



**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA**  
***DOTTORATO DI RICERCA IN “INGEGNERIA delle STRUTTURE”***  
**(XXIV Ciclo)**  
**Coordinatore: Prof. Giuseppe Oliveto**

**DOTT.SSA MANUELA MARINO**

---

***IL RUOLO DELL'ATTRITO NELLA VULNERABILITÀ SISMICA DI EDIFICI  
STORICI IN MURATURA SOLLECITATI FUORI PIANO***

**TESI DI DOTTORATO**

**Relatore Prof. Fabio Neri**

**ANNO ACCADEMICO 2011/2012**

## Sommario

INTRODUZIONE .....	6
1. CENNI SUL COMPORTAMENTO DELLE STRUTTURE MURARIE.....	9
1.1. Caratteristiche meccaniche del materiale .....	9
1.2. Dissesti statici.....	11
1.3. Dissesti sismici .....	16
1.3.1. <i>Risposta per azioni sismiche nel piano</i> .....	17
1.3.2. <i>Risposta per azioni fuori dal piano</i> .....	23
Riferimenti Bibliografici .....	27
2. INQUADRAMENTO NORMATIVO .....	28
2.1. I primi provvedimenti antisismici .....	28
2.2. Evoluzione normativa in materia di murature dal 1927 al 1996 .....	29
2.3. La normativa antisismica oggi .....	34
Riferimenti Bibliografici .....	38
Riferimenti Normativi .....	38
3. CENNI AI METODI DI MODELLAZIONE ED ANALISI RELATIVI AL COMPORTAMENTO GLOBALE DI EDIFICI IN MURATURA. ....	39
3.1. Metodi di analisi .....	39
3.1.1. <i>Cenni sul comportamento dinamico delle strutture</i> .....	40
3.1.2. <i>Analisi dinamiche</i> .....	44
3.1.3. <i>Analisi statica lineare</i> .....	45
3.1.4. <i>Analisi statica non lineare</i> .....	47
3.2. Metodi di modellazione.....	51
3.2.1. <i>Elementi finiti</i> .....	52
3.2.2. <i>Metodi monodimensionali</i> .....	54

3.2.3. <i>Metodi bidimensionali</i> .....	59
Riferimenti Bibliografici .....	63
4. MODELLAZIONE ED ANALISI DI MECCANISMI LOCALI.....	64
4.1. Il comportamento dinamico di una parete sollecitata fuori piano .....	64
4.2. Procedure statiche equivalenti: l'analisi limite ed il problema della dissipazione energetica.....	71
4.3. Applicazione dell'analisi limite ai meccanismi di primo modo frequenti nell'edilizia tradizionale.....	74
4.3.1. <i>Flessione orizzontale</i> .....	74
4.3.2. <i>Flessione verticale</i> .....	78
4.3.3. <i>Ribaltamento semplice di parete monolitica a più piani</i> .....	81
4.3.4. <i>Ribaltamento composto di parete monolitica a più piani</i> .....	82
4.4. I meccanismi locali nell'attuale normativa antisismica. ....	83
4.4.1. <i>Analisi parametrica di una parete secondo il metodo proposto nell'attuale normativa</i> .....	88
Riferimenti Bibliografici .....	94
Riferimenti Normativi .....	95
5. VALUTAZIONE DELLA DISSIPAZIONE ENERGETICA NEI MECCANISMI DI PRIMO MODO .....	96
5.1. Introduzione.....	96
5.2. La teoria della plasticità in presenza di attrito.....	96
5.3. Valutazione delle resistenze attritive per un blocco rigido .....	105
5.4. Analisi parametriche per la valutazione della capacità di pannelli sollecitati da azioni fuori piano in presenza di attrito .....	108
5.4.1. <i>Ipotesi di base e meccanismi di danno analizzati</i> .....	108
5.4.2. <i>Meccanismo misto a cuneo singolo</i> .....	111
5.4.3. <i>Meccanismo a cuneo doppio</i> .....	114

5.4.4. <i>Meccanismi di ribaltamento dell'angolata</i> .....	119
5.4.5. <i>Meccanismi di ribaltamento di pareti semi-ammorsate</i> .....	123
5.5. Risultati delle analisi .....	125
5.6. Validazione dei risultati.....	132
Riferimenti Bibliografici .....	134
6. UN METODO SEMPLIFICATO PER LA VALUTAZIONE DELLA DISSIPAZIONE ENERGETICA NEI MECCANISMI DI PRIMO MODO DI EDIFICI STORICI IN MURATURA .....	135
6.1. Introduzione.....	135
6.2. Determinazione di coefficienti correttivi per la valutazione della dissipazione energetica dovuta all'attrito in meccanismi fuori piano.....	137
6.3. Esempi applicativi per la metodologia proposta .....	141
7. METODO PER LA DETERMINAZIONE DI UN INDICE DI QUALITÀ MURARIA .....	149
7.1. Introduzione.....	149
7.2. Il metodo dell'indice di qualità murario per la caratterizzazione delle murature tradizionali .....	150
7.3. Descrizione dei criteri utilizzati per attribuire un giudizio sui parametri caratterizzanti la regola dell'arte.....	152
7.3.1. <i>Malta di buona qualità - efficace contatto fra elementi (m.a.)</i> .....	153
7.3.2. <i>Ingranamento trasversale / presenza di diatoni (p.d.)</i> .....	153
7.3.3. <i>Forma degli elementi resistenti (F.EL.)</i> .....	156
7.3.4. <i>Dimensione degli elementi (D.EL.)</i> .....	156
7.3.5. <i>Sfalsamento fra giunti verticali/ingranamento nel piano (s.g.)</i> .....	157
7.3.6. <i>Presenza di filari orizzontali (o.r.)</i> .....	158
7.3.7. <i>Attribuzione di un giudizio globale</i> .....	159
Riferimenti Bibliografici .....	162

8. VALUTAZIONE SPERIMENTALE DEL COEFFICIENTE DI ATTRITO PER ALCUNE TIPOLOGIE MURARIE .....	163
8.1. Introduzione.....	163
8.2. Descrizione della campagna di indagini.....	163
8.3. Metodologia di rilievo dei campioni murari.....	166
8.4. Metodologia di esecuzione delle prove di scorrimento e strumentazione utilizzata .....	168
8.5. Risultati delle indagini.....	172
8.6. Correlazione fra IQM nel piano ed attrito sperimentale.....	173
8.7. Determinazione di un intervallo di valori ammissibili per due tipologie murarie tipiche siciliane .....	176
8.8. Conclusioni.....	179
9. ALLEGATO Schede di sintesi dei rilievi e delle indagini effettuate.....	179

## INTRODUZIONE

La salvaguardia dell'edilizia tradizionale, che rappresenta il cuore delle nostre città storiche, è stata negli ultimi decenni oggetto di un vivace dibattito; gli eventi sismici distruttivi che hanno colpito il territorio nazionale hanno infatti evidenziato come il tema della sicurezza rivesta una posizione centrale nel problema della conservazione ed hanno risvegliato un crescente interesse per gli studi sulla vulnerabilità sismica del patrimonio edilizio storico. Dall'osservazione degli scenari di danno post-sismici è emerso che la maggioranza dei danni gravi e dei collassi di strutture murarie storiche, prive di solai rigidi e cordoli di piano, si verifica per meccanismi locali di pareti sollecitate fuori piano o per meccanismi misti di pareti sollecitate fuori piano e nel piano. Questi meccanismi avvengono, come è noto, per valori bassi dell'accelerazione al suolo e sono quindi potenzialmente più pericolosi rispetto a meccanismi di collasso legati alla risposta globale della struttura. Le difficoltà legate alla modellazione ed analisi dei meccanismi locali di edifici in muratura sono molteplici:

- una prima difficoltà è legata alla comprensione dell'effettiva organizzazione delle strutture; infatti gli aggregati edilizi di cui sono costituiti i centri storici sono formati da unità che interagiscono fra di loro e che formano un unicum strutturalmente indissolubile;
- una seconda difficoltà è legata alle caratteristiche del materiale muratura: esso è infatti un materiale composito, costituito da elementi lapidei tenuti insieme dalla malta, ed è caratterizzato da un comportamento fortemente non lineare;

- una terza difficoltà è legata al gran numero di configurazioni di collasso che dipendono da fattori di tipo qualitativo (tessitura muraria, qualità dei dettagli costruttivi, presenza di aperture); la corretta modellazione richiede lo sforzo di tradurre tali fattori di tipo qualitativo in dati quantitativi.

L'utilizzo di un metodo di analisi sofisticato, a fronte di un maggiore onere computazionale, si scontrerebbe comunque con queste notevoli incertezze; per questo motivo si ritiene che, in vista di un'applicazione estensiva per il recupero del patrimonio storico, sia utile fornire al professionista un metodo di analisi efficace ma che consenta, al tempo stesso, la possibilità di non perdere di vista l'aspetto fenomenologico del problema ed il controllo diretto dei risultati.

Lo scopo di questa tesi di dottorato è quello di fornire un piccolo contributo allo studio delle procedure statiche equivalenti che descrivono il comportamento di pannelli murari sollecitati fuori piano. L'innovazione consiste nel miglioramento di una metodologia di analisi statica equivalente correntemente utilizzata per descrivere il fenomeno, l'analisi limite, che applicata alle murature non consente tuttavia la valutazione della dissipazione energetica. Il lavoro svolto ha dimostrato che l'introduzione delle resistenze attritive, nell'equazione dei lavori virtuali, consente di valutare, in una certa misura, la dissipazione energetica che avviene durante il cinematismo. Questo permette di descrivere in maniera più accurata il fenomeno, e di tenere conto della riserva di capacità posseduta dal pannello, dopo l'insorgere delle lesioni, a causa del suo comportamento dinamico (*rocking*).

Il contributo del lavoro vuole essere inoltre quello di dare un metodo applicativo per la valutazione delle resistenze attritive relative ad alcune tipologie murarie tipiche siciliane. Per finire, l'intento è quello di mostrare una corrispondenza fra due approcci fino a poco tempo fa considerati distinti, ma che oggi si stanno

riavvicinando grazie agli studi condotti negli ultimi anni dalla comunità scientifica: quello basato sull'analisi qualitativa della tessitura muraria e della regola dell'arte e quello della sperimentazione mediante prove in situ mediante le quali valutare le resistenze ed i parametri meccanici in gioco. Sono stati selezionati dei campioni murari sui quali sono state effettuate prove sperimentali di scorrimento e si è mostrato come la correlazione fra coefficiente di attrito sperimentale ed la qualità muraria precedentemente rilevata sia sufficientemente soddisfacente.



## **1. CENNI SUL COMPORTAMENTO DELLE STRUTTURE MURARIE**

### **1.1. Caratteristiche meccaniche del materiale**

La principale peculiarità della muratura è di essere un materiale eterogeneo, costituito da conci lapidei, alternati a giunti di malta, elementi che hanno proprietà meccaniche molto diverse fra loro. Altra caratteristica della muratura è di essere un materiale fortemente anisotropo, in cui la resistenza dipende dalla direzione di applicazione del carico. L'esito di prove sperimentali monoassiali di trazione-compressione eseguite sui materiali che compongono la muratura, mette in luce come, sia gli elementi lapidei che la malta, presentino un'esigua resistenza a trazione rispetto quella a compressione. Appare inoltre che la malta rappresenti l'elemento debole della muratura, avendo valori di tensione a rottura e modulo di elasticità normale più bassi rispetto a quelli degli elementi lapidei. È logico aspettarsi che le caratteristiche meccaniche di un pannello murario siano intermedie fra quelle degli elementi che la compongono, tuttavia la questione è molto più complicata, in quanto dipende da innumerevoli fattori: lo spessore dei giunti di malta, che come si è detto è l'elemento debole; la lavorazione e l'ingranamento dei conci, che può essere causa di autotensioni benefiche per la resistenza globale; la presenza di ripianamenti atti a distribuire in maniera uniforme le tensioni all'interno della scatola muraria; la presenza di diatoni che attraversano la sezione e che rendono collaboranti i paramenti di cui è composto il pannello; la presenza di riempimento di materiale a sacco con deformabilità diversa dal materiale esterno, ecc. Per tutti questi motivi i parametri meccanici saranno suscettibili di una grande dispersione dei valori, soprattutto se si parla di murature storiche, caratterizzate da tecniche costruttive e materiali spesso eterogenei. I parametri meccanici delle murature possono essere ricavati da

prove realizzate in situ tramite l'ausilio di martinetti idraulici, oppure, analogamente a quanto si fa per gli elementi che la compongono, tramite prove effettuate su pannelli appositamente realizzati in laboratorio. I valori della resistenza ricavati in tal modo possono coprire intervalli anche molto ampi a seconda della tessitura e del materiale utilizzato e mettono in luce la natura di tipo *fragile* del materiale muratura, *caratterizzato da un valore elevato della tensione di rottura per compressione*. Il valore di rottura a trazione non solo è molto ridotto, ma è affetto da notevoli incertezze, pertanto si può ammettere per semplicità un diagramma caratterizzato da resistenza nulla a trazione. Il dominio di elasticità della muratura può essere definito utilizzando il criterio di resistenza di Galileo – Rankine, usualmente adottato nel caso di materiali fragili. Tale criterio individua come G.I.P.<sup>1</sup> le tensioni massima e minima evidenziabili sulle diverse giaciture. Siano  $\sigma_T$  e  $\sigma_C$  i valori della soglia elastica a trazione e compressione determinati tramite prove monoassiali; perché il materiale sia in campo elastico è necessario che le tensioni massime e minime evidenziabili siano all'interno dell'intervallo definito da tali valori:

$$\sigma_C \leq \sigma_\alpha \leq \sigma_T \quad \text{con } \alpha = I, II, III \quad (1.1)$$

La (1.1) individua sei disequazioni che definiscono un dominio cubico nello spazio delle tensioni principali; se adesso si pone  $\sigma_{III} = 0$ , allora risultano significative solo le condizioni:

$$\sigma_C \leq \sigma_I \leq \sigma_T \quad \sigma_C \leq \sigma_{II} \leq \sigma_T \quad (1.2a, b)$$

---

<sup>1</sup>COMI, CORRADI DELL'ACQUA 2003, cap.7: La Grandezza Indice del Pericolo (G.I.P.) è una misura globale del livello di sollecitazione che assuma uguale valore per stati di sforzo che, pur tra loro diversi, si ritengano ugualmente distanti dal limite elastico. Confrontando il valore della G.I.P per un certo stato di sforzo con un valore di riferimento espresso in funzione di uno o più dati sperimentali, si può stabilire se, e con quale margine, il materiale si comporti elasticamente.

Le disequazioni (1.2a, 1.2b), individuano il dominio di Galileo – Rankine nel piano definendo un quadrilatero asimmetrico rispetto all'origine (Fig. 1.1). Il criterio attribuisce l'esaurimento delle risorse elastiche al massimo sforzo di trazione; a causa della fragilità del materiale, quando questo raggiunge il valore limite si producono fessure ortogonali alla direzione principale di trazione. Nel caso di sollecitazioni da taglio, le direzioni principali sono inclinate di  $45^\circ$  e le fessure seguono tale inclinazione.

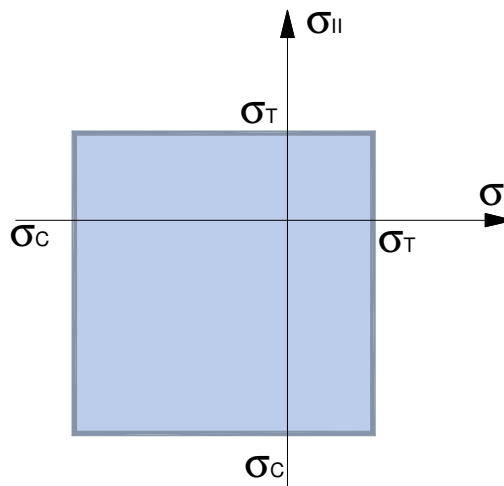


Figura 1.1. Criterio di Rankine

## 1.2. Dissesti statici

È bene sottolineare che la maggior parte dei dissesti di edifici murari non è dovuta al superamento della resistenza a compressione, quanto all'insorgere di tensioni di trazione all'interno del paramento. La muratura, infatti, è un materiale fragile caratterizzato da un comportamento non simmetrico ed ha una resistenza a trazione trascurabile. Quando si ha un'alterazione del regime tensionale originario, tale da provocare il superamento del limite di

proporzionalità tensione-deformazione si genera una trasformazione (dissesto) che sfocia in uno stato di equilibrio meno stabile del precedente. Questa trasformazione avviene manifestandosi esteriormente con l'apparizione di una lesione; ciò accade quando in un punto del solido murario la tensione in esercizio supera quella di rottura. Quando questo avviene, si genera una soluzione di continuità irreversibile, la lesione appunto, che si propaga dall'interno del punto fino alla superficie del solido. La curva lungo la quale si sviluppa la rottura del solido murario prende il nome di direttrice fessurativa, e data la bassa resistenza del materiale a trazione si sviluppa perpendicolarmente alle isostatiche di trazione.

È sempre possibile stabilire una relazione causa-effetto fra una lesione ed il dissesto di cui essa rappresenta l'evidenza; per questo motivo è possibile parlare di lesioni caratteristiche. Una volta individuato il dissesto è possibile risalire alla causa perturbatrice che lo ha generato. I principali dissesti che possono verificarsi in condizioni statiche sono i seguenti:

- *Schiacciamento della muratura*: come si è detto in precedenza, le cause dei dissesti sono da ricercare, più che nel superamento della resistenza a compressione del materiale, nell'insorgere di tensioni di trazione. Tuttavia esistono alcuni casi, in genere legati alla presenza di manomissioni col conseguente incremento dei carichi verticali, in cui le tensioni in esercizio superano il valore della tensione di rottura a compressione. Questa è una situazione è molto pericolosa perché una volta innescata si verifica il distacco e l'espulsione di materiale con la conseguente riduzione delle dimensioni della sezione reagente, volgendo il sistema colpito verso fasi d'instabilità sempre più precarie. Questo fenomeno è spesso legato anche ad alcune situazioni *tipiche*. Ad esempio, nel caso di murature in cui è presente

un riempimento a sacco, la differenza di rigidità fra il materiale interno e le cortine esterne fa sì che il carico venga portato prevalentemente da queste ultime con una riduzione di fatto della sezione resistente del paramento. Questa situazione è ricorrente anche in pilastri e colonne costituiti da un nucleo centrale ed una parte esterna molto più rigida (Fig. 1.2a).

- *Dissesto di pressoflessione* dovuto all'eccentricità dell'asse meccanico della membratura rispetto all'asse geometrico: ciascuna sezione muraria può avere una composizione molto variabile da punto a punto, essendo costituita da conci eterogenei, malta ed eventuali lacune. Il baricentro dei moduli elastici della generica sezione non coinciderà di norma col baricentro geometrico; questo fenomeno è tanto più evidente quanto più la muratura è disomogenea. Accade così che su ciascuna sezione la risultante dei carichi verticali, che passa per il baricentro meccanico, è eccentrica rispetto al baricentro geometrico (Fig. 1.2b). Si genera in tal modo una sollecitazione flessionale la cui entità è proporzionale alla distanza fra i due baricentri.
- *Dissesto dovuto alla spinta localizzata di archi, volte o coperture*. In queste circostanze l'effetto della spinta orizzontale o inclinata combinata con l'azione verticale del peso, provoca l'allontanamento del centro di pressione dal baricentro della struttura e quindi induce una sollecitazione flessionale (Fig. 1.2c).

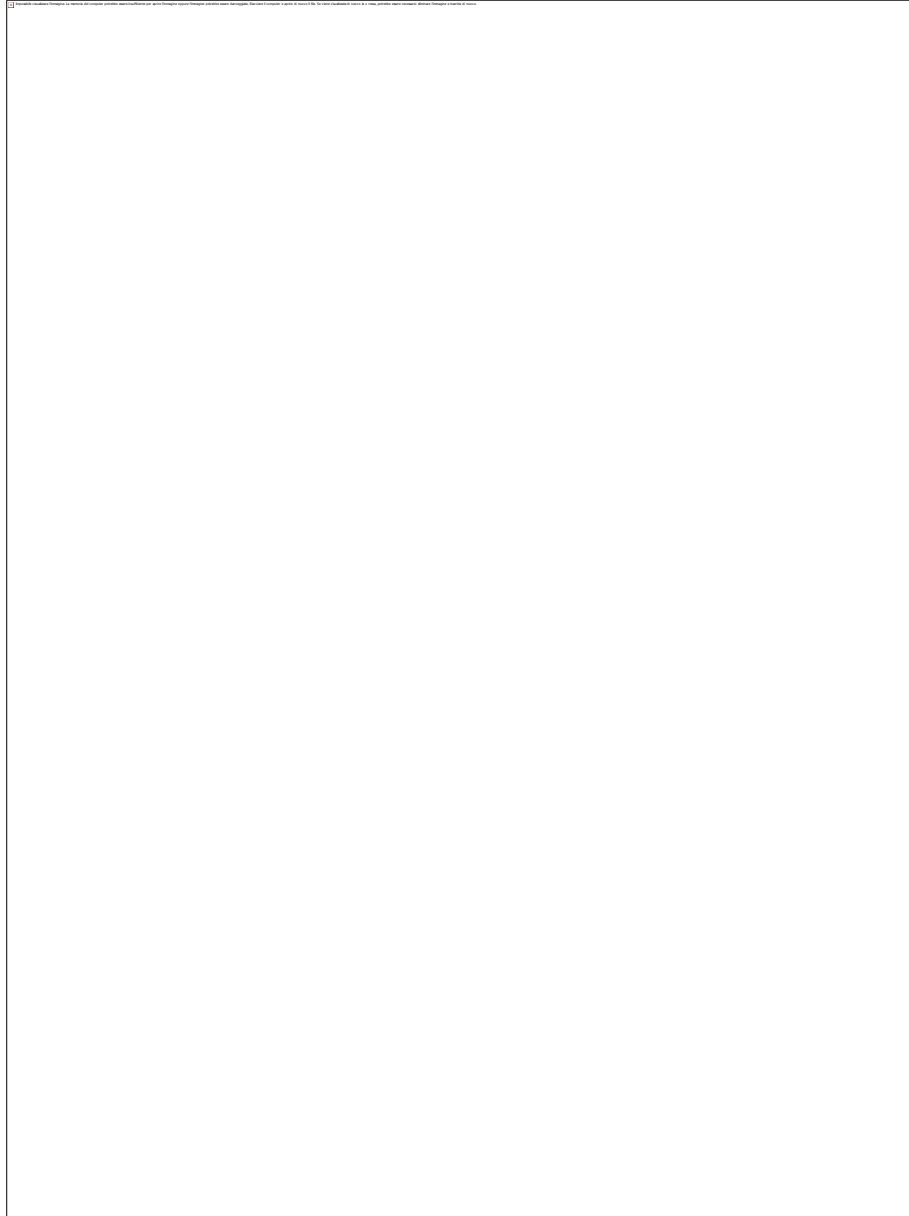


Figura1.2 - Possibili dissesti delle strutture murarie in condizioni statiche.

(da: ZEVI, 2002)

- *Cedimento fondale o basale.* Quando il suolo non è più in grado di accogliere efficacemente i carichi derivanti dalle membrature superiori, nelle porzioni basali dell'edificio si genera uno stato di squilibrio che viene trasmesso alle strutture superiori. Analogo discorso vale del resto per una struttura che, pur non localizzandosi nelle porzioni basali dell'organismo edilizio, è deputata a sorreggere membrature soprastanti; perdendo tale capacità, genera uno squilibrio che produrrà i suoi effetti ai livelli superiori. Si avrà quindi un dissesto di cedimento fondale quando la perdita di efficienza coinvolge una struttura di fondazione, mentre si avrà un dissesto di cedimento basale quando tale perdita interessa una struttura che costituisce la “base” di membrature soprastanti. La lesione caratteristica che individua il cedimento basale o fondale è costituita da due rami di parabola che delimitano l'intera massa muraria colpita dal dissesto (Fig. 1.2d).

### 1.3. Dissesti sismici

Le tipologie di danno dovute a un evento sismico si possono classificare in due grandi categorie: si possono distinguere meccanismi relativi ad azioni sismiche che agiscono parallelamente o perpendicolarmente al piano medio della muratura; si parlerà rispettivamente di meccanismi nel piano e fuori dal piano (Fig. 1.3). È noto come le murature offrano una maggiore resistenza se sollecitate nel piano, mentre quando sono sollecitate fuori piano il collasso sopraggiunge anche per valori bassi di picco di accelerazione al suolo (*Peak ground acceleration* - PGA). Al contrario, i danni associati ai meccanismi nel piano si manifestano con lesioni più o meno pronunciate ma portano al collasso solo in casi estremi; essi si verificano quando i meccanismi fuori dal piano sono impediti e le azioni sismiche ricondotte nel piano dei pannelli. Per questo motivo i meccanismi fuori piano vengono denominati di *primo modo*, mentre i meccanismi nel piano vengono denominati di *secondo modo* (GIUFFRÈ, 1993). Da queste considerazioni nasce l'importanza di prevedere ed impedire l'attivarsi di meccanismi di primo modo; essi giocano un ruolo fondamentale nella valutazione dell'attitudine al danneggiamento di un edificio o di un brano di tessuto edilizio ed impedire la loro attivazione significa fare propria la politica antisismica legata all'accettazione di danni ma non collassi.<sup>2</sup>

---

<sup>2</sup> Questa tendenza emerge per la prima volta dalle *Raccomandazioni relative agli interventi sul patrimonio monumentale in zone sismiche* emanate dal Comitato Nazionale per la Prevenzione del Patrimonio Culturale dal Rischio Sismico il 17 Giugno 1987. *Op. cit.* in GIOVANNETTI, 1992: Dalle raccomandazioni emerge la necessità di migliorare il comportamento sismico del costruito storico senza stravolgerne il comportamento statico ripristinando gli accorgimenti legati al rispetto dello stato dell'arte.



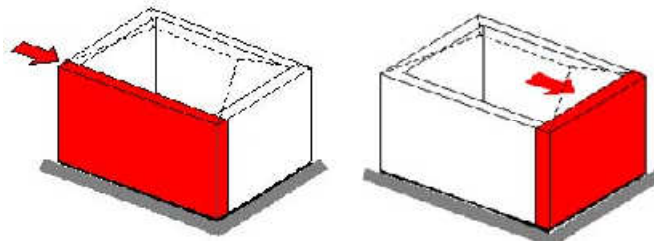


Figura 1.3 - Meccanismi nel piano e fuori piano

### **1.3.1. Risposta per azioni sismiche nel piano**

Come si è detto la risposta di una struttura muraria per azioni nel proprio piano si può attivare solo quando, grazie alla presenza di dettagli costruttivi realizzati secondo la regola dell'arte e di eventuali presidi antisismici, i meccanismi di primo modo risultano impediti e le azioni sismiche vengono ridistribuite nel piano dei pannelli; in questo caso la risposta sarà di tipo globale coinvolgendo l'intero edificio. La modalità di rottura di una parete nel proprio piano può avvenire secondo diversi meccanismi:

- *meccanismo a pressoflessione*, che si verifica con la rotazione intorno alla base e lo schiacciamento della parte compressa (Fig. 1.4a);
- *meccanismo a taglio con fessurazione diagonale* dovuto all'insorgere di tensioni normali di compressione e trazione agenti sulle giaciture principali di tensione. In questo caso le lesioni si formano ortogonalmente alle giacitura principale di trazione (Fig. 1.4b).
- *meccanismo per scorrimento a taglio* che si manifesta con la traslazione orizzontale lungo un piano di rottura situato alla base del pannello o ad un livello intermedio (Fig. 1.4c).

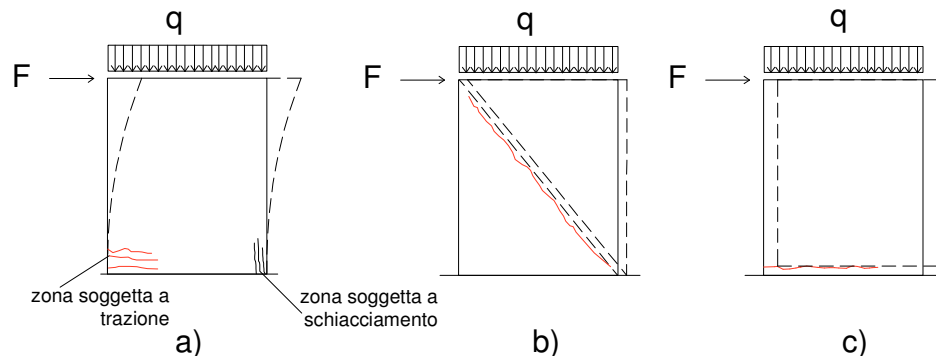


Figura 1.4 - Meccanismi di rottura di un pannello sollecitato nel proprio piano.

Il meccanismo a pressoflessione si verifica in quanto le forze orizzontali sul pannello murario inducono un momento flettente che varia linearmente lungo l'altezza della parete, producendo tensioni normali di compressione e trazione. Se le tensioni di compressione superano la resistenza della muratura si può verificare lo schiacciamento della parte compressa; la parzializzazione della sezione può portare ad un progressivo degrado della rigidità fino all'incapacità di sostenere ulteriori incrementi di carico. La formulazione di un criterio di rottura a pressoflessione risulta abbastanza semplice; si consideri un pannello di lunghezza  $l$ , spessore  $s$  ed altezza  $h$ , sottoposto oltre che al peso proprio  $P$  anche ad un'azione orizzontale  $V$ . Il pannello sarà soggetto ad un momento  $M = VH$  agente intorno all'asse  $y$ , per cui la sezione risulterà pressoinflessa con eccentricità pari a  $e = Vh/P$  sarà parzializzata quando  $e > t/6$ , essendo  $t/3$  la dimensione del nocciolo di inerzia per una sezione rettangolare; in questo caso si parlerà di *pressoflessione a grande eccentricità*. Nel caso limite la lunghezza della sezione reagente sarà pari a  $3(l/2 - e)$  (Fig. 1.5).

È possibile studiare il dominio di resistenza del pannello sotto diverse ipotesi; le più semplici sono quelle che prevedono:

- muratura non reagente a trazione
- distribuzione lineare delle compressioni con valore massimo pari alla tensione di rottura per schiacciamento  $f_d$  che si raggiungerà in corrispondenza dello spigolo del pannello

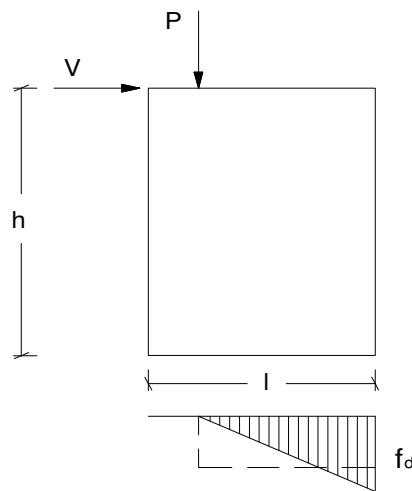


Figura 1.5 - Pannello caricato da sforzo normale eccentrico e da forza orizzontale.

Imponendo l'equilibrio si ottiene:

$$P = \frac{1}{2} \sigma_{\max} \cdot 3 \left( \frac{l}{2} - e \right) \cdot t \quad (1.3)$$

Svolgendo gli opportuni passaggi e sostituzioni è possibile ricavare il dominio di rottura per pressoflessione a grande eccentricità del pannello:

$$2 \frac{V \cdot h \cdot t \cdot f_d}{P \cdot l \cdot t \cdot f_d} \leq 1 - \frac{4}{3} \cdot \frac{P}{P_0} \quad (1.4)$$

Dove  $f_d \cdot t \cdot l = P_0$  è il massimo sforzo normale di compressione sopportabile dalla sezione; riscrivendo tutto in funzione della snellezza  $\lambda = \frac{h}{l}$  e

moltiplicando ambo i membri per  $\frac{P}{P_0}$  si ottiene:

$$\frac{V}{P_0} \leq \frac{1}{2\lambda} \cdot \frac{P}{P_0} - \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{2}{3} \left( \frac{P}{P_0} \right)^2 \quad (1.5)$$

Quest'ultima fornisce il dominio per pressoflessione fuoripiano in funzione della snellezza del pannello e sotto l'ipotesi di tensione lineare con valore massimo pari ad  $f_d$ ; se adesso si riscrive questa equazione sotto l'ipotesi semplificativa di tensione uniforme di intensità ridotta ed assumendo cioè una tensione massima pari a  $0,85 f_d$  si ottiene:

$$\frac{V}{P_0} \leq \frac{1}{2\lambda} \cdot \frac{P}{P_0} - \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{1}{2 \cdot 0,85} \left( \frac{P}{P_0} \right)^2 \quad (1.6)$$

Moltiplicando tutto per  $h$  e tenendo conto che

$$M = Vh \quad \text{e} \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{l}{h} \quad (1.7a; 1.7b)$$

si ottiene:

$$\frac{M_u}{P_0} \leq \frac{l}{2} \cdot \frac{P}{P_0} - \frac{l}{2} \cdot \frac{1}{0,85} \left( \frac{P}{P_0} \right)^2 \quad (1.8)$$

Svolgendo gli opportuni passaggi e ponendo :

$\sigma_0 = P/tl$  tensione media sulla sezione, assunta positiva se di compressione;

$$M_u \leq \frac{l^2 t}{2} \cdot \sigma_0 \cdot \left[ 1 - \frac{1}{0,85} \cdot \frac{\sigma_0}{f_d} \right] \quad (1.9)$$

La (1.9) rappresenta il criterio di rottura a pressoflessione nel piano considerando un diagramma delle tensioni semplificato ed è oltretutto il criterio raccolto dalle attuali norme tecniche, D.M. 14.01.2008.

Il meccanismo di rottura a taglio si manifesta con la formazione di fessure diagonali perpendicolari alla direzione principale cui corrisponde la massima tensione di trazione. Uno dei criteri presenti in letteratura per valutare la capacità ultima a taglio è dovuto a Turnsek e Cacovic. Tale criterio viene formulato assumendo che la rottura per taglio avvenga quando la tensione principale di trazione eguaglia il valore della resistenza convenzionale a trazione del materiale; la formula che esprime tale criterio si ricava ammettendo una distribuzione parabolica delle tensioni tangenziali lungo la sezione del pannello, con valore massimo pari a  $1,5 V/A$  in corrispondenza dell'asse baricentrico. Da semplici considerazioni sullo stato tensionale si ricava l'espressione della tensione principale di trazione in corrispondenza dell'asse del pannello:

$$\sigma_t = \sqrt{p^2 + \tau^2} = \sqrt{\left(\frac{P}{A}\right)^2 + 1,5\left(\frac{V}{A}\right)^2} \quad (1.10)$$

Dove  $\sigma_t$ , è la tensione principale di trazione, P lo sforzo normale agente sul pannello, p la pressione media, V il taglio agente l e t la base e lo spessore del pannello, A l'area della sezione trasversale. A questo punto, eguagliando tale espressione con la resistenza convenzionale a trazione, l'espressione del taglio ultimo assume la forma:

$$V_d = \frac{\sigma_m l t}{1,5} \sqrt{1 + \frac{p}{\sigma_m}} \quad (1.11).$$

dove  $\sigma_m$ , è la resistenza a trazione della muratura ricavata eseguendo una prova di taglio sul pannello murario. La (1.11) viene spesso riportata in funzione di  $\tau_k$

che rappresenta la tensione media tangenziale in condizioni ultime, ( $V_d/A$ ) in assenza di sforzo normale. Il rapporto fra i due parametri è  $\tau_k = \sigma_m / 1,5$  pertanto la formula precedente diventa:

$$V_d = \tau_k l t \sqrt{1 + \frac{p}{1,5 \tau_k}} \quad (1.12)$$

Il meccanismo di *taglio e scorrimento* dei pannelli si realizza in seguito alla formazione di piani di scorrimento lungo i letti di malta ed è un comportamento per sua natura ad attrito, la cui forza limite corrente può essere determinata con un criterio di snervamento alla Mohr-Coulomb. Secondo tale criterio la tensione tangenziale ultima viene espressa come somma di un termine costante che rappresenta la coesione  $c$  e di un termine proporzionale alla tensione di compressione media agente sulla membratura. Il coefficiente di proporzionalità prende il nome di angolo di attrito interno  $\phi$ . La tensione limite di scorrimento si esprime allora nella forma :

$$\tau_{lim} = c + \phi \cdot p \quad (1.13)$$

Dove  $p$  rappresenta la tensione di compressione media agente lungo la superficie dell'interfaccia. Al fine di determinare il taglio ultimo è possibile ipotizzare una distribuzione uniforme delle tensioni ed integrare la (1.14) su tutta la superficie di scorrimento:

$$V_d = l \cdot t \cdot \left( c + \mu \frac{P}{l \cdot t} \right) \quad (1.14)$$

Dove  $\mu$  è il coefficiente di attrito dato dalla pendenza della retta di intercetta  $c$  e coefficiente angolare  $\phi$  che rappresenta il limite di snervamento, di scorrimento, per cui moltiplicando per tale superficie si. Il coefficiente di attrito per le murature varia a secondo della scabrezza e della tipologia, e può raggiungere

anche a valori elevati; per questo motivo il meccanismo di rottura per scorrimento si verifica più raramente rispetto alla fessurazione diagonale e prevalentemente ai piani alti degli edifici, dove lo sforzo normale è basso, oppure in prossimità di punti di debolezza lungo i giunti.

