la supervisione della Prof. M. García Melón, esperta di Teorie Decisionali Multicriterio, presso l'Università Politecnica di Valencia, e del suo gruppo di ricerca) dallo scrivente, con il supporto esterno di due esperti nella gestione ed esecuzione di progetti di impianti di produzione di energia da biomasse. Il primo è manager in una società operante nel settore delle energie rinnovabili; egli ha assunto il ruolo di investitore di capitale-rischio (CI) ed è, quindi il vero decisore (DM) nella procedura ANP. L'altro è un dirigente di un ente pubblico (PA),

responsabile della promozione di impianti di energia rinnovabile. Al rappresentante della PA è stato chiesto di agire come un decisore, cioè, di prevedere ciò che un investitore di capitale di rischio farebbe in ogni situazione analizzata. Entrambi sono i principali attori del processo decisionale.

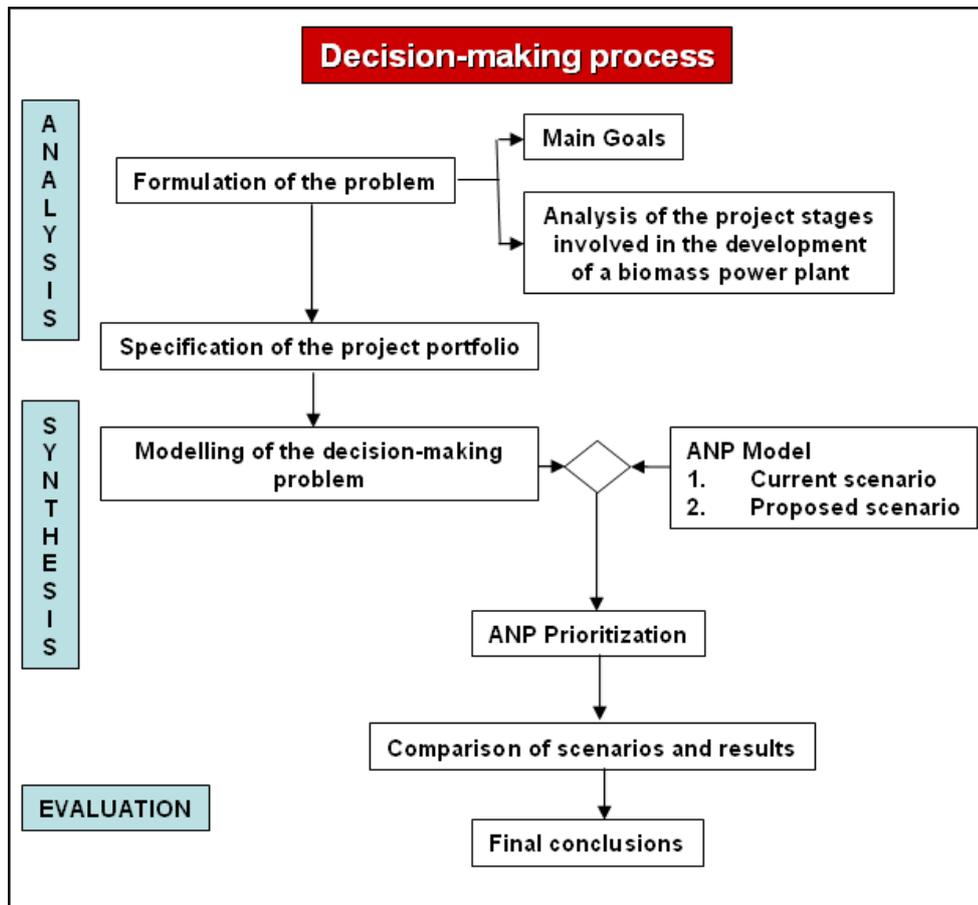


Figura 21.- Decision-making process

I DM sono:

- Sig. Giovanni Seminatore: Partner società di ingegneria Archimede s.r.l.
- Dott. Agr. Antonio Bufalino: Responsabile SOPAT - ESA n° 42 – Caltanissetta. Responsabile Ufficio Progetti Speciali ESA Sicilia.

Poiché l'obiettivo della modellazione è di aiutare lo sviluppo di politiche e sistemi di incentivazione, la ricerca mette a confronto le diverse interpretazioni dei criteri per la scelta di un progetto di impianto a biomassa da un portfolio. La metodologia, quindi, permette di trovare quali siano le discrepanze tra le preferenze degli investitori pubblici e privati. In questo modo, possono essere effettuati cambiamenti nei sistemi di politica di incentivazione per rendere più vicine entrambe le preferenze e promuovere così la tipologia di progetti desiderata.

La metodologia proposta è stata messa in pratica per il caso studio particolare di selezione della miglior tipologia di progetto di impianto a biomasse. I passi per l'applicazione della metodologia ANP sono descritti in dettaglio di seguito.

### **3.3.1 Fase di analisi del problema**

In questa fase è stato definito il problema: il team di analisi e il decisore hanno formulato il problema decisionale e individuato l'obiettivo principale del processo di analisi. Successivamente è stato analizzato il processo di scelta del miglior tipo di centrale a biomassa, considerando la selezione del sito per l'esecuzione, l'utilizzo delle risorse e la manutenzione dell'impianto.

In primo luogo, è stata eseguita un'ampia revisione della letteratura sui criteri per la selezione dei progetti di investimento di impianti alimentati da fonti rinnovabili: sono stati identificati 71 criteri, che sono stati presentati al DM, e, che possono essere raggruppati nelle seguenti 5 categorie:

- Criteri finanziari (C3.1)
- Entrate (C3.2)
- Progetti ed autorizzazioni (C3.5)
- Impatto ambientale locale (C1.3)
- Politiche e strategie (C1.4)

Tutti i criteri, tuttavia sono legati ad una valutazione economica: per esempio i criteri C1.3 e C1.4 sono comunque valutati in termini di rischio per la redditività dell'investimento previsto. È interessante constatare che gli investitori non sembrano valutare i risultati sociali e ambientali, che rientrano tra i 71 criteri individuati. D'altra parte l'Amministrazione Pubblica, ha raggruppato i 71 criteri sottoposti in 14 macro-criteri ritenuti rilevanti, includendo i criteri identificati dall'investitore. I 14 criteri sono elencati in Tabella 9 dove sono stati raccolti in tre gruppi (cluster): socio-ambientale, tecnologico ed economico. Si identificano i criteri come “*nodi*” e i componenti come “*cluster*”. Il cambio di terminologia usata in questa fase è solo formale e non sostanziale ed è riferita a quella usata nel software Superdecisions.

Questa lista rappresenta ciò che la pubblica amministrazione vorrebbe che gli investitori considerassero nella selezione dei progetti di impianto alimentati a biomasse.

**Tabella 9.- Criteri decisionali**

Cluster 1 – Socio-ambientale

C1.1 – Domanda di cibo

Il conflitto tra domanda di cibo e domanda di biomassa può causare mancanza di risorse alimentari e conseguente aumento dei prezzi degli alimenti (Lewandowska et al., 2006).

C1.2 – Effetti globali

Prevenzione dei gas effetto serra (GHG), impatto degli impianti sul territorio dal punto di vista sia ambientale che paesaggistico, rischio desertificazione e disponibilità dei suoli, forestazione e deforestazione, consumo d'acqua (Panwar et al., 2010).

C1.3 – Effetti Locali

Diversificazione delle colture in surplus, perdita di biodiversità, esaurimento dei nutrienti dei suoli, riduzione dell'inquinamento da prodotti agricoli, desertificazione/disponibilità dei suoli, aspetti idrogeologici, consumo d'acqua, forestazione e deforestazione, paesaggio, smaltimento rifiuti agro-industriali, aree riservate (zone limitrofe ad aeroporti, riserve naturali, etc.) (Boni and Virdis, 2008; De Wit and Faaij, 2009; Perpifà et al., 2009).

C1.4 – Politiche e Strategie

Autonomia energetica locale, sviluppo industriale e infrastrutturale, implicazioni per le politiche di governo (sia nazionali che regionali) (Sims et al., 2010; Kalt et al., 2010).

C1.5 – Sviluppo sociale

Educazione, salute, demografia, sviluppo di aree marginali, occupazione e formazione di lavoratori specializzati, salari, lavoro in nero e/o minorile (Domaca et al., 2005; Smeets and Faaij, 2010).

**Cluster 2 – Tecnologico****C2.1 – Centralizzazione/Decentralizzazione**

Centralizzazione/Decentralizzazione degli impianti sul territorio, connessioni alla rete tradizionale o a smart/mini grid (Conti, 2010; Di Marino, 2010; Gallanti, 2010).

**C2.2 – Integrazione fra fonti tradizionali e rinnovabili**

Produzione integrata, trasmissione, distribuzione, utilizzo, affidabilità e sicurezza della rete, monitoraggio, controllo, comunicazione, auto-diagnostica ed auto-riparazione, previsione dei consumi, sistema globale, integrazione fra fonti tradizionali e rinnovabili, saturazione virtuale e reale della rete (Caldon, 2010; Galliani, 2010; Niglio, 2010).

**C2.3 – Integrazione tra produzione di energia elettrica e termica**

Distretti con teleriscaldamento e/o tele raffreddamento, produzione di energia elettrica e/o termica (Rentizelas et al., 2009; Simona and Wiegmannb, 2009).

**C2.4 – Sviluppo industriale, infrastrutturale e tecnologico**

Efficienza energetica, macchinari per la raccolta, incentivi per lo sviluppo tecnologico, tecnologie e componenti, ricerca e sviluppo, biomasse di seconda generazione (Sims and Venturi, 2004; Kumar et al., 2002; Sims et al. 2010).

**Cluster 3 – Economico****C3.1 – Finanziari**

Indici finanziari (NPV, ROI, TPB, EBITDA, etc.), leva bancaria, bancabilità della tecnologia, costi d'investimento.

**C3.2 – Entrate**

Tariffe incentivanti, valorizzazione di rifiuti agro-industriali, nuove opportunità di mercato (Trømborg et al., 2008, Couture and Gagnon, 2010).

**C3.3 – Logistica**

Supply chain, costi di produzione, import/export, raccolta e carico, scarico e stoccaggio, variabilità di approvvigionamento (Freppaz et al., 2004; Sokhansanja et al., 2006; Rentizelas et al., 2009).

**C3.4 – O&M**

Costi di gestione, manutenzione, assicurazione (Aragonés-Beltran et al. 2010).

**C3.5 – Bontà di progetti ed autorizzazioni (Aragonés Beltrán et al. 2010)**

Una volta chiarito il processo decisionale e determinati i criteri, è stato organizzato un portfolio di progetti. Sono state analizzate quattro diverse tipologie di impianti, ognuna delle quali rappresenta una strategia per lo sviluppo per la biomassa. I progetti, ideali, si differenziano per le caratteristiche principali degli impianti a biomassa. Le alternative considerate rappresentano pertanto quattro categorie ideali di impianti rappresentativi, scelte unendo le seguenti caratteristiche tipiche di impianti a biomassa esistenti e di progetti per nuovi investimenti:

- valorizzazione agro-industriale o colture dedicate;
- produzione di energia elettrica e/o termica;

- investimento pubblico e/o privato;
- biomassa proveniente da filiera corta (inferiore a 70 km) o diverso (inclusa l'importazione di biomassa);
- connessione alla rete elettrica nazionale (grid) o a smart/mini grid.

Quindi, combinando queste caratteristiche, le quattro alternative di centrali a biomassa sono indicate in Tabella 10:

**Tabella 10.- Alternative del modello ANP**

Cluster A – Alternative
A1 – Social-Ecologica Impianto alimentato da rifiuti agro-industriali, da filiera corta, che produca elettricità e calore.
A2 – Speculativa Impianto realizzato con investimenti privati, che produce sola corrente elettrica ed è connesso alla rete tradizionale.
A3 – Industriale Impianto che produca sia calore che elettricità e funzionale all'esercizio delle stesse società supporto che lo realizzano.
A4 – Consapevole Impianto alimentato da scarti agricoli provenienti da filiera corta, connesso a una smart grid e che produce sia elettricità sia calore.

Infine, con tutte queste informazioni sono stati costruiti due scenari, ovvero:

1. Scenario 1. Una rete con 5 criteri di investimento raggruppati in due blocchi (vedi Figura 22) e quattro alternative in un terzo cluster. Rappresenta il “processo decisionale così come è”, ovvero la situazione attuale con il sistema di incentivi attuali.
2. Scenario 2. Una rete con 18 elementi, 14 criteri in tre gruppi e 4 alternative in un quarto gruppo (vedi Figura 23). Questo scenario rappresenta “il processo decisionale, come dovrebbe essere”, cioè una situazione ideale in cui più criteri legati alla sostenibilità sono presi in considerazione nel ranking delle alternative.