### **1.3.2. Risposta per azioni fuori dal piano**

I dissesti dovuti ad azioni fuori dal piano sono riconducibili a meccanismi flessionali di porzioni di pareti per perdita dell'equilibrio con la formazione di cerniere plastiche che possono formarsi in diverse posizioni. Mentre i meccanismi di rottura nel piano sono associati alla risposta globale dell'edificio, i meccanismi fuori dal piano sono associati ad una risposta locale: è utile infatti sottolineare che l'evento sismico provoca danni e collassi selezionando le parti strutturali e le soluzioni tecnologiche più deboli. A differenza di quanto avviene negli edifici concepiti come una struttura continua, la mancanza di connessioni fra le pareti, che caratterizza le costruzioni in muratura, permette il verificarsi di collassi parziali. Esiste in letteratura un'ampia rassegna dei meccanismi più frequenti e delle loro possibili schematizzazioni. Da una prima classificazione si possono individuare:

- *meccanismo di ribaltamento semplice*, schematizzabile come una rotazione rigida di porzioni di parete attorno ad una cerniera cilindrica posta alla base o ai solai dei vari livelli. Tale situazione si verifica quando il pannello murario risulta libero in sommità e non ammorsato alle pareti ortogonali, in assenza di eventuali dispositivi di collegamento come cordoli o catene. Nel caso in cui le murature siano costituite da due paramenti separati, il cinematismo può coinvolgere solo la cortina esterna (Fig. 1.6a);

- *meccanismo di flessione orizzontale* che si può verificare nel caso di pareti vincolate ai pannelli ortogonali alle estremità ma libere nella parte mediana; in questo caso la risposta strutturale della parete si manifesta come un effetto arco nel piano della sezione orizzontale della parete; nella condizione limite di equilibrio si formano tre cerniere: una in mezzeria, le altre in prossimità dell'intersezione fra la parete in esame ed i muri ad essa ortogonali. L'evoluzione del meccanismo dipende dalla capacità dei questi ultimi di sopportare le spinte dell'arco (Fig. 1.6b);
- *meccanismo di flessione verticale*, che si può verificare quando la tesa muraria è vincolata in sommità ma libera in corrispondenza dei solai intermedi. In queste condizioni la presenza in sommità di un dispositivo di connessione impedisce il ribaltamento verso l'esterno. Tuttavia il paramento, sotto l'effetto dell'azione orizzontale, può andare in crisi per instabilità verticale. Infatti la struttura muraria sopporta gli sforzi di flessione indotti dalle azioni ortogonali al suo piano, solo se la risultante dello sforzo normale si mantiene interna alla sezione trasversale. In caso contrario si forma una cerniera cilindrica orizzontale che consente l'innesco del meccanismo di flessione verticale (Fig. 1.6c);
- *meccanismo di ribaltamento misto o composto*, si verifica in tutte quelle situazioni in cui il ribaltamento della parete ortogonale all'azione sismica si accompagna al trascinamento di parte del pannello murario a cui essa è ammorsata. Si tratta di murature con efficace collegamento delle croci di muro ma libere in sommità e al livello dei solai intermedi. In questo caso si parla di meccanismo misto perché sono coinvolte sia pareti sollecitate fuori dal piano che pareti sollecitate nel proprio piano. (Fig. 1.6 d).



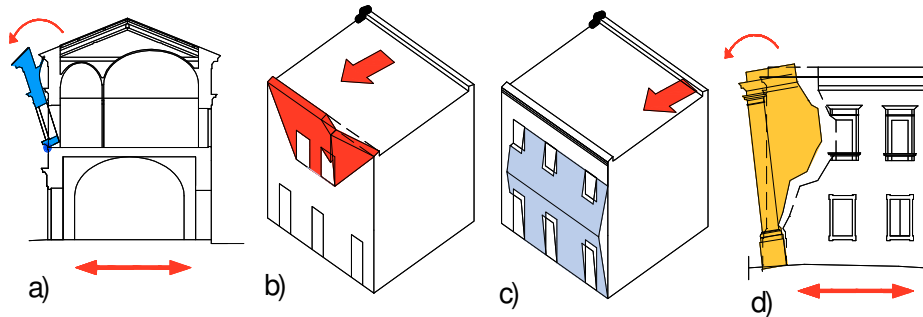


Figura 1.6 - Principali meccanismi di primo modo.

Il procedimento che porta all'individuazione dei possibili collassi locali non è univoco, in quanto questi possono avvenire con un numero elevatissimo di configurazioni; all'interno dei meccanismi sinteticamente descritti è possibile infatti fare delle ulteriori classificazioni in base alla configurazione assunta dal meccanismo, alla posizione delle cerniere plastiche<sup>3</sup>, al coinvolgimento di tutto il paramento murario o della sola cortina esterna. Gli elementi che possono influenzare la configurazione di un meccanismo locale fuori piano sono molteplici: posizione delle aperture, distanza dei setti trasversali, presenza di volte o coperture spingenti, condizioni di vincolo, presenza di cordoli, catene o solai in laterocemento, ed infine qualità delle murature. In questo processo la caratterizzazione meccanica dei pannelli murari riveste un ruolo importante perché per poter ipotizzare l'attivazione di meccanismi di ribaltamento rigido è necessario che la muratura possieda una consistenza tale da non disgregarsi sotto

<sup>3</sup> Il concetto di cerniera plastica non assume in questo caso lo stesso significato che si attribuisce usualmente nel caso calcolo a rottura. Poiché la muratura è un materiale fragile non si può parlare di plasticizzazioni; per cerniera plastica si intende in questo caso una superficie di rottura attorno alla quale la muratura può ruotare rigidamente formando un cinematismo. Questo concetto verrà ampiamente discusso e chiarito nell'ambito del cap. 4 della presente tesi di dottorato. [Nda]

l'azione del sisma. Infatti, può accadere per tipologie costruttive particolarmente scadenti, prive di ingranamento nella sezione, che il collasso locale avvenga con l'espulsione del materiale prima ancora che venga innescato il cinematismo. *Per questo motivo la caratterizzazione meccanica delle murature, nell'analisi di meccanismi locali, non è tanto finalizzata alla definizione della loro resistenza, quanto alla valutazione di un giudizio di qualità con la finalità di valutare se la muratura abbia un livello di monoliticità tale da consentire la schematizzazione tramite dei blocchi rigidi.* Ugualmente importante risulta la valutazione dell'efficacia dei collegamenti con i setti trasversali e con gli altri elementi che possono rappresentare oltre che un'azione anche un vincolo.

## Riferimenti Bibliografici

BEOLCHINI GC, ANTONACCI E (a cura di). *Repertorio dei meccanismi di danno, delle tecniche di intervento e dei relativi costi negli edifici in muratura - definizione dei modelli per l'analisi strutturale degli edifici in muratura*, volume II - Parte I. Convenzione di Ricerca con la Regione Marche; Consiglio Nazionale delle Ricerche – Istituto per la Tecnologia delle Costruzioni – Sede di L'Aquila; Dipartimento di Ingegneria delle Strutture, delle Acque e del Terreno (DISAT) – Università degli Studi di L'Aquila. L'Aquila, 2005.

COMI C, CORRADI DELL'ACQUA L. *Introduzione alla meccanica strutturale*. McGraw-Hill, Milano, 2003.

GIOVANNETTI F. *Manuale del recupero della città di Castello*. 1992.

GIUFFRÈ A. *Guida al progetto di restauro antisismico*, in Giovannetti F. (a cura di), *Manuale del recupero della città di Castello*, Roma (DEI) 1992.

GIUFFRÈ A (a cura di). *Sicurezza e conservazione dei centri storici: il caso Ortigia*. Laterza, Bari 1993

MASTRODICASA S. *Dissesti statici delle strutture edilizie*. Hoepli, Milano 1981

TOCCI C, CAROCCI CF. *Considerazioni per la valutazione della sicurezza degli aggregati*, in: Reluis, progetto esecutivo 2006-2008, Progetto di ricerca n. 1, Valutazione e riduzione della vulnerabilità sismica di edifici in muratura, rendicontazione scientifica. 1°anno, Novembre 2006

TURNSEK V, CACOVIC F. *Some experimental result on the strength of brick Masonry walls*, *Proc. Of the 2nd Int. Brick Masonry Conference*. Stoke on Trent, 1971.

ZEVI L (a cura di). *Il manuale del restauro architettonico*. Mancosu editore, Roma, 2002.

## 2. INQUADRAMENTO NORMATIVO

### 2.1. I primi provvedimenti antisismici

Il corpus normativo nazionale per la difesa dei terremoti ha avuto un'evoluzione lenta ma continua, sempre in stretta relazione con gli eventi sismici storici. I primi provvedimenti, risalenti già all'epoca borbonica, furono emanati dopo i terremoti che devastarono la Val di Noto (1693) e la Calabria (1783); tuttavia questi provvedimenti, come tutti quelli che seguirono fino all'inizio del XX secolo si limitavano a fornire generiche prescrizioni costruttive o limitazioni sull'altezza degli edifici. Il primo provvedimento in senso moderno venne emanato dopo il terremoto di Messina del 1908 (R.D. 18 aprile 1909, n.193); esso infatti prevedeva esplicitamente di tenere in conto delle azioni sismiche nel progetto degli edifici, rappresentandole con forze orizzontali proporzionali alle masse. *Tali forze dovevano essere incrementate ai piani superiori degli edifici per tener conto dell'amplificazione delle oscillazioni dovuta alla quota rispetto al suolo.* Come si intuisce questo decreto conteneva già, sia pure in forma embrionale, i concetti fondamentali dell'ingegneria sismica. Il provvedimento ha inoltre rappresentato un primo passo verso la classificazione sismica del territorio nazionale: nel decreto del 1909 infatti la Sicilia e la Calabria venivano classificate come zone sismiche. Il progressivo inserimento di porzioni del territorio italiano in tale classificazione, si allargherà in seguito sempre a posteriori, seguendo il susseguirsi di eventi sismici come quello di Avezzano nel 1915 o della Garfagnana nel 1920. Una prima vera e propria classificazione si ebbe con il R.D. n. 431 del 1927, in cui venne introdotta una seconda categoria di pericolosità sismica in base all'intensità dell'evento previsto. Questo decreto definiva inoltre i coefficienti sismici, cioè i rapporti fra le forze statiche

orizzontali ed i pesi della costruzione (10% in zona I e 7% in zona II), tarati per seguire le verifiche di sicurezza col metodo delle tensioni ammissibili, quindi in ambito elastico lineare. Le azioni venivano definite prescindendo dalle caratteristiche dinamiche delle strutture e dagli effetti di suolo, e quest'impostazione resterà invariata fino al D.M 1996.

## **2.2. Evoluzione normativa in materia di murature dal 1927 al 1996**

I provvedimenti che si avvicendarono fino al R.D. del 1927 contenevano criteri generali ritenuti validi per tutte le tipologie di strutture; l'avvento del cemento armato ed il suo progressivo sviluppo su larga scala favorì a partire dal 1939 (R.D. n°2229) il fiorire di norme pensate in modo specifico per le costruzioni in conglomerato cementizio semplice ed armato, distogliendo l'attenzione dagli edifici in muratura, per i quali l'unica prescrizione rimaneva quella del rispetto della *buona regola dell'arte*. Soltanto molti anni dopo, la legge n°64/1974 ed il suo decreto applicativo *D.M. 3 marzo 1975* si occuparono di edifici in muratura, ma soltanto per fornire vaghi cenni su alcuni criteri di intervento. Pur non potendosi configurare come riferimento per gli edifici murari, questa norma va sicuramente ricordata perché introduce per la prima volta la tecnica dello spettro di risposta come strumento per la definizione delle azioni sismiche, tenendo conto della principale caratteristica dinamica della struttura, e cioè il periodo naturale di oscillazione. Gli spettri di risposta considerati dalla norma prescindevano tuttavia dalle caratteristiche del suolo. Pochi anni dopo, la L.R. n°30/77, emanata in seguito al terremoto del Friuli, chiarirà alcuni importanti concetti utili alla comprensione del funzionamento delle strutture murarie, come l'importanza dei concatenamenti fra le membrature dell'edificio ai fini di favorire il comportamento scatolare della struttura e consentire di riportare l'azione nel

piano delle murature. In seguito al sisma che colpì la Basilicata e la Campania vengono emanati il *D.M.LL.PP. 2 Luglio 1981*, e la relativa circolare di attuazione, in cui viene affrontato il tema della modellazione strutturale di edifici murari; in particolare viene riportato come esempio di modellazione il cosiddetto metodo POR, messo a punto da Tomaževic, in cui viene utilizzata una schematizzazione a telaio della struttura muraria, considerando il contributo dei soli maschi murari nella capacità di assorbire azioni orizzontali, e considerando la rigidità dei solai infinita. Tale metodo verrà in seguito abbandonato, perché si basa su ipotesi non accettabili<sup>4</sup> nel caso di edifici storici.

Le normative fin qui ricordate si sono limitate a fornire alcune indicazioni parziali per alcuni interventi, riconducibili a riparazioni e consolidamenti di edifici storici in aree geografiche colpite da eventi sismici, senza tuttavia trattare il problema delle murature in modo organico ed esaustivo; il primo provvedimento in tal senso è il *D.M.LL.PP. 7 Novembre 1987* intitolato “*norme tecniche per la progettazione e collaudo degli edifici in muratura*”. Essa è importante perché fornisce indicazioni generali di concezione strutturale, e ribadisce l'importanza della cura di alcuni dettagli costruttivi, come l'ammorsamento fra le croci di muro, gli incatenamenti al livello dei solai e la necessità di inserire cordoli di piano negli edifici di nuova progettazione; fornisce indicazioni riguardanti i valori caratteristici della resistenza della malta e degli elementi lapidei, riporta le modalità di esecuzione delle prove sperimentali finalizzate alla determinazione dei parametri meccanici delle murature. Viene inoltre suggerito un metodo di dimensionamento semplificato ed uno di analisi strutturale per le murature soggette ad azioni verticali ed

---

<sup>4</sup>L'ipotesi di impalcati infinitamente rigidi è accettabile solo nel caso di edifici con solai in laterocemento, mentre introdurrebbe delle approssimazioni inaccettabili nel caso di edifici con solai in legno o sistemi voltati.

orizzontali non sismiche. *Bisogna sottolineare che questa norma non si riferisce alla costruzione in zona sismica, né riguarda gli edifici storici*, per cui nonostante essa sia significativa perchè chiarisce alcuni aspetti legati alla concezione strutturale delle strutture murarie, non può essere assunta come riferimento per la valutazione del rischio sismico del patrimonio storico esistente né per la definizione dei relativi criteri di intervento. Nella storia italiana si evidenzia come questi siano stati regolamentati in maniera lacunosa e soltanto *a posteriori*, da normative nate come linee-guida per la gestione delle emergenze nei comuni colpiti da eventi sismici. Il risultato di questa situazione è una totale assenza della cultura della prevenzione del rischio, che aggravata dalla carenza di conoscenze dei metodi di costruzione tradizionale, rende il corpus normativo di questi anni del tutto inadatto alla gestione degli interventi sul patrimonio storico. Si parlerà in questi anni di una *sottocultura* dell'antico che ha portato ad attuare il recupero dell'edilizia storica con modalità distruttive, con la trasformazione degli edifici storici in ibridi che perdono le proprie caratteristiche statiche e vengono trasformati in “*gusci vuoti*” dal sapore puramente “*scenografico*”<sup>5</sup>

E' in questo lacunoso contesto culturale, ed in mancanza di strumenti di verifica adeguati, che si inseriscono le esperienze dei “codici di pratica” legati ai centri storici di varie città (Palermo, Ortigia, Città di Castello ed altri ancora). Essi hanno come scopo la definizione e divulgazione di un percorso conoscitivo che ha come finalità la conoscenza delle tecniche tradizionali, la previsione del danno sismico, il progetto dell'intervento e la messa a punto delle verifiche che controllano l'efficacia delle scelte fatte, nel rispetto del comportamento statico

---

<sup>5</sup> GIOVANNETTI, 1992

dell'edificio storico. In questi stessi anni il *D.M.LL.PP del 24/01/86* introduce i concetti di *adeguamento sismico e miglioramento*: col primo si indica l'adeguamento alle verifiche di legge, che comporta spesso la sostanziale alterazione del funzionamento globale dell'edificio storico; col secondo si indica il potenziamento delle prestazioni dell'edificio, tramite accorgimenti volti a prevenire i meccanismi locali, assicurando un maggior grado di sicurezza, senza sconvolgere il funzionamento statico dell'opera. Lo spirito del miglioramento è quello che si fa strada in questi anni anche in linea con le tendenze europee in cui si è disposti ad accettare danni ma non collassi; questo spirito viene raccolto anche dalle *raccomandazioni relative agli interventi sul patrimonio monumentale in zone sismiche* emanate dal comitato Nazionale per la prevenzione del Patrimonio Culturale dal Rischio Sismico il 17 Giugno 1986 in cui si afferma che: “ l'obiettivo degli interventi sul patrimonio monumentale per quanto attiene alla sicurezza dalle azioni sismiche è assimilabile al miglioramento”; in quest'ottica appare evidente che possedere uno strumento adeguato per l'analisi e la verifica dei meccanismi locali fuoripiano sia il primo passo necessario alla definizione di quegli interventi che, riportando le azioni sismiche nel piano dei pannelli, costituiscano un miglioramento della sicurezza. Il *D.M. LL.PP.16 Gennaio 1996* introduce come principale innovazione la possibilità di condurre le verifiche sia col metodo delle tensioni ammissibili che col metodo degli stati limite ultimi. La norma consente di omettere la verifica sismica degli edifici a condizione che siano rispettate alcune prescrizioni, ma non indica nessuna metodologia di analisi nel caso in cui questa verifica debba essere effettuata. Il riferimento normativo è importante perchè fornisce alcune indicazioni relative ai meccanismi locali. Viene infatti definito un criterio di verifica che si basa sul confronto fra il moltiplicatore di collasso  $\lambda$ , cioè



l'accelerazione che innesca il meccanismo di primo modo, con la domanda di accelerazione sismica. Il moltiplicatore di collasso  $\lambda$  viene ricavato tramite un'equazione di equilibrio fra i momenti stabilizzanti e ribaltanti agenti sul paramento murario in questione.

$$\lambda \cdot M_{R.Sis} - M_{Stab} + M_{R.St} = 0 \quad (2.1)$$

da cui:

$$\lambda = \frac{M_{Stab} - M_{R.St}}{M_{R.Sis}} \quad (2.2)$$

dove:

- $M_{Stab}$  momento delle forze stabilizzanti.
- $M_{R.St}$  momento ribaltante presente in condizioni statiche.
- $M_{R.Sis}$  momento ribaltante dovuto alle forze orizzontali sismiche prodotte da tutte le masse dell'edificio

La domanda in accelerazione viene fatta dipendere, oltre che dalla zona sismica in cui ricade il sito, anche dall'importanza che riveste l'edificio in relazione alla sua funzione d'uso e dal suo livello di esposizione, ovvero considerando le conseguenze di un eventuale collasso in relazione al livello di affollamento previsto.

$$\lambda_{rif} = C \cdot R \cdot e \cdot b \cdot I \quad C = \frac{S-2}{100} \quad (2.3a,b)$$

- con:
- $S$  fattore zona sismica
- $C$  coefficiente intensità sismica
- $R$  coefficiente di risposta sismica
- $e$  fattore di suolo
- $b$  coefficiente di struttura

–  $I$  coefficiente di protezione sismica

Questo metodo oggi è stato abbandonato perchè non tiene dell'amplificazione dovuta alla quota del cinematismo, nè delle caratteristiche dinamiche della parete.

### **2.3. La normativa antisismica oggi**

Gli eventi sismici che hanno colpito il territorio nazionale nel primo decennio del XXI secolo hanno evidenziato la centralità del dibattito sulla sicurezza e conservazione dei centri storici. Si è dimostrata evidente la necessità di mettere a punto un corpus normativo organico che si occupasse in maniera esaustiva non solo delle problematiche relative edifici di nuova progettazione, ma anche e soprattutto del problema degli edifici esistenti, sia in c.a. che in muratura. Risulta evidente che impostazione basata sulle tensioni ammissibili e quindi sul concetto di sollecitazione in campo elastico, non sia sufficiente al soddisfacimento delle molteplici esigenze che possono presentarsi nel corso della vita di una struttura. In particolare è necessario garantire la sicurezza non solo rispetto alle azioni sismiche frequenti, e quindi di lieve entità ma anche rispetto alle azioni severe; in quest'ultimo caso è necessario abbandonare l'ipotesi di comportamento elastico ed accettare che la struttura venga sollecitata in campo fortemente non lineare. Come naturale conseguenza di questo approccio, viene definitivamente abbandonato il metodo delle tensioni ammissibili in favore del metodo degli Stati Limite, peraltro già introdotto dal D.M. del 1996. In questo nuovo approccio si definisce l'intensità delle azioni di progetto in relazione ai diversi livelli prestazionali di cui è richiesto il soddisfacimento (sisma di leggera entità per Stati Limite di Esercizio, sisma severo per Stati Limite Ultimi). Dal punto di vista progettuale si cerca di favorire un approccio finalizzato a pilotare la crisi della struttura secondo meccanismi

meno pericolosi di altri, in quanto consentono di mobilitare le risorse duttili evitare collassi fragili. *Questo approccio, rapportato al problema delle strutture murarie storiche, si traduce ancora una volta nell'accettare danni ma non collassi, adottando tutti gli accorgimenti necessari a scongiurare l'attivarsi di meccanismi fuori piano e riportare le azioni sismiche nel piano dei pannelli.* Viene raccolta infatti l'ipotesi che i meccanismi nel piano producono spesso ingenti danni agli edifici senza tuttavia portare necessariamente al collasso, mentre i meccanismi fuori dal piano provocano spesso collassi generalizzati anche per terremoti di leggera entità. Il mutato approccio nei confronti del sisma si è tradotto nell'avvicinarsi, nell'arco di pochi anni, di numerose normative tecniche: l'*OPCM 3274 del 8.05.03*, corretto e rivisto dal successivo *OPCM 3431 del 3.05.05*, hanno proposto alcune importanti innovazioni:

- il definitivo abbandono del metodo delle tensioni ammissibili;
- l'adozione di un approccio di tipo prestazionale;
- l'introduzione di una quarta zona a bassissima sismicità con la quale tutto il territorio Nazionale risulta zona sismica;
- l'adozione di criteri progettuali volti a “pilotare” il collasso in modo da sfruttare al meglio le capacità dissipative della struttura.

Nei confronti degli *edifici esistenti in muratura* viene esplicitamente chiarito che accanto alle analisi volte a definire la risposta globale devono essere effettuate anche delle analisi locali mirate ad orientare quegli interventi che possano impedire l'attivarsi di meccanismi fuori piano. Vengono inoltre definite le analisi possibili sia nel caso di comportamento globale che locale:

#### Comportamento globale

- *analisi lineari*

- analisi statica
- analisi modale
- *analisi non lineari*
  - analisi statica non lineare
  - analisi dinamica non lineare

La norma fa corrispondere verifiche in termini di *sollecitazioni* alle analisi lineari, e verifiche in termini di spostamenti alle analisi non lineari ed indica come metodo principe da utilizzare nel caso di edifici esistenti in muratura *l'analisi statica non lineare*. Inoltre vengono individuate alcune classi di tipologie murarie (in base alla tessitura, alla forma dei conci ed alle caratteristiche della sezione trasversale), e per ognuna di esse sono definiti i valori minimi e massimi dei parametri meccanici da utilizzare nelle le analisi.

#### Meccanismi locali

Anche per i *meccanismi di collasso fuori piano* vengono individuate due tipologie di analisi, la prima, definita *analisi cinematica lineare*, prevede una verifica in termini di accelerazione, la seconda, definita *analisi cinematica non lineare*, prevede una verifica in termini di spostamenti. In entrambi i casi vengono definiti e confrontati la capacità del sistema e la richiesta del sisma, e vengono introdotte alcune innovazioni rispetto al metodo indicato dal precedente DM 1996:

- si chiarisce che l'attivazione del meccanismo e l'apertura della lesione non implicano subito il collasso, quindi si definisce una *curva di capacità* in termini di *accelerazione* oppure di *spostamento*;
- si definisce un sistema SDOF equivalente al sistema reale in oggetto, in modo da ottenere la capacità del sistema in termini spettrali;

- si definiscono le forme spettrali per la determinazione della richiesta del sisma atteso, in funzione del periodo fondamentale della parete;
- si definiscono i fattori amplificativi di tali forme spettrali dovute alle caratteristiche del suolo ed alla quota del cinematismo;

*Gli ultimi due punti sono di fondamentale importanza perché la normativa fino al D.M. 1996 non teneva in considerazione né l'amplificazione dovuta alle caratteristiche dinamiche della struttura, né quella dovuta all'aumentare della quota, trascurando di fatto due dei concetti base della dinamica.*

L'approccio delle due Ordinanze viene ripreso dall'attuale normativa, il *D.M. 14.01.2008*, che si limita ad introdurre dei correttivi alle formule impiegate o alle forme spettrali, ma di fatto ripropone integralmente lo spirito introdotto dalle due Ordinanze; l'unica vera innovazione rispetto alle ordinanze riguarda la suddivisione del territorio Nazionale in base all'intensità sismica, che non risponde più a quattro zone ma ad una vera e propria microzonazione puntuale del territorio.

Le indicazioni fornite dal suddetto *D.M. 2008* relativamente all'analisi e verifica dei meccanismi di primo modo verranno discusse in maniera dettagliate nel capitolo 4, dedicato all'analisi e modellazione di meccanismi locali.

## **Riferimenti Bibliografici**

GHERSI A, LEANZA P. *Edifici antisismici in cemento armato progettati secondo le indicazioni delle nuove normative per comprendere e padroneggiare la progettazione strutturale*. Ed. Flaccovio, Palermo, 2009.

GIOVANNETTI F. *Manuale del recupero della città di Castello*. 1992.

GIUFFRÈ A (a cura di). *Sicurezza e conservazione dei centri storici: il caso Ortigia*. Laterza, Bari, 1993.

PARDUCCI A. *L'evoluzione delle concezioni antisismiche fra inerzie e incomprensioni, dalle case baraccate del periodo borbonico alle nuove tecniche dell'isolamento sismico*. Università degli studi di eCampus, Quaderni di Ingegneria, 2009.

## **Riferimenti Normativi**

D.M. 16/01/1996 - Norme tecniche per le costruzioni in zona sismica. s

Ordinanza 3274 del P.C.M. del 20/03/2003, *Primi elementi in materia di criteri generali per la classificazione sismica del territorio nazionale e di normative tecniche per la costruzione in zona sismica*.

Ordinanza 3431 del P.C.M. del 03/05/2005, *Ulteriori modifiche ed integrazioni all'Ordinanza del P.C.M. n.3274 del 20 Marzo 2003*.

C.M.L.L.P.P. n°617 del 02/02/2009 per l'applicazione delle norme tecniche per le costruzioni di cui al D.M. 14.01.2008.

### **3. CENNI AI METODI DI MODELLAZIONE ED ANALISI RELATIVI AL COMPORTAMENTO GLOBALE DI EDIFICI IN MURATURA.**

#### **3.1. Metodi di analisi**

I metodi utilizzati per studiare la risposta di edifici colpiti dal sisma possono essere classificati in metodi statici o dinamici, lineari o non lineari. E' chiaro che, poiché il terremoto è un evento dinamico, l'analisi più adatta a cogliere la risposta di un edificio in condizioni sismiche sarebbe quella dinamica, tuttavia l'onerosità di questo tipo di approccio, dal punto di vista computazionale, in passato ha spinto la comunità scientifica a ricercare altri metodi in grado di cogliere il comportamento strutturale in maniera sicuramente più approssimata ma anche più immediata. In questo modo si è sviluppata una metodologia di analisi che si basa sulla simulazione delle azioni sismiche tramite l'applicazione di particolari distribuzioni di forze statiche orizzontali; tale metodo è appunto conosciuto sotto il nome di analisi statica ed è stato per lungo tempo il più utilizzato dal punto di vista professionale. Negli ultimi anni l'avvento dei moderni calcolatori e l'utilizzo su larga scala di software di calcolo sempre più potenti hanno permesso di mettere alla portata di tutti l'uso di analisi dinamiche. I concetti fondamentali di entrambi i metodi verranno brevemente esposti dopo aver fornito una sintesi di alcuni concetti fondamentali della dinamica.

### 3.1.1. Cenni sul comportamento dinamico delle strutture

Il comportamento di un sistema ad un solo grado di libertà può essere descritto dal modello ideale dell'oscillatore semplice, costituito da una massa concentrata  $m$  che può spostarsi in una sola direzione, vincolata da una molla di rigidezza  $k$  con comportamento linearmente elastico (Fig. 3.1).

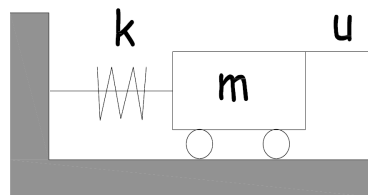


Figura 3.1- L'oscillatore semplice, ovvero il modello ideale utilizzato per studiare i sistemi SDOF

In alternativa il modello può essere rappresentato da un telaio piano ad un solo livello con traverso infinitamente rigido nel proprio piano e flessionalmente, in cui si considera concentrata l'intera massa del telaio; i piedritti vengono considerati flessibili di rigidezza  $k$ , inestensibili e privi di massa. In un sistema siffatto le rotazioni ai nodi risultano impedito e l'unico grado di libertà possibile è lo spostamento orizzontale del traverso.

Il moto del sistema così descritto può essere studiato tramite l'equazione di equilibrio dinamico o equazione D'Alembert che trascurando lo smorzamento può scriversi come:

$$m\ddot{u} + ku = 0 \quad (3.1)$$

Quest'equazione esprime nel generico istante  $t$  l'equilibrio fra le forze di richiamo elastiche e l'azione inerziale. La soluzione dell'equazione differenziale è data da:

$$u(t) = q \cdot \cos(\omega t) \quad (3.2)$$



Cioè il sistema oscilla descrivendo un'armonica con un determinato periodo  $T$  detto periodo fondamentale del sistema e frequenza angolare  $\omega$  (fig.3.2).

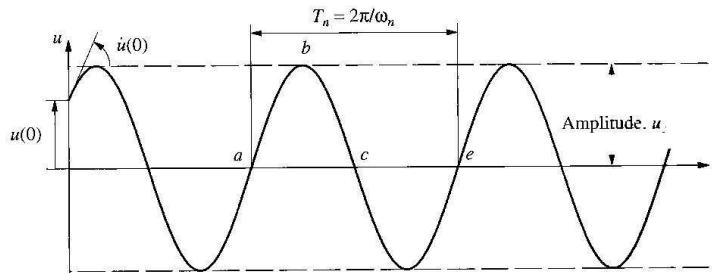


Fig.3.2 – Oscillazioni armoniche

dove il periodo e la frequenza delle oscillazioni sono così espresse:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}; \quad (3.3)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (3.4)$$

Questo risultato può essere esteso ad un sistema MDOF sostituendo nella (3.1) le matrici di massa e rigidezza del sistema ed i vettori degli spostamenti e delle accelerazioni. L'equazione del moto scritta in termini matriciali è del tutto analoga a quella dell'oscillatore semplice:

$$\underline{m}\ddot{\underline{u}} + \underline{k}\underline{u} = 0 \quad (3.5)$$

Essa rappresenta un sistema di equazioni differenziali di secondo grado, una per ogni g.d.l. del sistema. Il sistema avrà tanti modi di vibrare quanti sono i suoi g.d.l. ed ognuno di essi sarà caratterizzato da un periodo di vibrazione e frequenza angolare. Per conoscere la risposta bisognerebbe risolvere il sistema di equazioni differenziali, con un notevole onere computazionale. Il problema può essere notevolmente semplificato trattandolo in maniera disaccoppiata, questo consente di non risolvere il sistema ma di studiare le equazioni differenziali una per una e valutare in seguito il loro contributo al moto totale. A questo scopo si

possono sfruttare le proprietà dei modi: questi non rappresentano delle ampiezze assolute ma piuttosto delle forme, definite a meno di una costante. Se si applica alla struttura una deformazione pari ad una forma modale, e la si lascia libera di oscillare, essa continuerà a mantenere degli spostamenti, sempre proporzionali alla forma imposta.

Ne deriva che una deformata può essere espressa come combinazione delle deformate modali; il vettore degli spostamenti si può scrivere in funzione delle forme modali  $\underline{\phi}$ :

$$\underline{u}(t) = \underline{q}(t) \cdot \underline{\phi} \quad (3.6)$$

Dove  $\underline{q}(t)$  è la coordinata modale che porta con se la dipendenza temporale.

Le frequenze angolari e le forme modali possono essere ricavate risolvendo l'equazione caratteristica delle frequenze:

$$-\omega^2 \underline{m}\underline{\phi} + \underline{k}\underline{\phi} = 0 \quad (3.7)$$

Scartando le soluzioni banali che implicherebbero l'assenza di moto:

$$(\underline{k} - \omega^2 \underline{m}) = 0 \quad (3.8)$$

Sostituendo la (3.6) nella (3.5) l'equazione del moto diventa:

$$\underline{M}\ddot{\underline{q}} + \underline{K}\underline{q} = 0 \quad (3.9)$$

con:

$$\underline{M}_j = \underline{\phi}_j^T \cdot \underline{m} \cdot \underline{\phi}_j \quad \text{massa modale} \quad (3.10)$$

$$\underline{K}_j = \underline{\phi}_j^T \cdot \underline{k} \cdot \underline{\phi}_j \quad \text{rigidezza modale} \quad (3.11)$$

Per la proprietà di ortogonalità dei modi le matrici M e K hanno solo i termini della diagonale principale non nulli.

Questi risultati possono essere estesi al più specifico caso di sistema smorzato soggetto ad un'accelerogramma. In questo caso l'equazione del moto diventa:

$$\underline{\underline{m}}\ddot{\underline{u}} + \underline{\underline{c}}\dot{\underline{u}} + \underline{\underline{k}}\underline{u} = -\underline{\underline{m}}\underline{e}\ddot{u}_g \quad (3.12)$$

dove  $\underline{e}$  vettore pseudostatico

Ponendo  $\underline{u} = \underline{q}(t) \cdot \underline{\phi}$  e moltiplicando per  $\underline{\phi}^T$  si ottiene:

$$\underline{\underline{M}}\ddot{\underline{q}} + \underline{\underline{C}}\dot{\underline{q}} + \underline{\underline{K}}\underline{q} = -\underline{\phi}^T \underline{\underline{m}}\underline{e}\ddot{u}_g \quad (3.13)$$

Si otterranno così n equazioni contenenti ciascuna una sola funzione incognita, cosa che permette di trattare il problema in modo disaccoppiato.:

$$\ddot{q}_j + 2\xi_j \omega_j \dot{q}_j + \omega_j^2 q_j = -\Gamma_j \cdot \ddot{u}_g \quad (3.14)$$

$$\text{Con } \Gamma_j = \frac{\underline{\phi}^T \underline{\underline{m}} \underline{e}}{\underline{\phi}^T \underline{\underline{m}} \underline{\phi}} \quad \text{coeff. di partecipazione modale} \quad (3.15)$$

che indica l'importanza di un modo nel moto totale del sistema.

La (3.14) può essere riscritta in funzione dello pseudospostamento:

$$\text{Ponendo } D_j(t) = \frac{q_j(t)}{\Gamma_j} \quad \text{pseudospostamento} \quad (3.16)$$

$$\ddot{D}_j(t) + 2\xi_j \omega_j \dot{D}_j(t) + \omega_j^2 D_j(t) = -\ddot{u}_g \quad (3.17)$$

Le forze elastiche equivalenti, cioè le forze elastiche necessarie ad imporre al sistema di rigidezza k lo spostamento  $D_j$  saranno pari a:

$$F_j = k \cdot u_j(t); \quad (3.18)$$

imponendo la condizione di equilibrio fra le forze di richiamo elastico e le forze modali si ha:

$$k \cdot \phi_j = m \omega^2 \phi_j \quad (3.19)$$

E poiché

$$u_j(t) = q(t) \cdot \phi_j = \Gamma_j \cdot D_j(t) \cdot \phi_j \quad (3.20)$$

La (3.18) si può scrivere nella forma seguente:

$$F_j = \Gamma_j \cdot m \cdot \phi_j \cdot D_j \omega^2 \quad (3.21)$$

Dove  $D_j \omega^2 = A_j$  *pseudo accelerazione del sistema.* (3.22)

Questa procedura, denominata procedura di correzione statica, consente di risolvere in maniera più agevole il problema dinamico in quanto l'ordinata temporale è associata ad uno scalare anziché ad un vettore. Il taglio alla base di un generico modo si può scrivere nella seguente forma:

$$V_{bj} = \Gamma_j \cdot A_{0j}(T_j) \sum m_i \cdot \phi_{ij} \quad (3.23)$$

Dove  $A_{0j}$  è la pseudo accelerazione massima del sistema che viene ricavata da un opportuno spettro di risposta in corrispondenza del periodo j-esimo.

### 3.1.2. Analisi dinamiche

Il problema dell'analisi dinamica di una struttura può essere affrontato in due modi; il metodo sicuramente più accurato consiste nell'integrazione step by step delle equazioni del moto, modellando l'azione sismica tramite accelerogrammi, e consente di trovare le caratteristiche del sistema istante per istante. Per questo motivo tali analisi vengono denominate *time -history*, in quanto permettono di conoscere tutta la storia della risposta. Esse sono tuttavia legate ad un grande onere computazionale; da un punto di vista relativo all'applicazione pratica su

edifici esistenti, spesso non interessa conoscere tutta la storia della risposta ma solo il picco massimo, per questo si preferisce utilizzare il metodo denominato *analisi dinamica lineare o con spettro di risposta*. Tale metodo si basa sul fatto che sfruttando la teoria del disaccoppiamento dei modi, esposta precedentemente, è possibile ricavare il periodo legato ad ogni modo, calcolare tramite spettri di risposta le sollecitazioni o spostamenti relativi ai singoli modi e combinarli tramite opportune tecniche di combinazione modale (SRSS o CQC), ricavando così il picco massimo della risposta in termini di sollecitazioni o spostamenti.

### **3.1.3. Analisi statica lineare**

Consiste nell'applicazione di una distribuzione di forze statiche laterali proporzionali al peso dell'edificio e che approssimano la prima deformata modale. Il taglio alla base viene in seguito ricavato moltiplicando le masse dell'edificio per la pseudo accelerazione letta in uno spettro di progetto, in funzione del periodo primo  $T_1$ . Pur ipotizzando il comportamento non lineare della struttura, l'analisi viene comunque condotta in campo lineare; questo è possibile in quanto i risultati di un'ampia sperimentazione numerica hanno dimostrato che gli spostamenti massimi siano mediamente gli stessi sia per l'oscillatore elastico che per quello elastoplastico; la non linearità del sistema viene tenuta in conto scalando lo spettro elastico tramite un opportuno fattore di struttura  $q$  tarato in modo da tener conto della duttilità della struttura stessa. In questo modo è possibile progettare o verificare una struttura utilizzando un'analisi elastica, usando forze minori di quelle necessarie a mantenere il comportamento elastico, ridotte rispetto a queste in proporzione alla duttilità disponibile. Bisogna sottolineare che l'analisi statica è applicabile soltanto quando i modi siano fra loro disaccoppiati, quindi nel caso di strutture simmetriche e quando il primo modo di vibrare sia effettivamente predominante rispetto ai modi superiori. Ciò avviene quando i valori di  $T_1$  e  $T_2$  non sono molto diversi fra loro, cosa che capita di frequente in strutture basse; in questo caso le accelerazioni spettrali  $S_{e1}$ ,  $S_{e2}$ , relative ai due modi sono fra loro simili, e poiché

il coefficiente di partecipazione modale  $\Gamma$  legato al primo modo è sempre predominante lo sarà anche il taglio alla base:

$$S_{e1} \cong S_{e2} \quad \Gamma_1 \gg \Gamma_2 \quad \Gamma_1 S_{e1} \gg \Gamma_2 S_{e2} \quad V_{b1} \gg V_{b2} \quad (3.24)$$

Al contrario, nel caso in cui il valore del primo periodo si distacchi significativamente dal secondo, come avviene per edifici alti, gli effetti legati al primo ed al secondo modo saranno vicini fra loro e considerare solo il primo periodo di vibrazione potrebbe portare ad errori significativi. Questo tipo di analisi porta in genere ad una sovrastima degli effetti, tuttavia questa condizione risulta accettabile poiché tende a compensare il grado di approssimazione introdotto nell'analisi e può in oltre essere corretta tramite l'uso di coefficienti riduttivi come prescritto anche dall'attuale normativa.<sup>6</sup> Nel caso di edifici storici in muratura l'analisi statica lineare sarebbe in teoria permessa purché siano rispettate le condizioni di cui sopra, cosa che ne limita fortemente il campo di applicazione; bisogna infatti ricordare che negli edifici storici l'organizzazione delle strutture è spesso irregolare, gli impalcati non si possono considerare indeformabili e la massa non si può considerare concentrata negli impalcati. Tutti questi motivi comportano la perdita delle ipotesi che usualmente vengono adottate per edifici intelaiati in c.a. (simmetria delle masse e rigidezze, ritto con massa trascurabile, impalcati infinitamente rigidi); il numero dei modi crescerà enormemente, si avranno modi accoppiati e sarà più difficile prevedere il comportamento della struttura, introducendo un grado di approssimazione elevato, e quindi inaccettabile, nei risultati.

---

<sup>6</sup> L'attuale normativa prescrive di ridurre il taglio alla base, determinato tramite analisi statica lineare tramite un coefficiente  $\lambda=0,85$  introdotto per tener conto della sovrastima degli effetti. Nel caso di edifici non regolari in altezza l'analisi statica lineare è applicabile purché si ponga  $\lambda=1$ , infatti la mancanza di regolarità in altezza porterebbe ad un comportamento meno prevedibile della struttura giustificando l'adozione di un maggior margine di sicurezza.

### 3.1.4. *Analisi statica non lineare*

Il comportamento delle strutture in muratura è marcatamente non lineare, pertanto può essere ben rappresentato da un'analisi statica non lineare raggiungendo un buon compromesso fra affidabilità e onere computazionale. Essa consiste nell'applicare alla struttura, oltre ai carichi gravitazionali, un profilo di forze laterali proporzionali al peso della struttura stessa che vengono incrementate, mantenendo invariati i rapporti fra le forze stesse, in modo da far crescere lo spostamento di un punto di controllo, fino al raggiungimento delle condizioni ultime. A rigore, ad ogni passo dell'analisi incrementale, man mano che si determina una diminuzione di rigidezza degli elementi resistenti, la distribuzione di forze dovrebbe essere compatibile con lo stesso livello di deformazione che si avrebbe durante un'analisi dinamica. Ciò presupporrebbe l'impiego di una distribuzione di forze variabile in base al livello di deformazione della struttura, cosa che risulterebbe particolarmente onerosa. Per questa ragione si preferisce assegnare una distribuzione di forze proporzionale al modo di vibrazione che si ritiene predominante nella struttura. In questo caso ovviamente, si introdurrà un'approssimazione dovuta al fatto che non si tiene conto dell'eventuale contributo nella risposta dei modi superiori. Un indice che consente di valutare tale livello di approssimazione è dato dal rapporto fra la massa modale associata al primo modo e la massa totale della struttura. La risposta della struttura viene descritta dalla curva di push-over, un diagramma che riporta in ascissa gli spostamenti di un punto di controllo ed in ordinata i corrispondenti valori del taglio alla base. In alternativa, essa può essere espressa in funzione di parametri che risultano più significativi ai fini ingegneristici, ovvero il coefficiente di taglio alla base  $C_b$ , definito come rapporto fra il taglio alla base ed il peso dell'edificio, e la deriva di piano  $\Delta u_i$ , ovvero lo spostamento relativo fra un piano e l'altro:

$$C_b = \frac{V_b}{W} \quad (3.25)$$

$$\Delta u_i = u_i - u_{i-1} \quad (3.26)$$

Questo metodo di analisi richiede che al sistema reale venga associato un sistema ridotto “equivalente” ad un grado di libertà; ciò significa effettuare una grossa semplificazione, infatti il comportamento di un edificio reale sarà caratterizzato da infiniti gradi di libertà. Esistono molti studi riguardanti la trasformazione di un sistema reale in un sistema SDOF equivalente; uno di questi è quello basato sull'equivalenza energetica. Il comportamento della struttura viene descritto da un'unica curva di pushover in cui lo spostamento equivalente viene determinato imponendo l'equivalenza fra il lavoro compiuto dal modello tridimensionale e quello compiuto dal sistema equivalente ad un solo grado di libertà; in altre parole la somma dei lavori compiuti dalle forze di piano nel modello tridimensionale deve corrispondere al lavoro compiuto nel sistema equivalente:

$$\Omega_{reale} = \Omega_{equivalente} \quad (3.27)$$

Dove  $\Omega_{reale}$  è il lavoro totale compiuto da tutte le forze di piano  $F_i$  per i rispettivi spostamenti  $u_i$  che si può valutare ad ogni passo calcolando l'area sottesa dalla curva forza – spostamento con il metodo dei trapezi:

$$\Omega_{reale} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (F_i + F_{i-1}) \cdot (u_i - u_{i-1}) \quad (3.28)$$

Dove  $n$  è il numero di passi del processo di carico. Inoltre la generica forza di piano  $F_i$  può essere espressa come quella frazione  $\alpha_p$  della forza orizzontale totale che, secondo la distribuzione assegnata, spetta al piano  $i$ -esimo:

$$F_i = \alpha_p \cdot C_{bi} \cdot W \quad \text{dove} \quad \sum_{p=1}^N \alpha_p = 1 \quad (3.29)$$

Essendo  $N$  il numero di piani.

La procedura così descritta è sintetizzata in Figura 3.2 per un edificio con due piani fuoriterra.



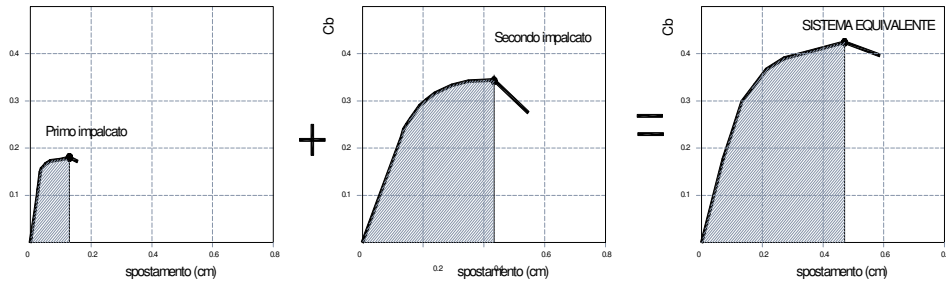


Figura 3.2 - Sistema equivalente SDOF, equivalenza energetica

La relazione non lineare così ottenuta può essere ulteriormente semplificata sostituendola con una bilatera elasto-plastica; tale relazione bilineare viene costruita ancora una volta applicando il principio di equivalenza dei lavori, considerando il tratto plastico tangente al punto di collasso della relazione non lineare e congiungendolo con un altro segmento uscente dall'origine in modo che le aree sottese dalle due relazioni risultino uguali. In alternativa si può fissare preventivamente la rigidezza del tratto elastico ed assegnare il secondo tratto con l'equivalenza delle aree. La normativa italiana prescrive di utilizzare una rigidezza ridotta convenzionalmente pari al 60% della forza massima (Fig. 3.3).

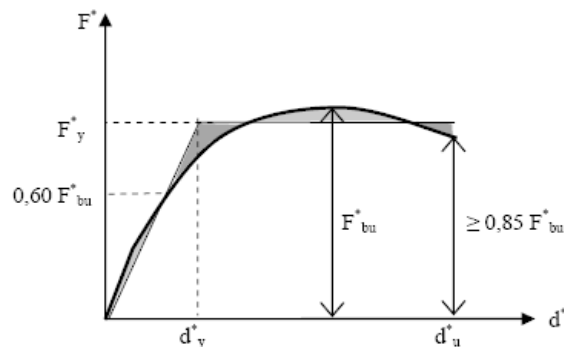


Fig. 3.3 - Bilatera equivalente, equivalenza energetica; limitazioni da normativa.

Il punto che indica il passaggio fra il tratto elastico ed il tratto plastico identifica infatti una significativa perdita di rigidezza della struttura che può essere

valutata in modo convenzionale. Alla bilatera viene associato il periodo efficace  $T_{eff}$  pari a:

$$T_{eff} = 2\pi \sqrt{\frac{M_{equ.}}{K_{eff}}} \quad (3.30)$$

Dove  $K_{eff}$  è la rigidezza efficace, ovvero la pendenza del primo tratto della bilatera,  $M_{equ}$  è la massa attribuita al sistema equivalente ad un grado di libertà, che sarà pari alla massa totale del sistema reale:

$$M_{equ} = M = \frac{W}{G} \quad (3.31)$$

### 3.2. Metodi di modellazione

Le strutture in muratura sono costituite da sistemi di pareti, ordite solitamente secondo due direzioni ortogonali, sulle quali poggiano gli orizzontamenti. Le difficoltà legate alla modellazione dipendono dalla difficoltà di valutare la distribuzione delle forze negli elementi strutturali, la corretta determinazione dei parametri meccanici, l'influenza nella risposta strutturale di eventuali variazioni geometriche e fattori di degrado che spesso si avvicendano in edifici storici. Una buona modellazione non può prescindere da questi ed altri parametri. Tuttavia la necessità di avere uno strumento applicabile anche in vasta scala nel campo del recupero di edifici storici rende necessario un compromesso fra affidabilità e semplicità computazionale. Esistono numerosissimi metodi in letteratura che si possono suddividere in quattro grandi famiglie, a seconda delle schematizzazioni che vengono operate:

- *modelli a elementi finiti*
- *modelli monodimensionali*
- *modelli bidimensionali (macromodelli)*

In questo paragrafo verranno esposti sinteticamente i principi basilari di alcuni fra i metodi di modellazione più diffusi in passato ed oggi.

### 3.2.1. Elementi finiti

La modellazione agli elementi finiti ha avuto origine all'inizio degli anni sessanta in seguito alla nascita e diffusione degli elaboratori elettronici, i soli strumenti che potessero consentire l'utilizzo di questo metodo, caratterizzato da un'elevata onerosità dal punto di vista computazionale. Esso consiste in una discretizzazione della struttura tramite l'accostamento di elementi poligonali di dimensioni piccole ma finite, connessi fra loro attraverso i vertici, definiti anche nodi. Gli spostamenti dei nodi rappresentano i gradi di libertà incogniti della struttura, attraverso i quali è possibile risalire allo stato tensionale e deformativo di ciascun elemento, tramite il metodo degli spostamenti. In estrema sintesi il metodo (particolarizzato al caso bidimensionale) consiste nei seguenti passaggi:

- definizione delle relazioni esistenti fra gli spostamenti ( $u_j$  e  $v_j$ ) dei nodi relativi a ciascun elemento  $j$ -esimo e le forze ad essi applicate ( $f_{jx}$ ,  $f_{jy}$ ). Il vettore che raccoglie le componenti degli spostamenti dei nodi  $\mathbf{s}_j = \{u_{j1} \dots u_{jm}, v_{j1} \dots v_{jm}\}$  ed il vettore che raccoglie le azioni esercitate da ciascun nodo sull'elemento  $\mathbf{f}_j = \{f_{jx1} \dots f_{jxm}, f_{jy1} \dots f_{jyn}\}$  sono legati dall'equazione lineare  $\mathbf{f}_j = \mathbf{k}_j \cdot \mathbf{s}_j$  dove  $\mathbf{k}_j$  è la matrice di rigidezza dell'elemento;
- definizione del comportamento dell'intero sistema attraverso l'equazione matriciale  $\mathbf{F} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{S}$ , nella quale  $\mathbf{F}_j = \{F_{x1} \dots F_{xn}, F_{y1} \dots F_{yn}\}$  rappresenta il vettore delle forze esterne nodali,  $\mathbf{S}_j = \{U_1 \dots U_m, V_1 \dots V_m\}$  il vettore degli spostamenti nodali e  $\mathbf{K}$  la matrice di rigidezza dell'intera struttura, che dipende dalle matrici di rigidezza dei singoli elementi.

L'applicazione del metodo alle murature incontra alcune difficoltà dovute al fatto che il materiale non sia omogeneo né isotropo; questo inconveniente può essere superato modellando separatamente i conci lapidei ed i giunti di malta, oppure considerando la muratura come un materiale omogeneo dalle caratteristiche equivalenti. Un'altra difficoltà dipende dal comportamento del materiale, elastico-lineare solo per valori molto ridotti delle sollecitazioni e dal fatto che la sezione resistente dipende dal carico applicato e si riduce in seguito al propagarsi delle fessurazioni; per questo motivo è necessario adottare

procedimenti iterativi al passo. Bisogna sottolineare che i risultati di analisi di questo tipo forniscono mappe che mettono in evidenza il livello tensionale della muratura da cui è possibile vedere quali sono i punti in cui insorgono tensioni di trazione; tuttavia si suppone che il valore puntuale di tensione superiore al valore limite non rappresenti la rottura del pannello murario. La resistenza per gli elementi murari dipende infatti non solo dagli effetti puntuali delle tensioni, ma anche da possibili ridistribuzioni dovute al comportamento non lineare ed al degrado degli elementi danneggiati. Per questo motivo non sempre questo tipo di modellazione fornisce risultati descrittivi dell'effettivo comportamento della struttura. La possibilità di modellare anche edifici complessi ed irregolari è sicuramente un vantaggio di questo approccio che tuttavia è molto condizionato dalla mesh adottata con conseguente onere computazionale elevato per grandi modelli. In oltre non è sempre possibile condurre l'analisi fino al raggiungimento delle tensioni e deformazioni limite in quanto possono presentarsi problemi di convergenza della soluzione e per questo motivo è spesso necessario terminare l'analisi prima rispetto al reale collasso.

### 3.2.2. Metodi monodimensionali

In questi modelli gli elementi murari vengono schematizzati con elementi monodimensionali aventi caratteristiche di rigidezza e duttilità equivalenti alla porzione di muratura che rappresentano. Esistono numerosi metodi che si basano sulla schematizzazione monodimensionale dei pannelli, una sintesi di quelli più utilizzati, sia in passato che ai giorni nostri è riportata di seguito.

#### Modello a puntone o biella equivalente

Uno fra i primi modelli monodimensionali proposti è quello basato sull'idealizzazione a *biella o a puntone equivalente* (Calderoni et al, 1987). Tale modellazione si basa sull'osservazione del fatto che, a seguito della progressiva parzializzazione delle sezioni, il pannello assume un comportamento sempre più marcatamente assimilabile a quello di un puntone compresso. (Fig. 3.4).

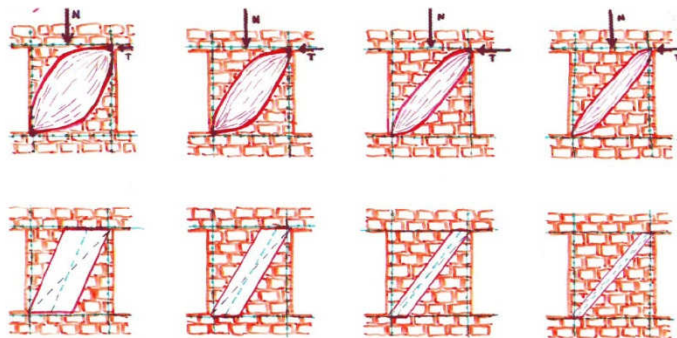


Figura 3.4 – Comportamento di un pannello murario al crescere della porzione parzializzata (CALDERONI ET AL, 1987)

Partendo da questa osservazione si propone di modellare la porzione reagente del pannello murario mediante un elemento biella la cui inclinazione e la cui rigidezza riproducano il comportamento del pannello. Poiché al crescere della parzializzazione consegue una variazione delle proprietà geometriche della biella equivalente, la sezione resistente e l'inclinazione della biella devono essere opportunamente tarate in modo da tenere conto della progressiva diminuzione di

rigidezza dell'elemento. Questo metodo è pertanto classificabile come “a geometria variabile”. La crisi dei singoli pannelli è associata al raggiungimento di una configurazione limite di equilibrio oppure alla rottura per compressione del puntone.

#### Metodo a telaio equivalente

Il *metodo a telaio equivalente*, oggi largamente utilizzato nell'ambito dell'analisi strutturale di edifici in muratura si basa sulla constatazione che, in edifici con distribuzione delle aperture regolare, le zone comprese fra le fasce di piano ed i maschi murari sono sottoposte ad una elevata azione di confinamento in virtù della quale, tali zone possono essere modellate come nodi rigidi. Sotto questa ipotesi i maschi e le fasce vengono schematizzati come ritte e traversi collegati fra loro dai suddetti nodi rigidi (Fig. 3.5). Ciascun ritto è costituito da un maschio avente una determinata deformabilità a taglio, flessionale e tagliante; per quanto riguarda i traversi, invece è necessario prendere in esame le caratteristiche delle fasce di piano, la cui rigidezza e resistenza condizionano il comportamento dell'intero edificio. Nel caso in cui le fasce siano prive di rigidezza (pannelli di fascia non ammorsati, mancanza di architravi resistenti a trazione) il comportamento dell'edificio sarà quello di mensole indipendenti costituite dai soli maschi che giungeranno a rottura per pressoflessione. Nel caso in cui le fasce siano dotate di elevata rigidezza estensionale e flessionale il comportamento sarà quello di strutture con pareti accoppiate (Fig. 3.6) con un diagramma dei momenti che si annulla in corrispondenza della mezzeria di ogni ritto. In questa situazione il collasso può avvenire per rottura dei maschi a taglio o pressoflessione.

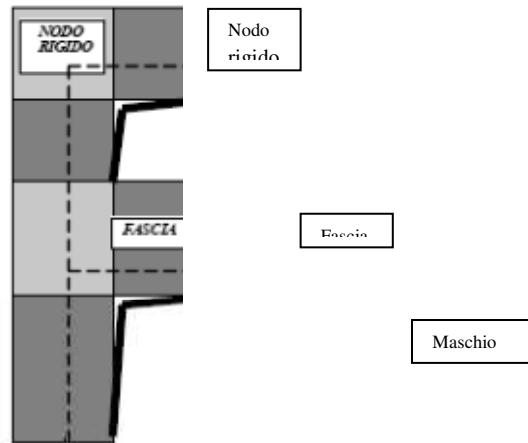


Figura 3.5 - Modellazione a telaio equivalente.

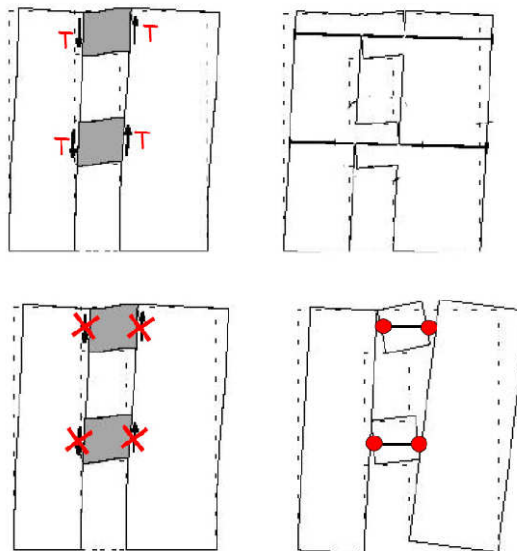


Figura 3.6 - Comportamento a pareti accoppiate e a mensole indipendenti.

Il limite della schematizzazione a telaio è che essa risulta applicabile solo in caso di edifici con aperture disposte in modo regolare, cosa che non sempre si verifica nel caso di edifici storici. All'interno della famiglia dei modelli a telaio si possono ancora individuare diverse metodologie di calcolo, a seconda delle



ipotesi di partenza. Di seguito si riportano in estrema sintesi alcuni dei modelli di calcolo possibili.

### Metodo POR

Uno dei primi metodi utilizzati per il calcolo delle murature fu sviluppato negli anni 80 da Tomaževic e viene denominato *metodo POR*. Esso si basa sulla schematizzazione semplificata della struttura, considerando solo il contributo dei maschi murari nella capacità di assorbire le forze orizzontali ed assumendo la rigidità delle fasce infinita. L'ipotesi fondamentale è infatti quella di impalcati infinitamente rigidi, sia assialmente che flessionalmente, e ben ammorsati alle pareti. La rigidità assiale dei setti viene trascurata, così come la rigidità fuori piano, in quanto risulta molto inferiore rispetto alla rigidità nel piano della parete stessa; il legame costitutivo assegnato ad ogni elemento resistente è elastico-perfettamente plastico con spostamento ultimo opportunamente tarato ed il meccanismo di rottura contemplato è unicamente quello a taglio e fessurazione diagonale. Gli effetti sismici vengono valutati mediante analisi statica, sottoponendo la struttura resistente a due sistemi di forze orizzontali, agenti, non contemporaneamente, secondo due direzioni ortogonali di riferimento (asse  $x$  e asse  $y$ ). La risultante della forza sismica ad ogni piano viene applicata in corrispondenza del baricentro del piano stesso. Le analisi vengono condotte in campo inelastico. In una fase iniziale le forze si distribuiranno proporzionalmente alla rigidità di ogni elemento; quando un elemento raggiunge lo spostamento ultimo e non è più in grado di portare carico, esso viene eliminato dallo schema di calcolo. Il metodo Por costruisce passo dopo passo il diagramma forza – spostamento di ogni piano, riportando in corrispondenza di ogni spostamento orizzontale  $\delta$  del baricentro di piano G, la forza F complessivamente sviluppata dall'organismo murario. In corrispondenza di questa situazione si troverà il carico limite della struttura. Tale valore del carico limite viene usualmente sovrastimato dal metodo POR: ciò dipende dalle ipotesi di impalcati rigidi che si traduce in un vincolo che impedisce alla parete di ruotare. Tale ipotesi è accettabile solo nel caso di edifici con solai in laterocemento, mentre introdurrebbe delle approssimazioni inaccettabili nel caso di edifici con solai in legno o sistemi voltati; per questo motivo esso non è adatto a cogliere la risposta di edifici storici. Inoltre, il metodo è applicabile nel caso di

pareti poco snelle e quindi funzionanti prevalentemente a taglio, quali possono generalmente considerarsi quelle di edifici di limitata altezza e non è possibile prevedere eventuali meccanismi di danneggiamento delle fasce.

#### Metodo POR FLEX

Tale metodo presentato da F. Braga e M. Dolce nel 1982 è ispirato al POR ma migliorato tramite le seguenti modifiche:

- Legame costitutivo del materiale non più elasto-plastico ma elasto-fragile.
- Le condizioni di vincolo dei pannelli (sia maschi che fasce) dipendono dal fatto che i pannelli adiacenti siano integri o fessurati: nel primo caso si ipotizza un incastro a cui corrisponde un diagramma dei momenti flettenti che si annullano a metà altezza di ogni piano; nel secondo caso si ipotizza un vincolo di cerniera ed un diagramma dei momenti a mensola.
- Le fasce di piano sono considerate sempre rigide ma non infinitamente resistenti.
- La ripartizione delle azioni orizzontali viene effettuata in base alla rigidità dei pannelli (tanto minore quanto più le sezioni risultano fessurate, che delle condizioni di vincolo esercitate dalle fasce di piano).
- Come meccanismi di rottura vengono contemplati sia il criterio a taglio (relazione di Turnsek-Cacovic) che la rottura a tenso e pressoflessione.

Nonostante le modifiche apportate il metodo non tiene conto di alcuni aspetti, quali la rottura a taglio e scorrimento, e soprattutto la variazione dello sforzo normale dovuto alle azioni orizzontali di piano; viene imposto solo l'equilibrio alla rotazione per ciascun piano, senza tenere conto del momento ribaltante indotto dalle azioni orizzontali applicate ai piani soprastanti. Questo comporta che risultino equilibrati alla rotazione solo i singoli piani ma non l'intera parete.

#### Metodo SAM

Tale metodo è stato presentato nel 1994 da G. M. Calvi e G. Magenes. La differenza principale rispetto ai metodi esposti in precedenza è quella di

affrontare l'analisi della parete nel suo complesso e non piano per piano; di conseguenza l'equilibrio alla rotazione viene soddisfatto rispetto all'intera parete. Viene assegnata una distribuzione di forze orizzontale che viene incrementata ad ogni passo dell'analisi attraverso un moltiplicatore dei carichi fino al collasso della parete. Il taglio si distribuisce proporzionalmente alla rigidità dei pannelli. Si accetta l'ipotesi di fasce dotate di duttilità illimitata, nel senso che il valore ultimo del taglio si considera esplicabile fino al collasso della parete. I meccanismi di rottura contemplati sono sia a pressoflessione che a taglio diagonale (criterio di Turnsek-Cacovic) che a taglio e scorrimento; noto il valore ultimo del taglio si determina lo spostamento ultimo  $\delta$  come prodotto della deformazione angolare  $\gamma$  per l'altezza del pannello.

### **3.2.3. Metodi bidimensionali**

Questo tipo di modellazione consiste nella discretizzazione della muratura in elementi bidimensionali studiati in modo da simulare il comportamento di un intero pannello murario o di una sua parte consistente.

#### *Metodo PEFV (Procedura agli elementi finiti a geometria variabile)*

Tale metodo venne messo a punto da D'Asdia e Viskovic nel 1994 ed in realtà consiste in un'evoluzione del metodo degli elementi finiti pensato appositamente per essere applicato alle murature. Ogni pannello viene discretizzato in un certo numero di elementi bidimensionali di forme triangolare e rettangolare, collegati fra loro ai vertici. Tali elementi sono disposti in maniera tale da poter variare la geometria del pannello variando la geometria dei singoli triangoli (Fig. 3.7); l'ipotesi della parzializzazione della sezione per trazione viene infatti implementata modificando la geometria degli elementi, in funzione dello stato di sollecitazione, al fine di eliminare le zone in trazione. In questo modo, le porzioni di muratura in cui le tensioni di trazione superano il limite di resistenza, vengono escluse dall'analisi in modo da riprodurre la parzializzazione progressiva della sezione trasversale. Man mano che la parzializzazione della

sezione aumenta il comportamento del pannello tende sempre di più a quello di una biella compressa. Questo tipo di approccio può essere definito a geometria variabile. Un altro approccio possibile consiste nel simulare la rottura a trazione assegnando un'opportuna formulazione del legame tensione deformazione; tale approccio viene definito a *geometria fissa*.

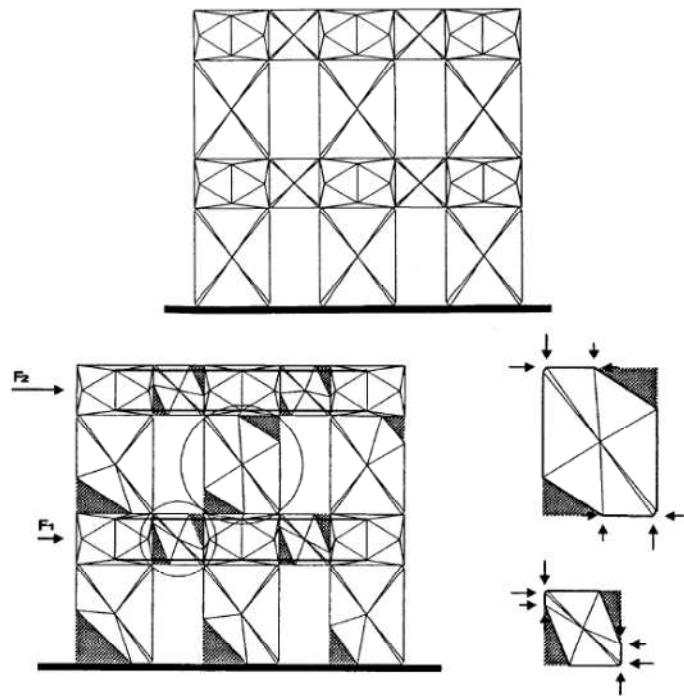


Figura 3.7 - Modello con elementi bidimensionali a geometria variabile (D'ASDIA, VISKOVIC, 1994)

### Metodo a macroelementi

Fra i modelli a geometria fissa può essere annoverato quello proposto dai ricercatori dell'Università di Catania (CALIÒ ET AL, 2004) e basato sulla discretizzazione per *macroelementi*. In tale modello viene introdotto un elemento bidimensionale equivalente in grado di descrivere il comportamento di un pannello murario o di una porzione di esso. Ogni pannello può quindi essere modellato con un singolo elemento o con una mesh più o meno accurata. Ogni

elemento è costituito da un quadrilatero articolato con lati infinitamente rigidi e vertici incernierati collegati da molle diagonali. La deformabilità assiale e flessionale del pannello viene concentrata in un letto di molle distribuito ortogonalmente ad ogni lato del quadrilatero, che costituisce anche l'interfaccia con i macroelementi adiacenti. La deformabilità a taglio viene invece concentrata nelle molle poste lungo le diagonali ed in quelle poste parallelamente ai lati rigidi. In questo modo vengono contemplati i tre criteri di rottura caratteristici delle strutture in muratura, e cioè pressoflessione, taglio e fessurazione diagonale, taglio e scorrimento (Figura 3.8).

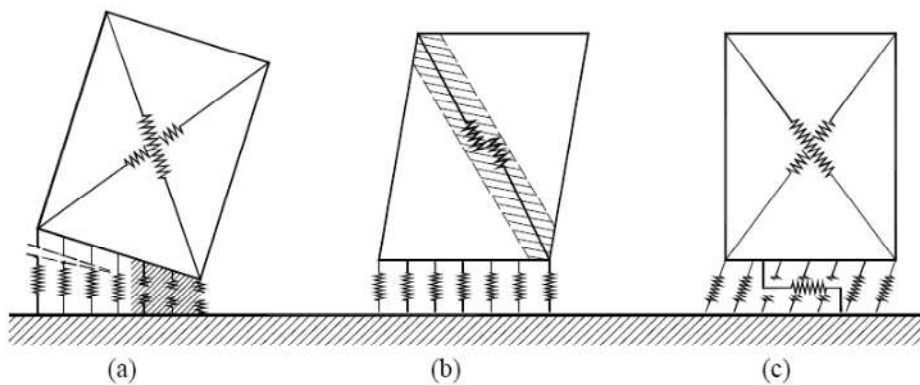


Figura 3.8 - Simulazione di meccanismi di rottura di un pannello murario mediante il macro elemento: a) schiacciamento e ribaltamento; b) taglio con fessurazione diagonale; c) taglio e scorrimento (CALIÒ ET AL, 2004).

Le proprietà dei pannelli vengono trasferite alle molle che regolano i diversi processi di rottura. Viene assegnato un legame costitutivo elasto-plastico ortotropo della muratura con limiti negli spostamenti sia a trazione che a compressione. Per ogni direzione principale esso è caratterizzato da un modulo di deformazione normale ( $E$ ), dai limiti nelle deformazioni a compressione e trazione ( $\epsilon_c$ ,  $\epsilon_t$ ) e dai relativi limiti di resistenza a compressione e trazione ( $\sigma_c$ ,  $\sigma_t$ ). Quando in una molla si giunge al limite ultimo imposto nella deformazione a trazione, si ipotizza l'annullamento della resistenza del materiale, ma si conserva la capacità di resistere a sforzi di compressione nel momento in cui la tensione si inverte di segno. Per quanto riguarda il

*meccanismo di taglio e fessurazione diagonale* è simulato da molle non lineari disposte lungo le diagonali del macroelemento. Il criterio di rottura utilizzato è quello proposto in letteratura da Turnsek e Cakovic. L'ipotesi di base rimane la stessa del criterio generale, cioè che la rottura per fessurazione diagonale avvenga quando la massima tensione di trazione (lungo la direzione principale) raggiunge il valore di resistenza convenzionale a trazione della muratura. Indipendentemente dal criterio di rottura che si considera, se si ipotizza una distribuzione uniforme di tensioni tangenziali in tutta l'area trasversale  $A_t$  del pannello, la resistenza a taglio ultima  $T_u$ , si otterrà moltiplicando la tensione tangenziale ultima  $\tau_u$  per  $A_t$ :

$$T_u(P) = \tau_u(p) \cdot A_t \quad (3.32)$$

Dove con  $p$  e  $P$  vengono indicati rispettivamente la tensione media e lo sforzo di compressione cui è soggetto il pannello.

Infine i meccanismi di scorrimento dei pannelli sono governati da molle non lineari poste in direzione dell'interfaccia. Il comportamento a scorrimento per sua natura è un comportamento ad attrito, ossia di tipo rigido plastico, la cui forza limite corrente viene determinata con un criterio di snervamento alla Coulomb. Uno dei vantaggi di questo metodo è che la possibilità di descrivere il comportamento di un pannello tramite una mesh di elementi collegati dalle interfacce, consente di modellare anche edifici irregolari o curvi, cosa che non è possibile fare con una modellazione monodimensionale; inoltre l'uso di macroelementi discreti consente di cogliere il comportamento di strutture anche complesse con un ridotto costo computazionale, a differenza di quanto si avrebbe nel caso di modellazione tramite elementi finiti.

## Riferimenti Bibliografici

AUGENTI N. *Il calcolo sismico degli edifici in muratura*. UTET, Torino, 2004.

BRAGA F, DOLCE M. *Un metodo per l'analisi di edifici multipiano in muratura*. 6<sup>th</sup> International Brick Masonry Conference. Roma, 1982.

CALDERONI B, MARONE P, PAGANO M. *Modelli per la verifica statica degli edifici in muratura in zona sismica*. Ingegneria sismica. 3:19-27, 1987.

CALIÒ I, MARLETTA M, PANTÒ B. *Un semplice macro-elemento per la valutazione della vulnerabilità sismica di edifici in muratura*. Atti del XI Congresso Nazionale ANIDIS. Genova, 2004.

CALIÒ I, CANNIZZARO F, MARLETTA M. *Un nuovo elemento discreto per la modellazione di strutture a geometria curva*. Atti del XIII Congresso Nazionale ANIDIS. Bologna, 2009.

CALVI GM, MAGENES G. *Experimental results on unreinforced masonry shear walls damaged and repaired*. 10<sup>th</sup> International Brick Masonry Conference. Calgary, 1994.

CATTARI S, CURTI E, GALASCO A, RESEMINI S. *Analisi sismica lineare e non lineare degli edifici in muratura-Teoria ed esempi di applicazione secondo OPCM 3274/03 e 3431/05*. Edizioni Esselibri Simone, Napoli, 2005.

MAGENES G, BOLOGNINI D, BRAGGIO C. *Metodi semplificati per l'analisi sismica non lineare in muratura*. CNR- Gruppo Nazionale per la Difesa dai Terremoti. Roma, 2000.

D'ASDIA P, VISKOVIC A. *Analisi sismica degli edifici in muratura*. Ingegneria Sismica n.1/1995. Patron Editore, Bologna, 1994.