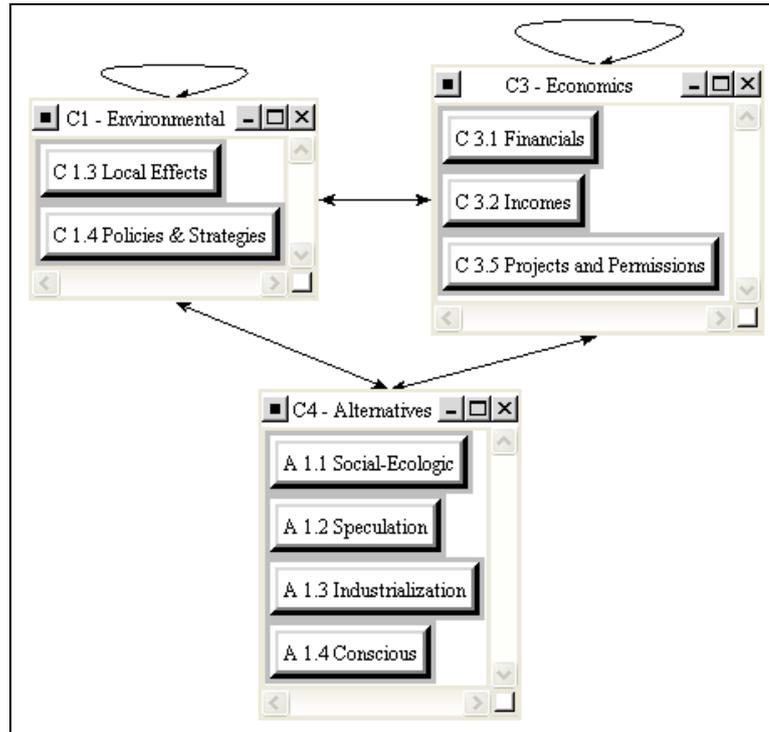


Figura 22.- Modello in rete per lo scenario 1

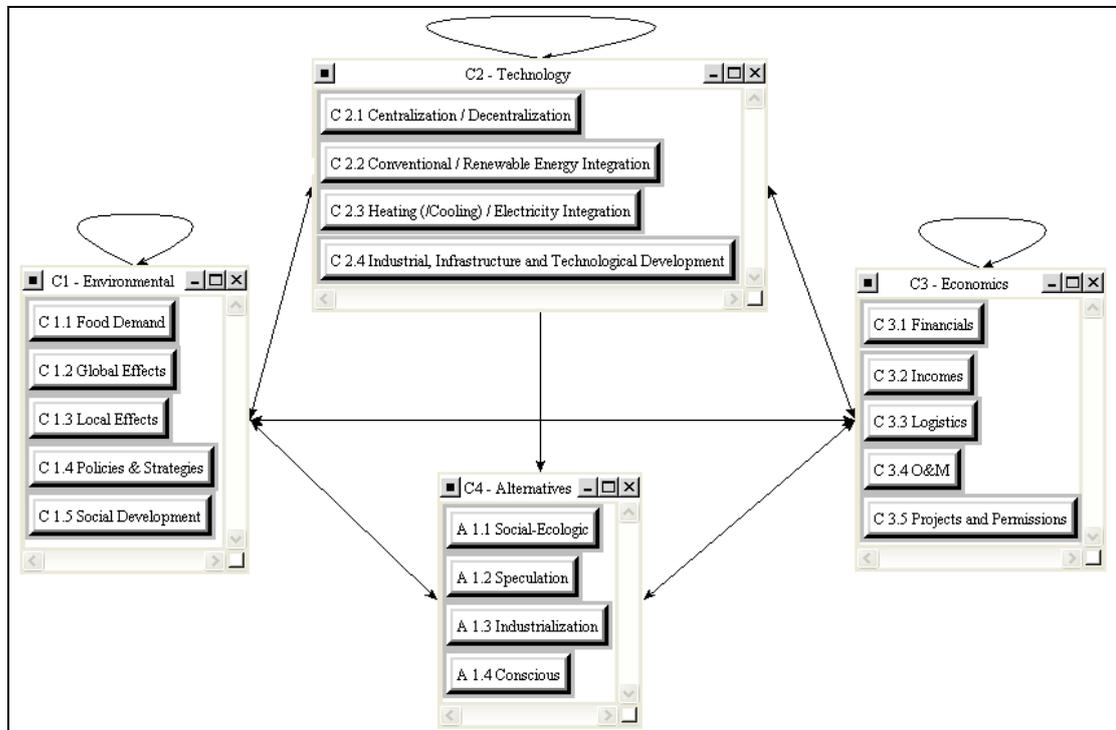


Figura 23.- Modello in rete per lo scenario 2

Tra i due modelli è stata proposta una versione intermedia (Modello 1.2), a causa della complessità nel passare idealmente dal modello 1 al 2 del problema, rispetto alla pratica usuale: il confronto tra i risultati ottenuti in ogni modello sono stati confrontati e analizzati. Dal punto di vista grafico, il modello 1.2 ed il modello 2 sono identici. Tuttavia, la supermatrice del modello 2 (Tabella 12) può essere vista come un'evoluzione del modello 1.2 (Tabella 13), variando opportunamente alcune relazioni tra gli elementi; mentre il modello 1 (Tabella 11) può essere visto come semplificazione del modello 1.2, eliminate le righe e le colonne per quegli elementi che non hanno influenza sulle alternative.

**Tabella 11.- Matrice delle dipendenze per lo scenario 1**

	C 1 - Environmental		C 3 - Economic			A 1 - Alternatives			
	C 1.3	C 1.4	C 3.1	C 3.2	C 3.5	A 1.1	A 1.2	A 1.3	A 1.4
<b>C 1.3 - Local Effects</b>	0	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>C 1.4 - Policies &amp; Strategies</b>	1	0	1	1	1	1	1	1	1
<b>C 3.1 - Financials</b>	1	1	0	1	1	1	1	1	1
<b>C 3.2 - Incomes</b>	0	0	1	0	1	1	1	1	1
<b>C 3.5 - Projects and Permissions</b>	0	0	1	1	0	1	1	1	1
<b>A 1.1 - Social-Ecologic</b>	1	1	1	1	1	0	0	0	0
<b>A 1.2 - Speculation</b>	1	1	1	1	1	0	0	0	0
<b>A 1.3 - Industrialization</b>	1	1	1	1	1	0	0	0	0
<b>A 1.4 - Conscious/Aware</b>	1	1	1	1	1	0	0	0	0

**Tabella 12.- Matrice delle dipendenze per lo scenario 2**

	C 1 - Environmental					C 2 - Tecnology				C 3 - Economic					A - Alternatives			
	C 1.1	C 1.2	C 1.3	C 1.4	C 1.5	C 2.1	C 2.2	C 2.3	C 2.4	C 3.1	C 3.2	C 3.3	C 3.4	C 3.5	A 1	A 2	A 3	A 4
<b>C 1.1 - Food Demand</b>	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1
<b>C 1.2 - Global Effects</b>	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1
<b>C 1.3 - Local Effects</b>	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>C 1.4 - Policies &amp; Strategies</b>	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>C 1.5 - Social Development</b>	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1
<b>C 2.1 - Centralization / Decentralization</b>	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>C 2.2 - Conventional / Renewable Energy Int.</b>	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1
<b>C 2.3 - Heating (/Cooling) / Electricity Int.</b>	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1
<b>C 2.4 - Industrial, Infrastructure &amp; Tech. Dev.</b>	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>C 3.1 - Financials</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>C 3.2 - Incomes</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1
<b>C 3.3 - Logistics</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1
<b>C 3.4 - O&amp;M</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1
<b>C 3.5 - Projects and Permissions</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1
<b>A 1 - Social-Ecologic</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
<b>A 2 - Speculation</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
<b>A 3 - Industrialization</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
<b>A 4 - Conscious/Aware</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0

**Tabella 13.- Matrice delle dipendenze per lo scenario 1.2**

Matrix 0-1		C 1 - Environmental					C 2 - Tecnology				C 3 - Economic					A 1 - Alternatives			
		C 1.1	C 1.2	C 1.3	C 1.4	C 1.5	C 2.1	C 2.2	C 2.3	C 2.4	C 3.1	C 3.2	C 3.3	C 3.4	C 3.5	A 1.1	A 1.2	A 1.3	A 1.4
C 1 - Environmental	C 1.1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	C 1.2	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
	C 1.3	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	C 1.4	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	C 1.5	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
C 2 - Tecnology	C 2.1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0
	C 2.2	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0
	C 2.3	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0
	C 2.4	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0
C 3 - Economic	C 3.1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
	C 3.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1
	C 3.3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0
	C 3.4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
	C 3.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1
A 1 - Alternatives	A 1.1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
	A 1.2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
	A 1.3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
	A 1.4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0

### 3.3.2 Fase di sintesi dei dati

In questa fase l'ANP viene applicato per costruire il modello del problema decisionale, uno per ogni scenario. Il complesso compito di rappresentare il problema di valutazione come una rete di elementi interdipendenti distribuiti in cluster può essere suddiviso nelle seguenti fasi: (i) individuare gli elementi (alternative e criteri), (ii) raggrupparli in cluster, (iii) determinare le influenze reciproche e riunire tutte queste informazioni in una matrice.

È stato progettato quindi un questionario al fine di valutare come ogni elemento influenzi quelli a cui si riferisce. Un campione del questionario con diverse tipologie di domande, è mostrato in tabella 14. Entrambi i DM ha risposto alle domande per entrambi gli scenari e le risposte sono state collocate in una matrice di confronto a coppie.

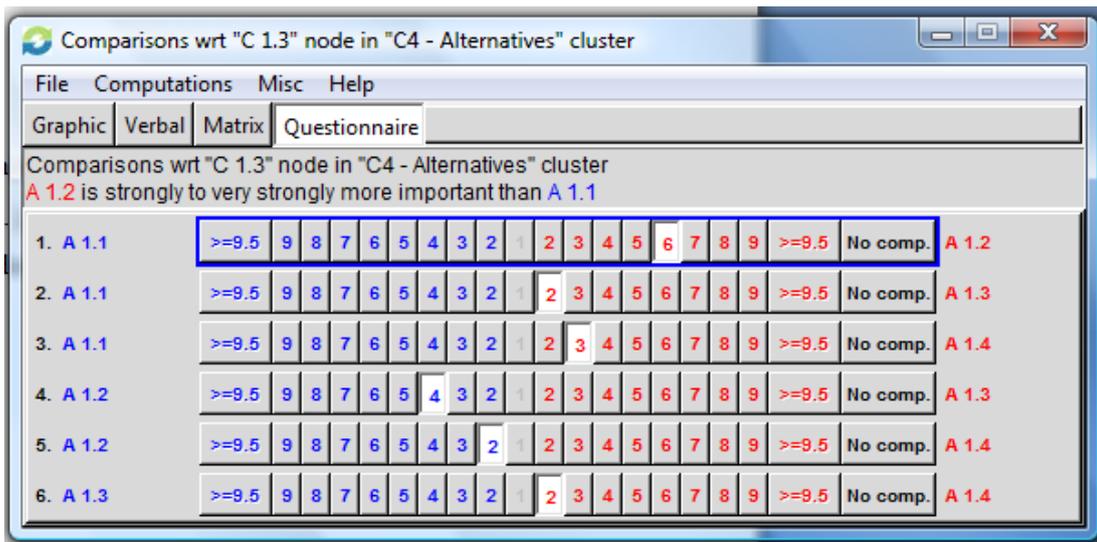
Si noti che le diagonali principali delle matrici sono valori nulli: ciò è stato necessario per non creare confusione. L'influenza che ogni elemento ha su stesso non è dunque presente nei questionari.

**Tabella 14.- Esempio di questionario**

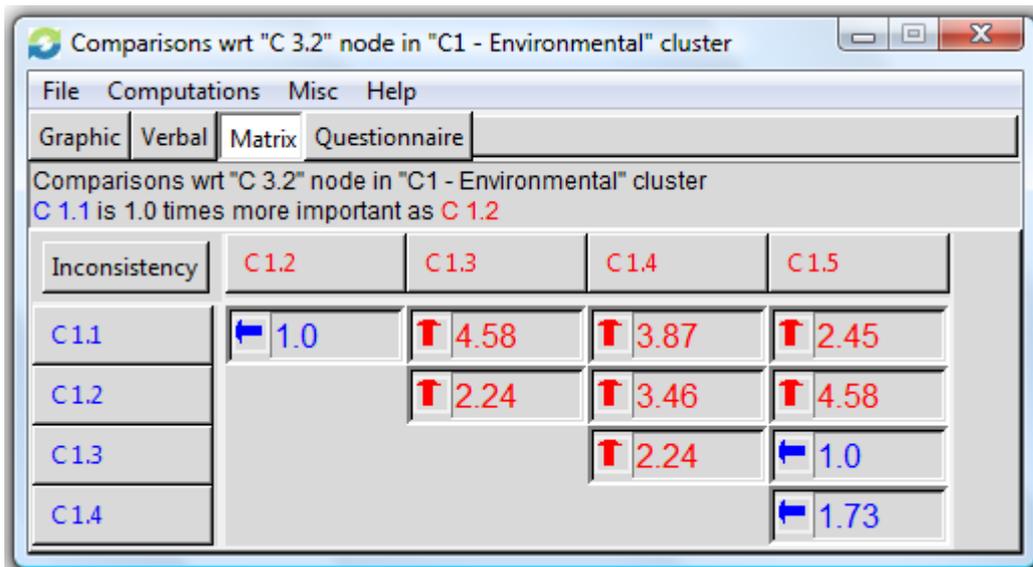
<u>DOMANDA</u>	<u>ELEMENTO PIÙ IMPORTANTE</u>	<u>PESO</u>								
Rispetto al cluster C3-Economics, secondo lei quale cluster è più importante tra il C1-Environmental e il C2-Tecnology, e di quanto in una scala da 1 a 9?		<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>
Pensa che il cluster A1-Alternatives sia influenzato più dal cluster C1-Environmental o dal C3-Economic, e di quanto in una scala da 1 a 9?		<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>
Rispetto al nodo C1.1-Food Demand, secondo lei quale criterio è più importante tra il C1.2-Global Effects e C1.5-Social Development, e di quanto in una scala da 1 a 9?		<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>
Rispetto al nodo C2-Tecnology, secondo lei quale alternativa è preferibile tra la A1.1-Social Ecologic e la A1.2-Speculation, e di quanto in una scala da 1 a 9?		<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>
Pensa che l'alternativa A1.4-Conscious sia influenzata più dal criterio C3.2-Incomes o dal C3.5-Projects and Permissions, e di quanto in una scala da 1 a 9?		<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>

Gli esperti hanno affermato che i questionari dei modelli 1.2 e 2 sono troppo lunghi (rispettivamente 242 e 294 domande), mentre quello del modello 1 (57 domande) consente di formulare valutazioni adeguate allo scopo pur essendo più breve. Ai questionari dei modelli 1 e 1.2 gli esperti rispondono in modo simile, secondo la norma di legge. Nel modello 2, cioè quando gli viene chiesto un parere personale, i valori sono fortemente influenzati dalle esperienze personali e dalla soggettività del ruolo.