## 4. MODELLAZIONE ED ANALISI DI MECCANISMI LOCALI

### 4.1. Il comportamento dinamico di una parete sollecitata fuori piano

Il comportamento di pareti sollecitate fuori piano è stato ampiamente studiato tramite intense campagne di indagini sperimentali su tavola vibrante (GRIFFITH ET AL, 2004). Le prove furono condotte su pannelli murari aventi diverse caratteristiche per evidenziare i tratti caratteristici del loro comportamento fino al collasso. La maggior parte di queste prove venne effettuata su pannelli murari in calcestruzzo o in mattoni pieni aventi snellezze comprese fra 30 e 13,5, seguendo la procedura descritta di seguito: dapprima i pannelli venivano sottoposti a singoli impulsi e lasciati liberi di oscillare, al fine di indagare le loro caratteristiche dinamiche; in un secondo momento venivano sottoposti a diversi accelerogrammi e portati al collasso per determinarne la curva di capacità. Nelle curve così ottenute si può individuare una prima parte assimilabile ad un tratto elastico, un secondo tratto in cui lo spostamento cresce a forza costante, ed infine, superato un certo valore di spostamento, un tratto caratterizzato da un rapido decadimento della forza. Una prima semplificazione delle curve di capacità ottenute dalle prove può essere effettuata ricorrendo ad un modello trilineare (Fig. 4.1a) caratterizzato da tre parametri di spostamento e cioè:

- $\Delta_1$  spostamento corrispondente con la fine del tratto lineare; esso coincide con il formarsi delle lesioni e quindi con la diminuzione di rigidità del pannello;
- $\Delta_2$  spostamento corrispondente all'inizio del ramo decrescente della curva;
- $\Delta_u$  spostamento corrispondente all'annullamento della forza.



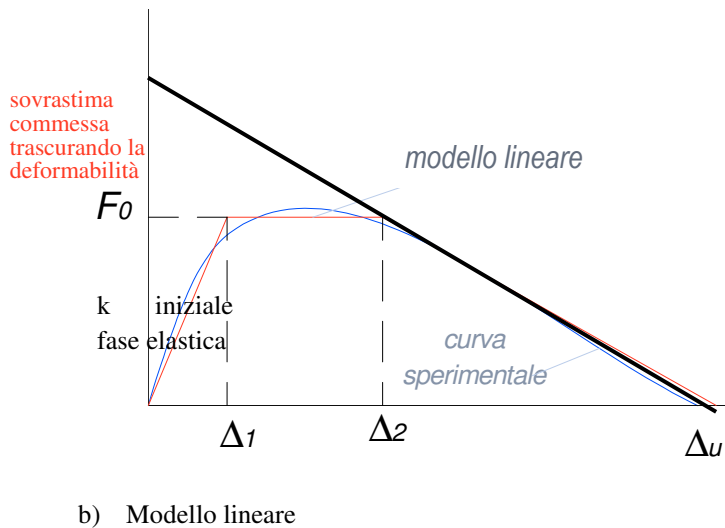
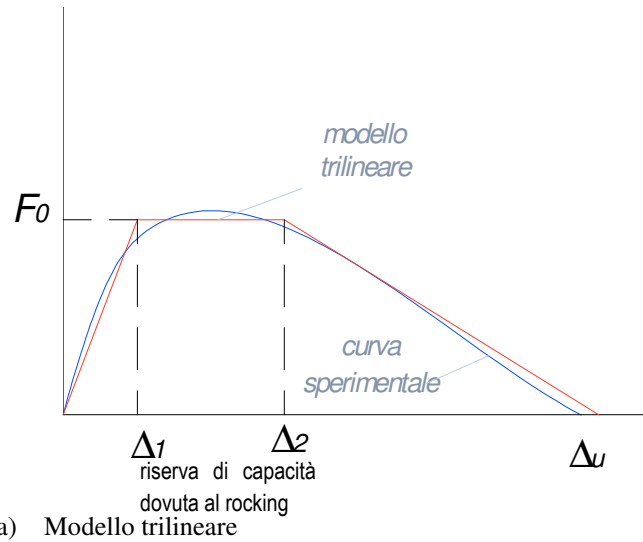


Figura 4.1 - Curva di capacità di un pannello sollecitato fuori dal piano

Un'ulteriore semplificazione può essere effettuata se si trascura la deformabilità della muratura (Fig. 4.1b). In questo caso si può considerare un modello lineare, commettendo un errore tanto più grande quanto più è grande lo sforzo normale a cui è soggetto il pannello. Sarà quindi necessario limitare convenzionalmente la capacità del pannello in corrispondenza dello spostamento  $\Delta_2$  corrispondente all'inizio della fase decrescente della trilatera valutato sperimentalmente pari a

circa 40%-50%  $\Delta_u$ . Ritornando al modello trilineare, si osserva che il tratto compreso fra  $\Delta_1$  e  $\Delta_2$  evidenzia una riserva di capacità che impropriamente potremmo chiamare duttilità; essa infatti dipende non da una caratteristica del materiale che, come è noto ha un comportamento di tipo fragile, ma dal fatto che, una volta formate le lesioni, il pannello inizia ad oscillare attorno ad una posizione di equilibrio, fino a raggiungere uno spostamento tale per cui l'equilibrio stesso non può più essere garantito.

Da questa osservazione derivano due conseguenze importanti:

- l'approccio tradizionale basato sulle accelerazioni consente di cogliere solo il valore del moltiplicatore corrispondente all'apertura delle lesioni; questo approccio può andare bene nel caso di edifici di nuova costruzione, ma per edifici esistenti rischia di essere troppo conservativo, infatti anche dopo l'apertura delle lesioni, un pannello può sopportare spostamenti cospicui prima del collasso;
- la riserva di capacità può essere colta solo in termini di spostamento poiché dipende dalle oscillazioni che intervengono dopo l'insorgere delle lesioni.

L'equazione del moto di un corpo rigido che oscilla attorno ad una posizione di equilibrio può essere scritta utilizzando diversi metodi, uno dei più semplici è quello dell'equilibrio diretto; esso consiste appunto nello scrivere un'equazione di equilibrio fra le forze inerziali che si avrebbero nel caso di una accelerazione al suolo. Si consideri il sistema rappresentato in Figura 4.2:

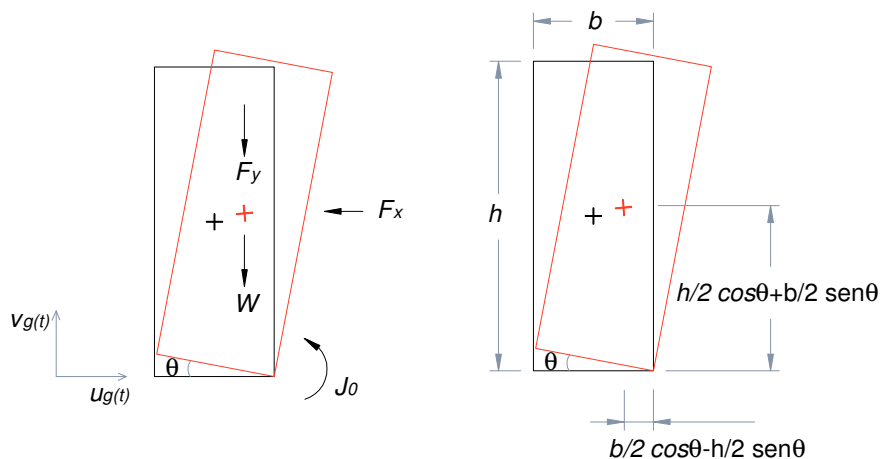


Figura 4.2 - Metodo dell'equilibrio diretto: forze e bracci.

Le forze che agiscono sul sistema sono:

$$F_x = m\ddot{u}_g \text{ (forza di inerzia dovuta all'accelerazione orizzontale)} \quad (4.1)$$

$$F_y = m\ddot{v}_g \text{ (forza di inerzia dovuta all'accelerazione verticale)} \quad (4.2)$$

$$W=mg \text{ (forza peso)} \quad (4.3)$$

$$J_0 = J_x + J_y = \frac{m}{3}(b^2 + h^2)\ddot{\vartheta} \quad \text{(momento di inerzia polare)} \quad (4.4)$$

Nell'ipotesi di grandi spostamenti i bracci delle forze rispetto al punto di rotazione sono:

$$Y = \frac{h}{2} \cos \vartheta + \frac{b}{2} \operatorname{sen} \vartheta; \quad (4.5)$$

$$X = \frac{b}{2} \cos \vartheta - \frac{h}{2} \operatorname{sen} \vartheta; \quad (4.6)$$

Scrivendo l'equilibrio si ottiene:

$$J_0\ddot{\vartheta} + m(g + \ddot{v}_g) \cdot \left( \frac{b}{2} \cos \vartheta - \frac{h}{2} \operatorname{sen} \vartheta \right) + m\ddot{u}_g \left( \frac{b}{2} \operatorname{sen} \vartheta + \frac{h}{2} \cos \vartheta \right) = 0 \quad (4.7)$$

nell'ipotesi di piccoli spostamenti

$$\cos \vartheta \approx 1 \quad ; \quad \operatorname{sen} \vartheta \approx \vartheta \quad (4.8a,b)$$

e trascurando le quantità infinitesime si ha:

$$J_0\ddot{\vartheta} + m(g + \ddot{v}_g) \cdot \frac{b}{2} + m\ddot{u}_g \cdot \frac{h}{2} = 0 \quad (4.9)$$

La (4.9) p l'equazione del rocking per piccoli spostamenti; si può arrivare ad un identico risultato applicando il principio delle potenze virtuali (fig.4.3)

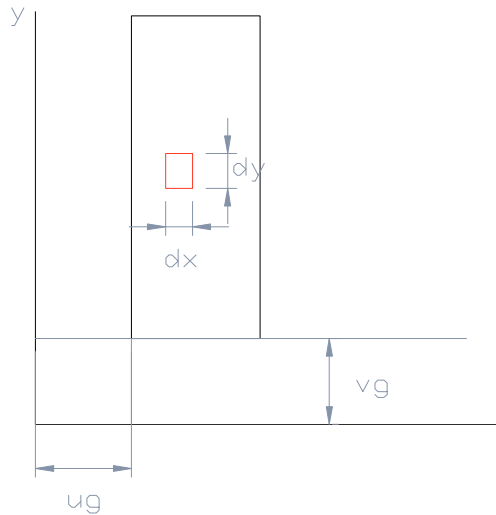


Figura 4.3 - Applicazione del principio delle potenze virtuali.

Si consideri una densità di massa pari a:

$$\rho = \frac{m}{b \cdot h} \quad (4.10)$$

le forze di inerzia distribuite saranno pari a

$$-\rho \delta_x \partial_y \ddot{u}_t \quad \text{e} \quad -\rho \delta_x \partial_y \ddot{v}_t \quad (4.11a,b)$$

Applicando l'equazione delle potenze virtuali si ha

$$-W \cdot \dot{v}_G - \int_{-b}^0 \int_0^h \rho \cdot \ddot{u}_t \cdot \dot{u} \cdot \delta_x \cdot \delta_y - \int_{-b}^0 \rho \cdot \ddot{v}_t \cdot \dot{v} \cdot \delta_x \cdot \delta_y = 0 \quad (4.12)$$

sotto l'ipotesi di piccoli spostamenti si può scrivere :

$$u_t = \vartheta \cdot y + u_g \quad v_t = \vartheta \cdot x + v_g \quad (4.13a,b)$$

$$\dot{u} = \dot{\vartheta} \cdot y \quad \dot{v} = -\dot{\vartheta} \cdot x \quad (4.14a,b)$$

operando le opportune sostituzioni e semplificazioni si ottiene:

$$-W \cdot \dot{v}_g - \rho \cdot \ddot{u}_g \int_{-b/2}^{b/2} \dot{\vartheta} \cdot y \cdot \delta_x \cdot \delta_y - \rho \cdot \ddot{v}_g \cdot (-1) \cdot \int_{-b/2}^{b/2} \dot{\vartheta} \cdot x \cdot \delta_x \cdot \delta_y = 0 \quad (4.15)$$

svolvendo gli integrali

$$-\rho \cdot \ddot{u}_g \int_{-b/2}^{b/2} \dot{\vartheta} \cdot y \cdot \delta_x \cdot \delta_y = -\rho \cdot \dot{\vartheta} \cdot \ddot{u}_g \cdot \frac{h^2}{2} \cdot b \quad (4.16)$$

$$-\rho \cdot \ddot{v}_g \cdot (-1) \int_{-b/2}^{b/2} \dot{\vartheta} \cdot x \cdot \delta_x \cdot \delta_y = -\rho \cdot \dot{\vartheta} \cdot \ddot{v}_g \cdot \frac{b^2}{2} \cdot h \quad (4.17)$$

$$\left[ -W \cdot \frac{b}{2} - \rho \cdot h \cdot b \cdot \frac{1}{3} (b^2 + h^2) \ddot{\vartheta} - \frac{1}{2} \rho \cdot h^2 \cdot b \cdot \ddot{u}_g - \frac{1}{2} \rho \cdot h \cdot b^2 \cdot \ddot{v}_g \right] \cdot \dot{\vartheta} = 0 \quad (4.18)$$

$$J_0 \cdot \ddot{\vartheta} + W \frac{b}{2} + m \ddot{u}_g \frac{h}{2} + m \ddot{v}_g \frac{b}{2} = 0 \quad (4.19)$$

La (4.19) è in tutto analoga alla (4.9) quella trovata con il metodo dell'equilibrio diretto.

Nel 2002 Doherty, partendo dallo studio dell'equazione del rocking per un pannello in muratura propose un modello per la valutazione della capacità in cui l'equazione del moto del sistema reale veniva sostituita dall'equazione di un sistema SDOF con una massa concentrata equivalente :

$$M_e a_e(t) + F(\Delta_e(t)) + M_e a_g(t) = 0 \quad (4.20)$$

dove :

$a_g$                     *accelerazione al suolo*  
 $a_e$                     *accelerazione che agisce sulla massa*  
 $M_e$                     *Massa equivalente*

$F(\Delta_e(t))$         *Forza di richiamo elastico*

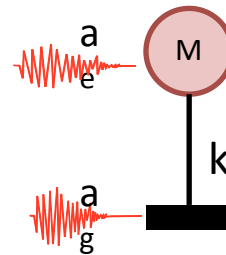


Figura 4.4 - Sistema SDOF equivalente

In questo modo si ha una massa che viene calcolata dividendo il pannello in un numero discreto di elementi dotati di massa  $m_i$  e aventi spostamento  $\delta_i$  secondo la seguente relazione:

$$M_e = \frac{\left( \sum_{i=1}^n m_i \cdot \delta_i \right)^2}{\sum_{i=1}^n m_i \cdot \delta_i} \quad (4.21)$$

La forza di richiamo elastico è data dal momento stabilizzante prodotto dal peso; essa è funzione dello spostamento e può essere descritta dalla seguente relazione:

$$F = F_0 (1 - \Delta / \Delta_u) \quad (4.22)$$

#### 4.2. Procedure statiche equivalenti: l'analisi limite ed il problema della dissipazione energetica

Il metodo più semplice e più utilizzato per l'analisi della risposta di elementi murari sollecitati da azioni perpendicolari al loro piano, è quello dell'analisi limite con approccio cinematico. Nella sua applicazione più generale, il calcolo a rottura consiste nel trovare quella condizione limite per la quale la struttura perde la sua capacità portante, sotto due ipotesi fondamentali:

- Materiale elastico perfettamente plastico
- Piccoli spostamenti

Sono possibili due approcci al problema: in un approccio statico si amplificano le forze esterne fino a trovare il massimo moltiplicatore per cui l'equilibrio può ancora essere garantito. In un approccio cinematico viene imposto uno spostamento amplificandolo fino alla condizione limite in cui la struttura diventa una catena cinematica; questo si traduce nell'ipotizzare un cinematismo qualsiasi purché congruente e rigido-plastico. Il moltiplicatore cinematico dei carichi si ottiene applicando il principio dei lavori virtuali;

$$m_c Le = Li \quad (4.23)$$

$Le$       lavoro esterno compiuto dai carichi non amplificati

$Le$       lavoro interno

$m_c$       moltiplicatore cinematico

Il lavoro interno è dato dai momenti plastici che si sviluppano nelle cerniere per le relative rotazioni, esso coincide quindi con la dissipazione plastica.

$$m_c Le = Dp \quad \rightarrow \quad m_c = \frac{Dp}{Le} \quad (4.24)$$

$Dp$       Dissipazione plastica delle cerniere

Il reale moltiplicatore dei carichi deve essere al tempo stesso moltiplicatore statico e cinematico e deve soddisfare le equazioni di equilibrio e congruenza. Si

può dimostrare che il reale moltiplicatore di collasso plastico è limite superiore dei moltiplicatori statici e limite inferiore dei moltiplicatori cinematici (Fig. 4.5).

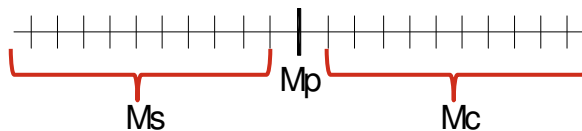


Figura 4.5 - Il reale moltiplicatore di collasso plastico ( $M_p$ ) è limite superiore dei moltiplicatori statici ( $M_s$ ) e limite inferiore dei moltiplicatori cinematici ( $M_c$ ).

Questo significa che ipotizzando dei meccanismi di collasso diversi da quello reale si troveranno moltiplicatori più grandi di quello che porterà effettivamente la struttura al collasso. Da questa considerazione discende che l'analisi dei cinematici possibili in un edificio tradizionale debba essere effettuata solo dopo un'attenta disamina critica delle peculiarità dell'edificio, e dopo la lettura di eventuali quadri deformativi e fessurativi al fine di avere un'indicazione sugli eventuali dissesti già in atto<sup>7</sup>.

L'approccio basato sull'analisi limite viene formulato sotto alcune ipotesi:

- la muratura viene modellata come se fosse costituita da un insieme di blocchi rigidi separati da un certo numero di lesioni e liberi di ruotare attorno a cerniere cilindriche con cui vengono schematizzate le superfici di rottura.
- I meccanismi sono caratterizzati da moti relativi fra i macroblocchi compatibili con le lesioni. Ciascun meccanismo di collasso infatti, può essere schematizzato ipotizzando la presenza di opportune cerniere cilindriche; l'insieme di centri di rotazione assoluti e relativi portano alla definizione del meccanismo che viene studiato con l'approccio cinematico allo scopo di trovare il relativo moltiplicatore di collasso.

<sup>7</sup> La metodologia utilizzata per la corretta individuazione dei meccanismi di collasso nell'edilizia tradizionale è esposta in: CAROCCI, MARINO, 2009.



È bene precisare che, poiché la muratura è un materiale fragile, le sopracitate cerniere non hanno nulla a che vedere con il concetto di cerniera plastica classicamente inteso, ma sono semplicemente delle superfici di rottura. Di conseguenza la dissipazione plastica relativa al meccanismo sarà nulla e si ha:

$$m_c Le = 0 \quad (4.3)$$

La (4.3) rappresenta l'applicazione del principio dei lavori virtuali al caso delle murature. Il principale pregio di questo metodo riguarda la semplicità ed immediatezza di applicazione; esso oltretutto dipende solo da considerazioni geometriche e prescinde dai parametri meccanici del materiale consentendo così di eliminare le incertezze relative caratterizzazione meccanica del materiale muratura.

L'analisi limite soffre tuttavia di alcune restrizioni: in primo luogo, non è possibile valutare l'intera risposta del pannello ma solo il carico ultimo; per questo motivo non è adatto a cogliere la risposta strutturale nella sua interezza. Inoltre l'applicazione alle murature, come evidenziato dalla (4.3), non consente di valutare la dissipazione energetica che avviene durante il cinematismo; infine non è possibile valutare la riserva di capacità che si verifica dopo l'insorgere delle lesioni, messa in evidenza dai risultati sperimentali, e che può essere colta solo in termini di spostamento. Queste considerazioni portano a pensare che nell'applicazione ad un caso reale, a patto di analizzare l'effettivo cinematismo, ovvero quello che coerentemente con le condizioni di vincolo minimizza i lavori esterni, i risultati forniti dall'analisi limite siano conservativi. Questa considerazione è riscontrabile anche nell'attuale normativa antisismica italiana che pur raccogliendo l'approccio dell'analisi limite, propone un metodo per la valutazione della riserva di capacità che insorge dopo le lesioni.

Nei paragrafi che seguono sarà riportata sinteticamente la metodologia di applicazione dell'analisi limite ai cinematismi che possono verificarsi più frequentemente in una costruzione tradizionale; di seguito saranno esposti i contenuti dell'attuale normativa antisismica nei confronti dei meccanismi fuori piano e sarà riportata un'applicazione delle metodologie esposte ad una parete reale, al fine di analizzare i risultati ottenuti in relazione ad un caso concreto.

### **4.3. Applicazione dell'analisi limite ai meccanismi di primo modo frequenti nell'edilizia tradizionale**

Si è già visto come il comportamento fuori dal piano di una struttura muraria venga influenzato da molteplici fattori e come siano possibili numerose configurazioni cinematiche che portano al collasso; esse tuttavia possono essere classificate in quattro grandi famiglie: collassi per flessione orizzontale, collassi per flessione verticale, collassi per ribaltamento semplice, ed infine, collassi per ribaltamento composto. A seguire verrà analizzato il metodo di analisi applicabile a ciascuna di queste categorie, seguendo l'approccio dell'equilibrio limite.

#### **4.3.1. Flessione orizzontale**

Questo meccanismo si può verificare nel caso di pareti vincolate ai pannelli ortogonali alle estremità ma libere nella parte mediana; in questo caso la risposta strutturale della parete si manifesta come un effetto arco nel piano della sezione orizzontale della parete. Il meccanismo di collasso prevede la formazione di due cerniere cilindriche oblique ed una verticale che delimitano i corpi rigidi. Ciascuno dei due corpi può ruotare attorno a tali cerniere oblique ed entrambi ruotano reciprocamente rispetto alla verticale che li separa. I due corpi subiscono spostamenti definiti da una componente in direzione parallela al piano della parete che tende ad allontanarli l'uno dall'altro, ed una in direzione verticale rivolta verso l'alto. Le azioni che si oppongono a tali spostamenti sono rappresentate dalla reazione alla spinta  $H$  dell'arco orizzontale, ad opera dei muri di controvento, e dall'effetto stabilizzante dei carichi verticali. Poiché gli spostamenti verticali risultano meno significativi rispetto a quelli orizzontali, a scopo semplificativo verranno trascurati. Ciò si traduce nell'esaminare il problema piano rappresentato in Figura 4.6.

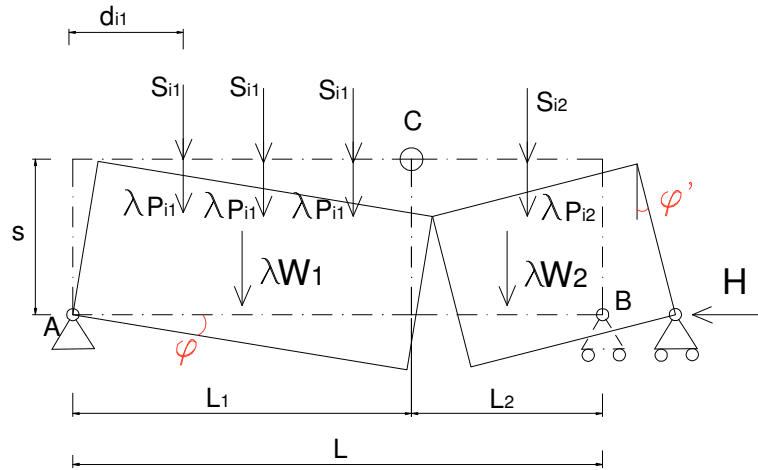


Figura 4.6 - Metodo cinematico applicato alla flessione orizzontale.

Il moltiplicatore di collasso viene individuato applicando il Principio dei Lavori Virtuali in termini di spostamenti. Si procede assegnando al corpo 1 una rotazione virtuale unitaria

$$\varphi_1 = -1; \quad (4.4)$$

Imponendo la congruenza degli spostamenti nel punto C si determina:

$$\varphi_2 = \varphi_1 \cdot \frac{L_1}{L_2} = -\frac{L_1}{L_2} \quad (4.5)$$

Si consideri:

$W_1, W_2$  Forza peso dei blocchi;

$P_{i1}, P_{i2}$  i-esimo carico verticale trasmesso in testa ai blocchi;

$S_{i1}, S_{i2}$  i-esima spinta statica trasmessa ai blocchi;

$\delta_{i1y}; \delta_{i2y}$  spostamenti virtuali dei punti di applicazione dell'i-esimo carico applicato ai blocchi;

$d_{i1}; d_{i2}$  distanza orizzontale dell'i-esimo carico rispetto al proprio centro di rotazione;

$G_{1x}; G_{2x}$  distanza orizzontale dei baricentri dei blocchi rispetto al proprio centro di rotazione.

Gli spostamenti virtuali dei punti di applicazione delle forze agenti sul sistema nella rispettiva direzione di azione valgono:

$$\delta_{i1y} = d_{i1} \cdot \varphi_1 = -d_{i1}; \quad (4.6a)$$

$$\delta_{i2y} = d_{i2} \cdot \varphi_2 = -d_{i2} \cdot \frac{L_1}{L_2}; \quad (4.6b)$$

$$\delta_{Hx} = -(s \cdot \varphi_1 + s \cdot \varphi_2) = s \cdot \left(1 + \frac{L_1}{L_2}\right) \quad (4.6c)$$

L'equazione dei Lavori Virtuali è:

$$\begin{aligned} & -\lambda \cdot \left[ W_1 \delta_{1y} + W_2 \cdot \delta_{2y} + \sum_i P_{i1} \cdot \delta_{pi1y} + \sum_i P_{i2} \cdot \delta_{pi2y} \right] + \\ & - \sum_i S_{i1} \cdot \delta_{si1y} - \sum_i S_{i2} \cdot \delta_{si2y} - H \cdot \delta_{Hx} = 0 \end{aligned} \quad (4.7)$$

Sostituendo nella (4.7) le equazioni del gruppo (4.6) si ottiene:

$$\begin{aligned} & \lambda \cdot \left[ W_1 G_{1x} + W_2 \cdot \frac{L_1}{L_2} G_{2x} + \sum_i P_{i1} \cdot d_{i1} + \sum_i P_{i2} \cdot \frac{L_1}{L_2} \cdot d_{i2} \right] = \\ & = - \sum_i S_{i1} \cdot d_{i1} - \sum_i S_{i2} \cdot \frac{L_1}{L_2} \cdot d_{i2} + H \cdot s \cdot \left(1 + \frac{L_1}{L_2}\right) \end{aligned} \quad (4.8)$$

Il moltiplicatore di collasso vale:

$$\lambda = \frac{\sum_i S_{i1} \cdot d_{i1} - \sum_i S_{i2} \cdot \frac{L_1}{L_2} \cdot d_{i2} + H \cdot s \left( 1 + \frac{L_1}{L_2} \right)}{W_1 \cdot G_{1x} + W_2 \cdot \frac{L_1}{L_2} \cdot G_{2x} + \sum_i P_{i1} \cdot d_{i1} + \sum_i P_{i2} \cdot \frac{L_1}{L_2} \cdot d_{i2}} \quad (4.9)$$

### 4.3.2. Flessione verticale

Questo meccanismo si può verificare quando la tesa muraria risulta vincolata alle estremità e libera ai solai intermedi, oppure nel caso di pareti snelle trattenute fra un solaio e l'altro ma con luci notevoli fra i muri di controvento. I blocchi possono ruotare attorno a tre cerniere cilindriche allineate in verticale alle estremità e in un punto intermedio della parete che non può essere valutato a priori (Fig. 4.3). Anche in questo caso il moltiplicatore di collasso viene ricavato impostando il problema cinematico e scrivendo il Principio dei Lavori Virtuali.

- $W_1, W_2$             forza peso dei blocchi;
- $d_i; h_i$             componenti dell'azione di volte o coperture spingenti;
- $N$                     peso trasmesso alla parete dalle masse ai livelli superiori;
- $P$                     peso trasmesso dal solaio;
- $\delta_{ix}; \delta_{iy}$         spostamenti virtuali compiuti dall'i-esima azione;

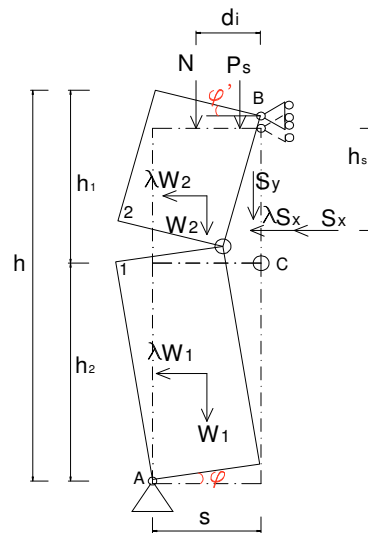


Figura 4.7 - Metodo cinematico applicato al meccanismo di flessione verticale.

- $d_i; h_i$  distanze orizzontale e verticale dell'i-esimo carico rispetto al proprio centro di rotazione;
- $s$  spessore della parete;
- $a$  distanza orizzontale dalla cerniere B del punto di applicazione del carico del solaio.

Si consideri una rotazione unitaria del corpo1:

$$\varphi_1 = 1 \quad (4.10)$$

imponendo la congruenza degli spostamenti orizzontali si determina:

$$u_{c1} = u_{c2} \quad (4.11)$$

$$\varphi_2 = -\varphi_1 \cdot \frac{h_1}{h_2} = -\frac{h_1}{h_2} \quad (4.12)$$

Ponendo  $h_2 = \frac{h}{\mu}$  con  $\mu > 1$  si ottiene:

$$h_1 = \frac{\mu-1}{\mu} \cdot h; \quad W_2 = \frac{W}{\mu}; \quad W_1 = \frac{\mu-1}{\mu} \cdot W \quad (4.13)$$

Gli spostamenti virtuali dei punti di applicazione delle forze sul sistema sono dati dalle relazioni:

$$\delta_{1x} = \delta_{2x} = -\frac{h(\mu-1)}{2\mu}; \quad \delta_{sx} = -h_s(\mu-1); \quad \delta_{py} = s + a(\mu-1) \quad (4.14)$$

$$\delta_{1y} = \frac{s}{2}; \quad \delta_{2y} = \frac{s}{2} \cdot (\mu+1); \quad \delta_{sy} = s + d_s \cdot (\mu-1); \quad \delta_{Ny} = s + d \cdot (\mu-1); \quad (4.15)$$

Il Principio dei Lavori Virtuali è dato da:

$$\begin{aligned}
 & -\lambda \cdot [W_1 \delta_{1x} + W_2 \cdot \delta_{2x} + S_y \cdot \delta_{sx}] - S_x \cdot \delta_{sx} - W_1 \cdot \delta_{1y} - W_2 \cdot \delta_{2y} + \\
 & -N \cdot \delta_{Ny} - P \cdot \delta_{py} - F_V \cdot \delta_{Vy} = 0
 \end{aligned} \tag{4.16}$$

Sostituendo le (4.14) e le (4.15) nella (4.16) si ottiene il moltiplicatore di collasso:

$$\lambda = 2 \cdot \frac{(\mu - 1) \cdot (N \cdot d + P_s \cdot a + S_y \cdot d_s - S_x \cdot h_s) + s(W + N + P_s + S_x)}{(\mu - 1) \cdot (W \cdot h / \mu + 2S_y \cdot h_s)} \tag{4.17}$$

Il minimo valore del moltiplicatore di collasso dipende dall'altezza di apertura della cerniera C e può essere ricavato imponendo nulla la derivata di  $\lambda$  rispetto a  $\mu$ ; ciò infatti consente di minimizzare il lavoro delle forze ribaltanti.



### 4.3.3. Ribaltamento semplice di parete monolitica a più piani

È il caso in cui la parete non sia adeguatamente vincolata ai muri trasversali o ai solai. È possibile che la tesa muraria subisca il ribaltamento attorno a diverse posizioni della cerniera cilindrica in corrispondenza dei vari piani dell'edificio e bisogna quindi valutare la configurazione a cui corrisponde il minor moltiplicatore di collasso.

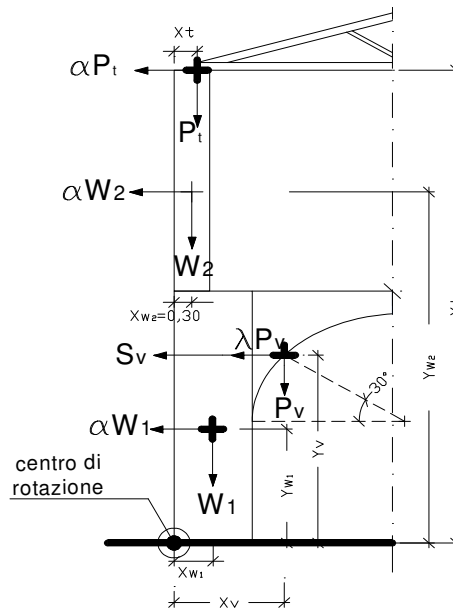


Fig. 4.8 - Ribaltamento di parete monolitica a più piani, metodo dell'equilibrio limite

Il moltiplicatore di collasso si trova in modo del tutto analogo a quanto fatto in precedenza. In questo caso però il cinematismo può essere descritto in funzione di un unico angolo di rotazione unitario.

Lo sviluppo del Principio dei Lavori Virtuali porta alla seguente relazione:

$$\lambda \cdot (W_1 \cdot h_{w1} + W_2 \cdot h_{w2} + P_v \cdot h_v + P_t \cdot h_t) + (W_1 \cdot d_{w1} - W_2 \cdot d_{w2} - P_v \cdot d_v - P_t \cdot d_t) + S_v \cdot h_v = 0 \quad (4.18)$$

$$\lambda = \frac{(W_1 \cdot d_{w1} + W_2 \cdot d_{w2} + P_v \cdot d_v + P_t \cdot d_t) - S_v \cdot h_v}{W_1 \cdot h_{w1} + W_2 \cdot h_{w2} + P_v \cdot h_v + P_t \cdot h_t} \quad (4.19)$$

Non potendo sapere a priori se il ribaltamento avverrà attorno alla base o ad uno dei solai intermedi il procedimento deve essere ripetuto per differenti configurazioni fino a trovare il moltiplicatore più basso.

#### 4.3.4. Ribaltamento composto di parete monolitica a più piani

Tramite la procedura illustrata precedentemente è possibile studiare anche meccanismi misti che coinvolgano cioè pareti sollecitate nel piano e fuori dal piano. Questo avviene in presenza di croci di muro ben realizzate e si manifesta con il distacco di un cuneo di parete sollecitata nel proprio piano e trascinata nel ribaltamento. In questo caso l'equazione (4.19) va modificata aggiungendo i contributi stabilizzante e ribaltante del cuneo di distacco.

$$\lambda = \frac{(W_1 \cdot d_{w1} + W_2 \cdot d_{w2} + W_3 \cdot d_{w3} + P_v \cdot d_v + P_t \cdot d_t) - S_v \cdot h_v}{W_1 \cdot h_{w1} + W_2 \cdot h_{w2} + W_3 \cdot h_{w3} + P_v \cdot h_v + P_t \cdot h_t} \quad (4.20)$$

Dove  $W_3$  è la forza peso del cuneo di distacco e  $X_{W3}$ ,  $Y_{W3}$  sono le distanze orizzontale e verticale dal baricentro del cuneo alla cerniera cilindrica.

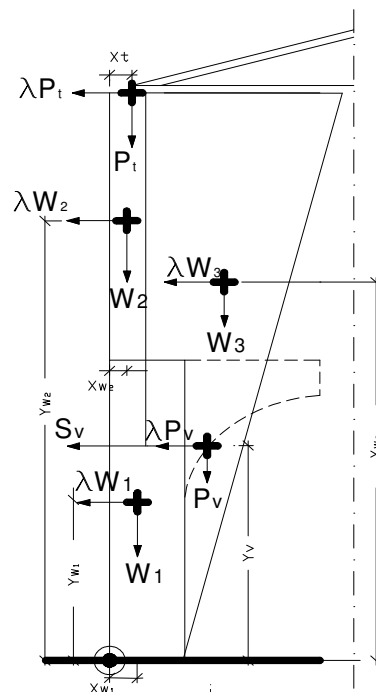


Figura 4.9 - Ribaltamento composto a cuneo diagonale di parete monolitica a più piani.

#### **4.4. I meccanismi locali nell'attuale normativa antisismica.**

L'ordinanza n° 3274 del 2003 tratta per la prima volta in maniera organica il problema dei meccanismi locali nella valutazione della vulnerabilità sismica. Il metodo di riferimento rimane legato all'approccio dell'analisi limite dell'equilibrio e la vulnerabilità risulta dal confronto fra la capacità della parete e la richiesta del sisma atteso; vengono tuttavia introdotti dei concetti importanti:

- Necessità di definire un sistema SDOF equivalente per meccanismi locali; analogamente a quanto viene fatto nel caso di analisi globali, la risposta di una parete o di una porzione di essa si può valutare ricorrendo all'uso di spettri di risposta.
- Necessità di valutare le amplificazioni delle oscillazioni che si hanno in una parete in conseguenza del periodo, del suolo, e della quota da terra del cinematismo.

La successiva Ordinanza del 2005, nonché l'attuale normativa antisismica, il D.M. 14.01.08 riprendono questi concetti quasi integralmente apportando solo

alcune correzioni. Di seguito si riporterà sinteticamente il metodo di analisi e verifica per meccanismi locali, nella versione contenuta dal D.M. 14.01.08.

Come si è detto, l'applicazione del metodo dell'analisi limite è il punto di partenza per la definizione del moltiplicatore  $\alpha$  che innesca il cinematismo; tuttavia si sottolinea come questo non coincida con il moltiplicatore di collasso, infatti l'apertura delle lesioni non necessariamente provoca la crisi della struttura. Alla luce di queste osservazioni si può procedere a due tipologie di analisi:

- *l'analisi lineare* prevede di trascurare la resistenza residua della struttura ed assumere come moltiplicatore di collasso il valore di  $\alpha$  per cui si innesca il meccanismo;
- *l'analisi non lineare* prevede invece la definizione del valore del moltiplicatore di collasso tramite la curva di capacità della parete.

In quest'ultimo caso è necessario prendere in considerazione, oltre alla configurazione iniziale, alcune configurazioni variate della catena cinematica fino a trovare quella per cui il valore di  $\alpha$  si annulla in corrispondenza dello spostamento  $d_{k0}$ , dove con  $d_k$  viene indicato lo spostamento di un punto di controllo del sistema. Questa configurazione, che chiameremo *configurazione limite*, indica che il sistema non è più in grado di assorbire nessun incremento, seppur minimo, della spinta orizzontale, che provocherebbe il collasso dell'edificio. La curva che si ottiene viene definita curva di *capacità generalizzata*; essa sarà lineare se le azioni vengono mantenute costanti durante l'evoluzione del cinematismo:

$$\alpha = \alpha_0 \cdot (1 - d_k / d_{k0}) \quad (4.33)$$

$\alpha$  moltiplicatore che innesca il meccanismo

$\alpha_0$  moltiplicatore che provoca il collasso

$d_k$  spostamento di un punto di controllo

$d_{k0}$  spostamento del punto di controllo corrispondente alla configurazione di collasso.

Noto l'andamento del moltiplicatore orizzontale  $\alpha$  dei carichi in funzione dello spostamento  $d_k$  del punto di controllo della struttura, deve essere definita la *curva di capacità dell'oscillatore equivalente*, come relazione tra l'accelerazione  $a^*$  e lo spostamento  $d^*$ . Questa si ottiene moltiplicando  $\alpha_0$  per l'accelerazione di gravità  $g$  e dividendolo per la frazione di massa partecipante della struttura  $e^*$ :

$$e^* = \frac{g \cdot M^*}{\sum_{i=1}^{n+m} P_i} \quad M^* = \frac{\left( \sum_{i=1}^{n+m} P_i \cdot \delta_{xi} \right)^2}{g \left( \sum_{i=1}^{n+m} P_i \cdot \delta_{xi}^2 \right)} \quad a_0^* = \frac{\alpha_0 \cdot g}{e^* \cdot FC} \quad (4.34. a,b,c)$$

- $\alpha^*_0$  moltiplicatore di collasso;
- $a^*_0$  accelerazione spettrale;
- $M^*$  massa partecipante;
- $e^*$  frazione di massa partecipante della struttura;
- $g$  accelerazione di gravità;
- $FC$  fattore di confidenza che tiene conto del livello di conoscenza della costruzione;

Lo spostamento spettrale  $d_0^*$  dell'oscillatore equivalente può essere ottenuto in via approssimata come spostamento medio dei baricentri delle masse, pesato sugli stessi:

$$d_0^* = d_{kx} \frac{\sum_{i=1}^{n+m} P_i \cdot \delta_{xi}^2}{\delta_{kx} \sum_{i=1}^{n+m} P_i \delta_{xi}} \quad (4.35)$$

- $d_{kx}$  spostamento *reale* del punto di controllo
- $\delta_{kx}$  spostamento *virtuale* del punto di controllo

$\delta_{xi}$  spostamento virtuale dei baricentri delle masse  $i$ -esime

$P_i$  generica forza peso applicata ai blocchi

La *capacità della struttura* in termini di spostamento ultimo  $d_u^*$  sarà pari al minore fra  $0,4 \cdot d_0^*$  e lo spostamento corrispondente a situazioni incompatibili con la stabilità della struttura (es. sfilamento di travi); questa condizione si chiamerà *situazione limite di collasso convenzionale*.

La fase successiva può seguire due strade: o si procede ad una *verifica semplificata col fattore di struttura*, consentita in abbinamento ad un'analisi di tipo lineare, oppure si procede ad una *verifica con spettro di risposta*, abbinata ad un'analisi non lineare.

Nel primo caso l'accelerazione spettrale  $a_0^*$  che innesca il meccanismo, si assume come *capacità del sistema* e viene confrontata con la *richiesta dal sisma*  $a_{0,rif}^*$ , ovvero un valore di riferimento definito dalla norma con la seguente espressione:

$$a_{0,rif}^* = \frac{a_g \cdot S}{q} \quad (4.36)$$

$S$  fattore che governa l'amplificazione dovuta al tipo di suolo;

$a_g$  l'accelerazione sismica al suolo funzione dello Stato Limite scelto;

La (4.36) rappresenta la domanda per cinematismi posti al suolo, mentre la domanda per cinematismi ad una certa quota è data da:

$$a_{0,rif}^* = \frac{S_e(T_1) \cdot \Psi(Z) \cdot \gamma}{q} \quad (4.37)$$

$S_e$  accelerazione spettrale dell'oscillatore semplice equivalente

$\Psi$  rapporto  $Z/H$ , tiene conto dell'amplificazione dell'accelerazione sismica dovuta alla quota del cinematismo

$\gamma$  coefficiente di partecipazione modale per il quale la norma suggerisce la seguente soluzione approssimata  $\gamma = 3N/(2N+1)$  con  $N$  pari al numero di piani dell'edificio

La verifica è soddisfatta se  $a_{0,rif}^* \leq a_0^*$

Come si vede, nel caso di cinematismi ad una certa quota, la domanda risulta amplificata in modo da tener conto sia del periodo fondamentale della struttura, valutato in maniera approssimata<sup>8</sup>, sia della quota del cinematismo, mentre la capacità dissipativa della struttura viene tenuta in conto tramite un fattore  $q$ ; nel caso di cinematismi al suolo viene del tutto trascurato il periodo primo e si considera solo un'amplificazione dovuta al tipo di suolo.

La *verifica con spettro di capacità*, è invece abbinata all'analisi non lineare, in cui cioè sia stato valutato non solo il moltiplicatore che innesca il meccanismo, ma l'intera curva di capacità e quindi anche l'effettivo moltiplicatore di collasso.

In questo caso si assume come capacità lo spostamento ultimo  $d_u^*$  corrispondente alla situazione di collasso convenzionale definita sopra, mentre la domanda del sisma atteso viene ottenuta da uno spettro di spostamento, funzione del periodo secante<sup>9</sup>  $T_s$ , e dato dalla relazione:

$$T_s = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{d_s^*}{a_s^*}} \quad (4.38)$$

dove  $d_s^* = 0,4 \cdot d_u^*$  ed  $a_s^*$  è l'accelerazione che vi corrisponde sulla curva di capacità spettrale.

Se il cinematismo interessa una porzione di edificio posta al suolo, la domanda sismica coincide con quella ricavata dallo spettro di risposta in spostamento, valutato in corrispondenza del periodo  $T_s$  :

$$\Delta_d = Sd_e(T_s) \quad (4.39)$$

<sup>8</sup> Il periodo fondamentale viene ricavato in modo approssimato con la seguente relazione  $T_1 = C_1 \cdot h^{3/4}$  dove  $h$  è altezza dell'edificio e  $C_1$  un coefficiente che per la muratura vale 0,05.

<sup>9</sup>  $T_s$  rappresenta il periodo fondamentale della struttura in corrispondenza della situazione limite di collasso convenzionale [N.d.A.]

Se invece il cinematismo interessa una porzione di edificio posta ad una certa quota, la domanda viene ricavata tramite lo spettro di risposta in spostamento opportunamente amplificato:

$$\Delta_d = \frac{Sd_e(T_S) \cdot \psi(Z) \cdot \gamma \cdot \left(\frac{T_S}{T_1}\right)^2}{\sqrt{\left(1 - \frac{T_S}{T_1}\right)^2 + 0,02 \cdot \frac{T_S}{T_1}}} \quad (4.40)$$

Dove  $\Psi$ ,  $\gamma$  assumono lo stesso significato già chiarito in precedenza.

La verifica è soddisfatta se  $\Delta_d \leq d_u^*$

In entrambi i casi si ha un'amplificazione dello spettro dovuta al periodo fondamentale della struttura mentre solo nel secondo caso si considera anche l'amplificazione dovuta alla quota.

#### **4.4.1. Analisi parametrica di una parete secondo il metodo proposto nell'attuale normativa**

Al fine di avere una misura della dispersione dei risultati al variare del tipo di cinematismo ipotizzato e della quota dal suolo, vengono riportati i risultati dell'analisi effettuata su una parete secondo le indicazioni del Testo Unico 2008; tali risultati sono solo parte di un più ampio lavoro effettuato su un caso studio reale nella città di Catania<sup>10</sup>. I cinematismi considerati sono riportati in Figura 4.10: oltre alla configurazione reale, consistente nel ribaltamento composto della parete intorno alla base, è stato preso in considerazione anche il ribaltamento composto della sola porzione sommitale.

---

<sup>10</sup>Il lavoro a cui si fa riferimento prevedeva di analizzare la dispersione della vulnerabilità sismica non solo al variare del cinematismo ipotizzato ma anche al variare della normativa di riferimento (OPCM 2005- NTC 2008). In questo contesto verranno riportati solo i risultati relativi al Testo Unico. Per una visione completa dei risultati si rimanda a: NERI, MARINO, 2009.



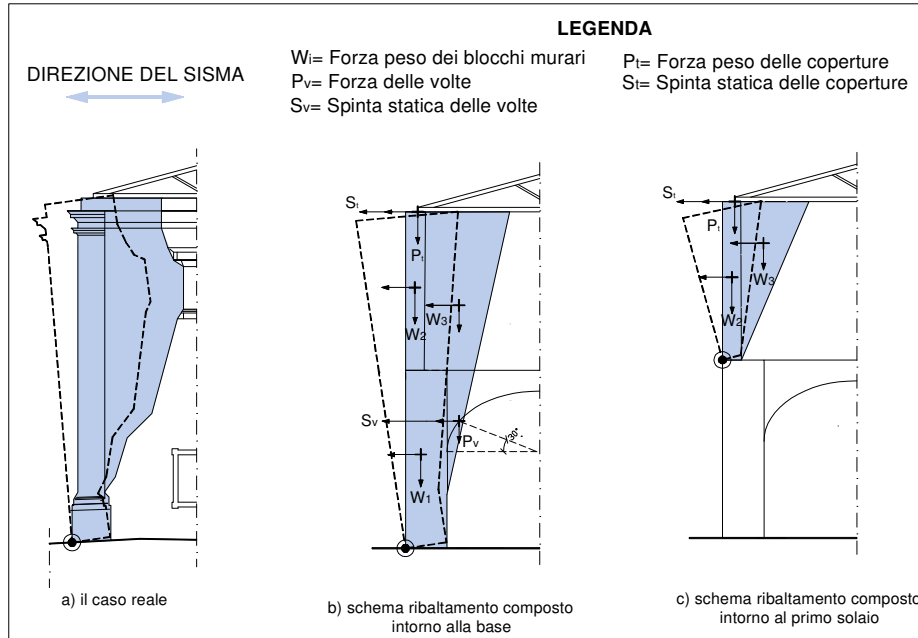


Figura 4.10 - Meccanismi considerati per la definizione della vulnerabilità associata al ribaltamento fuoripiano della parete.

Nella definizione delle azioni ribaltanti e stabilizzanti sono stati presi in considerazione tutti i carichi e le spinte statiche e sismiche applicate direttamente o indirettamente alle murature. La forza peso di ogni massa muraria è stata applicata in corrispondenza del proprio baricentro al netto delle aperture; la forza peso e le spinte statiche delle volte in corrispondenza delle reni; le azioni relative alla copertura ad una distanza pari a due terzi dello spessore della muratura sommitale rispetto al paramento esterno. L'accelerazione di riferimento al suolo è stata ricavata secondo le prescrizioni contenute nel Testo Unico<sup>11</sup> e cioè in base alla microzonazione del territorio Nazionale, considerando le coordinate geografiche della città di Catania<sup>12</sup>. I valori dei parametri utilizzati nella definizione delle forme spettrali sono riportati in Tabella 4.1. Inoltre il livello di vulnerabilità di ogni modello considerato è

<sup>11</sup>Per la determinazione dell'accelerazione al suolo ci si riferisce al punto 3.2 del D.M. 14.01.08.

<sup>12</sup> Si consideri per la città di Catania: latitudine 37°30'4"68 N, longitudine 15°4'27"12 E

funzione del rapporto  $Z/H$ , cioè del baricentro del cinematismo rispetto all'altezza totale dell'edificio, del primo periodo della struttura  $T_1$ , e del periodo secante  $T_s$ , cioè del periodo fondamentale della struttura calcolato in corrispondenza della situazione limite di collasso convenzionale; i valori di questi parametri sono riportati in Tabella 4.2.

<b>Accelerazione al suolo</b>	$a_g$	0,204
<b>Fattore max. amplificazione dello spettro</b>	$F_0$	0,483
<b>Periodo di inizio del tratto a velocità costante</b>	$T^*_C$	0,353
<b>Fattore di suolo (per categoria B)</b>	$S$	1,44
<b>Fattore di struttura</b>	$q$	2,00

Tabella 4.1. parametri utilizzati nella definizione delle forme spettrali.

	$Z/H$	$T_1$	$T_s$
<b>Rib. semplice base</b>	0,56	0,297	2,15
<b>Rib. composto base</b>	0,62	0,297	3,02
<b>Rib.composto I° solaio</b>	0,84	0,297	1,75

Tabella 4.2. parametri utilizzati per la determinazione della vulnerabilità della parete.

In Tabella 4.3 si riportano i risultati ottenuti per ogni modello adottato considerando sia l'analisi lineare che non lineare effettuate seguendo le indicazioni del Testo Unico. Dall'analisi dei risultati si può immediatamente osservare come l'amplificazione della domanda per meccanismi che coinvolgono solo la parte sommitale della parete, risulti penalizzante e non consenta, in questo caso particolare, di raggiungere risultati aderenti alla realtà fisica. Infatti, mentre il quadro fessurativo reale aveva portato ad individuare un cinematismo già in atto intorno alla base, le analisi numeriche mostrano una maggiore vulnerabilità del cinematismo intorno al primo solaio. La situazione peggiora passando dall'analisi lineare all'analisi non lineare. Quest'ultima è associata ad una eccessiva e non giustificabile penalizzazione dei meccanismi posti ad una certa quota dovuta all'amplificazione della domanda introdotta tramite l'equazione (4.40). Nel caso in esame lo spostamento ultimo della parete interessata dal ribaltamento sommitale dovrebbe essere di 1,07 m ed il relativo tasso di lavoro del 351%.

<b>Rib. composto base</b>	capacità	domanda	Tasso lavoro (%)	PGA $a_g$
---------------------------	----------	---------	------------------	-----------

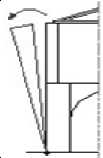

Analisi lin.		0,15 g	0,14 g	97	0,210
Analisi non lineare		0,76 m	0,20 m	27	0,755
<b>Rib. composto I° solaio</b>		<b>capacità</b>	<b>domanda</b>	<b>Tasso lavoro(%)</b>	<b>PGA a<sub>g</sub></b>
Analisi lin.		0,19 g	0,36 g	192	0,130
Analisi non lineare		0,30 m	1,07 m	351	0,058

Tabella 4.3 - Confronto fra il cinematismo di ribaltamento composto intorno alla base ed intorno al primo solaio.

Nell'ottica di generalizzare i risultati esposti sopra, è stata ricavata la curva di domanda in spostamento di una generica parete caratterizzata da differenti valori del rapporto  $Z/H$  al variare del periodo primo  $T_1$  e del periodo secante  $T_s$ . La Figura 4.11 mostra le curve di domanda in spostamento, calcolate per il suolo tipo B e per differenti periodi della struttura ( $T_1=0,15$  s,  $0,35$  s).

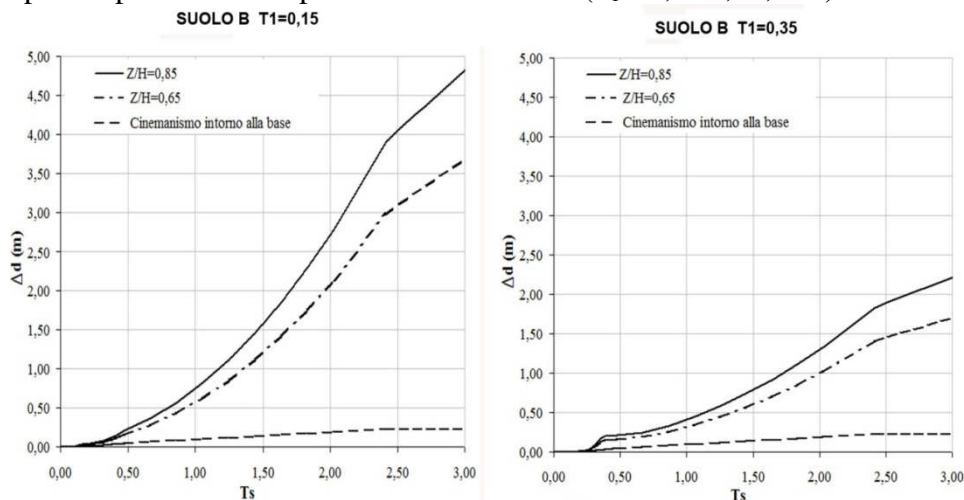


Figura 4.11 - Confronto della domanda in spostamento per una parete al variare di  $T_1$ , e  $T_s$

Si osserva come al crescere del periodo e della quota del cinematismo si possa arrivare ad amplificazioni della domanda parecchie volte maggiori di quelle del meccanismo posto a terra, nonché come per cinematismi posti ad una certa quota, scompaia il caratteristico tratto dello spettro a spostamento costante.

L'osservazione dei risultati riportati in tab.4.3 evidenzia come l'applicazione dell'analisi non lineare, rispetto all'analisi lineare, comporti un approccio meno cautelativo nei confronti di cinematismi intorno alla base ed al contrario un'eccessiva penalizzazione dei cinematismi posti ad una certa quota.

Risulta significativo a questo proposito uno studio<sup>13</sup> in cui sono stati confrontati i risultati prodotti dall'applicazione delle procedure descritte dalle norme tecniche con i risultati sperimentali relativi al ribaltamento semplice di una parete intorno alla base (MAURO ET AL, 2011). Il confronto è stato effettuato fra il rapporto capacità/domanda misurato dalle prove sperimentali e quello ottenuto applicando le procedure statiche equivalenti descritte nelle NTC 2008. I risultati evidenziano come l'approccio in termini di forza sia conservativo nel 99% dei casi rispetto ai risultati sperimentali, mentre quello in termini di spostamento nell'82% dei casi.

In base alle considerazioni esposte sopra si può concludere quanto segue:

- relativamente a cinematismi di ribaltamento semplice di parete intorno alla base, il confronto con risultati sperimentali dimostra come entrambi gli approcci proposti dalle norme tecniche, risultano cautelativi rispetto alla realtà;
- sempre in relazione a cinematismi intorno alla base, l'approccio in termini di forze (analisi lineare) risulta ancora più cautelativo rispetto all'approccio agli spostamenti (analisi non lineare), in quanto quest'ultimo tiene in conto delle risorse che si attivano dopo l'apertura delle lesioni;
- per quanto riguarda i cinematismi posti ad una quota sommitale, si verifica il contrario: pur non disponendo di risultati sperimentali, l'applicazione delle procedure ad un caso concreto e l'analisi parametrica di una parete portano infatti a ritenere che l'approccio in termini di spostamento sia più cautelativo rispetto l'approccio in termini di forze;
- si evidenzia quindi, nell'applicazione dell'approccio agli spostamenti, una mancanza di coerenza dei risultati; questa condizione, congiunta alla parziale perdita di intuitività e di chiarezza (valutazione delle configurazioni variate fino al collasso, determinazione di coefficienti amplificativi poco intuitivi), fa pensare che l'approccio dell'analisi cinematica non lineare debba essere ancora affinato prima di essere utilizzato su vasta scala nell'esercizio della pratica professionale.

---

<sup>13</sup> MAURO ET AL, 2011.

Questa conclusione non vuole certo essere una critica sterile all'attuale normativa, si vuole soltanto sottolineare che l'approccio relativo ai meccanismi di danno locali, è stato sviluppato in maniera organica soltanto nel corso dell'ultimo decennio e di conseguenza contiene ancora delle contraddizioni.

## Riferimenti Bibliografici

BEOLCHINI GC, ANTONACCI E (a cura di). *Repertorio dei meccanismi di danno, delle tecniche di intervento e dei relativi costi negli edifici in muratura - definizione dei modelli per l'analisi strutturale degli edifici in muratura*, volume II - Parte I. Convenzione di Ricerca con la Regione Marche; Consiglio Nazionale delle Ricerche – Istituto per la Tecnologia delle Costruzioni – Sede di L'Aquila; Dipartimento di Ingegneria delle Strutture, delle Acque e del Terreno (DISAT) – Università degli Studi di L'Aquila. L'Aquila, 2005.

CAROCCI CF, MARINO M. *Gli aggregati murari della città storica: modellazione e analisi strutturale per la valutazione della sicurezza sismica*. Atti del XIII convegno Nazionale di Ingegneria Sismica ANIDIS. Bologna, 2009.

CHOPRA AK. *Dynamics of structures, Theory and applications to earthquake engineering*. Third Edition. Pearson Prentice Hall, New Jersey 1995, 2001, 2007.

CORRADI DELL'ACQUA L. *Meccanica delle strutture, il comportamento dei mezzi continui*, Vol. I. Mc Graw Hill, Milano, 1992.

DOHERTY KT, GRIFFITH MC, LAM N, WILSON J. *Displacement-based seismic analysis for out-of plane bending of unreinforced masonry wall*. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*. 31(4): 833–850, 2002.

GRIFFITH MC, LAM NTK, WILSON JL, DOHERTY K. *Experimental investigations of unreinforced brick masonry walls in flexure*. *Journal of Structural Engineering*. 130(3):423-432, 2004.

MAURO A, AL SHAWA O, DE FELICE G, SORRENTINO L. *Sperimentazione e modellazione del comportamento dinamico di pareti murarie sollecitate fuori dal piano*. In: Atti del congresso Nazionale Anidis. Bari, 2011.

MENON A, MAGENES G. *Out of plane seismic response of unreinforced masonry. Definition of seismic input*. Research Report No. ROSE-2008/04. IUSS Press, Pavia, 2008.

NERI F, MARINO M. *La valutazione della vulnerabilità sismica di edifici in muratura: dalla conoscenza alla modellazione numerica*. In: Atti del convegno Wondermasonry. Ischia, 2009

### **Riferimenti Normativi**

Ordinanza 3274 del P.C.M. del 20/03/2003, Primi elementi in materia di criteri generali per la classificazione sismica del territorio nazionale e di normative tecniche per la costruzione in zona sismica.

Ordinanza 3431 del P.C.M. del 03/05/2005, Ulteriori modifiche ed integrazioni all'Ordinanza del P.C.M. n. 3274 del 20 Marzo 2003.

D.M. 14/01/1996 Norme tecniche per le costruzioni in zona sismica

C.M.L.L.P.P. n°617 del 02/02/2009 per l'applicazione delle norme tecniche per le costruzioni di cui al D.M. 14.01.2008.

## **5. VALUTAZIONE DELLA DISSIPAZIONE ENERGETICA NEI MECCANISMI DI PRIMO MODO**

### **5.1. Introduzione**

Come si è visto nei capitoli precedenti la capacità di porzioni murarie sollecitate fuori piano viene spesso valutata tramite l'analisi limite con approccio cinematico. Tale metodo di analisi comporta alcuni svantaggi:

- impossibilità di tenere conto della dissipazione energetica;
- impossibilità di cogliere la riserva di capacità che si verifica dopo l'insorgere delle lesioni e che è dovuta al comportamento dinamico del pannello.

Per i motivi sopra elencati l'analisi limite fornisce risultati spesso cautelativi rispetto alla realtà. Nel presente paragrafo si discuterà della possibilità valutare la dissipazione energetica che avviene durante il cinematismo inserendo le forze di attrito nel modello.

### **5.2. La teoria della plasticità in presenza di attrito**

Nonostante la muratura sia un materiale non resistente a trazione e quindi non sia possibile ipotizzare una dissipazione dovuta al momento plastico nelle cerniere si può comunque considerare che una certa quantità di energia viene dissipata a causa delle forze attrittive che si attivano lungo le lesioni durante i meccanismi.

La presenza dell'attrito comporta alcune difficoltà legate a:

- incertezze sull'efficace utilizzabilità dei risultati dell'analisi limite;
- incertezze sulla valutazione della resistenza attrittiva lungo le lesioni.

La prima classe di incertezze è legata alla definizione di un dominio di elasticità e di una legge che definisca lo scorrimento plastico in presenza di attrito.



I *teoremi dell'analisi limite* vengono infatti formulati classicamente sotto l'ipotesi di *legame associato* la cui formulazione analitica richiede:

- definizione di un *dominio elastico istantaneo convesso* che identifichi gli stati di sforzo potenzialmente plasticizzabili;
- definizione di una *legge associata di scorrimento* che governi gli incrementi di deformazione plastica i quali sono *normali alla superficie di snervamento*.

Nell'ipotesi di piccoli spostamenti le deformazioni totali sono date dalla somma delle deformazioni elastiche e plastiche:

$$\varepsilon_{ij} = e_{ij} + \varepsilon_{ij}^P \quad \sigma_{ij} = D_{ijkl} \cdot e_{kl} \quad (5.1)$$

In termini incrementali si ha:

$$\dot{\sigma}_{ij} = D_{ijkl} \cdot \left( \dot{\varepsilon}_{ij} - \dot{\varepsilon}_{ij}^P \right) \quad (5.2)$$

Dove  $D_{ijkl}$  è il tensore elastico.

Il dominio *convesso* viene definito nello spazio supponendo che una o più funzioni di plasticità siano non positive:

$$\varphi_{\alpha}(\sigma_{ij}, x) \leq 0 \quad \alpha = 1, \dots, Y \quad (5.3)$$

Dove  $x$  sono le variabili interne che controllano le modifiche nel dominio indotte dalle precedenti plasticizzazioni; è noto infatti che i limiti di snervamento sono dipendenti dalla storia di carico e quindi di deformazione. La *legge di normalità* plastica viene definita dal gradiente della funzione  $\varphi_{\alpha}$  :

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^P = \sum_{\alpha=1}^Y \frac{\partial \varphi_{\alpha}}{\partial \sigma_{ij}} \cdot \dot{\lambda}_{\alpha} \quad (5.4)$$

Con

$$\varphi_\alpha \leq 0 \quad \dot{\lambda}_\alpha \geq 0 \quad \varphi_\alpha \dot{\lambda}_\alpha = \dot{\varphi}_\alpha \dot{\lambda}_\alpha = 0 \quad (5.5)$$

La (5.4) viene definita *legge associata o legge di normalità dello scorrimento plastico* in quanto indica la direzione dello scorrimento plastico associato ad un dato stato tensionale sulla superficie di snervamento; esso sarà perpendicolare alla retta tangente che passa per quel punto della superficie (Fig. 5.1).

Il gradiente della funzione indica l'incremento di deformazione in un punto, il simbolo  $\dot{\lambda}$  è invece uno scalare che controlla l'ampiezza della deformazione plastica.

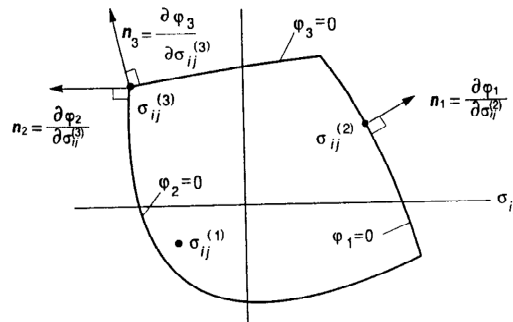


Figura 5.1 - Legge associata.

Le (5.5) sono le *condizioni di conformità* ed indicano che se  $\varphi_\alpha < 0$  il punto rappresentativo dello stato di sforzo si trova all'interno del dominio elastico istantaneo e la risposta incrementale è puramente elastica, quindi  $\dot{\lambda}_\alpha = 0$ ; se invece  $\varphi_\alpha = 0$  e  $\dot{\varphi}_\alpha = 0$  significa che il punto rappresentativo dello stato di sforzo si trova sulla frontiera del dominio e si mantiene su di essa nel processo incrementale, di conseguenza si avranno incrementi di deformazione plastica e  $\dot{\lambda}_\alpha > 0$ . In entrambi i casi l'ultima uguaglianza delle (5.5) risulta sempre soddisfatta.

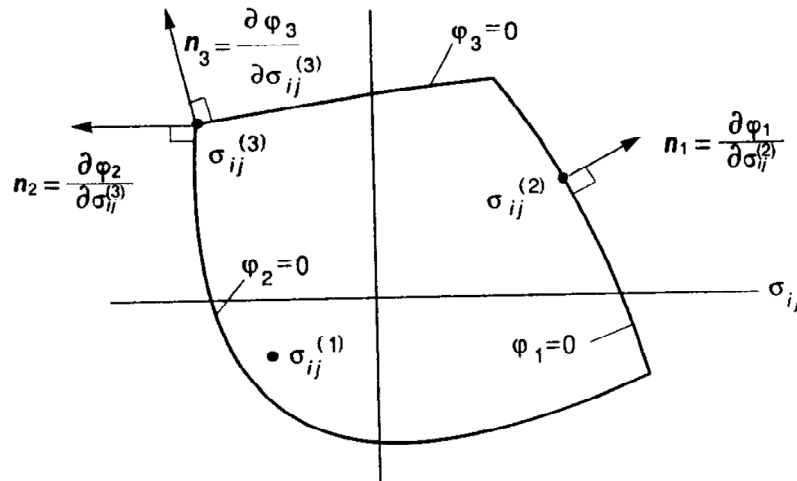


Figura 5.2 - Legame associato.

Il *legame associato* discende da un'ipotesi di natura meccanica nota come *postulato di Drucker* che si esprime attraverso le seguenti disuguaglianze:

$$(\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^*) \dot{\epsilon}_{ij}^P \geq 0 \quad \forall \sigma_{ij}^* \quad \text{tale che} \quad \phi(\sigma_{ij}^*) \leq 0 \quad (5.6)$$

Dove le quantità senza asterisco sono tra loro associate tramite il legame costitutivo e  $\sigma_{ij}^*$  è un qualunque stato tensionale plasticamente ammissibile, che si trovi cioè all'interno o sul limite della superficie di snervamento. Questa relazione può anche essere posta in un'altra forma, nota come *teorema della max energia dissipata*:

$$\sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^P \geq \sigma_{ij}^* \dot{\epsilon}_{ij}^P \quad \forall \sigma_{ij}^* \quad \text{tale che} \quad \phi(\sigma_{ij}^*) \leq 0 \quad (5.7)$$

Essa indica che l'effettivo valore dell'energia dissipata durante il processo incrementale, da stati di sforzo e incrementi di deformazione che si corrispondono tramite la legge dello scorrimento plastico, non può essere inferiore al valore fittizio che si troverebbe associando all'incremento di deformazione plastica un arbitrario stato di sforzo plasticamente ammissibile. È

facile dimostrare che dalla (5.6) discendano le ipotesi del legame associato ossia *normalità e convessità*; infatti dalla figura 5.2 si osserva che se una sola di queste condizioni non fosse rispettata, esisterebbe almeno uno stato tensionale per cui il vettore  $(\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^*)$  formerebbe un angolo  $>90^\circ$  rispetto al vettore  $\dot{\varepsilon}_{ij}^p$  per cui il lavoro prodotto durante il processo risulterebbe negativo, violando il postulato.

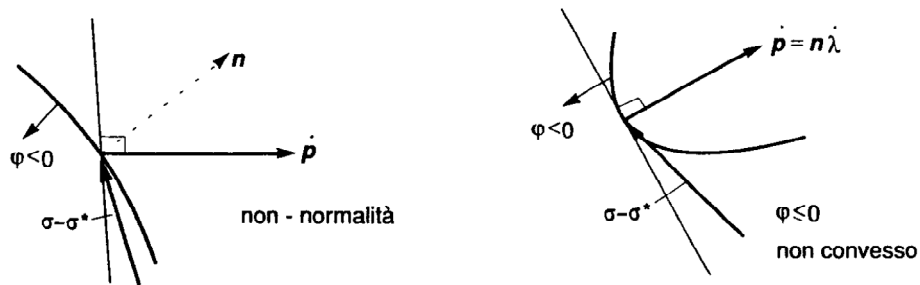


Figura 5.3

Su queste ipotesi si basa la teoria del calcolo a rottura: servendoci del postulato di Drucker possiamo dimostrare i *teoremi statico e cinematico*: i moltiplicatori cinematici sono tutti maggiori del reale moltiplicatore di collasso mentre i moltiplicatori statici sono tutti minori. La soluzione è unica ed il reale moltiplicatore di collasso è quello che allo stesso tempo sia staticamente ammissibile e cinematicamente sufficiente (Fig. 5.4).

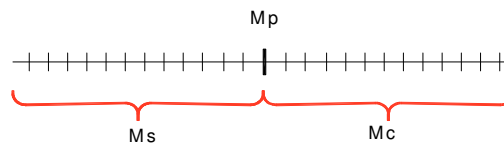


Figura 5.4 - Per il teorema dell'unicità della soluzione, il reale moltiplicatore di collasso è l'unico che sia staticamente ammissibile e cinematicamente sufficiente.

Va però sottolineato come il postulato di Drucker non vada considerato come una legge di natura, necessariamente soddisfatta, bensì come la definizione di

una particolare categoria di comportamenti. In particolar modo il legame associato non è adatto a descrivere in maniera realistica la risposta di un materiale quando questa sia fortemente influenzata dalla pressione, come accade in presenza di attrito. Si consideri per esempio di voler scrivere la legge di scorrimento plastico associata ad un dominio alla Mohr-Coulomb: siano dati due blocchi rigidi sottoposti ad azioni taglianti e normali le cui risultanti sono rispettivamente  $T$  ed  $N$  ( $N < 0$ ), e liberi di scorrere lungo una superficie di scivolamento (Fig. 5.5).

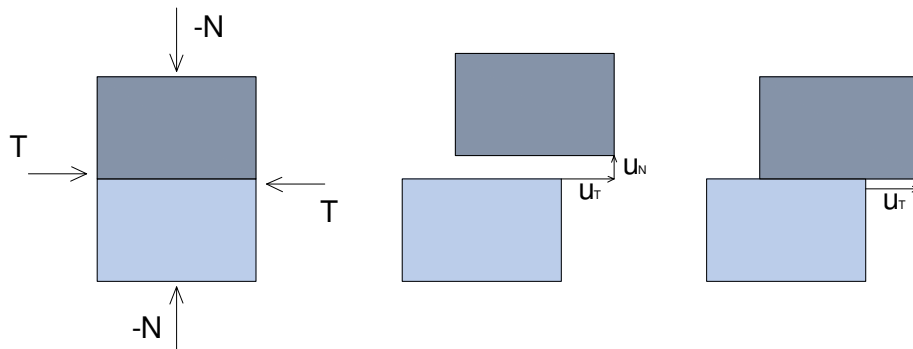


Figura 5.5 - Blocchi rigidi soggetti all'attrito di Coulomb.

Lo scivolamento inizia quando viene raggiunta la condizione limite di equilibrio, cioè quando le forze taglianti eguagliano le forze attrittive, proporzionali alla compressione, che si sviluppano lungo le superfici di scorrimento:

$$|T| = -fN \quad (5.8)$$

Dove  $f$  è il coefficiente di attrito. La funzione di snervamento dipenderà sia dalla componente tangenziale della forza che dalla componente normale e sarà:

$$\phi(T, N) = |T| + fN \quad (5.9)$$

Consideriamo adesso gli spostamenti  $u_T$  ed  $u_N$  associati rispettivamente alle forze  $T$  ed  $N$ ; volendo ricavare la legge di normalità associata al dominio dovremmo scrivere la derivata parziale rispetto ad entrambe le variabili:

$$\dot{u}_N = \dot{\lambda} \frac{\partial \varphi}{\partial N} = \dot{\lambda} f \quad ; \quad \dot{u}_T = \dot{\lambda} \frac{\partial \varphi}{\partial T} = \dot{\lambda} \text{sign} T \frac{\dot{u}_N}{u_T} = f \quad (5.10)$$

Questo comporterebbe un legame di proporzionalità fra gli spostamenti in direzione del taglio e quelli in direzione della compressione, ma ciò sarebbe irrealistico e contraddirebbe l'ipotesi che i blocchi mantengano il mutuo contatto durante lo scivolamento. Quindi non è possibile definire una legge di normalità dello scorrimento plastico a partire dalla funzione di snervamento. Lo scorrimento plastico avverrà perpendicolarmente ad un'altra funzione  $g(T,N)=T$  che indica proprio il *potenziale plastico* (fig.5.5). Un generico potenziale plastico definisce una serie di superfici equipotenziali per le quali la deformazione plastica è sempre perpendicolare alla superficie nel punto identificativo dello stato di stress che l' ha provocata.