Le matrici di confronto a coppie totali sono state: 36 per il modello 1, 150 per il modello 1.2 e 180 per il modello 2; per un totale di 366 matrici di priorità globale, delle quali si riportano nelle figure 24 e 25, a titolo di esempio, due diversi metodi di rappresentazione.

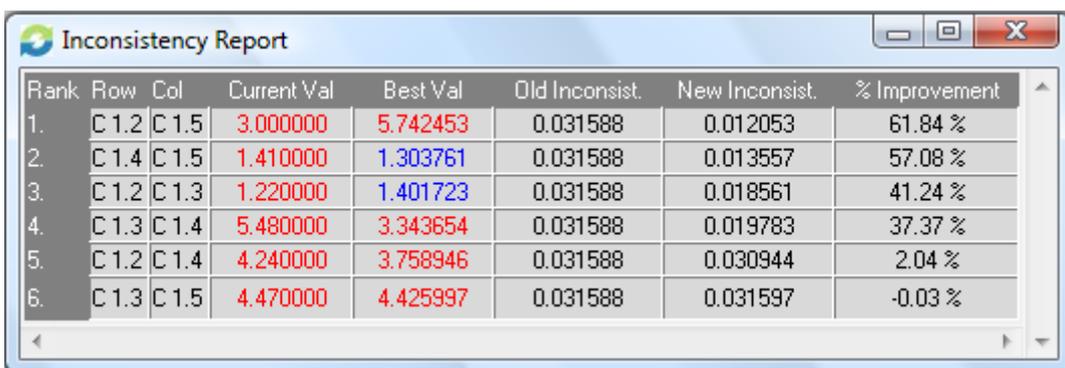


**Figura 24.- Esempio di matrice di confronto a coppie in forma di questionario in Supedecisions per il modello 1**



**Figura 25.- Esempio di matrice di confronto a coppie in forma di matrice in Supedecisions per il modello 2**

Al completamento di tutte le matrici di confronto a coppie, previa verifica di consistenza, (vedi esempio in figura 26), è stata calcolata la media geometrica e sono state costruite le supermatrici non ponderate (Tabelle 15, 18 21).



**Figura 26.- Report di inconsistenza per la matrice per il nodo C1.1 e il cluster C1 in Superdecisions per il modello 1.2**

Le priorità corrispondenti dei cluster ottenute attraverso il questionario sono state utilizzate per pesare le matrici e costruire le supermatrici ponderate (Tabelle 16, 19 e 22). Elevando a potenza le supermatrici ponderate fino a quando i pesi convergono e rimangono stabili, sono state raggiunte le supermatrici limite, come mostrato nelle tabelle 17, 20 e 23. I calcoli sono stati realizzati attraverso il software Superdecisions©.

**Tabella 15.- Supermatrice non pesata per il modello 1**

		C1 - Environmental			C3 - Economics		C4 - Alternatives			
		C 1.3	C 1.4	C 3.1	C 3.2	C 3.5	A 1.1	A 1.2	A 1.3	A 1.4
C1 - Environmental	C 1.3	0.000000	1.000.000	0.500000	0.414931	0.261120	0.894626	0.500000	0.549550	0.500000
	C 1.4	1.000.000	0.000000	0.500000	0.585069	0.738880	0.105374	0.500000	0.450450	0.500000
C3 - Economics	C 3.1	1.000.000	1.000.000	0.000000	0.726027	0.534884	0.199997	0.536730	0.340451	0.354850
	C 3.2	0.000000	0.000000	0.500000	0.000000	0.465116	0.199991	0.306745	0.210258	0.198955
	C 3.5	0.000000	0.000000	0.500000	0.273973	0.000000	0.600012	0.156524	0.449291	0.446195
C4 - Alternatives	A 1.1	0.086625	0.173993	0.092273	0.128221	0.061985	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A 1.2	0.541563	0.526103	0.636307	0.705997	0.684267	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A 1.3	0.137353	0.096429	0.115243	0.075209	0.157204	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A 1.4	0.234459	0.203475	0.156178	0.090573	0.096544	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabella 16.- Supermatrice pesata per il modello 1**

		C1 - Environmental			C3 - Economics		C4 - Alternatives			
		C 1.3	C 1.4	C 3.1	C 3.2	C 3.5	A 1.1	A 1.2	A 1.3	A 1.4
C1 - Environmental	C 1.3	0.000000	0.126433	0.058630	0.048654	0.030619	0.107172	0.059898	0.065834	0.059898
	C 1.4	0.126433	0.000000	0.058630	0.068605	0.086640	0.012623	0.059898	0.053962	0.059898
C3 - Economics	C 3.1	0.635553	0.635553	0.000000	0.486504	0.358420	0.176038	0.472432	0.299666	0.312341
	C 3.2	0.000000	0.000000	0.335045	0.000000	0.311670	0.176033	0.269999	0.185070	0.175121
	C 3.5	0.000000	0.000000	0.335045	0.183586	0.000000	0.528133	0.137774	0.395468	0.392742
C4 - Alternatives	A 1.1	0.020618	0.041413	0.019622	0.027266	0.013181	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A 1.2	0.128899	0.125220	0.135311	0.150131	0.145510	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A 1.3	0.032692	0.022951	0.024507	0.015993	0.033430	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A 1.4	0.055805	0.048430	0.033211	0.019260	0.020530	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabella 17.- Supermatrice limite per il modello 1**

		C1 - Environmental			C3 - Economics		C4 - Alternatives			
		C 1.3	C 1.4	C 3.1	C 3.2	C 3.5	A 1.1	A 1.2	A 1.3	A 1.4
C1 - Environmental	C 1.3	0.053835	0.053835	0.053835	0.053835	0.053835	0.053835	0.053835	0.053835	0.053835
	C 1.4	0.064965	0.064965	0.064965	0.064965	0.064965	0.064965	0.064965	0.064965	0.064965
C3 - Economics	C 3.1	0.312958	0.312958	0.312958	0.312958	0.312958	0.312958	0.312958	0.312958	0.312958
	C 3.2	0.204946	0.204946	0.204946	0.204946	0.204946	0.204946	0.204946	0.204946	0.204946
	C 3.5	0.185451	0.185451	0.185451	0.185451	0.185451	0.185451	0.185451	0.185451	0.185451
C4 - Alternatives	A 1.1	0.017974	0.017974	0.017974	0.017974	0.017974	0.017974	0.017974	0.017974	0.017974
	A 1.2	0.115175	0.115175	0.115175	0.115175	0.115175	0.115175	0.115175	0.115175	0.115175
	A 1.3	0.020398	0.020398	0.020398	0.020398	0.020398	0.020398	0.020398	0.020398	0.020398
	A 1.4	0.024299	0.024299	0.024299	0.024299	0.024299	0.024299	0.024299	0.024299	0.024299

**Tabella 18.- Supermatrice non pesata per il modello 1.2**

		C1 - Environmental					C2 - Technology				C3 - Economics					C4 - Alternatives			
		C 1.1	C 1.2	C 1.3	C 1.4	C 1.5	C 2.1	C 2.2	C 2.3	C 2.4	C 3.1	C 3.2	C 3.3	C 3.4	C 3.5	A 1.1	A 1.2	A 1.3	A 1.4
C1 - Environmental	C 1.1	0.000000	0.152589	0.105838	0.109326	0.116510	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.086590	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	C 1.2	0.099420	0.000000	0.076298	0.392492	0.213541	0.000000	0.280029	0.079626	0.119817	0.327556	0.087724	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	C 1.3	0.092632	0.104119	0.000000	0.258844	0.298667	0.304234	0.141077	0.321087	0.409007	0.120896	0.170565	0.841017	0.800000	0.600000	0.476193	0.133674	0.200000	0.633700
	C 1.4	0.395976	0.531306	0.583102	0.000000	0.371282	0.516597	0.456437	0.358675	0.283472	0.311492	0.741711	0.158983	0.200000	0.400000	0.523807	0.866326	0.800000	0.366300
	C 1.5	0.411972	0.211986	0.234762	0.239338	0.000000	0.179169	0.122457	0.240612	0.187704	0.153466	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
C2 - Technology	C 2.1	0.000000	0.422154	0.331910	0.000000	0.500000	0.000000	0.633700	0.205340	0.000000	0.189745	1.000.000	0.450459	0.539495	0.201800	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	C 2.2	0.000000	0.155078	0.207687	0.000000	0.000000	0.750000	0.000000	0.000000	0.000000	0.265417	0.000000	0.000000	0.117900	0.347725	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	C 2.3	0.000000	0.129513	0.204211	0.000000	0.000000	0.250000	0.000000	0.000000	0.000000	0.332871	0.000000	0.000000	0.175399	0.274037	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	C 2.4	0.000000	0.293255	0.256192	0.000000	0.500000	0.000000	0.366300	0.794660	0.000000	0.211967	0.000000	0.549541	0.167207	0.176439	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
C3 - Economics	C 3.1	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000	0.000000	0.601914	0.355023	0.343023	0.334763	0.589234	0.441540	0.616033	0.331893
	C 3.2	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.398908	0.000000	0.000000	0.000000	0.370992	0.240376	0.450199	0.174742	0.372145
	C 3.3	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.225245	0.236552	0.000000	0.381826	0.124517	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	C 3.4	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.237418	0.000000	0.348678	0.000000	0.169728	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	C 3.5	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.138429	0.161534	0.296299	0.275151	0.000000	0.170389	0.108262	0.209225	0.295962
C4 - Alternatives	A 1.1	0.067040	0.077020	0.075444	0.094330	0.118257	0.093894	0.082030	0.095571	0.093575	0.066827	0.057262	0.086176	0.096371	0.079828	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A 1.2	0.614937	0.359705	0.569260	0.525454	0.274369	0.538829	0.522839	0.533633	0.281085	0.458478	0.439592	0.305843	0.464273	0.481879	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A 1.3	0.181070	0.198842	0.142382	0.179493	0.299970	0.181198	0.214765	0.184778	0.290270	0.145563	0.179882	0.278229	0.239241	0.156577	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A 1.4	0.136953	0.364433	0.212914	0.200722	0.307404	0.186079	0.180366	0.186018	0.335071	0.329132	0.323264	0.329752	0.200115	0.281716	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Tabella 19.- Supermatrice pesata per il modello 1.2