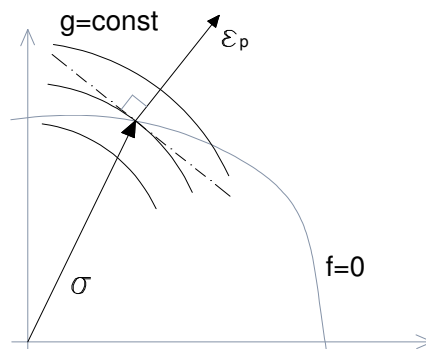


Figura 5.6 - Legame non associato.

Ritornando al caso più generale diremo quindi che un legame si può definire associato quando la funzione di snervamento è al contempo anche funzione del potenziale plastico; in questo caso si parlerà di materiale standard (RADENKOVIC, 1961). Se invece è necessario definire due diverse funzioni per la superficie di snervamento ed il potenziale plastico, parleremo di legame non associato e materiale non standard.

Tornando al problema iniziale, il fine era quello di verificare la possibilità di una corretta applicazione dell'analisi limite in presenza di attrito. Il problema meccanico può essere considerato come un problema di contatto attritivo fra blocchi rigidi regolato dalla legge di Coulomb.

Il dominio di snervamento nello spazio delle due tensioni tangenziali  $\tau_1$  e  $\tau_2$  e della tensione normale  $\sigma$  è rappresentato dal cono di Coulomb (Fig. 5.7).

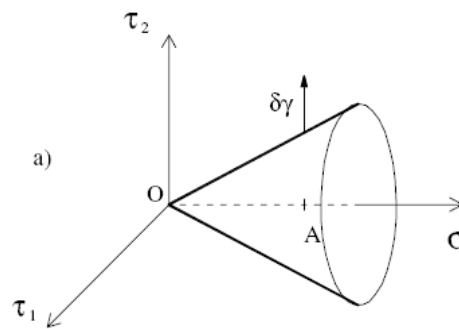


Figura 5.7 - Cono di Coulomb nello spazio.

In queste condizioni, per quanto esposto sopra, viene violata la legge di normalità plastica e di conseguenza cade una delle ipotesi fondamentali del legame associato. Ciò significa, in pratica, che i classici teoremi dell'analisi limite non garantiscono più l'unicità della soluzione in termini di moltiplicatore di collasso, ed esisterà un intervallo di soluzioni che risultano sia staticamente ammissibili che cinematicamente sufficienti (Fig. 5.8). Rimane dunque da vedere se esistano delle condizioni particolari per cui, anche in presenza di attrito, possa ancora essere garantita la validità dei teoremi del calcolo a rottura.

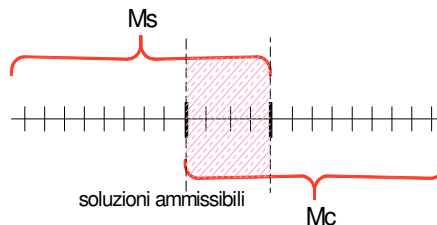


Figura 5.8

Nel caso particolare in cui la tensione normale sia una quantità localmente determinata, il cono di Coulomb può essere rappresentato nel piano delle tensioni tangenziali  $\tau_1$  e  $\tau_2$ ; in questo caso esso sarà ridotto ad un cerchio con centro in A, estremo del vettore della tensione normale. Il comportamento del materiale non è più dipendente dalla variazione dello sforzo normale in quanto questo si assume come quantità costante. Sotto questa condizione il postulato di Drucker è sempre soddisfatto e la legge di normalità rispettata:

$$(\tau - \tau^*) \dot{\epsilon}_{ij}^p \geq 0 \quad (5.11)$$

Lo studio del comportamento del materiale può essere ricondotto a quello di un materiale rigido-plastico caratterizzato da una tensione tangenziale limite costante:

$$\tau = \sigma \tan \phi \quad (5.12)$$

dove  $\phi$  è l'angolo di attrito.

In tali condizioni è garantita la possibilità di utilizzare la strumentazione teorica valida per i legami associati.

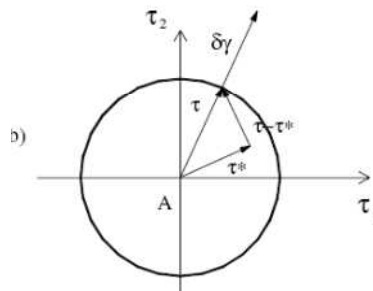


Figura 5.9 - Il dominio di Coulomb nel piano.



### 5.3. Valutazione delle resistenze attritive per un blocco rigido

Al fine di procedere all'applicazione del metodo dell'analisi in presenza di attrito è necessario valutare le resistenze attritive che si sviluppano lungo la superficie delle lesioni durante il cinematisimo. Lo studio viene ricondotto all'analisi di un blocco rigido, appoggiato su un piano rigido, sottoposto ad una tensione normale costante ed ad azioni esterne di tipo tagliante, torcente o ad una combinazione di entrambe. In questa condizione poiché la tensione normale è una quantità localmente nota, le azioni taglianti sono regolate da legami associati. Si consideri dunque un blocco rettangolare di lunghezza  $a$ , spessore  $b$  ed altezza  $h$  sottoposto ad un'azione tagliante baricentrica (Fig. 5.10).

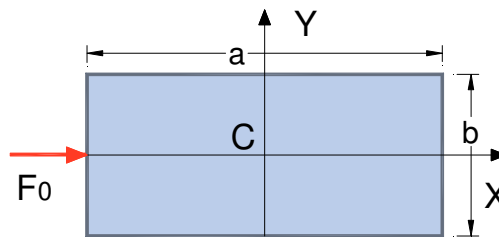


Figura 5.10 - Blocco rigido sottoposto ad un'azione tagliante baricentrica.

In queste condizioni le forze attritive che si sviluppano lungo la superficie di contatto sono esclusivamente di tipo tagliante e la forza d'attrito limite che ne risulta sarà pari a :

$$F_0 = \tau \cdot a b = \sigma \tan \phi \cdot ab = \gamma \cdot abh \cdot f \quad (5.11)$$

$\gamma$  peso specifico del blocco

$f$  coefficiente di attrito

Consideriamo adesso lo stesso blocco sottoposto ad una sola azione torcente baricentrica attorno all'asse  $z$  (Figura 5.11):

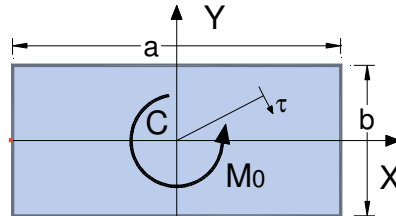


Figura 5.11 - Blocco rigido sottoposto ad un'azione torcente baricentrica.

La massima resistenza attritiva che si sviluppa a seguito dell'azione torcente sarà data dall'equilibrio alla rotazione delle tensioni tangenziali attorno al baricentro:

$$M_0 = 4\tau \cdot \int_0^{a/2} dx \cdot \int_0^{b/2} \sqrt{x^2 + y^2} \quad (5.12)$$

Dove  $\sqrt{x^2 + y^2}$  è la distanza perpendicolare fra la generica tensione tangenziale  $\tau$  ed il baricentro della sezione. Sviluppando l'integrale si ottiene:

$$M_0 = \frac{\tau}{12} \cdot \left[ a^3 \ln \frac{b + \sqrt{a^2 + b^2}}{a} + b^3 \ln \frac{a + \sqrt{a^2 + b^2}}{b} + 2ab\sqrt{a^2 + b^2} \right] \quad (5.13)$$

La (4.13) può anche esprimersi come segue:

$$M_0 = F \cdot d_0 = \tau \cdot a \cdot b \cdot d_0 \quad (5.14)$$

Dove, tenendo conto della (4.13):

$$d_0 = \frac{1}{12ab} \cdot \left[ a^3 \ln \frac{b + \sqrt{a^2 + b^2}}{a} + b^3 \ln \frac{a + \sqrt{a^2 + b^2}}{b} + 2ab\sqrt{a^2 + b^2} \right] \quad (5.15)$$

In entrambi i casi, considerando il blocco posto all'interno di una muratura composta da conci regolarmente sfalsati, la superficie di scorrimento sarà pari alla lunghezza di sovrapposizione (Fig. 5.12).

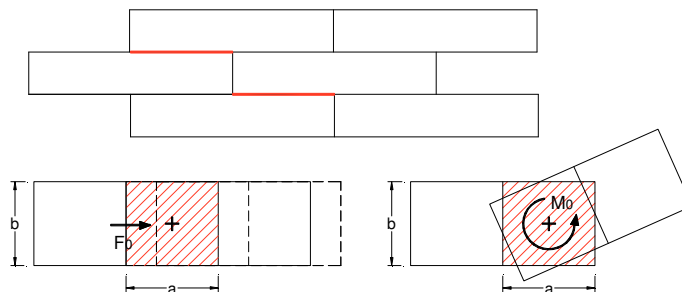


Figura 5.12 - Superficie di scorrimento per blocchi regolarmente sfalsati.

Le relazioni (5.11) e (5.12) esprimono le massime resistenze attritive per un singolo blocco sottoposto al solo taglio centrato o alla sola torsione centrata; i cinematismi analizzati in questo lavoro sono caratterizzati dalla presenza di sole azioni taglienti; di seguito verrà specificato per ciascuno di essi come è stata valutata la resistenza attritiva globale piuttosto che quella relativa ai singoli blocchi.

## **5.4. Analisi parametriche per la valutazione della capacità di pannelli sollecitati da azioni fuori piano in presenza di attrito**

### ***5.4.1. Ipotesi di base e meccanismi di danno analizzati***

Nel paragrafo precedente si è ampiamente discusso sulla possibilità di considerare la dissipazione dovuta all'attrito per migliorare i risultati relativi alla capacità di una parete sollecitata fuori piano. Si vuole adesso valutare, in relazione a differenti classi di cinematismi, quale sia la variabilità dei risultati, in termini capacità, introducendo il lavoro svolto dalle forze attritive. A tal fine sono state effettuate numerose analisi numeriche avvalendosi dell'analisi limite e considerando sia il metodo classico che il metodo con l'introduzione delle resistenze attritive. Confrontando i risultati ottenuti con i due metodi è stato possibile valutare l'incremento di capacità della parete dovuta alla dissipazione energetica per attrito. Le analisi effettuate hanno validità sotto le seguenti ipotesi:

- le lesioni si attivano lungo i giunti fra i blocchi, poiché sarebbe inverosimile che la frattura attraversi il blocco stesso; questo comporta che le lesioni seguano la scalettatura naturale fra le pietre e che la loro inclinazione dipenda dalle dimensioni dei blocchi stessi;
- le murature sono costituite da blocchi rigidi e regolari;
- l'attrito è stato valutato utilizzando un dominio alla Coulomb con sforzo normale costante sulle lesioni, per le motivazioni discusse nel paragrafo precedente;
- poiché l'attrito dipende dal peso della muratura sulla lesione, lo spostamento lungo i giunti verticali, privi di pressione, non genera alcuna resistenza; l'attrito si sviluppa solo per spostamenti lungo i giunti orizzontali.

Dall'ultima delle ipotesi che sono state formulate si deduce che in quelle classi di meccanismi in cui tutti i punti lungo le lesioni sono interessati da soli spostamenti verticali, (o da spostamenti orizzontali infinitesimi), le resistenze attritive saranno nulle. In figura 5.13 sono riportate alcune fra le principali classi

di cinematismi: nel caso di ribaltamento semplice di pareti non ammortate (a) gli spostamenti dei punti sulla lesione (evidenziata in blu) sono tutti verticali, per cui non si ha attrito. La stessa cosa si può dire nel caso di flessione verticale della parete (b); anche comporta solo spostamenti verticali sulle lesioni.

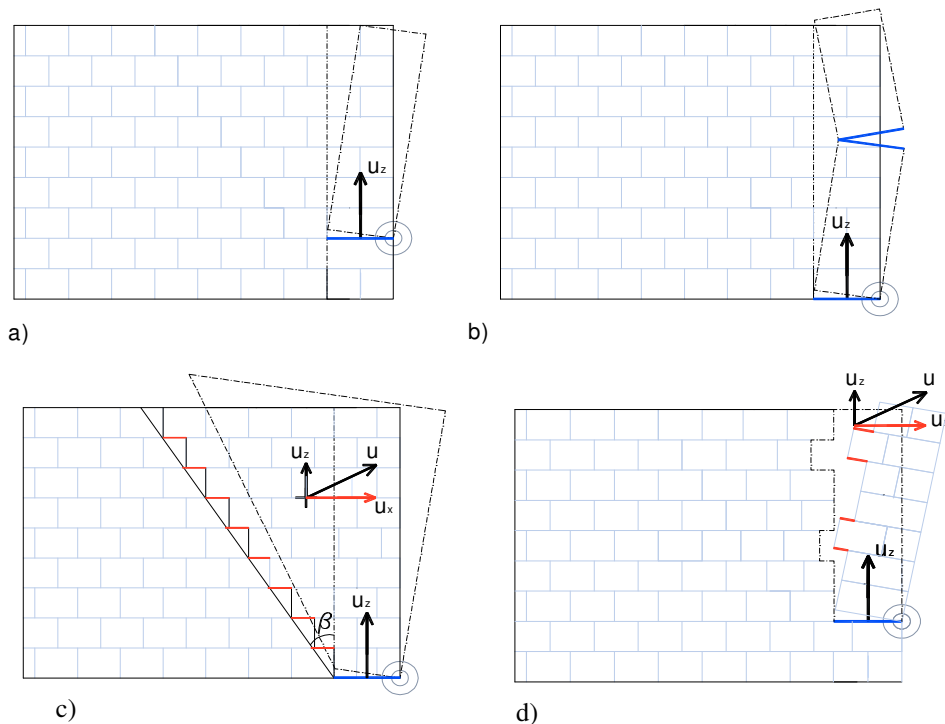


Figura 5.13 - (a) Meccanismo di ribaltamento semplice: non si hanno spostamenti orizzontali quindi le resistenze attritive sono nulle; (b) meccanismo di flessione verticale: analogamente al caso b non si sviluppano forze attritive; (c) meccanismo misto: si hanno spostamenti orizzontali lungo i giunti, quindi si sviluppano resistenze attritive; (d) ribaltamento semplice di parete semiammortata: si sviluppano resistenze attritive lungo i conci di ammortamento.

Nel caso di meccanismo misto<sup>14</sup> (c) i punti che si trovano sulla lesione saranno interessati sia da spostamenti verticali che orizzontali; su questi ultimi, evidenziati in rosso nella figura, si svilupperanno le resistenze attritive. Infine il meccanismo di ribaltamento semplice di parete semi ammortata (d) comporta

<sup>14</sup> Per meccanismo misto si intende un generico cinematismo che interessa una parete sollecitata fuori dal suo piano medio e che coinvolga anche porzioni di pareti a cui essa è ammortata, sollecitate nel piano.

l'attivazione delle resistenze attritive solo lungo i giunti dei diaconi di ammorsamento dove avvengono scorrimenti orizzontali.

Il contributo dell'attrito è stato valutato relativamente ai meccanismi misti ed ai meccanismi di ribaltamento semplice di pareti semi ammorsate. I meccanismi misti sono molto frequenti negli scenari di danno dei centri storici e possono assumere innumerevoli configurazioni. la classificazione è stata effettuata sulla base dei danni osservabili in maniera più frequente. Le analisi sono state effettuate, per ogni cinematismo, facendo variare alcuni parametri individuati in maniera tale da tenere conto di tre fattori fondamentali nella definizione del cinematismo stesso e cioè:

*Tipologia edilizia:* essa viene tenuta in considerazione tramite il rapporto fra l'interasse  $L$  dei muri di controvento e l'altezza  $h$  della parete sollecitata fuori dal piano. E' stato considerato un intervallo di valori comunemente osservati nelle tipologie tradizionali e cioè  $0,75 \leq L/h \leq 1,25$

*Tessitura muraria:* da questa dipende la dimensione dei blocchi e quindi l'inclinazione  $\beta$  della lesione; blocchi tozzi corrispondono a piccole inclinazioni mentre blocchi snelli corrispondono ad inclinazioni maggiori. Sono stati considerati i valori osservati più con più frequenza, che corrispondono all'intervallo  $0 \leq \beta \leq 25^\circ$ . Una inclinazione pari a  $\beta = 0^\circ$  ci riconduce al caso del ribaltamento semplice di parete, nel quale, come si è detto, le forze di attrito non danno nessun contributo.

*Forma della lesione:* nei cinematismi caratterizzati da porzioni di distacco composte da più cunei, viene considerato il rapporto fra le altezze dei cunei stessi. Sono stati considerati valori compresi fra  $0,3 \leq h_1/h_2 \leq 3$

In Fig. 5.14 viene riportato un riepilogo dei cinematismi analizzati (a) e dei parametri che sono stati tenuti in considerazione per ognuno dei cinematismi (b); i suddetti parametri sono stati fatti variare e combinati fra loro arrivando così a effettuare circa 50 casi diversi.

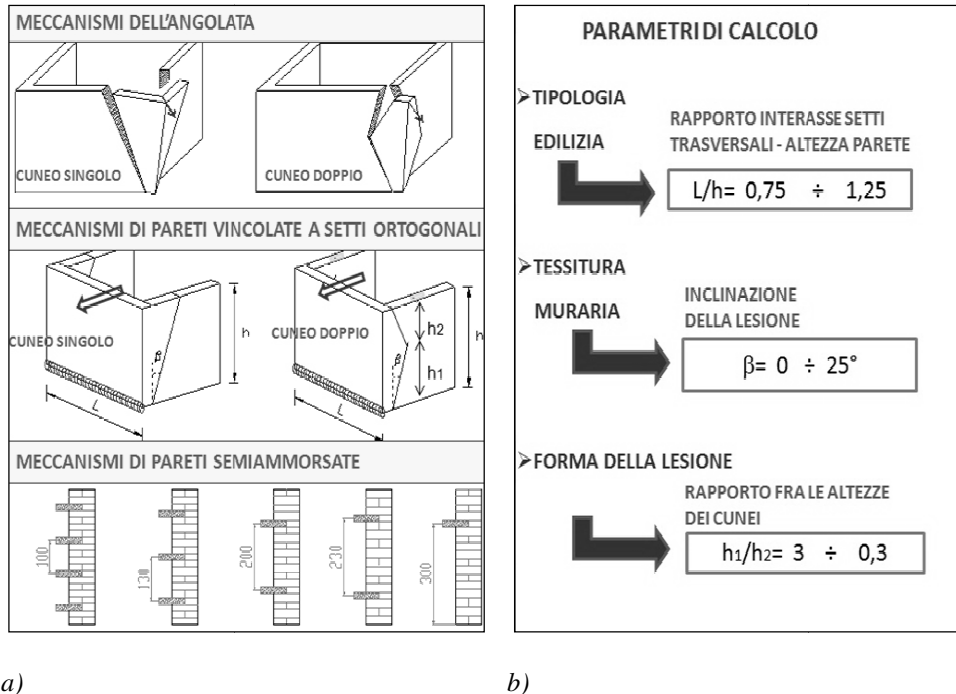
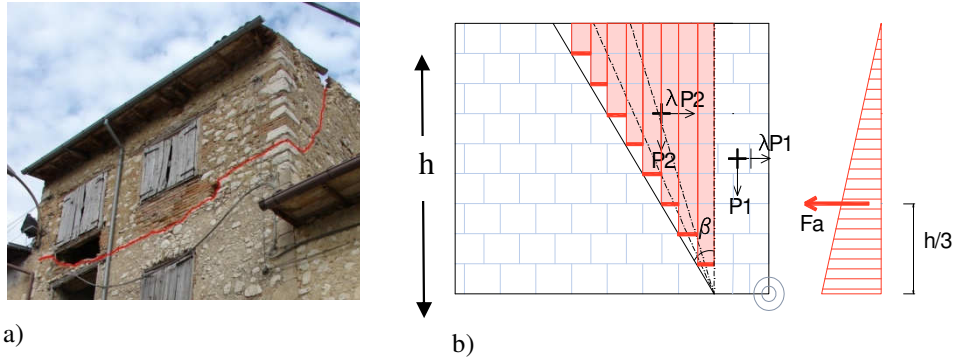


Figura 5.14 - a) Classificazione dei meccanismi analizzati;  
c) parametri di calcolo presi in considerazione nelle analisi.

#### 5.4.2. Meccanismo misto a cuneo singolo

È il più conosciuto fra tutti i meccanismi misti perché è quello che si verifica più spesso quando si ha un ammorsamento efficace fra le pareti sollecitate fuori-piano ed i pannelli ad esse normali, ma non in testa alla tesa muraria (Fig. 5.15a). Questa situazione è quindi frequente negli edifici privi di cordoli con diaframmi flessibili. La massima resistenza attritiva sarà proporzionale al peso del cuneo di distacco e poiché le resistenze attritive sulle singole superfici di contatto variano linearmente con l'altezza cuneo, la loro distribuzione può essere considerata come un'azione triangolare inversa con risultante applicata a  $1/3$   $h$  rispetto alla cerniera (Fig. 5.15b).



a) Meccanismo di ribaltamento triangolare, Casentino, (AQ); immagine tratta da archivio personale; b) Valutazione del lavoro svolto dalle resistenze attrittive per cinematico di ribaltamento triangolare.

Considerando una parete ben ammortata ai setti trasversali da entrambi i lati, e quindi con due cunei di distacco, si avrà:

$$F_a = f \cdot \gamma \cdot h^2 \tan \beta \cdot s_1 \quad (5.13)$$

- $h$  altezza della porzione soggetta al cinematico
- $s$  spessore della parete sollecitata fuori dal piano
- $s_1$  spessore della parete sollecitata nel piano
- $\gamma$  peso specifico della muratura
- $f$  coeff. di attrito
- $\beta$  angolo formato fra la lesione e l'asse verticale della parete sollecitata fuoripiano.

L'equazione dei lavori virtuali deve essere scritta considerando oltre alle altre azioni, anche il contributo stabilizzante dell'attrito:

$$\lambda P_1 \cdot \frac{h}{2} + \lambda P_2 \cdot \frac{2}{3} \cdot h - P_1 \cdot \frac{s}{2} - P_2 \cdot \left( s + \frac{h \tan \beta}{3} \right) - F_a \cdot \frac{1}{3} h = 0 \quad (5.14)$$

Da cui il moltiplicatore di collasso sarà:



$$\lambda = \frac{P_1 \frac{s}{2} + P_2 \cdot \left( s + \frac{h \tan \beta}{3} \right) + F_a \cdot \frac{1}{3} h}{P_1 \frac{h}{2} + P_2 \frac{2}{3} h} \quad (5.15)$$

E' facile verificare sia analiticamente che graficamente che la 5.8 non ammette minimi relativi ma è una funzione sempre crescente. Essa si minimizza solo per  $\beta=0$ , ovvero quando il cinematismo non è più misto ma coincide con il ribaltamento semplice della parete fuori piano col conseguente annullamento delle resistenze attritive. Il limite superiore dei possibili valori di inclinazione della lesione è stato posto pari a  $\beta=25$ , sulla base dei casi osservabili in maniera più frequente nell'edilizia tradizionale; l'evoluzione del meccanismo può avvenire infatti secondo due fasi distinte (Fig. 5.16); una prima fase può essere caratterizzata dalla formazione di lesioni che delimitano porzioni molto grandi di muratura sollecitata nel proprio piano (a); il contributo stabilizzante di queste porzioni supera il contributo ribaltante, pertanto il cinematismo evolve solo se si apre una seconda lesione, che delimita una porzione più piccola di parete.



a) Prima fase: fessurazione e distacco di un'ampia porzione di muratura con  $\beta > 30^\circ$



b) Seconda fase: l'evoluzione del meccanismo procede con l'apertura di una seconda lesione, meno inclinata, che delimita una porzione più piccola di muratura.

Figura 5.16 - Formazione ed evoluzione di meccanismi a cuneo singolo. Immagini tratte da archivio personale.

### 5.4.3. *Meccanismo a cuneo doppio*

Il secondo meccanismo analizzato è denominato a cuneo doppio per la sua forma caratteristica; questo meccanismo, più raro del precedente, si può verificare se la parete sollecitata fuori piano è ben collegata ad un setto trasversale fessurato a taglio; in questo caso la porzione di distacco è delimitata proprio dalla lesione a taglio che si forma nella parete sollecitata nel proprio piano; si viene a creare così una labilità della porzione sovrastante al cuneo di distacco che porta al crollo con l'evolversi del cinematismo (Fig. 5.17).

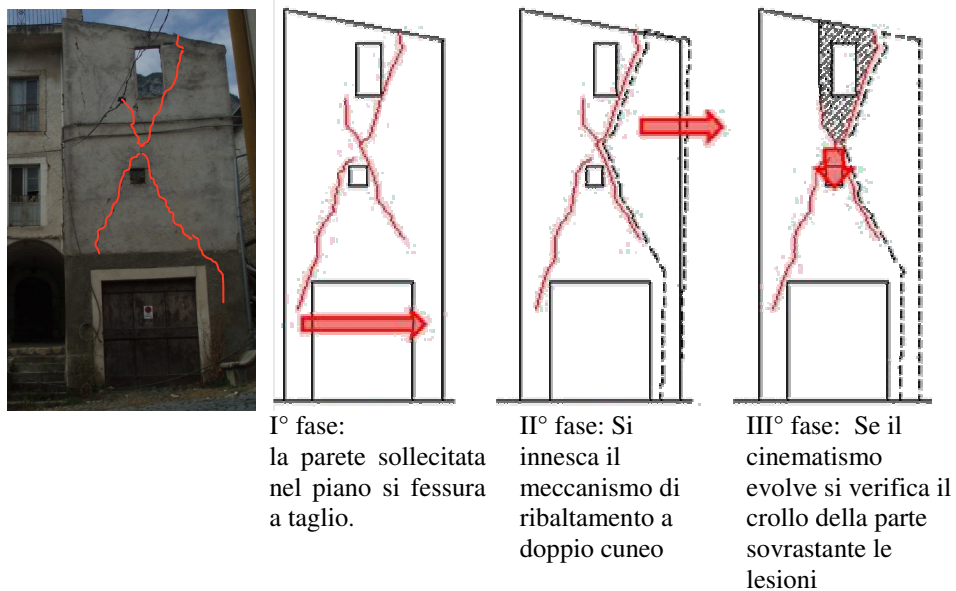


Figura 5.17 - Evoluzione del cinematiso a doppio cuneo

In questo caso la massima resistenza attritiva si può ricavare come somma di due effetti che rappresentano, rispettivamente, l'attrito sulle lesioni inferiore e superiore (Fig. 5.18); il primo dei due effetti si può a sua volta scomporre in una forza uniformemente distribuita pari a:

$$F_{a1} = f \cdot \gamma \cdot s_1 \cdot h_2 \cdot h_1 \tan \beta \quad (5.16)$$

applicata ad una distanza verticale uguale a  $h_1/2$  rispetto la cerniera, ed una forza con distribuzione triangolare pari a:

$$F_{a2} = f \cdot \gamma \cdot s_1 \cdot (h_1^2 \tan \beta) / 2 \quad (5.17)$$

applicata ad  $h_1/3$  rispetto la cerniera.

Il secondo effetto rappresenta l'attrito sulla lesione superiore applicato in  $h_1 + h_2/3$  e pari a:

$$F_{a3} = f \cdot \gamma \cdot s_1 \cdot (h_2 \cdot h_1 \tan \beta) / 2 \quad (5.18)$$



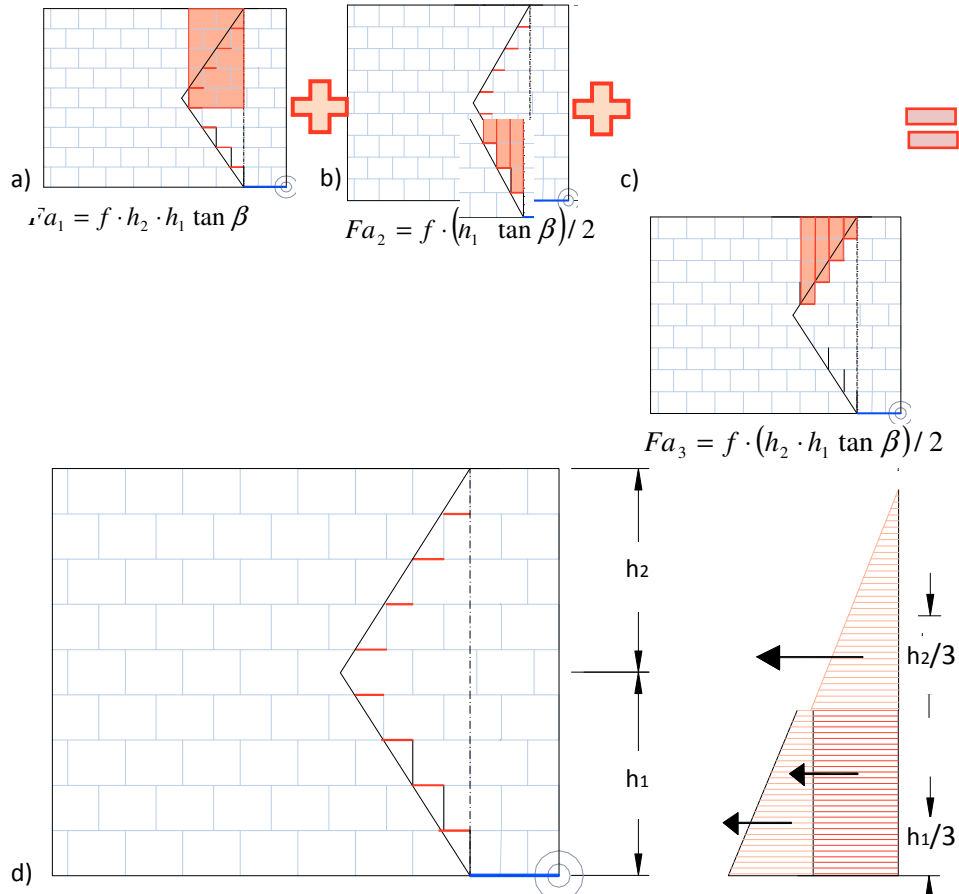


Figura 5.18 - Valutazione delle resistenze attritive nel meccanismo a cuneo doppio. a,b) distribuzione delle resistenze attritive sulla lesione inferiore; c) distribuzione delle resistenze attritive sulla lesione superiore; d) sovrapposizione degli effetti.

Scrivendo l'equilibrio alla rotazione si può facilmente ottenere il valore di  $\lambda$ :

$$\begin{aligned} & \lambda P \cdot \frac{h_1 + h_2}{2} + \lambda P_1 \cdot \frac{2}{3} \cdot h_1 + \lambda P_2 \cdot \left( h_1 + \frac{h_2}{2} \right) - P \cdot \frac{s}{2} - P_1 \cdot \left( s + \frac{h_1 \tan \beta}{3} \right) + \\ & - P_2 \cdot \left( s + \frac{h_1 \tan \beta}{3} \right) - F_{a1} \cdot \frac{h_1}{2} - F_{a2} \cdot \frac{h_1}{3} - F_{a3} \cdot \left( h_1 + \frac{h_2}{3} \right) = 0 \end{aligned} \quad (5.19)$$

dove si ha:

- $h_1$  altezza del cuneo inferiore;
- $h_2$  altezza del cuneo superiore;
- $P_1$  Peso del cuneo inferiore;
- $P_2$  Peso del cuneo superiore;
- $P$  Peso della parete sollecitata fuori piano;
- $s$  spessore della parete sollecitata fuori piano;
- $\beta$  inclinazione in gradi della lesione inferiore;
- $f$  coeff. di attrito;

Rispetto al cinematismo precedente è stato necessario aggiungere un ulteriore parametro che governa la forma del cuneo di distacco e cioè il rapporto  $h_1/h_2$  fra le altezze dei due cunei; i valori presi in considerazione variano da  $0,8 \leq h_1/h_2 \leq 1,13$

#### 5.4.4. Meccanismi di ribaltamento dell'angolata

Una punto particolarmente vulnerabile degli edifici in aggregato dei centri storici è rappresentato dalle angolature libere degli edifici che si trovano alle estremità delle schiere. Infatti l'assenza di strutture di contrasto favorisce il ribaltamento del cantonale che trascina con se porzioni dei pannelli murari che convergono in esso. Si formano così due lesioni che delimitano l'angolo e che, come nei casi precedenti, possono avere diverse configurazioni (Fig. 5.19), delimitando porzioni di muro triangolari (a) o a doppio cuneo (b), a seconda se le pareti siano fessurate a taglio o meno.

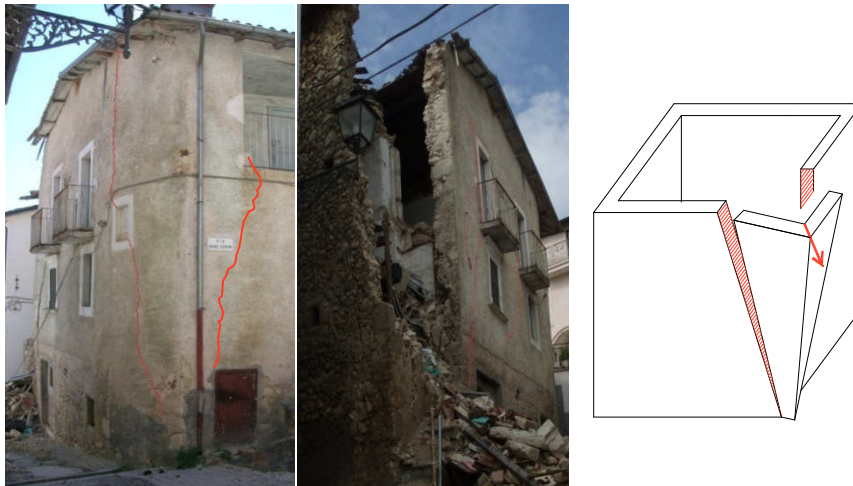


Fig. 5.19 - a) Ribaltamento dell'angolata con trascinamento di porzioni triangolari



Figura 5.19 - b) Ribaltamento dell'angolata con trascinamento di porzioni a doppio cuneo

Le resistenze attritive vanno calcolate in modo analogo a quanto illustrato per i cinematismi precedenti; tuttavia nello scrivere l'equilibrio fra i momenti ribaltanti e stabilizzanti, si è arretrato l'asse di rotazione rispetto allo spigolo per tener conto dello schiacciamento del materiale, che verosimilmente si verifica in questi casi, poichè la rotazione avviene attorno ad uno spigolo.

È stato considerato che lo schiacciamento interessi una porzione di materiale pari a metà dello spessore  $s$  della muratura (Fig. 5.20), pertanto, considerando la direzione del ribaltamento a  $45^\circ$ , l'asse di rotazione risulta arretrato rispetto allo spigolo esterno di una quantità pari a  $\frac{s}{2} \cdot \sqrt{2}$



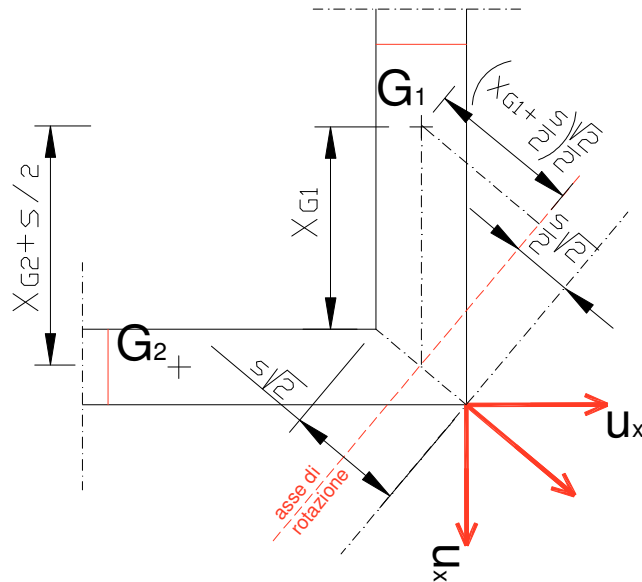


Fig. 5.20 - Arretramento dell'asse di rotazione rispetto allo spigolo esterno per tener conto dello schiacciamento del materiale.

La distanza dei baricentri delle masse rispetto all'asse di rotazione viene calcolata come:

$$D_i = \left( X_{G_i} + \frac{s}{2} \right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (5.20)$$

con:

$X_{G_i}$  distanza fra il baricentro della  $i$ -esima massa e l'intradosso dell'intersezione fra i pannelli;

$s$  spessore della muratura;

Considerando la (5.18) l'equilibrio alla rotazione può essere scritto in questa forma:

$$\lambda P_i \cdot h_i - P_i \cdot D_i - F_{ai} \cdot h_{Fai} = 0 \quad (5.21)$$

dove :

$P_i$  è il peso delle  $i$ -esime masse;

$h_i$  è la distanza verticale delle  $i$ -esime masse dall'asse di rotazione;

$F_{ai}$  è la  $i$ -esima resistenza attritiva;

$h_{Fai}$  è il punto di applicazione della  $i$ -esima resistenza attritiva.

I parametri considerati per le analisi dei cinematismi dell'angolata sono analoghi ai casi precedenti.

#### 5.4.5. Meccanismi di ribaltamento di pareti semi-ammorsate

Si è visto come l'attrito non abbia nessuna rilevanza nei fenomeni di ribaltamento semplice, dove cioè non esiste l'ammorsamento fra le croci di muro, e che invece sia possibile calcolarlo nel caso dei meccanismi misti illustrati sopra. Esistono tuttavia alcuni casi intermedi di pareti che pur non avendo un collegamento tanto efficace da consentire l'innescarsi di meccanismi misti, non ricadono nella classe di cinematismi in cui si può totalmente trascurare l'attrito. Questi cinematismi sono quelli di pareti che potremmo definire semi-ammorsate, ovvero con diatoni di collegamento posti una tantum (Fig. 5.21-a). In questo caso, si è ritenuto interessante effettuare un confronto fra i risultati ottenuti considerando la configurazione di ribaltamento semplice (attrito nullo) ed i risultati ottenuti calcolando l'attrito sui conci di collegamento. Le resistenze attrittive saranno in questo caso proporzionali allo sforzo normale che agisce sui giunti orizzontali dei diatoni, sui quali si verificano gli scorrimenti (Fig. 5.21-b).



Figura 5.21 - a) Esempio di parete semi ammorsata; b) Valutazione resistenze attrittive

Il valore del moltiplicatore di collasso dipende in tal caso dal numero dei diatoni e dalla loro distanza. Sono stati considerati i casi illustrati di seguito.

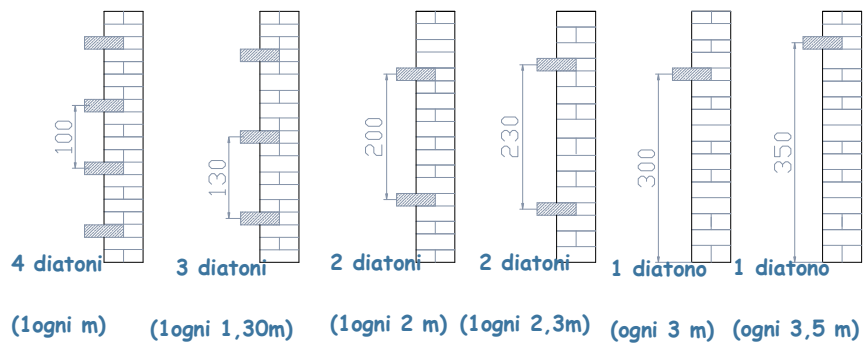
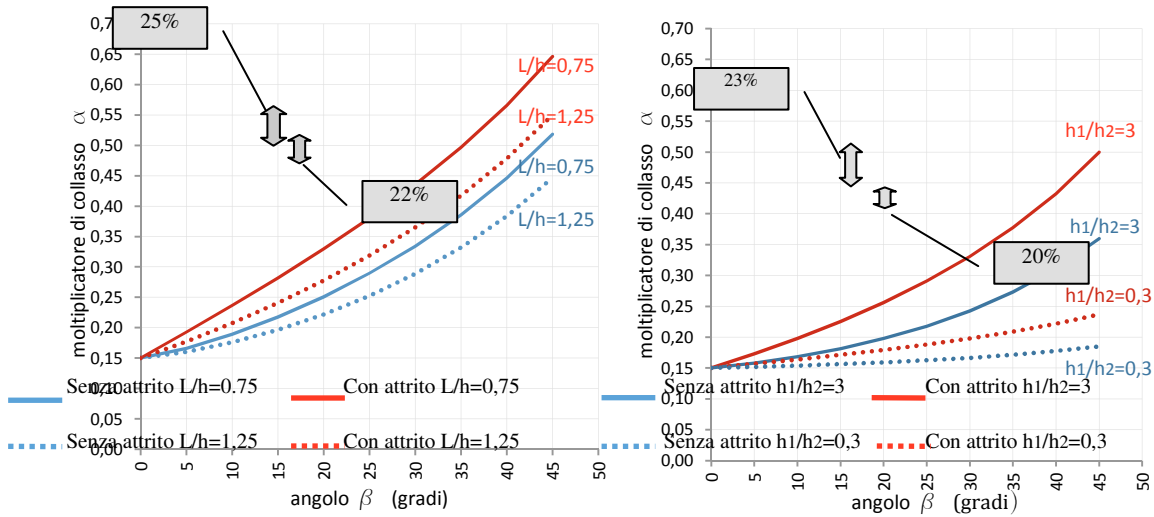


Figura 5.22 – I casi analizzati di pareti semi ammorsate.

## 5.5. Risultati delle analisi

I risultati riportati di seguito si riferiscono alle analisi parametriche condotte su pareti fra loro ammassate aventi spessore pari a 60 cm, peso specifico pari a 23,00 kN/mc, altezza e dimensioni dei conci variabile, soggette ai cinematismi illustrati al paragrafo precedente. Le analisi sono state ripetute considerando intervalli di attrito muro-muro compresi fra  $0,4 \leq \mu \leq 0,7$ . Per ogni cinematismo è stato diagrammato l'andamento del moltiplicatore di collasso in funzione dell'angolo di inclinazione delle lesioni e considerando fissi i valori dei parametri che controllano la distanza dei setti trasversali ( $L/h$ ) e la forma della porzione di distacco  $h_1/h_2$ ; l'operazione è stata ripetuta più volte facendo variare ad uno ad uno i parametri in modo da ottenere più curve e metterle a confronto. In figura 5.21 è rappresentato l'andamento del moltiplicatore di collasso al variare dell'angolo della lesione per meccanismi a cuneo singolo (*a*) e doppio (*b*); in entrambi i casi si nota come il divario fra le curve aumenti per effetto dell'attrito all'aumentare dell'angolo  $\beta$ ; questo si spiega col fatto che, aumentando il peso del cuneo, aumenti anche la forza di attrito sulla lesione. In figura 3 *c* è invece rappresentato il caso del ribaltamento semplice di una parete semi-ammorsata; la linea verde indica i valori del moltiplicatore ottenuti senza tenere conto dell'attrito sulle superfici dei diaconi, cosa che equivale a non considerare l'ammorsamento; la linea rossa indica i valori ottenuti calcolando l'attrito. Il confronto indica come considerando un coefficiente di attrito pari a  $\mu = 0,45$  si possa riscontrare un incremento di capacità del pannello pari a circa il 20-25% per meccanismi di pareti ammassate ai setti trasversali con  $\beta = 20^\circ$  ed un incremento anche maggiore del 30% per pareti semiammassate.



AMMORSAMENTO PARZIALE

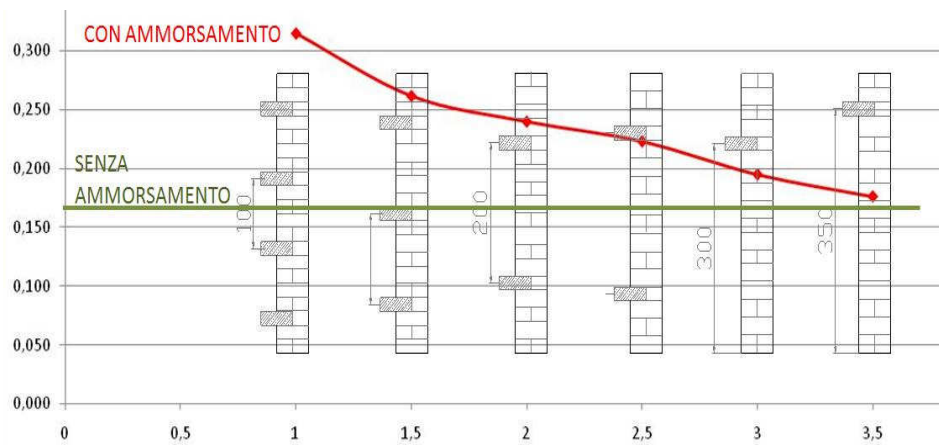


Figura 5.23 - Il diagramma riporta l'andamento del moltiplicatore di collasso per diversi cinematici: a) cuneo singolo al variare di  $\beta$  e  $L/h$ ; b) doppio cuneo al variare di  $\beta$  e  $h_1/h_2$  per  $L/h=1$ ; c) ribaltamento di parete semi-ammorsata al variare del numero dei diatoni e della loro

distanza dalla cerniera. Nel calcolo si è considerato: *spessore della parete sollecitata fuori piano:  $s = 0,60m$  ; spessore della parete sollecitata nel piano:  $s_1 = 0,60m$ ; peso spec. dei blocchi:  $\gamma = 23,00 \text{ kN/mc}$ ; coeff. di attrito:  $f = 0,45$*

Nei grafici che seguono (Fig. 5.24) le diverse componenti stabilizzanti sono state rappresentate separatamente per meccanismi a cuneo singolo (a), doppio (b) e per il ribaltamento del cantonale (c).

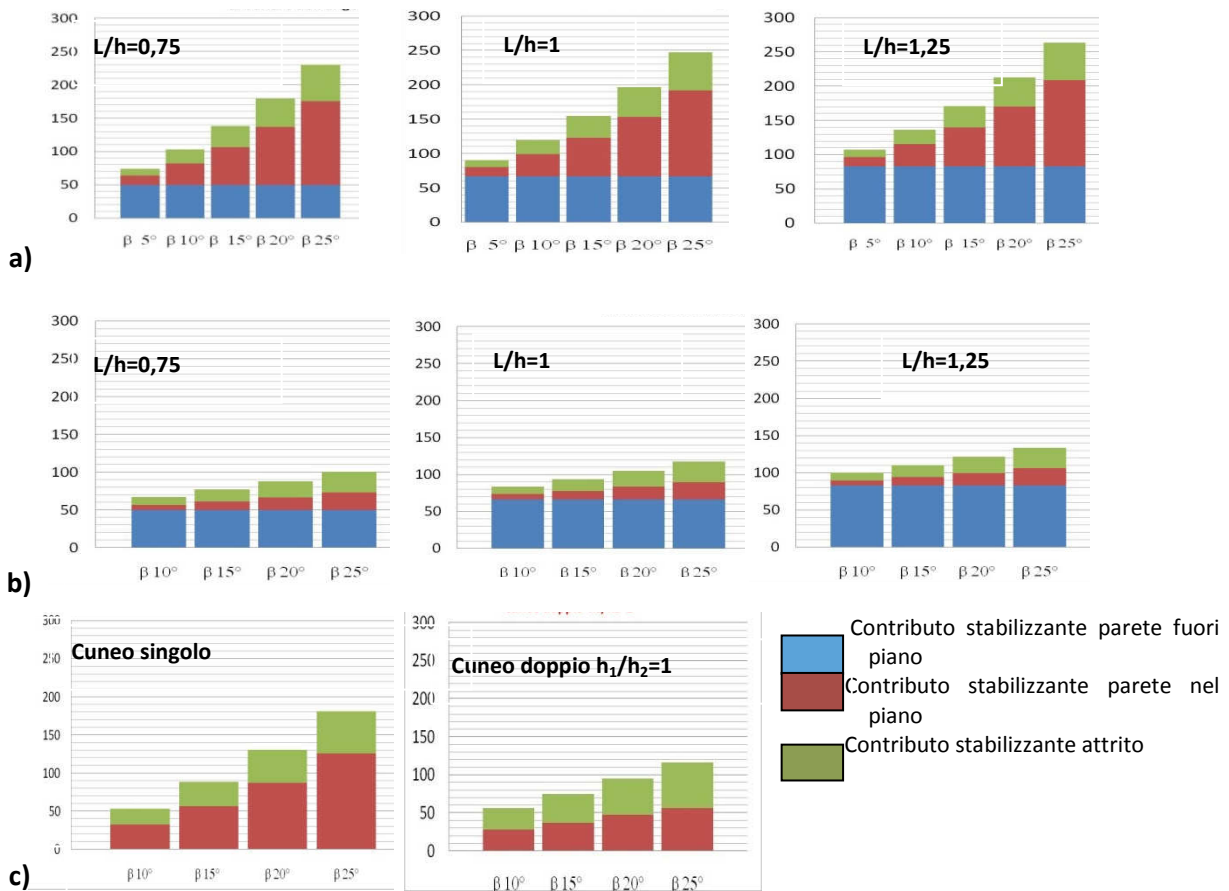


Figura 5.24 - Variazione dei contributi stabilizzanti dell'attrito e delle masse: a) meccanismo di ribaltamento a cuneo singolo; b) ribaltamento a cuneo doppio; c) ribaltamento del cantonale. Nel calcolo si è considerato: spessore della parete sollecitata fuori piano:  $s = 0,60m$ ; spessore della parete sollecitata nel piano:  $s_1 = 0,60m$ ; peso spec. dei blocchi:  $\gamma = 23,00 \text{ kN/mc}$ ; coeff. di attrito:  $f = 0,45$

Dall'osservazione dei risultati è emerso che il contributo delle resistenze attritive è tanto maggiore quanto più la lesione è inclinata, e poiché tale inclinazione dipende dalle dimensioni dei blocchi, si può concludere che la valutazione dell'attrito diventa importante per blocchi snelli. Inoltre se si analizza il



contributo dell'attrito al variare di  $L/h$ , tenendo costante l'inclinazione della lesione, si nota che in tipologie edilizie caratterizzate da muri di controvento ravvicinati (cioè al crescere di  $L/h$ ) tale contributo, pur rimanendo costante in valore assoluto, acquista un peso maggiore rispetto al contributo delle masse sollecitate fuori piano. In figura 5.25 è rappresentata la variazione percentuale del contributo stabilizzante dovuto all'attrito per un cinematiso a cuneo doppio al variare del parametro  $h_1/h_2$ . Al diminuire di tale rapporto il cuneo inferiore diventa più basso, la forma della porzione di distacco diventa più stabilizzante perché il suo baricentro si avvicina alla cerniera; ciò fa sì che il contributo dell'attrito e delle masse sollecitate nel piano acquistino una maggiore importanza rispetto al totale.

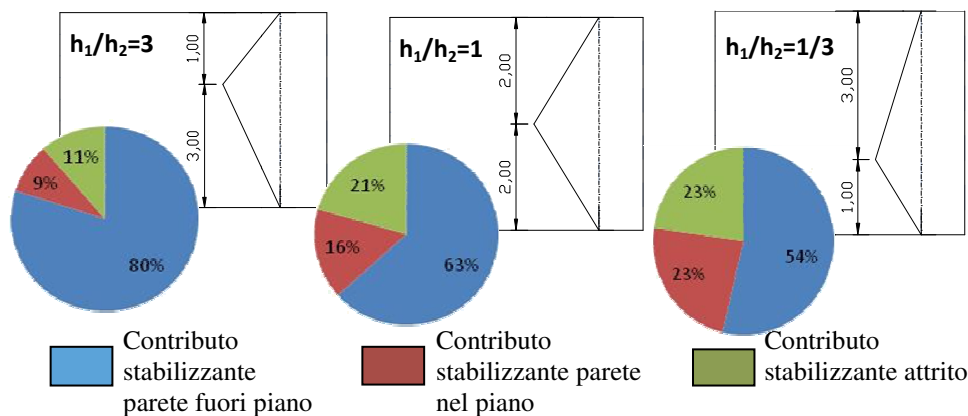


Figura 5.25 - Variazione dei contributi stabilizzanti al variare della forma del cuneo di distacco (rapporto  $h_1/h_2$ ).

Al fine di poter valutare meglio l'importanza del solo attrito nei vari cinematisi, il suo contributo stabilizzante è stato analizzato separatamente e riportato in figura 4 in termini percentuali rispetto al contributo totale. È possibile osservare che i meccanismi in cui l'attrito è più importante sono quelli caratterizzati dal ribaltamento dell'angolata, per i quali il suo contributo è maggiore di  $\frac{1}{4}$  rispetto al contributo totale. Nei meccanismi a cuneo singolo il contributo dell'attrito è di poco minore ad  $\frac{1}{4}$  del totale ed è pari a circa  $\frac{1}{2}$  del contributo delle masse sollecitate nel piano; nei meccanismi a doppio cuneo, il contributo delle resistenze attritive pur essendo pari ad  $\frac{1}{4}$  circa del totale,

egualia il contributo delle masse sollecitate nel piano. Infine nel caso del ribaltamento di pareti semi ammorsate esso è molto variabile a seconda del numero di diatoni considerati. Si può comunque concludere che in tutti i meccanismi osservati, trascurando l'attrito si commette un errore che può essere anche notevole per alcune tipologie murarie ed edilizie.

Volendo sintetizzare i risultati delle analisi si può concludere che:

L'osservazione dei diagrammi che riportano l'andamento del moltiplicatore di collasso al variare dell'inclinazione della lesione mostra come tale funzione sia sempre crescente e non presenti minimi relativi. Questo risultato, dimostrabile sia graficamente che analiticamente, è facilmente intuibile anche dal punto di vista fisico: la configurazione che minimizza il lavoro delle azioni ribaltanti è infatti corrispondente ad un angolo  $\beta$  nullo, cioè al caso in cui il ribaltamento avvenga puramente fuori piano, senza il coinvolgimento di porzioni di pareti sollecitate nel piano. Il meccanismo misto si può verificare solo in virtù dell'ammorsamento fra le pareti e dell'ingranamento fra i conci. Da questa prima osservazione si può dedurre che un simile modello possa essere utilizzato solo a posteriori, avendo rilevato la configurazione geometrica del cinematismo, o a priori, soltanto dopo aver verificato con indagini semi-distruttive la presenza effettiva dell'ammorsamento. Si ribadisce infatti il ruolo fondamentale della conoscenza e nel processo di interpretazione critica dei possibili meccanismi di collasso. Prima di affrontare una qualsiasi analisi finalizzata ad un giudizio sulla vulnerabilità di un edificio storico esistente è necessario effettuare un attento rilievo geometrico, materico, dei dettagli costruttivi e del quadro fessurativo. Il reale moltiplicatore di collasso è il limite inferiore di tutti i possibili moltiplicatori cinematici, ciò significa che, per determinare la capacità del pannello senza commettere errori, è necessario intuire quale sarà la configurazione a collasso fra tutte quelle possibili. A questo scopo si rende assolutamente necessaria una approfondita conoscenza dell'edificio e dei suoi punti di debolezza; in particolar modo possono essere un valido indizio eventuali dissesti dovuti a terremoti storici e l'analisi dei collegamenti fra le croci di muro e fra pareti e solai. Solo dopo aver compreso se sia possibile il verificarsi di un meccanismo misto è lecito introdurre il lavoro svolto dalle resistenze attrittive nel modello per la valutazione della capacità sismica della parete. In questo caso

infatti si ritiene che trascurare l'attrito possa portare ad un errore considerevole: come emerge dai risultati illustrati precedentemente, per tutti i cinematismi analizzati, considerando una lesione di  $20^\circ$ , il contributo dell'attrito è circa  $\frac{1}{4}$  rispetto al contributo stabilizzante totale ed è addirittura maggiore nel caso di meccanismi che coinvolgono l'angolata. In particolare, a prescindere dal cinematismo, l'errore commesso trascurando l'attrito è maggiore per alcune apparecchiature murarie e tipologie costruttive. Sintetizzando si può affermare che:

*In relazione alla tessitura muraria* l'errore commesso è tanto più grande quanto più i blocchi che costituiscono la muratura sono snelli; infatti il contributo dell'attrito, per tutte le classi di cinematismi misti, cresce al crescere dell'angolo  $\beta$  che governa l'inclinazione della lesione; poiché per le ipotesi di partenza questa dipende solo dalla dimensione dei blocchi, si può concludere che l'attrito risulta trascurabile per murature caratterizzate da blocchi tozzi mentre diventa importante per tipologie caratterizzate da blocchi snelli;

*In relazione alla tipologia costruttiva* si può dire che il contributo dell'attrito dipenda dalla distanza fra i muri ortogonali di controvento alle facciate, che viene tenuta in conto tramite il parametro  $L/h$ . E' noto che il funzionamento sismico di un organismo edilizio tradizionale, in presenza di ammorsamenti fra le croci di muro, migliori in tipologie caratterizzate da luci piccole fra i muri di controvento; per queste tipologie riveste una grande importanza anche il contributo dell'attrito; si può affermare infatti che qualora questo venga trascurato, si commette un errore tanto più grande quanto più vicini sono i muri di controvento, qualunque sia la forma del cuneo di distacco.

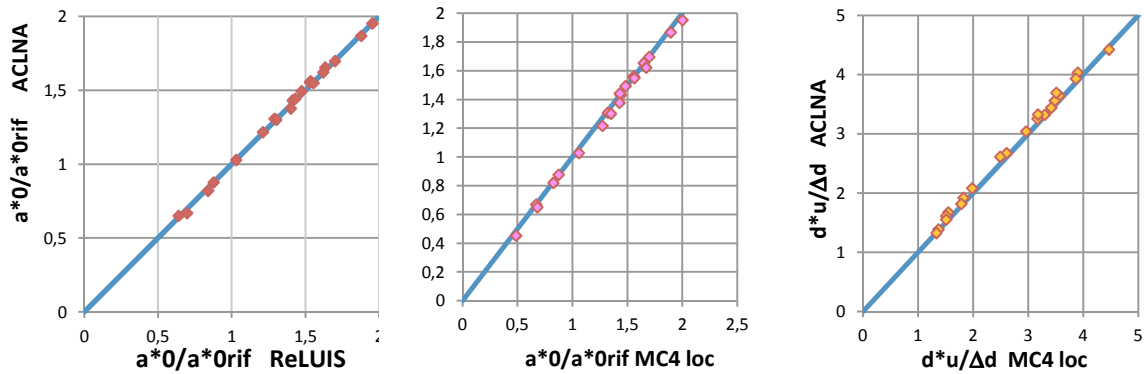
## 5.6. Validazione dei risultati

Nel capitolo precedente sono stati illustrati i risultati delle analisi relative a diversi cinematismi al fine di valutare l'incremento di capacità della parete tenendo conto della dissipazione energetica per attrito. Il confronto è stato effettuato applicando la procedura proposta dalle attuali norme tecniche e definita analisi cinematica lineare, che si basa sul metodo dell'analisi limite. A tal proposito è stato utilizzato un foglio di calcolo Excel appositamente creato per questo scopo, in quanto non esistono attualmente in commercio software con cui sia possibile effettuare l'analisi cinematica lineare tenendo conto in maniera automatizzata dell' attrito; in un secondo momento tale foglio di calcolo è stato adeguato per poter effettuare anche l'analisi non lineare in presenza di attrito. Per comodità in seguito ci si riferirà a tale foglio di calcolo con nome A.C.L.N.A. (Analisi Cinematica Lineare e Non lineare in presenza di Attrito). A.C.L.N.A è stato concepito in maniera da essere il più possibile automatizzato e diminuire le possibilità di errore: una volta scelta la tipologia di meccanismo, l'inclinazione delle lesioni ed il coefficiente di attrito, inserendo i dati geometrici della parete ed i dati relativi ai parametri sismici è possibile effettuare direttamente sia le analisi cinematiche lineari che non lineari, sia le relative verifiche ai sensi dell'attuale normativa. Poichè alcuni parametri delle analisi descritti in normativa sono suscettibili di interpretazioni sensibilmente diverse, i risultati ottenuti sono stati confrontati avvalendosi di due strumenti già disponibili in commercio per l'analisi statica lineare e non lineare:

- C.I.N.E (Condizioni d'Instabilità degli Edifici, programma messo a punto dal consorzio ReLUIS nel 2009, sotto la direzione scientifica del prof. Beolchini: esso è un foglio Excel protetto che si basa sull'implementazione dei lavori virtuali per effettuare l'analisi cinematica lineare e le relative verifiche. Con C.I.N.E. non è possibile effettuare l'analisi cinematica non lineare nè tenere in considerazione l'attrito, se non valutandolo a parte e inserendolo come carico esplicito.
- MC4LOC (Meccanismi di Collasso Locali), software messo a punto dai ricercatori dell'Università di Genova: esso lavora in ambiente grafico autocad e consente di effettuare sia le analisi cinematiche lineari che le analisi

cinematiche non lineari. Anche in questo caso non è possibile tener conto dell'attrito se non come carico esplicito.

La corrispondenza fra le capacità (in termini di accelerazioni o spostamenti) trovate con A.C.L.N.A. e gli altri strumenti sopra citati si è rivelata completa. La corrispondenza dei risultati delle analisi è stata effettuata in termini di capacità, di domanda ed infine in termini di rapporto fra capacità e domanda. Nelle tabelle di seguito di riportano i valori trovati per un meccanismo di ribaltamento triangolare caratterizzato da  $L/h = 1$  al variare della snellezza per un suolo A e considerando un fattore di struttura  $q=2$ . I grafici sono riferiti al confronto in termini di rapporto fra capacità e domanda.



a) Confronto ACLNA - RELUIS in termini di accelerazione      b) Confronto ACLNA-MC4 loc in termini di accelerazione      c) Confronto ACLNA - MC4 loc in termini di spostamento

Figura 5.26 - Confronto fra i risultati di differenti software per l'analisi di meccanismi locali tramite analisi cinematica lineare e non lineare.

## Riferimenti Bibliografici

CASAPULLA C. *Resistenze attritive in una parete muraria soggetta ad azioni normali al suo piano medio*. IX Congresso Nazionale Anidis. L'Ingegneria Sismica in Italia, Torino, 1999.

CASAPULLA C, MAIONE A. *Procedura semplificata per meccanismi di danno di strutture murarie nel piano e fuori dal piano*. XII Congresso Nazionale Anidis. L'Ingegneria Sismica in Italia, Pisa, 2007.

CORRADI DELL'ACQUA L. *Meccanica delle strutture, il comportamento dei mezzi continui*. Vol. I. Mc Graw Hill, Milano, 1992.

JIRASEK M, BAZANT ZP. *Inelastic analysis of structures*. Wiley, Chichester, 2002.

RADENKOVIC D. *Théorèmes limites pour matériaux de Coulomb à dilatation non standardisée*, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences. Paris, 1961.

## 6. UN METODO SEMPLIFICATO PER LA VALUTAZIONE DELLA DISSIPAZIONE ENERGETICA NEI MECCANISMI DI PRIMO MODO DI EDIFICI STORICI IN MURATURA

### 6.1. Introduzione

Come si è visto nei paragrafi precedenti, i meccanismi locali di edifici tradizionali in muratura sono i primi a verificarsi ed a provocare collassi anche per valori bassi della PGA; tali fenomeni possono essere studiati sia dal punto di vista dinamico, che tramite procedure statiche equivalenti. Nella pratica professionale ci si trova spesso ad intervenire su un vasto patrimonio storico con risorse economiche spesso limitate; nell'ottica di attuare un'azione di prevenzione e di salvaguardia non più puntuale ma rivolta all'intero territorio, è necessario comprendere quali siano gli interventi più urgenti per consentire una migliore allocazione di tali risorse. Per questo motivo, volendo fornire al professionista uno strumento operativo valido da applicare, in maniera estensiva, per la valutazione del rischio sismico nei centri storici, si ritiene utile reperire un metodo statico equivalente che fornisca risultati sufficientemente accurati per l'analisi dei meccanismi locali.

La normativa italiana propone a riguardo due procedure, entrambe basate sull'analisi limite. La prima procedura, denominata *analisi cinematica lineare*, propone un approccio alle accelerazioni; essa risulta molto cautelativa rispetto alla realtà in quanto non consente di considerare né la dissipazione energetica, né la riserva di capacità del pannello dopo l'apertura delle lesioni. Questa dipende dal comportamento dinamico del pannello e può essere colta solo in termini di spostamento. La seconda procedura proposta, denominata *analisi cinematica non lineare*, si basa su un approccio agli spostamenti e rappresenta un tentativo di

cogliere la riserva di capacità del pannello considerando, dopo l'apertura delle lesioni, diverse configurazioni variate del cinematismo fino a giungere al collasso. Tale procedura, come quella descritta in precedenza, non consente di considerare la dissipazione energetica. In oltre, come è stato messo in evidenza nei capitoli precedenti, essa risulta in alcuni casi ambigua, perdendo il principale vantaggio delle procedure statiche equivalenti, utilizzate in virtù della semplicità di applicazione. Per i motivi sopra elencati, e nell'ottica di fornire un piccolo contributo allo studio dei meccanismi locali di edifici murari tradizionali, si vuole cercare una procedura statica equivalente alternativa che meglio descriva il comportamento di pannelli sollecitati fuori piano, senza tuttavia perdere di immediatezza.

Nel paragrafo precedente si è ampiamente discusso della possibilità di valutare la dissipazione energetica introducendo l'attrito nel modello. E' stata discussa l'applicabilità dei teoremi dell'analisi limite in presenza di un criterio di snervamento alla Mohr-Coulomb, ed è stata effettuata la valutazione delle resistenze attritive in diversi cinematismi, al variare dei parametri che tengono conto delle caratteristiche geometriche del meccanismo analizzato, della tessitura muraria e della tipologia edilizia.

Nel presente paragrafo sarà discusso un metodo semplificato per tenere conto della dissipazione energetica dovuta all'attrito nella valutazione della vulnerabilità sismica di edifici in muratura.



## 6.2. Determinazione di coefficienti correttivi per la valutazione della dissipazione energetica dovuta all'attrito in meccanismi fuori piano

Le analisi effettuate, descritte nel capitolo precedente, hanno messo in evidenza come la valutazione delle resistenze attritive, usualmente trascurata nelle analisi di pareti sollecitate fuori piano, possa essere in molti casi importante per una fedele restituzione della capacità in alcune classi di meccanismi misti di porzioni murarie. L'incremento di capacità relativo alla valutazione delle resistenze attritive, dipende dal tipo di collasso, dalla distanza fra i setti di controvento, dall'inclinazione e forma delle lesioni, dal coefficiente di attrito muro-muro. Quest'ultimo dipende a sua volta dal materiale e dalla tessitura muraria:

$$\Delta a_0^* = f\left(MC, \frac{L}{h}, \frac{h_1}{h_2}, \beta, \mu_r\right) \quad (6.1)$$

$$\mu_r = f(M, T) \quad (6.2)$$

dove:

$\Delta a_0^*$  incremento di capacità

MC tipologia di meccanismo di collasso

$\frac{L}{h}$  altezza parete sollecitata fuoripiano/distanza setti di controvento

$\frac{h_1}{h_2}$  forma del cuneo delimitato dalla lesione

$\beta$  inclinazione della lesione

$\mu_r$  coefficiente di attrito muro- muro

M materiale

T tessitura muraria.

Le analisi numeriche relative ai meccanismi descritti al paragrafo precedente hanno permesso di definire una stima dell'incremento di capacità dovuto all'attrito. Analizzando la risposta di pannelli soggetti a differenti cinematismi, al variare dei parametri geometrici, della tessitura muraria e della tipologia strutturale, e confrontando i risultati ottenuti con quelli valutati in assenza di attrito, sono stati definiti i fattori amplificativi necessari per considerare la dissipazione energetica nell'analisi limite. Il fattore  $F_f$  (*friction amplification factor*) è stato ricavato come segue per ciascun cinematismo, ed al variare dei parametri significativi:

$$F_f = \frac{a_{0\mu}^*}{a_0^*} \quad (6.3)$$

dove :

$a_{0\mu}^*$  capacità ricavata inserendo l'attrito nel modello;

$a_0^*$  capacità ricavata trascurando l'attrito.

La (5.22) può essere applicata ai risultati dell'analisi cinematica lineare per incrementare i valori della capacità in maniera tale da tenere conto della dissipazione energetica dovuta all'attrito durante il cinematismo.

I fattori  $F_f$  così ricavati sono stati riportati in più tabelle in funzione dei diversi cinematismi, dell'inclinazione delle lesioni e per differenti intervalli del coefficiente di attrito muro-muro:

Coeff. di attrito	Inclinazione della lesione				L/h>1
	$\beta=5^\circ$	$\beta=10^\circ$	$\beta=15^\circ$	$\beta \geq 20^\circ$	
$0,4 \leq \mu \leq 0,5$	1,13	1,21	1,26	1,28	1,05
$0,5 \leq \mu \leq 0,6$	1,16	1,26	1,32	1,35	1,05
$0,6 \leq \mu \leq 0,7$	1,19	1,30	1,38	1,41	1,05
$\mu \geq 0,7$	1,23	1,37	1,45	1,50	1,05

Tabella 6.1 - Fattore di amplificazione per attrito-meccanismi misti di pareti a cuneo singolo

Coeff. di attrito	Inclinazione della lesione				L/h>1	h1/h2≤0,3
	$\beta=5^\circ$	$\beta=10^\circ$	$\beta=15^\circ$	$\beta\geq 20^\circ$		
$0,4\leq\mu\leq 0,5$	1,07	1,14	1,20	1,25	1,05	1,05
$0,5\leq\mu\leq 0,6$	1,09	1,18	1,25	1,32	1,05	1,05
$0,6\leq\mu\leq 0,7$	1,11	1,21	1,30	1,38	1,05	1,05
$\mu\geq 0,7$	1,12	1,24	1,35	1,45	1,05	1,05

Tabella 6.2 - Fattore di amplificazione per attrito - meccanismi misti di pareti a cuneo doppio

Coeff. di attrito	Inclinazione della lesione				L/h>1
	$\beta=5^\circ$	$\beta=10^\circ$	$\beta=15^\circ$	$\beta\geq 20^\circ$	
$0,4\leq\mu\leq 0,5$	-	1,41	1,44	1,52	1,05
$0,5\leq\mu\leq 0,6$	-	1,54	1,65	1,70	1,05
$0,6\leq\mu\leq 0,7$	-	1,65	1,75	1,84	1,05
$\mu\geq 0,7$		1,68	1,78	1,88	1,05

Tabella 6.3- Fattore di amplificazione per attrito ribaltamento del cantonale a cuneo singolo

Coeff. di attrito	Inclinazione della lesione				per L/h>1	h1/h2≤0,3
	$\beta=$	$\beta=10^\circ$	$\beta=15^\circ$	$\beta\geq 20^\circ$		
$0,4\leq\mu\leq 0,5$	-	1,35	1,40	1,48	1,05	1,05
$0,5\leq\mu\leq 0,6$	-	1,42	1,58	1,65	1,05	1,05
$0,6\leq\mu\leq 0,7$	-	1,55	1,66	1,73	1,05	1,05
$\mu\geq 0,7$		1,64	1,75	1,79	1,05	1,05

Tabella 6.4 - Fattore di amplificazione per attrito ribaltamento del cantonale a cuneo doppio

Coeff. di attrito	n°diatoni	
	1diatono ogni m	1,5 diatoni ogni m
$0,4 \leq \mu \leq 0,5$	1,3	1,4
$0,5 \leq \mu \leq 0,6$	1,35	1,45
$0,6 \leq \mu \leq 0,7$	1,40	1,50
$\mu \geq 0,7$	1,45	1,55

Tabella 6.5 - Fattore di amplificazione per attrito - pareti semi-ammorsate

All'interno di ogni intervallo e per ogni meccanismo, è possibile individuare il fattore  $F_f$  a seconda dell'inclinazione della lesione; questa può essere determinata *a posteriori*, in base all'osservazione di un eventuale quadro fessurativo già in atto oppure, *a priori*, in base all'osservazione della tessitura muraria. Rimane da sottolineare che i coefficienti indicati nelle tabelle sono coefficienti minimi e quindi indicano cautelativamente il limite inferiore per la relativa classe di afferenza. E' possibile individuare ulteriori incrementi in presenza di situazioni migliorative quali: presenza di setti trasversali con interasse ravvicinato ( $L/h > 1$ ), forma del cuneo di distacco particolarmente stabilizzante (cuneo doppio con  $h_1/h_2 < 0,33$ ).

Nel paragrafo successivo verranno illustrati due casi studio reali esemplificativi della procedura utilizzata per la valutazione della vulnerabilità sismica tramite l'applicazione dei fattori amplificativi per attrito.

Bisogna sottolineare che il fattore  $F_f$  è stato ricavato per intervalli del coefficiente di attrito che vanno da un minimo di  $\mu = 0,4$  fino ad arrivare a valori di  $\mu \geq 0,7$ . I valori usualmente utilizzati in letteratura per i coefficienti di attrito muro-muro risultano infatti decisamente sottostimati per alcune tipologie murarie; tale evidenza è stata dimostrata da una campagna di indagini sperimentali finalizzata a ricavare intervalli accettabili dei valori del coefficiente di attrito per alcune tipologie murarie tipiche dell'area siciliana. La descrizione delle indagini e dei risultati sarà riportata nei prossimi capitoli.

### 6.3. Esempi applicativi per la metodologia proposta

La procedura che porta alla valutazione della vulnerabilità sismica di pareti sollecitate fuori piano, tramite l'applicazione di fattori correttivi all'analisi cinematica lineare, viene illustrata tramite due casi reali; nel primo caso il cinematismo atteso era conosciuto a posteriori, in base all'osservazione del quadro fessurativo in atto; nel secondo caso, in assenza di un quadro fessurativo evidente, è stata fatta un'ipotesi a partire dall'osservazione della tessitura muraria e delle caratteristiche costruttive dell'edificio.

#### Caso a): Ex monastero di S. Giuliano- Catania.

L'ex monastero di S. Giuliano è un edificio monumentale sito nel centro storico di Catania, la cui costruzione iniziò dopo il terremoto del 1693 e continuò a fasi alterne fino agli inizi del 1900. La parte oggetto delle verifiche ospita oggi gli uffici della CGL.

Preventivamente alla fase di valutazione numerica sono state effettuate numerose indagini finalizzate all'individuazione delle criticità dell'edificio, in base a cui viene determinata la probabile configurazione del meccanismo di collasso. Durante la fase di indagine è stata evidenziata, per la parete in esame, una tipologia muraria di buona qualità, composta da conci lavici sbozzati con tessitura regolare, tale da permettere l'attivazione di un meccanismo rigido, ed un buon collegamento fra le croci di muro (Fig. 6.1).