		C1 - Environmental					C2 - Technology				C3 - Economics					C4 - Alternatives			
		C 1.1	C 1.2	C 1.3	C 1.4	C 1.5	C 2.1	C 2.2	C 2.3	C 2.4	C 3.1	C 3.2	C 3.3	C 3.4	C 3.5	A 1.1	A 1.2	A 1.3	A 1.4
C1 - Environmental	C 1.1	0.000000	0.023038	0.015979	0.027460	0.017591	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.012281	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	C 1.2	0.024972	0.000000	0.011519	0.098584	0.032240	0.000000	0.035095	0.009979	0.017899	0.046456	0.012442	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	C 1.3	0.023267	0.015720	0.000000	0.065015	0.045093	0.038128	0.017681	0.040241	0.061101	0.017146	0.024191	0.119279	0.113461	0.085096	0.068807	0.019315	0.028899	0.091566
	C 1.4	0.099459	0.080216	0.088036	0.000000	0.056056	0.064743	0.057203	0.044951	0.042347	0.044178	0.105194	0.022548	0.028365	0.056731	0.075687	0.125180	0.115596	0.052929
	C 1.5	0.103476	0.032006	0.035444	0.060115	0.000000	0.022455	0.015347	0.030155	0.028041	0.021766	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
C2 - Technology	C 2.1	0.000000	0.168398	0.132400	0.000000	0.199451	0.000000	0.102070	0.033074	0.000000	0.027365	0.144221	0.064966	0.077806	0.029104	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	C 2.2	0.000000	0.061861	0.082847	0.000000	0.000000	0.120803	0.000000	0.000000	0.000000	0.038279	0.000000	0.000000	0.017004	0.050149	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	C 2.3	0.000000	0.051663	0.081460	0.000000	0.000000	0.040267	0.000000	0.000000	0.000000	0.048007	0.000000	0.000000	0.025296	0.039522	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	C 2.4	0.000000	0.116980	0.102196	0.000000	0.199451	0.000000	0.059000	0.127996	0.000000	0.030570	0.000000	0.079255	0.024115	0.025446	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
C3 - Economics	C 3.1	0.452111	0.271762	0.271762	0.452111	0.271762	0.527201	0.527201	0.527201	0.628420	0.000000	0.307288	0.181246	0.175120	0.170903	0.504093	0.377740	0.527020	0.283936
	C 3.2	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.203650	0.000000	0.000000	0.000000	0.189398	0.205643	0.385147	0.149493	0.318372
	C 3.3	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.114992	0.120764	0.000000	0.194929	0.063568	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	C 3.4	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.121206	0.000000	0.178007	0.000000	0.086649	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	C 3.5	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.070671	0.082466	0.151266	0.140470	0.000000	0.145769	0.092618	0.178993	0.253197
C4 - Alternatives	A 1.1	0.019892	0.013737	0.013456	0.027989	0.021092	0.017502	0.015291	0.017815	0.020792	0.013595	0.011649	0.017531	0.019605	0.016240	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A 1.2	0.182462	0.064155	0.101530	0.155911	0.048935	0.100439	0.097459	0.099471	0.062455	0.093270	0.089428	0.062219	0.094449	0.098030	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A 1.3	0.053726	0.035465	0.025395	0.053259	0.053501	0.033776	0.040033	0.034443	0.064496	0.029612	0.036594	0.056601	0.048670	0.031853	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A 1.4	0.040636	0.064999	0.037974	0.059558	0.054827	0.034686	0.033621	0.034674	0.074450	0.066956	0.065763	0.067083	0.040710	0.057310	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabella 20.- Supermatrice limite per il modello 1.2**

		C1 - Environmental					C2 - Technology				C3 - Economics					C4 - Alternatives			
		C 1.1	C 1.2	C 1.3	C 1.4	C 1.5	C 2.1	C 2.2	C 2.3	C 2.4	C 3.1	C 3.2	C 3.3	C 3.4	C 3.5	A 1.1	A 1.2	A 1.3	A 1.4
C1 - Environmental	C 1.1	0.006328	0.006328	0.006328	0.006328	0.006328	0.006328	0.006328	0.006328	0.006328	0.006328	0.006328	0.006328	0.006328	0.006328	0.006328	0.006328	0.006328	0.006328
	C 1.2	0.022296	0.022296	0.022296	0.022296	0.022296	0.022296	0.022296	0.022296	0.022296	0.022296	0.022296	0.022296	0.022296	0.022296	0.022296	0.022296	0.022296	0.022296
	C 1.3	0.043597	0.043597	0.043597	0.043597	0.043597	0.043597	0.043597	0.043597	0.043597	0.043597	0.043597	0.043597	0.043597	0.043597	0.043597	0.043597	0.043597	0.043597
	C 1.4	0.061602	0.061602	0.061602	0.061602	0.061602	0.061602	0.061602	0.061602	0.061602	0.061602	0.061602	0.061602	0.061602	0.061602	0.061602	0.061602	0.061602	0.061602
	C 1.5	0.015245	0.015245	0.015245	0.015245	0.015245	0.015245	0.015245	0.015245	0.015245	0.015245	0.015245	0.015245	0.015245	0.015245	0.015245	0.015245	0.015245	0.015245
C2 - Technology	C 2.1	0.049561	0.049561	0.049561	0.049561	0.049561	0.049561	0.049561	0.049561	0.049561	0.049561	0.049561	0.049561	0.049561	0.049561	0.049561	0.049561	0.049561	0.049561
	C 2.2	0.025162	0.025162	0.025162	0.025162	0.025162	0.025162	0.025162	0.025162	0.025162	0.025162	0.025162	0.025162	0.025162	0.025162	0.025162	0.025162	0.025162	0.025162
	C 2.3	0.023030	0.023030	0.023030	0.023030	0.023030	0.023030	0.023030	0.023030	0.023030	0.023030	0.023030	0.023030	0.023030	0.023030	0.023030	0.023030	0.023030	0.023030
	C 2.4	0.029906	0.029906	0.029906	0.029906	0.029906	0.029906	0.029906	0.029906	0.029906	0.029906	0.029906	0.029906	0.029906	0.029906	0.029906	0.029906	0.029906	0.029906
C3 - Economics	C 3.1	0.257125	0.257125	0.257125	0.257125	0.257125	0.257125	0.257125	0.257125	0.257125	0.257125	0.257125	0.257125	0.257125	0.257125	0.257125	0.257125	0.257125	0.257125
	C 3.2	0.118794	0.118794	0.118794	0.118794	0.118794	0.118794	0.118794	0.118794	0.118794	0.118794	0.118794	0.118794	0.118794	0.118794	0.118794	0.118794	0.118794	0.118794
	C 3.3	0.057658	0.057658	0.057658	0.057658	0.057658	0.057658	0.057658	0.057658	0.057658	0.057658	0.057658	0.057658	0.057658	0.057658	0.057658	0.057658	0.057658	0.057658
	C 3.4	0.047534	0.047534	0.047534	0.047534	0.047534	0.047534	0.047534	0.047534	0.047534	0.047534	0.047534	0.047534	0.047534	0.047534	0.047534	0.047534	0.047534	0.047534
	C 3.5	0.070460	0.070460	0.070460	0.070460	0.070460	0.070460	0.070460	0.070460	0.070460	0.070460	0.070460	0.070460	0.070460	0.070460	0.070460	0.070460	0.070460	0.070460
C4 - Alternatives	A 1.1	0.013315	0.013315	0.013315	0.013315	0.013315	0.013315	0.013315	0.013315	0.013315	0.013315	0.013315	0.013315	0.013315	0.013315	0.013315	0.013315	0.013315	0.013315
	A 1.2	0.078540	0.078540	0.078540	0.078540	0.078540	0.078540	0.078540	0.078540	0.078540	0.078540	0.078540	0.078540	0.078540	0.078540	0.078540	0.078540	0.078540	0.078540
	A 1.3	0.031520	0.031520	0.031520	0.031520	0.031520	0.031520	0.031520	0.031520	0.031520	0.031520	0.031520	0.031520	0.031520	0.031520	0.031520	0.031520	0.031520	0.031520
	A 1.4	0.048326	0.048326	0.048326	0.048326	0.048326	0.048326	0.048326	0.048326	0.048326	0.048326	0.048326	0.048326	0.048326	0.048326	0.048326	0.048326	0.048326	0.048326

**Tabella 21.- Supermatrice non pesata per il modello 2**

		C1 - Environmental					C2 - Technology				C3 - Economics					C4 - Alternatives			
		C 1.1	C 1.2	C 1.3	C 1.4	C 1.5	C 2.1	C 2.2	C 2.3	C 2.4	C 3.1	C 3.2	C 3.3	C 3.4	C 3.5	A 1.1	A 1.2	A 1.3	A 1.4
C1 - Environmental	C 1.1	0.000000	0.294938	0.288459	0.167472	0.209973	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.284089	0.078615	0.000000	0.000000	0.072854	0.174825	0.075311	0.081296	0.090002
	C 1.2	0.163704	0.000000	0.090303	0.212327	0.171825	0.000000	0.159427	0.108083	0.049072	0.066209	0.081980	0.000000	0.000000	0.066388	0.093341	0.211400	0.143994	0.094830
	C 1.3	0.238038	0.143980	0.000000	0.291869	0.284883	0.279419	0.196135	0.398378	0.396466	0.161885	0.229186	0.691358	0.845679	0.367181	0.179885	0.200578	0.192943	0.252394
	C 1.4	0.113380	0.332227	0.320924	0.000000	0.333319	0.222217	0.239390	0.205270	0.193728	0.232384	0.366917	0.308642	0.154321	0.265036	0.275415	0.293184	0.350204	0.218218
	C 1.5	0.484878	0.228855	0.300314	0.328332	0.000000	0.498364	0.405047	0.288269	0.360734	0.255433	0.243302	0.000000	0.000000	0.228541	0.276534	0.219528	0.231563	0.344557
C2 - Technology	C 2.1	0.000000	0.133379	0.126782	0.000000	0.289874	0.000000	0.666667	0.691358	0.000000	0.279077	0.396594	0.845679	0.604728	0.378468	0.392234	0.447027	0.287926	0.303116
	C 2.2	0.000000	0.360131	0.257220	0.000000	0.000000	0.633700	0.000000	0.000000	0.371762	0.257454	0.000000	0.101260	0.322630	0.217827	0.196674	0.223949	0.314524	
	C 2.3	0.000000	0.179673	0.305356	0.000000	0.000000	0.366300	0.000000	0.000000	0.168311	0.099285	0.000000	0.183261	0.126691	0.125320	0.230137	0.278779	0.211399	
	C 2.4	0.000000	0.326816	0.310642	0.000000	0.710126	0.000000	0.333333	0.308642	0.000000	0.180851	0.246667	0.154321	0.110752	0.172210	0.264619	0.126161	0.209346	0.170961
C3 - Economics	C 3.1	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000	0.000000	0.213901	0.233728	0.173423	0.204625	0.265735	0.310444	0.398996	0.207003
	C 3.2	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.275462	0.000000	0.000000	0.000000	0.255197	0.113201	0.349259	0.262785	0.170335
	C 3.3	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.271804	0.492947	0.000000	0.646557	0.351688	0.183772	0.139285	0.126717	0.174433
	C 3.4	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.213191	0.000000	0.539424	0.000000	0.188491	0.206382	0.051228	0.083814	0.144562
	C 3.5	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.239542	0.293152	0.226848	0.180020	0.000000	0.230910	0.149784	0.127688	0.303667
C4 - Alternatives	A 1.1	0.459016	0.451929	0.421159	0.506090	0.418107	0.414246	0.563696	0.549358	0.562119	0.339675	0.350771	0.446494	0.299322	0.331951	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A 1.2	0.078992	0.070093	0.059201	0.046321	0.070106	0.068109	0.054288	0.053755	0.060275	0.110071	0.128796	0.072903	0.108201	0.099648	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A 1.3	0.059905	0.080370	0.082857	0.100574	0.087708	0.082520	0.068672	0.097063	0.082526	0.080785	0.098228	0.099754	0.177296	0.108537	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A 1.4	0.402086	0.397608	0.436783	0.347015	0.424078	0.435125	0.313343	0.299824	0.295080	0.469469	0.422205	0.380848	0.415181	0.459864	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Tabella 22.- Supematrice pesata per il modello 2

		C1 - Environmental					C2 - Technology				C3 - Economics					C4 - Alternatives			
		C 1.1	C 1.2	C 1.3	C 1.4	C 1.5	C 2.1	C 2.2	C 2.3	C 2.4	C 3.1	C 3.2	C 3.3	C 3.4	C 3.5	A 1.1	A 1.2	A 1.3	A 1.4
C1 - Environmental	C 1.1	0.000000	0.111465	0.109016	0.071740	0.079355	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.053164	0.014712	0.000000	0.000000	0.013634	0.110432	0.047572	0.051352	0.056851
	C 1.2	0.070126	0.000000	0.034128	0.090954	0.064937	0.000000	0.040805	0.027663	0.016159	0.012390	0.015342	0.000000	0.000000	0.012424	0.058961	0.133535	0.090957	0.059901
	C 1.3	0.101968	0.054414	0.000000	0.125028	0.107665	0.071516	0.050200	0.101963	0.130551	0.030295	0.042890	0.129380	0.158260	0.068714	0.113628	0.126699	0.121876	0.159430
	C 1.4	0.048569	0.125558	0.121286	0.000000	0.125970	0.056876	0.061271	0.052538	0.063792	0.043488	0.068665	0.057759	0.028880	0.049599	0.173972	0.185196	0.221213	0.137842
	C 1.5	0.207706	0.086491	0.113497	0.140647	0.000000	0.127554	0.103670	0.073781	0.118785	0.047802	0.045531	0.000000	0.000000	0.042769	0.174678	0.138669	0.146272	0.217646
C2 - Technology	C 2.1	0.000000	0.015706	0.014929	0.000000	0.034133	0.000000	0.148482	0.153982	0.000000	0.046678	0.066334	0.141447	0.101146	0.063302	0.032205	0.036704	0.023641	0.024888
	C 2.2	0.000000	0.042406	0.030288	0.000000	0.000000	0.141140	0.000000	0.000000	0.062180	0.043061	0.000000	0.016937	0.053963	0.017885	0.016148	0.018388	0.025824	
	C 2.3	0.000000	0.021157	0.035956	0.000000	0.000000	0.081584	0.000000	0.000000	0.028151	0.016606	0.000000	0.030652	0.021190	0.010290	0.018896	0.022890	0.017357	
	C 2.4	0.000000	0.038483	0.036579	0.000000	0.083618	0.000000	0.074241	0.068742	0.000000	0.030249	0.041257	0.025811	0.018524	0.028804	0.021727	0.010359	0.017189	0.014037
C3 - Economics	C 3.1	0.284148	0.250689	0.250689	0.284148	0.250689	0.272044	0.272044	0.272044	0.349997	0.000000	0.082415	0.090055	0.066819	0.078841	0.076060	0.088856	0.114202	0.059249
	C 3.2	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.106135	0.000000	0.000000	0.000000	0.098327	0.032401	0.099966	0.075215	0.048754
	C 3.3	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.104725	0.189931	0.000000	0.249116	0.135504	0.052600	0.039866	0.036269	0.049927
	C 3.4	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.082142	0.000000	0.207838	0.000000	0.072625	0.059071	0.014663	0.023989	0.041377
	C 3.5	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.092295	0.112951	0.087404	0.069361	0.000000	0.066092	0.042872	0.036547	0.086917
C4 - Alternatives	A 1.1	0.131960	0.114624	0.106819	0.145493	0.106045	0.103266	0.140522	0.136947	0.180281	0.088419	0.091308	0.116225	0.077915	0.086409	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A 1.2	0.022709	0.017778	0.015015	0.013317	0.017781	0.016979	0.013533	0.013400	0.019331	0.028652	0.033526	0.018977	0.028165	0.025939	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A 1.3	0.017222	0.020384	0.021015	0.028913	0.022246	0.020571	0.017119	0.024196	0.026468	0.021029	0.025569	0.025967	0.046151	0.028253	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
	A 1.4	0.115593	0.100846	0.110782	0.099761	0.107560	0.108471	0.078112	0.074742	0.094637	0.122205	0.109902	0.099137	0.108074	0.119705	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

**Tabella 23.- Supematrice limite per il modello 2**

		C1 - Environmental					C2 - Technology				C3 - Economics					C4 - Alternatives			
		C 1.1	C 1.2	C 1.3	C 1.4	C 1.5	C 2.1	C 2.2	C 2.3	C 2.4	C 3.1	C 3.2	C 3.3	C 3.4	C 3.5	A 1.1	A 1.2	A 1.3	A 1.4
C1 - Environmental	C 1.1	0.053816	0.053816	0.053816	0.053816	0.053816	0.053816	0.053816	0.053816	0.053816	0.053816	0.053816	0.053816	0.053816	0.053816	0.053816	0.053816	0.053816	0.053816
	C 1.2	0.040307	0.040307	0.040307	0.040307	0.040307	0.040307	0.040307	0.040307	0.040307	0.040307	0.040307	0.040307	0.040307	0.040307	0.040307	0.040307	0.040307	0.040307
	C 1.3	0.087391	0.087391	0.087391	0.087391	0.087391	0.087391	0.087391	0.087391	0.087391	0.087391	0.087391	0.087391	0.087391	0.087391	0.087391	0.087391	0.087391	0.087391
	C 1.4	0.086493	0.086493	0.086493	0.086493	0.086493	0.086493	0.086493	0.086493	0.086493	0.086493	0.086493	0.086493	0.086493	0.086493	0.086493	0.086493	0.086493	0.086493
	C 1.5	0.099189	0.099189	0.099189	0.099189	0.099189	0.099189	0.099189	0.099189	0.099189	0.099189	0.099189	0.099189	0.099189	0.099189	0.099189	0.099189	0.099189	0.099189
C2 - Technology	C 2.1	0.040198	0.040198	0.040198	0.040198	0.040198	0.040198	0.040198	0.040198	0.040198	0.040198	0.040198	0.040198	0.040198	0.040198	0.040198	0.040198	0.040198	0.040198
	C 2.2	0.028263	0.028263	0.028263	0.028263	0.028263	0.028263	0.028263	0.028263	0.028263	0.028263	0.028263	0.028263	0.028263	0.028263	0.028263	0.028263	0.028263	0.028263
	C 2.3	0.017259	0.017259	0.017259	0.017259	0.017259	0.017259	0.017259	0.017259	0.017259	0.017259	0.017259	0.017259	0.017259	0.017259	0.017259	0.017259	0.017259	0.017259
	C 2.4	0.028952	0.028952	0.028952	0.028952	0.028952	0.028952	0.028952	0.028952	0.028952	0.028952	0.028952	0.028952	0.028952	0.028952	0.028952	0.028952	0.028952	0.028952
C3 - Economics	C 3.1	0.157734	0.157734	0.157734	0.157734	0.157734	0.157734	0.157734	0.157734	0.157734	0.157734	0.157734	0.157734	0.157734	0.157734	0.157734	0.157734	0.157734	0.157734
	C 3.2	0.030682	0.030682	0.030682	0.030682	0.030682	0.030682	0.030682	0.030682	0.030682	0.030682	0.030682	0.030682	0.030682	0.030682	0.030682	0.030682	0.030682	0.030682
	C 3.3	0.046604	0.046604	0.046604	0.046604	0.046604	0.046604	0.046604	0.046604	0.046604	0.046604	0.046604	0.046604	0.046604	0.046604	0.046604	0.046604	0.046604	0.046604
	C 3.4	0.034929	0.034929	0.034929	0.034929	0.034929	0.034929	0.034929	0.034929	0.034929	0.034929	0.034929	0.034929	0.034929	0.034929	0.034929	0.034929	0.034929	0.034929
	C 3.5	0.039178	0.039178	0.039178	0.039178	0.039178	0.039178	0.039178	0.039178	0.039178	0.039178	0.039178	0.039178	0.039178	0.039178	0.039178	0.039178	0.039178	0.039178
C4 - Alternatives	A 1.1	0.088137	0.088137	0.088137	0.088137	0.088137	0.088137	0.088137	0.088137	0.088137	0.088137	0.088137	0.088137	0.088137	0.088137	0.088137	0.088137	0.088137	0.088137
	A 1.2	0.016455	0.016455	0.016455	0.016455	0.016455	0.016455	0.016455	0.016455	0.016455	0.016455	0.016455	0.016455	0.016455	0.016455	0.016455	0.016455	0.016455	0.016455
	A 1.3	0.018817	0.018817	0.018817	0.018817	0.018817	0.018817	0.018817	0.018817	0.018817	0.018817	0.018817	0.018817	0.018817	0.018817	0.018817	0.018817	0.018817	0.018817
	A 1.4	0.085595	0.085595	0.085595	0.085595	0.085595	0.085595	0.085595	0.085595	0.085595	0.085595	0.085595	0.085595	0.085595	0.085595	0.085595	0.085595	0.085595	0.085595

In tabella 24 i valori mostrano il peso di ogni elemento della rete, vale a dire, l'importanza che gli esperti danno all'elemento nel processo decisionale. Più alto è il valore, più importante per il decisore sono il criterio o l'alternativa. I valori sono stati normalizzati in modo che il peso totale dei criteri sia 1. Anche il peso totale delle alternative è 1. Come si può vedere e come sarà discusso più avanti, ci sono diverse discrepanze tra i due esperti e questo è ciò di cui ci si occuperà nella fase di valutazione finale. La sezione seguente presenta la discussione dei risultati di questa fase di valutazione.

**Tabella 24.- Valori di una colonna della supermatrice limite per i Modelli 1 e 2**

	Element of the network	Weight scenario 1 Investor	Weight in scenario 1 P. Admin.	Weight in scenario 2. Investor	Weight in scenario 2 P. Admin.
C 1 – Socio-environmental	C 1.1 – Food Demand			0.06	0.08
	C 1.2 – Global Effects			0.04	0.05
	C 1.3 – Local Effects	0.13	0.05	0.07	0.17
	C 1.4 - Policies & Strategies	0.08	0.11	0.11	0.14
	C 1.5 - Social Development			0.10	0.14
C 2 - Technology	C 2.1 - Centralization / Decentralization			0.02	0.09
	C 2.2 - Conventional / Renewable Energy Int.			0.02	0.06
	C 2.3 - Heating (/Cooling) / Electricity Integration			0.01	0.03
	C 2.4 - Industrial, Infra. & Tech. Development			0.04	0.03
C 3 - Economic	C 3.1 – Financials	0.29	0.45	0.27	0.12
	C 3.2 – Incomes	0.27	0.19	0.08	0.01
	C 3.3 – Logistics			0.07	0.03
	C 3.4 - O&M			0.03	0.03
	C 3.5 - Projects and Permissions	0.24	0.20	0.07	0.02
A - Alternatives	A 1 - Social-Ecologic	0.25	0.04	0.20	0.67
	A 2 – Speculation	0.52	0.60	0.11	0.04
	A 3 – Industrialization	0.10	0.14	0.06	0.08
	A 4 - Conscious	0.13	0.22	0.62	0.21

## 3.4 Discussione dei risultati

### 3.4.1 Discussione dei risultati del modello 1

Riguardo lo scenario 1, come si può vedere in figura 27, gli investitori e il rappresentante della pubblica amministrazione ottengono un profilo simile. Ciò significa che entrambi concordano sul fatto che attualmente i criteri economici sono i più importanti nella scelta dei progetti di impianti alimentati a biomassa. In particolare, tali criteri accumulano circa l'84% del peso totale nella decisione per il rappresentante della PA e circa il 79% per l'investitore. In particolare, il criterio C3.1 'Finanziari' è chiaramente il più importante secondo la PA, mentre gli investitori danno una importanza più equilibrata a tutti i criteri economici.

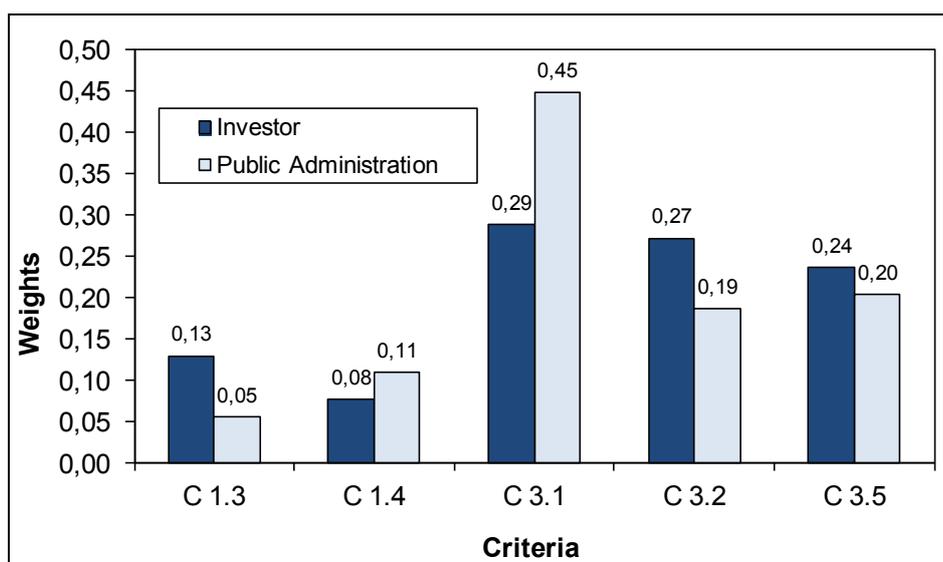
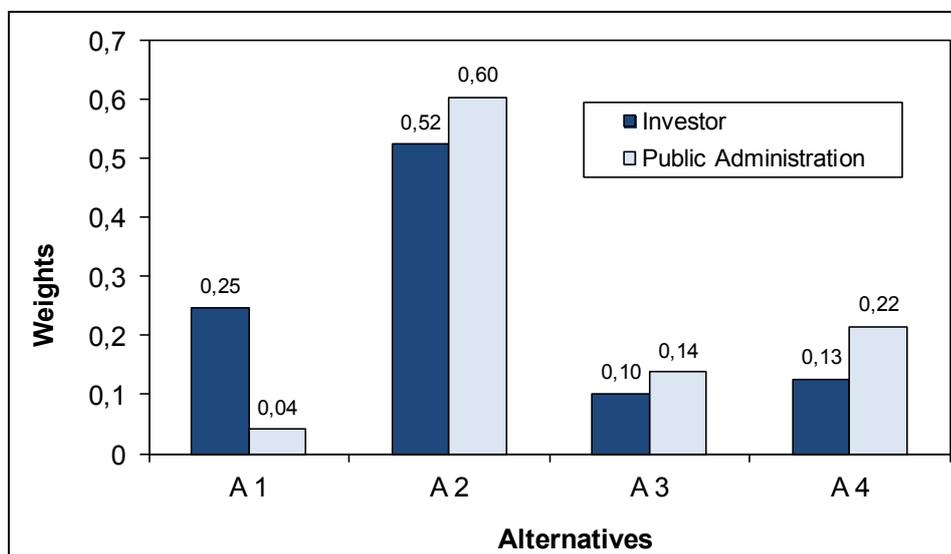


Figura 27.- Pesi dei criteri per lo scenario1

Con questi criteri e pesi in mente, gli esperti hanno ordinato le alternative, secondo la procedura di ANP, come si può vedere nella Figura 28. Anche in questo caso entrambi gli esperti concordano nel valutare l'alternativa A2 'speculazione' come la più interessante per gli investimenti. Tuttavia, la PA crede che l'alternativa 'cosciente' A4 sia la seconda più interessante mentre CI sceglie la A1 'sociale-

ecologica'. Inoltre, la PA pensa che la A1 sia l'alternativa meno interessante per gli investitori, mentre entrambi hanno scelto l'alternativa A3 'industrializzazione' come la meno interessante.



**Figura 28.- Pesi delle alternative per lo scenario 1**

Entrambi gli esperti hanno confermato che questi risultati, in generale, corrispondono a ciò che pensano del caso studio. Vale a dire che gli esperti hanno realizzato e confermato che ci sono alcune differenze tra di loro quando si interpreta il sistema di incentivi e l'attuale 'status quo' dello sviluppo degli impianti a biomassa. Hanno altresì affermato che l'ANP ha contribuito a strutturare il dibattito e a capire meglio il punto di vista dell'altro sul caso studio.

Questo modello di processo decisionale consente di comprendere meglio le ragioni di questi risultati. L'alternativa A2 è preferita alle altre perché è quella con minori problemi finanziari, redditi più elevati, tempi di ammortamento più brevi e più facile accesso ai permessi. D'altra parte, A1 e A4 sono le alternative con il minor impatto ambientale locale e un migliore allineamento con le politiche di energia rinnovabile, ma con maggiore complessità tecnologica, redditi più bassi e tempi di ritorno del capitale più lunghi. In pratica le alternative A1 e A4 sono attualmente limitate agli investimenti degli stessi proprietari della biomassa.

### 3.4.2 Discussione dei risultati del modello 1.2

Come si può notare in figura 29, i risultati del modello 1.2 non si discostano sostanzialmente da quelli del modello 1.

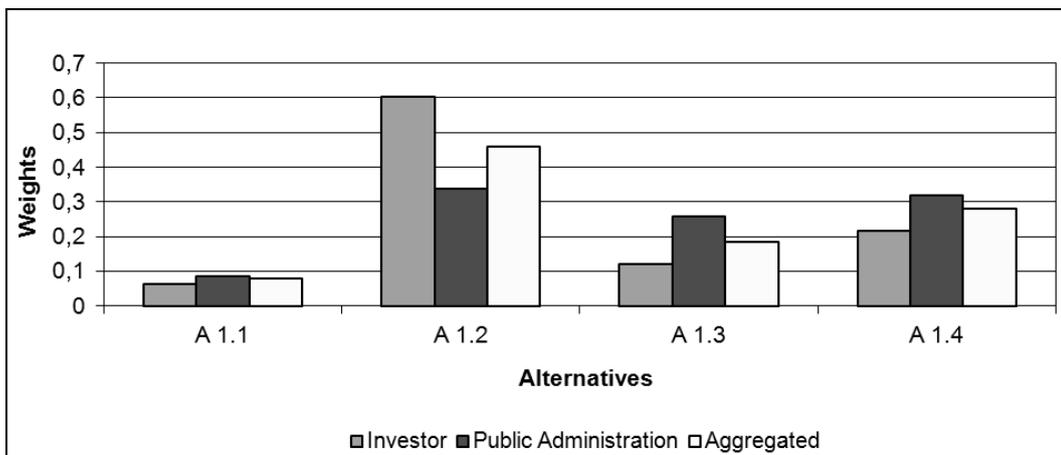
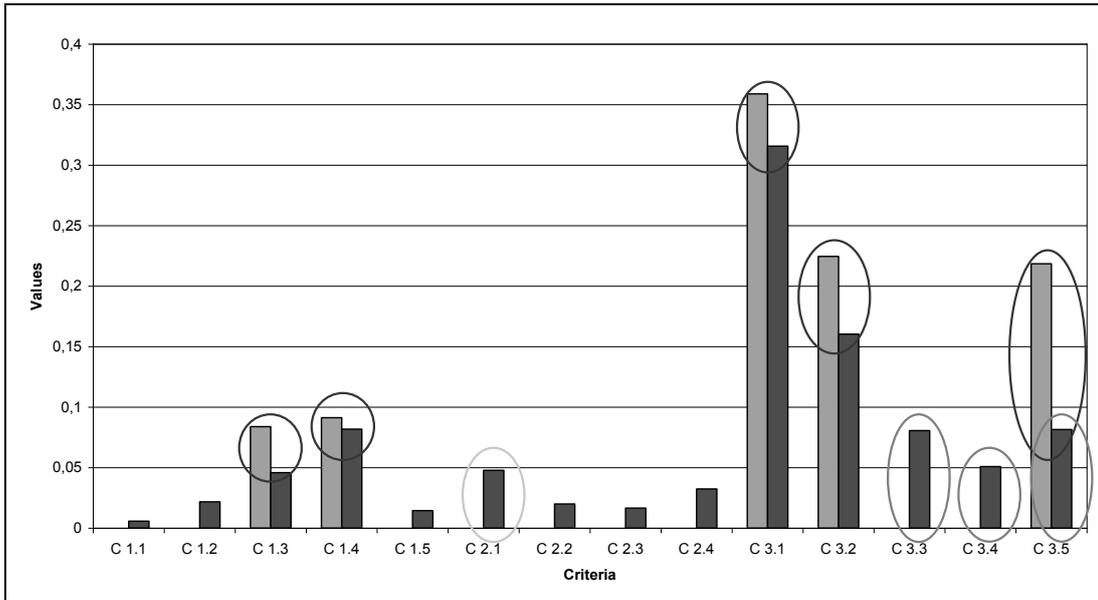


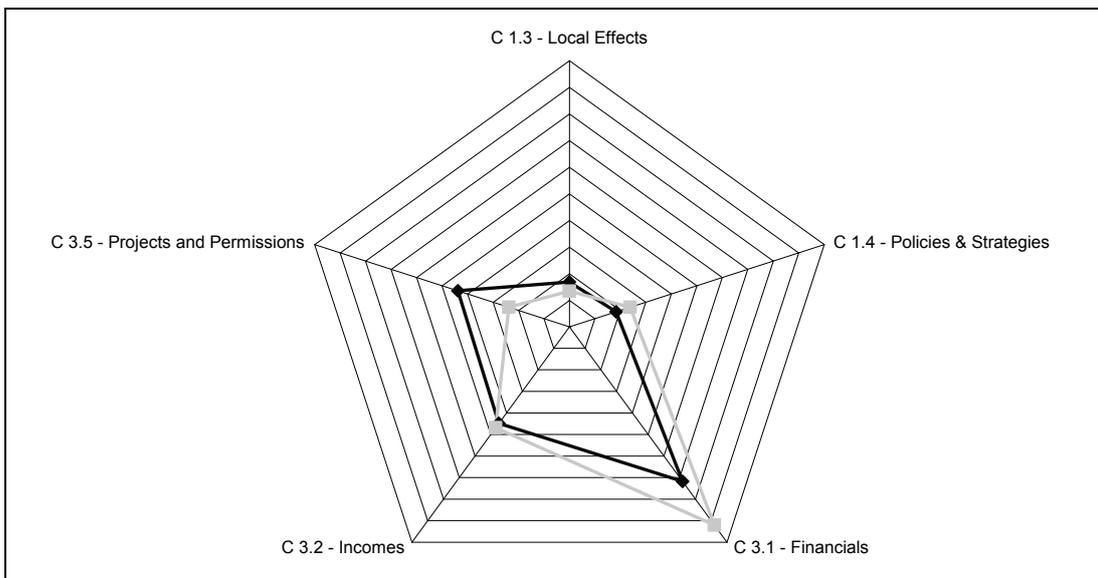
Figura 29.- Pesì delle alternative per lo scenario 1.2

Dal confronto tra modelli 1 e 1.2 (Figura 30), è stato osservato che, anche se alcuni criteri non sono considerati abbastanza significativi, i criteri del modello 1 sono i più importanti nel 1.2. Il contributo del criterio C2.1 viene assorbito dai criteri ambientali, mentre la somma dei criteri C3.3, C3.4, C3.5 del modello 1, che sono sostanzialmente i criteri di ingegneria, nel modello 1.2 sono aggregati nel C3.5.



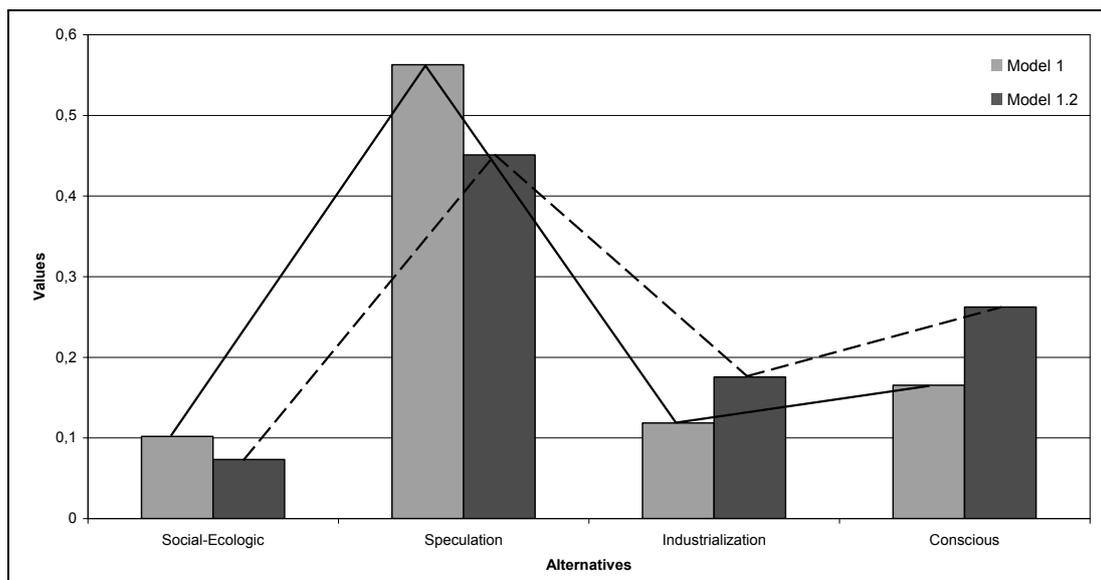
**Figura 30.- Confronto tra i criteri dei modelli 1 e 1.2**

Aggregando tali cluster (Figura 31), infatti, si nota meglio una sostanziale corrispondenza tra i risultati dei due modelli. Inoltre, attraverso la normalizzazione dei valori in comune tra i due modelli, è stato osservato che essi hanno gli stessi profili.



**Figura 31.- Confronto tra i criteri in comune tra i modelli 1 e 1.2**

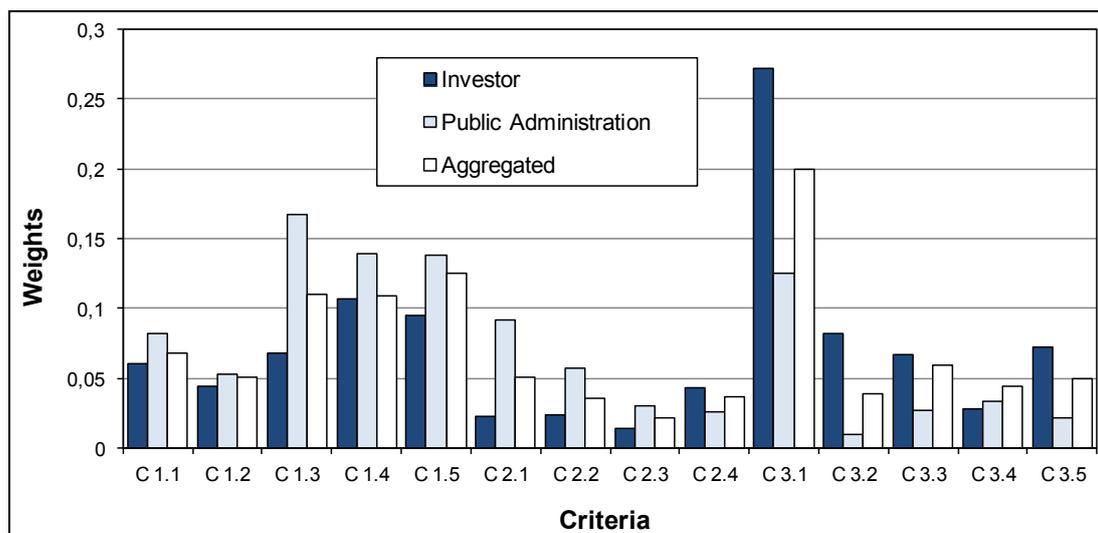
In ultima analisi, seppur perdendo il contributo di alcuni criteri piuttosto importanti, il modello ridotto è preferibile per la sua più semplice realizzazione (costruzione del modello, svolgimento dei questionari, ecc.), dato che non si riscontrano significativo cambiamenti nella scelta delle alternative, come si evince dalla Figura 32 in cui le risposte dei due modelli delineano profili molto simili.



**Figura 32.- Confronto tra le alternative dei modelli 1 e 1.2**

### 3.4.3 Discussione dei risultati del modello 2

Per quanto riguarda lo scenario 2, il problema per la PA è come guidare gli investitori verso le alternative del tipo A1 e A4. Una strategia volta a questo scopo dà maggiore peso ai criteri di sostenibilità per completare il modello di processo decisionale. In questo senso, come spiegato, è stato proposto uno scenario 2 e ancora una volta gli esperti sono stati interrogati sulla loro preferenze. I risultati sono illustrati nelle figure 33 e 34.



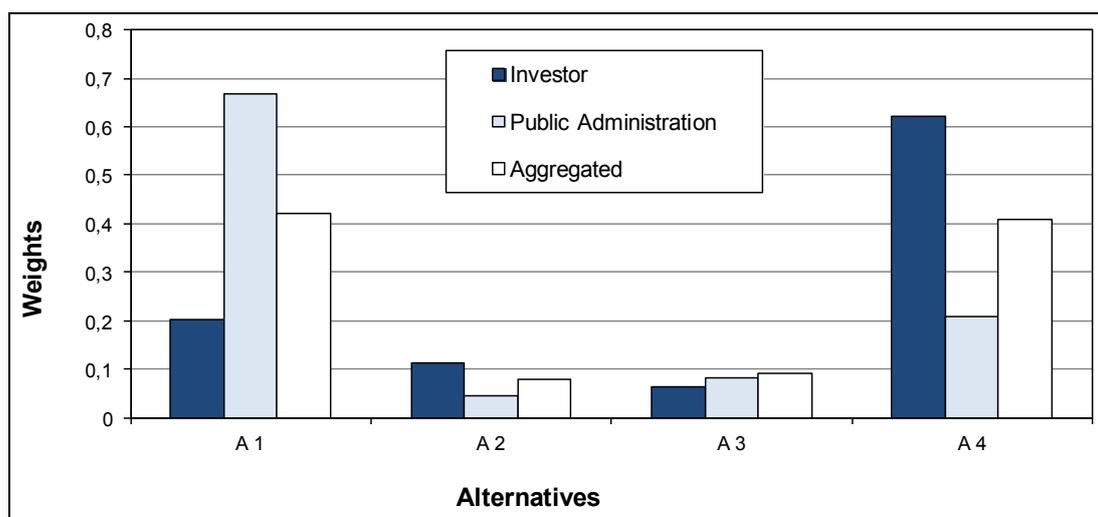
**Figura 33.- Pesì dei criteri per lo scenario 2**

Come mostrato in figura 33, nello scenario ideale CI e PA presentano differenze ancora maggiori e più complesse. CI ha continuato a dare più importanza al cluster economico (per un peso totale di circa il 52%), mentre il rappresentante PA ha dato più importanza al contesto socio-ambientale (con un peso totale del 58% circa). Il cluster 1 accumula il 38% del peso totale per CI e il cluster 3 un 21% del peso totale per il rappresentante PA. Entrambi hanno dato poca importanza ai criteri tecnologici (cluster 2): il 21% per il rappresentante PA; il 10% per l'investitore. Sebbene i criteri tecnologici siano stati inizialmente accettati come influenti da entrambi gli esperti, hanno finito per avere un peso nettamente inferiore a quello degli altri criteri. Questo significa che probabilmente i problemi tecnologici non sono considerati né una spinta né un rischio per lo sviluppo degli impianti a biomassa, almeno per gli esperti intervistati. Risposte diverse sono possibili qualora vengano intervistati dei tecnici esperti di impiantistica.

Pertanto, CI, mentre logicamente assegna maggiore importanza ai criteri economici, guarda anche agli incentivi legati al cluster 1 'socio-ambientale'. In primo luogo perché, gli investitori di questo settore hanno una certa inclinazione alla sostenibilità. Anche perché, con il sostegno economico per gli investimenti “socio-ambientali”, ci sarebbero maggiori investimenti anche in altri tipi di impianti a

biomassa oltre che in quelli di tipo “speculativo”. In questo modo gli investitori si aspettano di mantenere la redditività dell'investimento riducendo i rischi derivanti da impatti sociali e ambientali. Soprattutto, minimizzando il rischio di ripetute modifiche nel sistema di incentivazione come è accaduto durante la cosiddetta “bolla fotovoltaica”.

Il rappresentante PA, interrogato sui suoi risultati, si sarebbe aspettato una maggiore influenza dei criteri socio-ambientali invece che dei criteri economici, e in misura minore di quelli tecnologici. Accettando che gli investitori mirino a massimizzare il vantaggio economico, la PA desidererebbe un sistema di incentivi che tenda a promuovere investimenti per i proprietari delle biomasse. Quindi, l'applicazione dell'ANP per costruire il modello decisionale per lo scenario 2, ha mostrato un disaccordo tra gli interessi degli investitori di capitali di rischio (CI) e i rappresentanti della pubblica amministrazione (PA).



**Figura 34.- Pesi delle alternative per lo scenario 2**

Concentrandosi ora sul portafoglio delle alternative di investimento, la Figura 34 mostra nuovamente un chiaro disaccordo tra PA e CI. Mentre il primo ritiene che il nuovo sistema di incentivi dovrebbe promuovere impianti alimentato da biomassa di tipo 1 (alimentati da rifiuti agro-industriali, con filiere corte, etc.), il secondo preferisce i progetti di tipo “consapevole” (Alternativa 4). Questo può essere

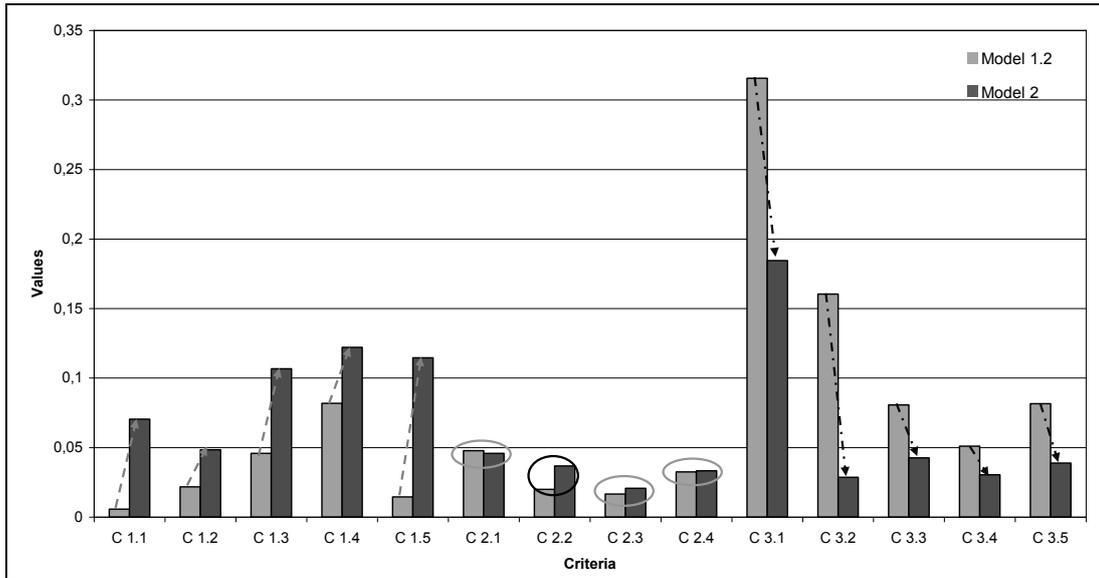
spiegato in base al modello decisionale dello scenario 2. Le centrali a biomassa di tipo 1 (“socio-ambientali”) producono effetti locali di minor impatto, promuovono l'autonomia energetica locale e hanno un migliore impatto sullo sviluppo sociale. Gli impianti a biomassa di tipo 4 presentano anch'essi una buona performance nel contesto socio-ambientale ma, inoltre, sono più facili da finanziare e danno migliori risultati economici.

Infine, è stato considerato interessante cercare di trovare un compromesso tra i due profili originali, promuovendo un sistema di incentivi bilanciato tra le aspettative sia degli investitori che della pubblica amministrazione. Per questo motivo, un nuovo modello decisionale è stato sviluppato aggregando i giudizi dei due esperti tramite una media geometrica (vedi figure 33 e 34). Quindi, se questo modello aggregato fosse stato scelto come modello decisionale finale, la pubblica amministrazione avrebbe dovuto iniziare a progettare un nuovo sistema di incentivazione con politiche adeguate, come ad esempio: reindirizzando parte della tariffa incentivante per sostenere l'occupazione (cioè spostando il peso dal criterio C3.2 al criterio C1.5); sostenendo la diffusione di biomasse locali, tassando il trasporto o l'importazione di biomassa da altri Paesi (cioè spostando il peso da C3.5 a C 1.4); Etc.

## 4 Conclusioni

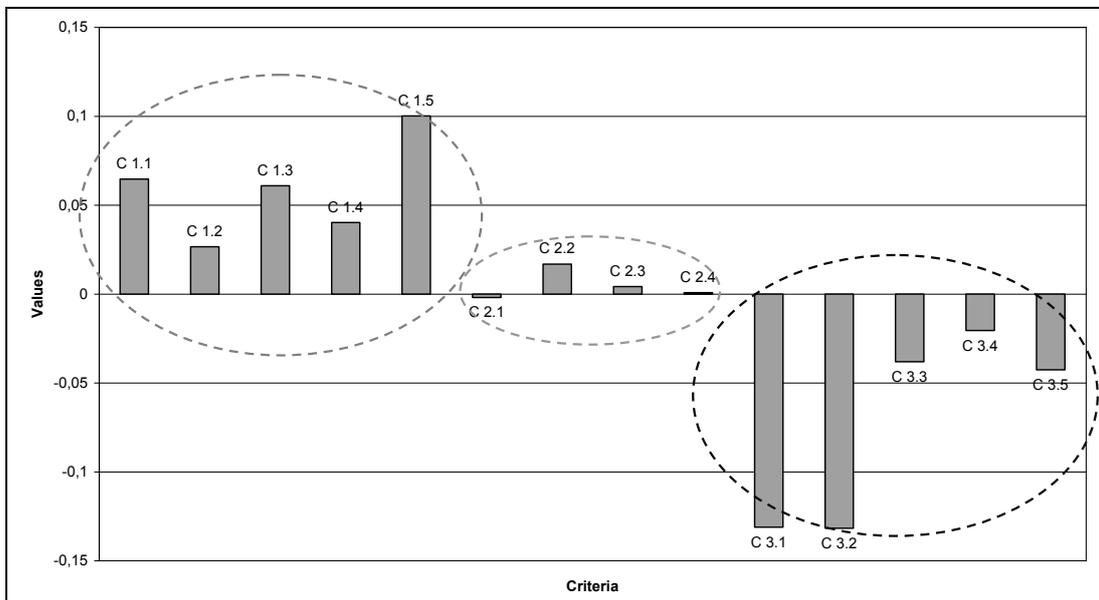
L'ANP si è dimostrato essere un utile strumento per la previsione di come l'attuale sistema di incentivazione per lo sviluppo guiderà gli investimenti in impianti per la produzione di energia elettrica da fonti rinnovabili. In particolare, l'ANP ha permesso di esplorare le procedure decisionali degli investimenti nel caso di sviluppo di progetti di centrali alimentate a biomassa in Italia. La ricerca si è concentrata sulla dimostrazione dell'utilità dell'ANP in questo ambito. Il gruppo composto da soli due esperti, uno rappresentante degli investitori e uno rappresentante della pubblica amministrazione, è troppo piccolo per considerare i risultati di questo lavoro come guida per la progettazione futura dei sistemi di incentivazione. Questo studio presenta piuttosto un approccio realistico per la modellazione del processo decisionale che contribuirà a rendere migliori le politiche per il raggiungimento degli obiettivi della normativa per lo sviluppo delle energie rinnovabili.

Il modello decisionale costruito con l'ANP è rigoroso e preciso, basandosi sullo studio delle variabili quantitative e qualitative esplicative e la costituzione di rapporti di feedback e di interdipendenza tra le variabili. Quindi per una maggiore qualità del modello è necessario che più esperti collaborino al suo sviluppo. A questo proposito, l'ANP propone in primo luogo di cercare di ottenere un consenso tra i partecipanti su ogni giudizio, e, ove ciò non è possibile, di aggregare le decisioni attraverso la media geometrica. Dal confronto tra i modelli proposti (Figura 35) si evince che il sistema degli incentivi in Italia è fortemente sbilanciato verso criteri meramente economici. Altrettanto diffusa è l'opinione che i pesi dei criteri economici dovrebbero essere ridotti in favore di quelli socio-ambientali. Può sembrare che non ci sia una sensibilità verso i criteri tecnologici (a parte l'integrazione tra fonti rinnovabili e tradizionali, peraltro strettamente legato con il cluster socio-ambientale). La mancanza di attenzione ai criteri tecnologici non deve essere interpretata come una mancanza di importanza degli stessi, ma come un'urgenza molto maggiore nella corretta revisione degli altri.



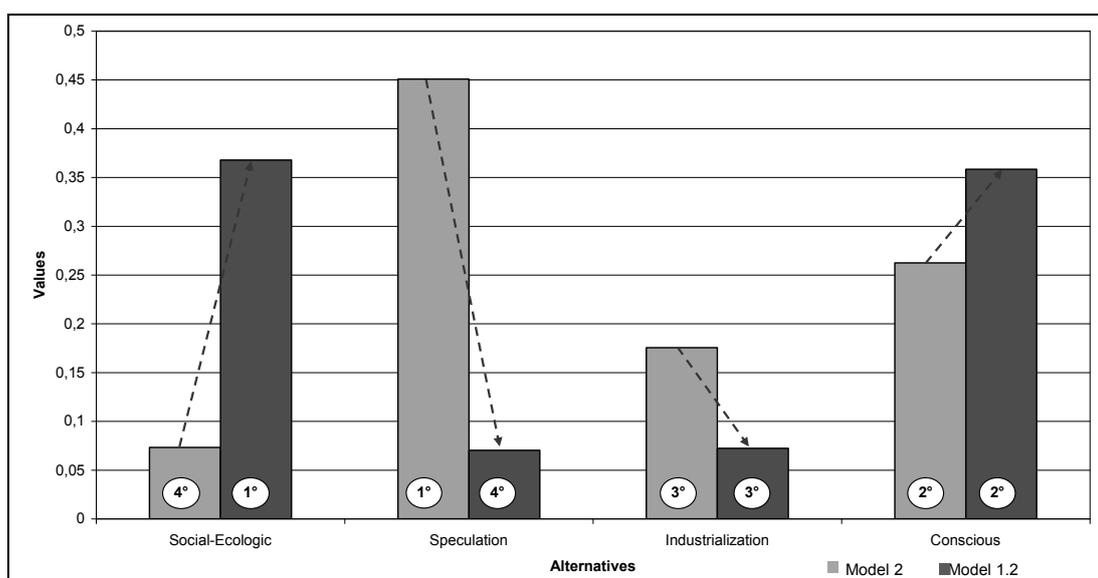
**Figura 35.- Confronto tra i criteri dei modelli 1.2 e 2**

La differenza tra i valori dei due modelli offre una visione della dimensione di adattamento dei pesi, come si evince dalla figura 36. Il senso della legge dovrebbe essere quello di avere pesi bilanciati tra i criteri e non tanto differenti.



**Figura 36.- Differenza tra i criteri dei modelli 1.2 e 2**

La Figura 37 mostra che, per quanto riguarda le alternative: guardando i due modelli, l'importanza passa da una scala di priorità fortemente caratterizzata dalla “Speculazione Economica” (che poi scende abbastanza gradualmente a “Cosciente”, “Industrializzazione”, “Socio-ecologica”), ad uno che mostra quasi altrettanto importanti le soluzioni “Ecologica” e “Cosciente”, e quelle “Economica” e “Industriale”. Nel Modello 2 l'incentivo economico dà priorità più elevata alle alternative A1.1 Socio-ecologica e A1.4 “Cosciente”, meno redditizie e più desiderabili per lo sviluppo sostenibile. Paradossalmente, oggi vi è una degenerazione del sistema per cui sono incoraggiati gli investimenti in impianti meno adatti per lo sviluppo sostenibile.



**Figura 37.- Confronto tra le alternative dei modelli 1.2 e 2**

Cambiare il sistema di incentivazione è visto come il rischio maggiore da parte degli investitori. Pertanto, la pubblica amministrazione deve progettare meglio e mantenere più a lungo il sistema di incentivazione per lo sviluppo delle energie rinnovabili. Quindi è essenziale poter prevedere come il mercato reagirà ad un particolare sistema di incentivazione. Inoltre, la previsione consente di dimostrare le diverse disposizioni del sistema di incentivazione prima di affermare la politica

finale. In questo modo la pubblica amministrazione può contare su una politica più efficace per stimolare gli investimenti per lo sviluppo delle energie rinnovabili.

Pur ammettendo che i risultati non sono definitivi, dato che sarebbe necessario interrogare un numero maggiore di esperti, l'applicazione della metodologia al caso di studio di impianti per la produzione di energia elettrica alimentati da biomasse ha dato risultati interessanti. Da un lato, si è analizzata la situazione con il sistema di incentivi attuale sia da parte dell'investitore che della pubblica amministrazione. Al momento, solo criteri economici sono influenti e le altre problematiche socio-ambientali vengono analizzate in termini di rischio per la redditività. Quando si è cercato di guidare gli investitori a considerare in misura maggiore i criteri di sostenibilità nel momento della selezione dei progetti da promuovere, ci si è trovati in un disaccordo quasi impossibile da conciliare. Tuttavia, investitori e PA hanno collaborato e contribuito in modo significativo a ridisegnare il sistema di incentivi in modo da guidare gli investimenti verso progetti più sostenibili.

Infine, gli esperti hanno affermato che la procedura ha i seguenti punti di forza e di debolezza: da un lato l'ANP ha aiutato la comprensione del problema da diversi punti di vista, esplorando le soluzioni alternative, strutturando il dibattito e rendendo più semplice la spiegazione e la tracciabilità delle possibili decisioni; dall'altra, l'ANP richiede molto tempo, è di difficile applicazione fino a quando la logica si basa molto sui giudizi soggettivi. Per questo motivo è preferibile implementare, ove possibile, un modello non troppo complesso ed è indispensabile un gruppo equilibrato di decisori o esperti.

## Bibliografia

### Articoli su rivista:

Aragonés-Beltrán, P., Chaparro-González, F., Pastor-Ferrando, J.P., Rodríguez-Pozo, F., 2010. An ANP-based approach for the selection of photovoltaic solar power plant investment projects. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 14, 249-264.

Baños, R., Manzano-Agugliarob, F., Montoyab, F.G., Gila, C., Alcaydeb, A., Gomezc, J., 2011. Optimization methods applied to renewable and sustainable energy: A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 15, 1753–1766.

Begic, F., Afgan, N.H., 2007. Sustainability assessment tool for the decision making in selection of energy system—Bosnian case. *Energy* 32, 1979–1985.

Boni, M.R., Viridis, L., 2008. La valorizzazione energetica delle biomasse. *Maintenance and Facility Management* 4, 19–22.

Cavallaro, F., Ciruolo, L., 2005. A multicriteria approach to evaluate wind energy plants on an Italian island. *Energy Policy* 33, 235–244.

Chatzimouratidis, A.I., Pilavachi, P.A., 2008. Multicriteria evaluation of power plants impact on the living standard using the analytic hierarchy process. *Energy Policy* 36, 1074–1089.

Chatzimouratidis, I., Pilavachi, P.A., 2009. Technological, economic and sustainability evaluation of power plants using the Analytic Hierarchy Process. *Energy Policy* 37, 778–787.

Couture, T., Gagnon Y., 2010. An analysis of feed-in tariff remuneration models: Implications for renewable energy investment. *Energy Policy* 38, Pages 955–965.

Datta, A., Ray, A., Bhattacharya, G., Saha, H., 2011. Green energy sources (GES) selection based on multi-criteria decision analysis (MCDA). *International Journal of Energy Sector Management* 5, 271–286.

De Wit, M., Faaij, A., 2009. European biomass resource potential and costs. *Biomass and Bioenergy* 34, 188–202.

Demirbas, M.F., Balat, M., Balat, H., 2009. Potential contribution of biomass to the sustainable energy development. *Energy Conversion and Management* 50, 1746–1760.

Domaca, J., Richardsb, K., Risovicc, S., 2005. Socio-economic drivers in implementing bioenergy projects. *Biomass and Bioenergy* 28, 97–106.

Freppaz, D., Minciardi, R., Robba, M., Rovatti, M., Sacile, R., Taramasso, A., 2004. Optimizing forest biomass exploitation for energy supply at a regional level. *Biomass and Bioenergy* 26, 15–25.

Haralambopoulos, D.A., Polatidis, H., 2003. Renewable energy projects: structuring a multi-criteria group decision-making framework. *Renewable Energy* 28, 961–973.

Kahraman, C., Kaya, I., Cebi, S., 2009. A comparative analysis for multiattribute selection among renewable energy alternatives using fuzzy axiomatic design and fuzzy analytic hierarchy process. *Energy* 34, 1603–1616.

Kalt, G., Kranzl, L., Haas, R., 2010. Long-term strategies for an efficient use of domestic biomass resources in Austria. *Biomass and Bioenergy* 34, 449–466.

Kowalski, K., Stagl, S., Madlener, R., Omann, I., 2009. Sustainable energy futures: Methodological challenges in combining scenarios and participatory multi-criteria analysis. *European Journal of Operational Research* 197, 1063–1074

Kumar, A., Purohit, P., Rana, S., Kandpal, T.C., 2002. An approach to the estimation of the value of agricultural residues used as biofuels. *Biomass and Bioenergy* 22, 195–203.

Lewandowska, I., Wegerb, J., Van Hooijdonka, A., Havlickovab, K., Van Dama, J., Faaija, A., 2006. The potential biomass for energy production in the Czech Republic. *Biomass and Bioenergy* 30, 405–421.

Panwar, N.L., Kaushik, S.C., Kothari, S., 2011. Role of renewable energy sources in environmental protection: A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 15, 1513–1524.

Perpiñà, C., Alfonso, D., Pérez-Navarro, A., Peñalvo, E., Vargas, C., Càrdenas, R., 2009. Methodology based on Geographic Information Systems for biomass logistics and transport optimisation. *Renewable Energy* 34, 555–565.

Pohekar, S.D., Ramachandran, M., 2004. Application of multi-criteria decision making to sustainable energy planning—A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 8, 365–381.

Rentizelas, A.A., Tatsiopoulou, I.P., Tolis, A., 2009. An optimization model for multi-biomass tri-generation energy supply. *Biomass and Bioenergy* 33, 223–233.

Rentizelas, A.A., Tolis, A.J., Tatsiopoulou, I.P., 2009. Logistics issues of biomass: The storage problem and the multi-biomass supply chain. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 13, 887–894.

San Cristóbal, J.R., 2011. Multi-criteria decision-making in the selection of a renewable energy project in Spain: The VIKOR method. *Renewable Energy* 36, 498–502.

Shen, Y.C., Chou, C.J., Lin, G.T.R., 2011. The portfolio of renewable energy sources for achieving the three E policy goals. *Energy* 36, 2589–2598.

Simona, S., Wiegmannb, K., 2009. Modelling sustainable bioenergy potentials from agriculture for Germany and Eastern European countries. *Biomass and Bioenergy* 33, 603–609.

Sims, R.E.H., Mabee, W., Saddler, J.N., Taylor, M., 2010. An overview of second generation biofuel technologies. *Bioresource Technology* 101, 1570–1580.

Sims, R.E.H., Mabee, W., Saddler, J.N., Taylor, M., 2010. An overview of second generation biofuel technologies. *Bioresource Technology* 101, 1570–1580.

Sims, R.E.H., Venturi, P., 2004. All-year-round harvesting of short rotation coppice eucalyptus compared with the delivered costs of biomass from more conventional short season, harvesting systems. *Biomass and Bioenergy* 26, 27–37.

Smeets, E.M.W., Faaij, A.P.C., 2010. The impact of sustainability criteria on the costs and potentials of bioenergy production – Applied for case studies in Brazil and Ukraine. *Biomass and Bioenergy* 34, 319–333.

Sokhansanja, S., Kumarc, A., Turhollowa, A.F., 2006. Development and implementation of integrated biomass supply analysis and logistics model (IBSAL). *Biomass and Bioenergy* 30, 838–847.

The Pew Charitable Trusts. G-20 Report: WHO’S WINNING THE CLEAN ENERGY RACE? EDITION 2010. G-20 INVESTMENT POWERING FORWARD

Trømborg, E., Bolkesjø, T.F., Solberg, B., 2008. Biomass market and trade in Norway: Status and future prospects. *Biomass and Bioenergy* 32, 660–671.

#### **Articoli in Atti di Convegni:**

Caldon, R., 2010. La ricerca dell’Università italiana sui sistemi elettrici del futuro. Convegno AEIT Catania.

Conti, S., 2010. Verso le Smart Grids. Smart Grids: Rivoluzione nella Distribuzione dell’Energia Elettrica. Nuovi scenari di sviluppo dell’automazione e della generazione diffusa e occasioni per l’industria. Convegno AEIT Catania.

Di Marino, E., 2010. Nuovi Ruoli, Nuove Reti. Le Operations nell’era della generazione distribuita. Convegno AEIT Catania.

Gallanti, M., 2010. Il Sistema Elettrico. Convegno AEIT Catania.

Galliani, A., 2010. Novità regolatorie in materia di connessione degli impianti di produzione alle reti elettriche. Convegno AEIT Catania.

Niglio, G., 2010. La previsione delle immissioni di energia elettrica da fonti rinnovabili quale meccanismo di integrazione nelle reti di distribuzione, l'esperienza del GSE. Convegno AEIT Catania.

**Libri:**

Saaty, T.L., 2001. Theory and Applications of the Analytic Network Process: Decision Making with Benefits, Opportunities, Costs, and Risks.

Saaty, T.L., Vargas, L.G., 2005. Decision making with the analytic network process: economic, political, social and technological applications with benefits, opportunities, costs and risks.

**Normativa:**

Legge 24 Dicembre 2007, n. 244. Disposizioni per la formazione del bilancio annuale e pluriennale dello Stato (legge finanziaria 2008). (GU n. 300 del 28-12-2007 - Suppl. Ordinario n.285)

## Sitografia

<http://www.gse.it>

[www.superdecisions.com](http://www.superdecisions.com)