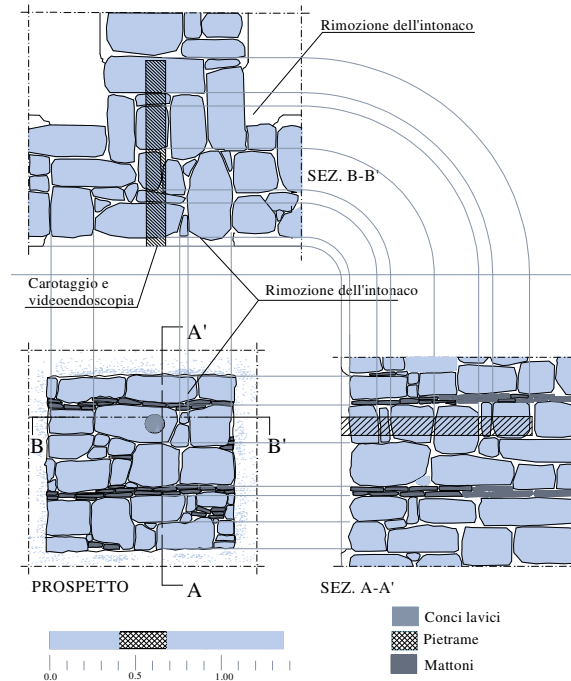


Figura 6.1 - Rilievo dei dettagli costruttivi tramite rimozione dell'intonaco e carotaggio.

Coerentemente a quanto emerso dalle indagini, l'osservazione del quadro deformativo e fessurativo porta all'individuazione di un cinematismo misto della parete con trascinarsi di porzioni triangolari dei setti trasversali (Fig. 6.2). L'angolo della lesione risulta pari a circa  $25^\circ$ , mentre il rapporto l'altezza della parete sollecitata fuori piano e la distanza dei setti di controvento risulta pari a  $L/h=1,8$ . Il fattore del coefficiente di amplificazione  $F_f$  risulta così univocamente determinato a posteriori, cioè dopo l'osservazione di un quadro fessurativo già in atto. Esso viene individuato nella tabella 6.1, relativa a cinematismi a cuneo singolo, in corrispondenza di un angolo  $\beta \geq 20^\circ$ . Poiché non sono state effettuate prove per la determinazione sperimentale dell'attrito muro-muro, si ipotizzerà un coefficiente di attrito  $\mu = 0,65$  verosimilmente a favore di sicurezza per una muratura in conci lavici sbazzati.

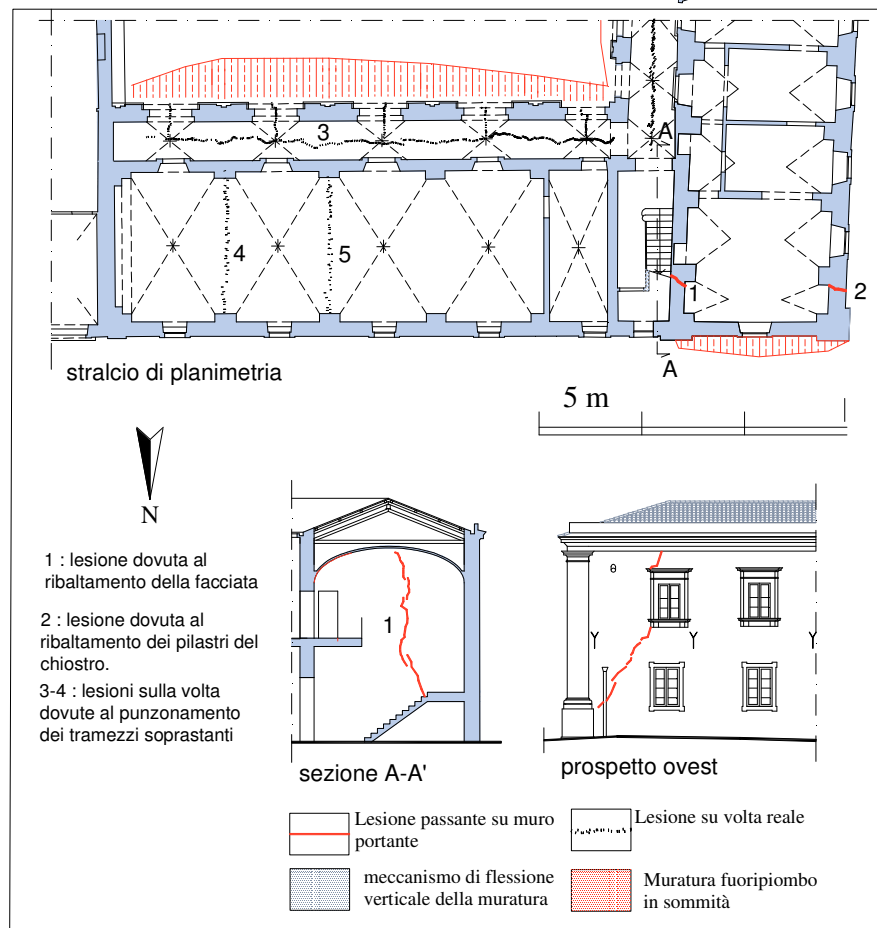


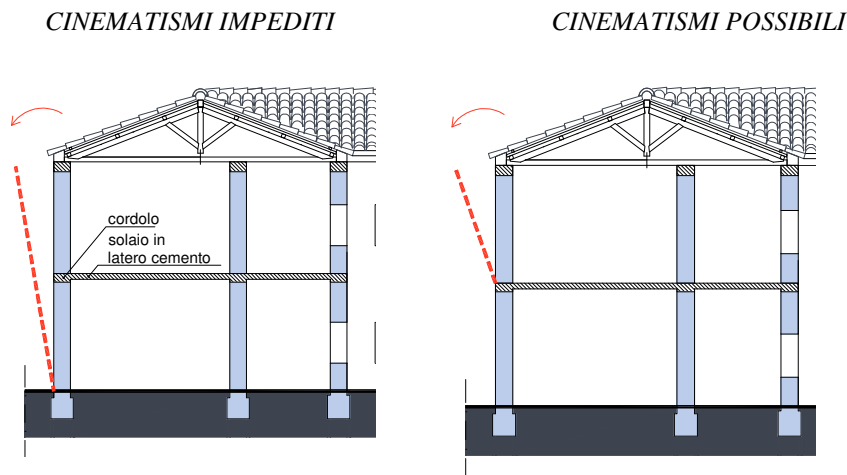
Figura 6.2 - Rilievo del quadro fessurativo e deformativo.

Il fattore amplificativo relativo a questi valori dei parametri è pari a  $F_f = 1,41$  questo valore verrà ulteriormente incrementato di 1,05 per tenere conto che il parametro  $L/h$  è maggiore dell'unità. Si considererà quindi un fattore  $F_f = 1,41 \cdot 1,05 = 1,48$ . Tale fattore verrà applicato ai risultati dell'analisi cinematica lineare per incrementare la capacità del pannello.

*Caso b): Scuola elementare Il circolo didattico - Paternò*

L'edificio, sito nel comune di Paternò è stato costruito negli anni '50. Esso presenta una tecnica mista, tipica delle strutture realizzate in quegli anni: la struttura portante è realizzata in muratura e gli impalcati sono in latero-cemento con cordoli di piano. Fa eccezione la copertura costituita da tetto a falde con struttura lignea non spingente.

Anche in questo caso sono state effettuate indagini conoscitive, tuttavia non è stato riscontrato un quadro fessurativo significativo. In mancanza del quadro fessurativo e deformativo è stato necessario formulare un'ipotesi sul più probabile meccanismo di collasso in caso di sisma: la presenza del solaio in laterocemento e del cordolo al primo livello si configura come un vincolo che impedisce il ribaltamento dei pannelli sottostanti (Fig. 6.3). Al contrario la parte sommitale dell'edificio non risulta sufficientemente vincolata in testa alla tesa muraria e quindi può ribaltare.



- a) *Il cordolo di piano impedisce il ribaltamento della tesa muraria sottostante.*      b) *In mancanza del cordolo e solaio di copertura può verificarsi il ribaltamento della parte sommitale.*

Fig. 6.3 - Cinematismi possibili e cinematismi impediti.

Le indagini sulle murature hanno messo in evidenza paramenti in pietra lavica di buona qualità e buone connessioni fra le croci di muro (Fig. 6.4a). Questo particolare, unito all'osservazione che il cordolo di piano impedisce il



ribaltamento della tesa muraria sottostante, ha consentito di ipotizzare, come danno più probabile, il meccanismo misto della sola parte sommitale. L'angolo della lesione è stato ipotizzato a partire dall'osservazione della tessitura muraria: la lesione infatti non può attraversare i conci ma si formerà lungo i giunti di malta, quindi l'angolo  $\beta$  dipenderà dai rapporti dimensionali fra i conci stessi ed è stato ipotizzato pari a  $20^\circ$ . Il coefficiente di attrito è stato ricavato tramite prove di scorrimento orizzontale<sup>15</sup> ed è pari a  $\mu = 0,89$  (Fig. 6.4b); coefficienti di attrito così elevati sono abbastanza usuali per queste tipologie murarie e sono dovuti alla presenza di una componente relativa all'ingranamento fra i conci. Sulla base di queste considerazioni è stato pertanto individuato un pannello tipo da sottoporre alle analisi (Fig. 6.5).

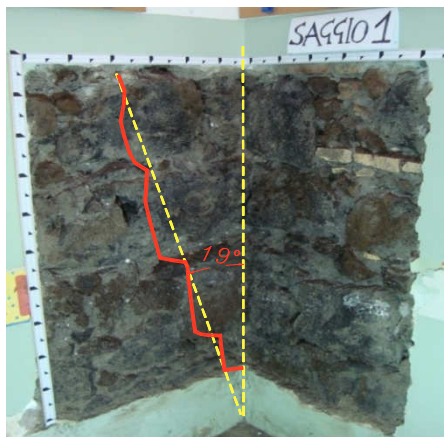


Figura 6.4 a) scamiciatura in prossimità



b) Prova a scorrimento

<sup>15</sup> Per la procedura che consente di stimare il coefficiente di attrito, associato al meccanismo di rottura per scorrimento, mediante una prova con martinetto idraulico si veda il paragrafo 8.4.

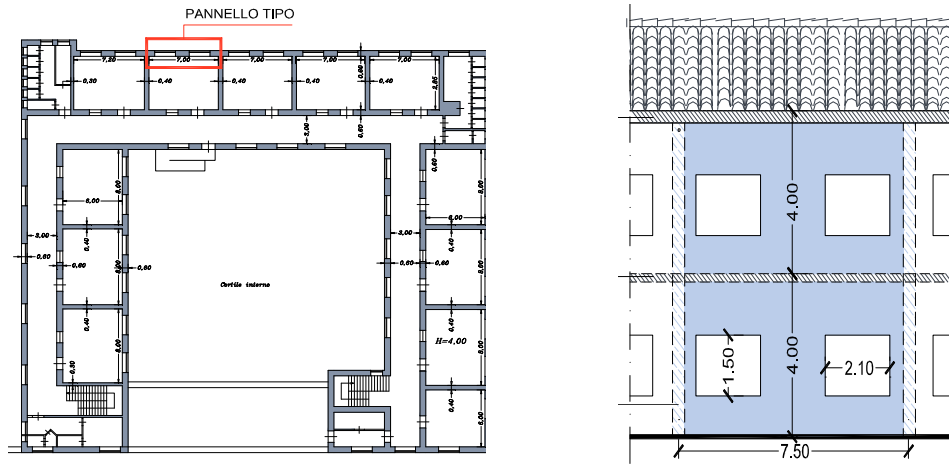


Figura 6.5 - Pannello tipo sul quale sono state effettuate le analisi.

Il fattore di amplificazione relativo al cinematismo descritto in precedenza va individuato in tabella 6.2 in corrispondenza dei parametri sopra descritti ed è pari a  $F_f = 1,50$ . Il rapporto  $L/h$  è in questo caso minore dell'unità, quindi non si considerano ulteriori incrementi.

Risultati delle analisi

I casi illustrati nel paragrafo precedente sono stati analizzati secondo diversi procedimenti ed in seguito i risultati sono stati messi a confronto. Le metodologie utilizzate per l'analisi sono:

- analisi cinematica lineare come proposta dalle NTC 2008;
- analisi cinematica lineare con applicazione dei fattori amplificativi per attrito;
- analisi cinematica non lineare come proposta dalle NTC 2008;

I parametri necessari per calcolare la richiesta del sisma atteso da normativa sono riportati nella tabella seguente:

	vita nominale $V_n$	classe d'uso $C_u$	Vita di riferimento $V_r$	fattore di suolo $S$	PGA $a_g$
ex monastero S. Giuliano	50	1	50	1,44	0,204
scuola elementare Paternò	50	1,5	75	1,13	0,210

Tabella 6.6. parametri per la determinazione della richiesta del sisma

I parametri relativi al calcolo della capacità delle pareti esaminate sono i seguenti<sup>16</sup>:

	Periodo fondamentale $T_1$	Periodo secante $T_s$	Rapporto $Z/H_r$
ex monastero S. Giuliano	0,29	3,02	1
scuola elementare Paternò	0,14	2,13	0,75

Tabella 6.7. parametri per la determinazione della capacità della parete

Si riportano di seguito le tabelle con i risultati delle analisi condotte su entrambi i casi studio.

<sup>16</sup> Per la determinazione di tali parametri e per la procedura di analisi cinematica lineare e non lineare si veda il paragrafo 4.4

	capacità	domanda	Tasso lavoro (%)
a. lin.NTC	0,151	0,147	97
a.lin. coeff. $F_f$	0,223	0,147	65
a. non lin.NTC	0,461	0,209	32

Tabella 6.8. Ex Monastero S.Giuliano (cinematismo intorno alla base)

	capacità	domanda	Tasso lavoro (%)
a. lin.NTC	0,161	0,312	193
a.lin. coeff. $F_f$	0,241	0,312	129
a. non lin.NTC	0,386	0,798	210

Tabella 6.9. Scuola Elementare Paternò, ribaltamento composto pannello tipo, cinematismo intorno al I° solaio

Come si può osservare dai risultati le analisi lineari, così come proposte dalle norme tecniche, risultano molto cautelative, sia per cinematismi posti al suolo che per cinematismi posti ad una certa quota. L'analisi cinematica non lineare rappresenta un tentativo di cogliere la riserva di capacità del pannello, dovuta al suo comportamento dinamico, valutando una serie di configurazioni variate fino al collasso. Per questo motivo essa fornisce risultati poco cautelativi nel caso di cinematismi posti al suolo. Tuttavia l'analisi del pannello tipo della scuola elementare mostra che i risultati relativi a cinematismi posti ad una certa quota sono al contrario molto cautelativi; in questo senso il procedimento sembra contraddittorio. Le analisi che tengono conto dell'attrito, come è ovvio, sono sempre casi meno cautelative rispetto alle analisi lineari tradizionali: esse infatti tengono conto della dissipazione energetica, aspetto altrimenti trascurato.

Alla luce dei risultati, volendo descrivere il fenomeno in maniera più accurata, si ritiene che questa tipologia di analisi possa essere un'alternativa valida all'analisi non lineare, la quale non sempre fornisce risultati coerenti.

## 7. METODO PER LA DETERMINAZIONE DI UN INDICE DI QUALITÀ MURARIA

### 7.1. Introduzione

Le analisi condotte nel paragrafo precedente hanno messo in evidenza come la valutazione delle resistenze attritive, usualmente trascurata nella determinazione della capacità sismica di pareti sollecitate fuori piano, possa essere in molti casi importante per una fedele descrizione del fenomeno. I coefficienti correttivi forniti al capitolo precedente sono stati ricavati per alcuni intervalli prestabiliti del coefficiente di attrito. Resta la difficoltà di determinare correttamente tale coefficiente per una muratura reale. La strada percorsa negli esempi al capitolo precedente, ovvero quella di stimare volta per volta il coefficiente di attrito tramite prove di scorrimento orizzontale, potrebbe essere una valida soluzione. In alternativa, un ulteriore sviluppo della ricerca è stato rivolto a determinare, per alcune tipologie murarie tipiche dell'area siciliana, un intervallo di valori accettabili relativi all'attrito muro-muro; in questo modo, trovandosi ad operare con tipologie murarie analoghe a quelle studiate, non è necessario effettuare le prove di scorrimento, ma si può semplicemente considerare il livello di attrito assegnato per quella tipologia muraria. Con questo è possibile entrare nelle tabelle riportate al capitolo precedente e determinare il coefficiente correttivo della capacità. La corretta valutazione del coefficiente di attrito, pone alcune difficoltà, legate al fatto che quest'ultimo dipenda da alcuni fattori di tipo qualitativo, come la tessitura muraria e l'ingranamento fra i conci, che dovrebbero essere *convertiti* in termini quantitativi. In letteratura esistono numerosi studi che hanno lo scopo di riportare le informazioni *qualitative* relative alla tessitura muraria in parametri *quantitativi* al fine di fornire *non un comportamento certo, ma un'indicazione sulla caratterizzazione delle murature*. Queste ricerche sono state portate avanti dallo IUAV di Venezia, dal Politecnico di Milano (BINDA E CARDANI, 2006), e dall'Università di Perugia (BORRI, 2008), e hanno suscitato grande interesse nella comunità scientifica. Tali studi, rivolti a determinare una corrispondenza fra due approcci diversi, basati l'uno sull'analisi

qualitativa della regola dell'arte e l'altro sulla sperimentazione fisica diretta, hanno portato a stabilire una correlazione fra alcuni fattori relativi al rispetto della regola dell'arte ed i parametri meccanici che governano il comportamento della muratura rispetto ad azioni verticali alla sezione muraria, azioni nel piano della muratura ed azioni fuori piano. Questo approccio può essere esteso anche alla caratterizzazione relativa all'attrito che si sviluppa nel piano della muratura nel caso di meccanismi misti. In particolare verrà utilizzato il metodo studiato da A. Borri<sup>17</sup> per la determinazione di un Indice di Qualità Muraria e la sua correlazione con i parametri meccanici della muratura. Tale metodo viene sinteticamente illustrato di seguito.

## **7.2. Il metodo dell'indice di qualità murario (IQM) per la caratterizzazione delle murature tradizionali**

Tale metodo è stato proposto da *Borri e De Maria* (2009) ed ha come scopo quello di definire un indice di qualità distinto in base alla possibile direzione dell'azione sollecitante il generico pannello murario. Dunque, per ciascuna tipologia si avranno tre indici di qualità muraria: IQM per azioni verticali, IQM per azioni orizzontali fuori piano ed IQM per azioni orizzontali nel piano.

Nella valutazione dell'IQM entrano in gioco alcuni parametri caratteristici della corretta ed efficace messa in opera della muratura: i cosiddetti parametri della "regola dell'arte". Tramite l'osservazione della muratura viene infatti valutato il grado di rispetto di ogni parametro della regola dell'arte sulla base di alcune regole che saranno definite nel seguito. Il risultato finale è così costituito da tre valori, variabili fra 0 e 10, associati alla tipologia muraria e dipendenti dalla direzione dell'azione sollecitante. Ciascuno di questi valori verrà poi associato ad una "categoria" di appartenenza della muratura, A, B o C. Ad una muratura di categoria A corrisponde un buon comportamento strutturale; ad una muratura di categoria B corrisponde un comportamento di media qualità; una muratura di categoria C manifesta un comportamento insoddisfacente di fronte alle sollecitazioni ipotizzate. In oltre questi valori sono stati correlati con i risultati di prove sperimentali per verificare l'attendibilità e l'applicabilità del metodo.

---

<sup>17</sup> BORRI, DE MARIA, 2009

La “*regola dell'arte*” è l’insieme degli accorgimenti costruttivi che, se eseguiti durante la costruzione di un muro, ne garantiscono il buon comportamento e ne assicurano la compattezza ed il monolitismo. Essa deriva da una pratica costruttiva millenaria e dall'osservazione diretta del comportamento delle murature sia in fase statica che sotto l'azione sismica ed è codificata nei manuali di epoca antica e premoderna. Gli accorgimenti costruttivi che nel loro insieme costituiscono la regola dell'arte, sono di seguito elencati:

- *Malta di buona qualità / efficace contatto fra gli elementi (M.A.)*. Questo requisito, necessario per trasmettere e ripartire le azioni fra le pietre in maniera uniforme e per portare le forze fino al terreno, si ottiene o per contatto diretto fra elementi squadrati o tramite la malta. La malta oltre a regolarizzare il contatto tra le pietre, se di buona qualità, assicura una certa resistenza di natura coesiva alla muratura.
- *Ingranamento trasversale / presenza di diatoni (P.D.)*. Questo requisito impedisce la suddivisione della parete in più paramenti semplicemente costruiti l'uno a ridosso dell'altro e, inoltre, permette la distribuzione del carico su tutto lo spessore del muro anche in quei casi in cui c'è un carico gravante sul bordo della parete (ad es. un solaio appoggiato solo sull'interno). Il requisito può essere soddisfatto grazie ai “diatoni”, ossia pietre passanti attraverso tutto lo spessore della parete.
- *Forma degli elementi resistenti (F.EL.)*. La presenza di due facce orizzontali sufficientemente piane assicura la mobilitazione delle forze d'attrito, cui si deve gran parte della capacità di una parete di resistere a sollecitazioni orizzontali ad essa complanari. Infatti l'attrito si mobilita principalmente sotto l'effetto della forza peso della muratura sovrastante la superficie di scorrimento e si massimizza per superfici di scorrimento orizzontali. Da quanto detto consegue che questo è uno dei requisiti necessari per ottenere un buon ingranamento fra gli elementi della parete.
- *Dimensione degli elementi (D.EL.)*. Elementi resistenti di grande dimensione rispetto allo spessore del muro assicurano, come i diatoni, un buon grado di monoliticità della parete. Inoltre, proprio in virtù della loro grande dimensione, si tratta di elementi di grande peso e spesso ben ingranati fra loro e difficili da muovere.

- Sfalsamento fra i giunti verticali / ingranamento nel piano (S.G.) Tale condizione, permette di mobilitare un'altra grande risorsa resistente delle murature: l'ingranamento fra gli elementi resistenti (anche detto “effetto incastro”) a cui, insieme all'attrito, è affidata la capacità di resistere ad azioni complanari.
- Presenza di filari orizzontali (O.R.). Tale requisito induce una buona distribuzione dei carichi verticali in quanto si ottiene un vincolo di appoggio regolare. Ma l'orizzontalità dei filari assume importanza anche in occasione delle azioni sismiche poiché essa consente l'oscillazione attorno a cerniere cilindriche orizzontali senza danneggiare la muratura.
- Buona qualità degli elementi resistenti (RE.EL.). È importante che gli elementi lapidei siano resistenti e in buone condizioni: elementi intrinsecamente deboli (ad esempio i mattoni di fango che si utilizzano incerte zone del mondo) o fortemente degradati inficiano il rispetto degli altri parametri della regola dell'arte.

### **7.3. Descrizione dei criteri utilizzati per attribuire un giudizio sui parametri caratterizzanti la regola dell'arte**

Per attribuire un giudizio sulla qualità della muratura, come si è detto, è indispensabile valutare (analiticamente o qualitativamente) in che misura siano rispettati i sette parametri caratterizzanti la regola dell'arte. Solo dopo questa operazione preliminare sarà possibile comporre i sette giudizi parziali in una valutazione sintetica. Spesso è semplice riconoscere le due situazioni limite, di rispetto e di non rispetto di un dato parametro della regola dell'arte. Le osservazioni sul campo delle murature presenti in casi reali hanno però mostrato che esistono anche situazioni intermedie, non riferibili né al rispetto né al mancato rispetto della regola dell'arte. Perciò è stata introdotta, per ogni parametro considerato, una categoria di giudizio denominata “parziale rispetto” della regola dell'arte. Si riportano di seguito alcuni esempi relativi al rispetto o meno di tali parametri.



### **7.3.1. Malta di buona qualità - efficace contatto fra elementi (m.a.)**

Il parametro si intende *rispettato* se si riscontrano i seguenti fattori:

- a) Malta in buono stato e ben conservata, con giunti di dimensione non eccessiva rispetto alle pietre o ai mattoni oppure con giunti ampi ma di malta di ottima qualità.
- b) Muratura con grandi elementi squadrati e priva di malta o con strato di malta sottilissimo. In tal caso si intende “rispettato” il requisito di un efficace contatto fra le pietre.

Il parametro è *parzialmente rispettato* se:

- c) Malta di qualità intermedia, con giunti non eccessivamente erosi.
- d) Murature con elementi irregolari e malta degradata ma con zeppe efficacemente inserite negli spazi fra gli elementi.

Il parametro si intende *non rispettato* se:

- e) Malta scadente o degradata e polverulenta e del tutto priva di coesione.
- f) Malta assente (escluso il caso di muratura di grossi elementi squadrati).
- g) Giunti di malta di dimensioni eccessive, paragonabili a quelle degli elementi se la malta non è di ottima qualità.

### **7.3.2. Ingranamento trasversale / presenza di diatoni (p.d.)**

La valutazione relativa a questo parametro può essere effettuata in due modi differenti a seconda che sia possibile o meno osservare la sezione trasversale. Nel caso di sezione trasversale è osservabile, si procederà tramite il metodo delle *Linee di Minimo Tracciato (LMT)*.

Il *metodo LTM* consiste nel rilevare un campione di sezione muratura di 1m di altezza e nel tracciare la linea centrale che divide la sezione in due paramenti,

dall'alto verso il basso, percorrendo i giunti di malta, senza mai attraversare le pietre. La media delle lunghezze di tutte le linee restituirà un determinato valore, in base al quale si deciderà se il parametro è rispettato o meno, secondo il criterio descritto di seguito.

Il parametro si intende *rispettato* se:

a) il valore della LMT è maggiore di 155 cm

Il parametro si intende *parzialmente rispettato* se:

b) il valore della LMT è compresa fra 155 cm e 125 cm

c) murature ad un solo paramento di blocchi squadrati di spessore pari almeno a 30 cm con malta di buona qualità

Il parametro si intende *non rispettato* se:

d) il valore della LMT è inferiore a 125 cm

e) murature con riempimento interno a sacco o con paramenti formati da pietre tondeggianti e più piccole di 20 cm di diametro qualunque sia il valore della LMT

Nel caso in cui la sezione trasversale non sia direttamente osservabile si può procedere comunque ad una *valutazione convenzionale*. In tal caso si seguiranno i seguenti criteri:

Il parametro si intende *rispettato* se:

a) la muratura risulta ben tessuta, con blocchi o pietre di dimensione paragonabile a quella dello spessore della parete e presenza sistematica di pietre disposte di testa (diatoni).

Il parametro si intende *parzialmente rispettato* se

b) Paramento ben tessuto ed ordinato almeno su una faccia con alcune pietre disposte di testa; spessore del muro non eccessivo rispetto alle dimensioni delle

pietre (cioè quando la dimensione maggiore dei conci è almeno pari ai 2 / 3 dello spessore della parete).

Il parametro si intende non *rispettato* se:

- c) Muratura con tessitura irregolare e con pietre piccole rispetto allo spessore del muro; assenza di pietre palesemente disposte in senso trasversale alla parete

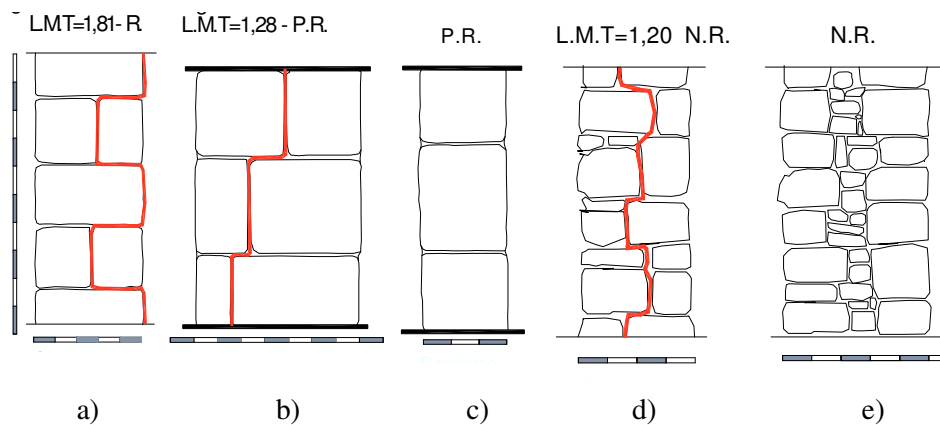


Figura 7.1 - Ingranamento trasversale - metodo LTM: a)  $LTM > 1,55$ -parametro rispettato; b)  $1,55 > LTM > 1,20$  - parametro parzialmente rispettato; c)  $LTM < 1,20$  - parametro non rispettato; d) muratura a sacco - parametro non rispettato.

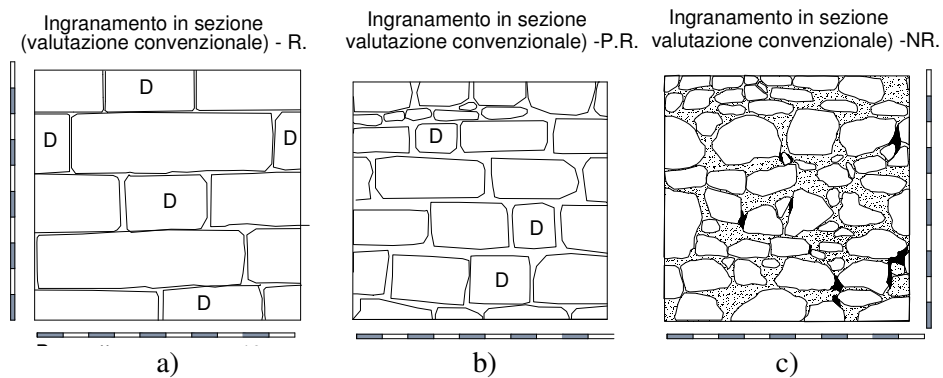


Figura 7.2 - Ingranamento trasversale -sezione non osservabile, metodo convenzionale: a) parametro rispettato; b) parametro parzialmente rispettato; c) parametro non rispettato.

### **7.3.3. Forma degli elementi resistenti (F.EL.)**

Il criterio si ritiene *rispettato* se:

- a) Il paramento murario è costituito principalmente da elementi di forma squadrata o sbazzata oppure mattoni o laterizi di forma parallelepipedica su entrambe le facce della parete

Il criterio si ritiene parzialmente *rispettato* se:

- b) Il paramento è caratterizzato dalla compresenza di elementi irregolari o ciottoli e blocchi di forma squadrata o in presenza di elementi arrotondati o irregolari ma con interstizi riempiti di zeppe ben inserite.

Il criterio si ritiene *non rispettato* se:

- d) Prevalenza di elementi di forma irregolare o arrotondata oppure ciottoli su entrambe le facce della parete.

### **7.3.4. Dimensione degli elementi (D.EL.)**

Il criterio si ritiene *rispettato* se:

- a) Prevalenza di elementi con la loro dimensione maggiore sopra i 40 cm. In tali pareti i blocchi solitamente sono così grossi da interessare gran parte dello spessore della parete e quindi essi possono svolgere anche la funzione di diaframi.

Il criterio si ritiene parzialmente *rispettato* se:

- b) Il paramento è costituito in prevalenza da elementi con la loro dimensione maggiore fra 20 e 40 cm.

Il criterio si ritiene *non rispettato* se:

- c) Prevalenza di elementi con la loro dimensione maggiore sotto i 20 cm.

### **7.3.5. Sfalsamento fra giunti verticali/ingranamento nel piano (s.g.)**

L'ingranamento nel piano viene valutato tramite la "Linea di Minimo Tracciato" sulla faccia della parete: si individua una porzione di muratura di 1m x 1m e si tracciano le linee di minimo tracciato più brevi che attraversano verticalmente la porzione di muratura suddetta senza mai intersecarsi e senza mai tagliare le pietre o i mattoni. La media delle loro lunghezze fornisce il valore della LMT su quella faccia della parete.

Il criterio si intende *rispettato* se:

- a) Il valore della LMT è maggiore di 160 su entrambi i paramenti.

Il criterio si ritiene parzialmente *rispettato* se:

- b) Il valore della LMT è compreso fra 140 di 160 su entrambi i paramenti oppure se il criterio risulta rispettato su una faccia e non rispettato sull'altra faccia.

Il criterio si ritiene *non rispettato* se:

- c) Valore della LMT minore di 140 anche su una sola faccia.

### **7.3.6. Presenza di filari orizzontali (o.r.)**

Il criterio si intende *rispettato* se:

- a) Filari orizzontali su gran parte della parete, senza presentare interruzioni di continuità.
- b) Murature listate con listature a interasse inferiore a 60 cm.

Il criterio si ritiene *parzialmente rispettato* se:

- c) Situazioni intermedie fra il rispetto e il non rispetto, compreso il caso di filari orizzontali solo su una faccia della parete.

Il criterio si ritiene *non rispettato* se:

- d) I tratti orizzontali sono interrotti o con evidenti sfalsamenti sull'intera facciata muraria.

Qualità degli elementi resistenti (re.el.)

Il criterio si intende *rispettato* se:

- a) Pietre non degradate o poco degradate o muratura con pochi elementi degradati (orientativamente meno del 10%)

Il criterio si intende *parzialmente rispettato* se:

- b) Alcuni elementi della muratura sono degradati (orientativamente fra il 10% ed il 50%).
- c) Muratura in elementi di pietra tenere (tufo, calcarenite).

Il criterio si intende *non rispettato* se:

- d) Elementi degradati in misura superiore al 50%.
- e) Mattoni in fango o argilla non cotta.

### 7.3.7. *Attribuzione di un giudizio globale*

Dopo aver valutato per ognuno dei parametri descritti il grado di rispetto, è possibile assegnare ad ogni parametro un determinato punteggio, riportato in tabella 1. I punteggi ottenuti dalla tabella sono poi inseriti nella formula riportata di seguito, ottenendo un punteggio globale, per ogni tipo di azione sollecitante.

$$IQM = RE.EL. \times (OR. + P.D. + F.EL. + S.G. + D.EL. + MA.) \quad (7.1)$$

Dunque tale procedura conduce a tre valori di IQM compresi fra 0 e 10: uno per ogni direzione di sollecitazione. Ciò che distingue i tre valori di IQM è il diverso peso attribuito ai parametri della regola dell'arte per le tre situazioni di sollecitazione.

Punteggi da attribuire ai parametri della regola dell'arte in funzione del grado di rispetto e della direzione dell'azione sollecitante	AZIONI VERTICALI			AZIONI FUORI PIANO			AZIONI NEL PIANO		
	N. R	P. R .	R.	N. R	P. R.	R.	N. R	P. R.	R.
<b>O.R.</b> Orizzontalità dei filari	0	1	2	0	1	2	0	0,5	1
<b>P.D.</b> Presenza diatoni/ingranamento trasversale	0	1	1	0	1,5	3	0	1	2
<b>F.EL.</b> Forma degli elementi resistenti	0	1,5	3	0	1	2	0	1	2
<b>S.G.</b> Sfalsamento giunti vert./ingranamento nel piano	0	0,5	1	0	0,5	1	0	1	2
<b>D.EL.</b> Dimensione degli elementi resistenti	0	0,5	1	0	0,5	1	0	0,5	1
<b>MA.</b> Qualità della malta /efficace contatto fra gli elementi	0	0,5	2	0	0,5	1	0	1	2
<b>RE.EL.</b> Resistenza degli elementi	0,3	0,7	1	0,5	0,7	1	0,3	0,7	1

Tabella 7.1. Punteggi da assegnare ai parametri della regola dell'arte in relazione alle diverse sollecitazioni possibili sul paramento murario

I pesi attribuiti indicano l'importanza di un dato parametro per una buona risposta della parete nei confronti del tipo di azione sollecitante considerata. Essi derivano dalle considerazioni sul rispetto o meno della regola dell'arte per

ciascuno degli elementi considerati, pesato a seconda dell'importanza che quel parametro riveste in relazione al tipo di azione. Si sottolinea, pertanto, la convenzionalità del metodo il cui scopo non è quello – evidentemente irrealistico – di fornire una caratterizzazione certa del comportamento meccanico di una data tipologia muraria, bensì quello di dare una indicazione orientativa.

Per l'applicazione di questa metodologia al caso dell'attrito, verranno assunti i parametri relativi alla resistenza nel piano della parete, per i motivi esposti di seguito.

La resistenza di una parete nel suo piano è dovuta a:

- *coesione*; aspetto conferito alla muratura da una malta di buona qualità (parametro M.A.);
- *attrito*; esso si massimizza per scorrimenti su superfici orizzontali di elementi resistenti a contatto fra loro, da qui l'importanza del parametro F.EL. Inoltre occorre anche che i giunti verticali siano sfalsati fra loro affinché si possa esplicitare una adeguata resistenza attritiva, dunque per questo motivo si dà importanza al parametro S.G.;
- ingranamento ed incastro fra i blocchi; tale aspetto può addirittura definire la pendenza della lesione che si andrà a formare in caso di sisma. L'incastro fra i blocchi è presente se si hanno blocchi squadrati (F.EL.) e giunti verticali sfalsati (S.G.).

Da quanto detto discende che i tre parametri della regola dell'arte ritenuti fondamentali perché si possa sviluppare la resistenza attritiva e conferire alla muratura una buona resistenza ad azioni complanari sono la presenza di blocchi squadrati, lo sfalsamento dei giunti verticali e la qualità della malta (F.EL., S.G. e MA).

È stato attribuito un peso maggiore anche alla presenza di diaconi (P.D.), importanti perché consentono alle azioni orizzontali complanari di interessare l'intero spessore del muro.



Murature con indici di qualità più bassi di 4 non riescono in genere a sviluppare un comportamento monolitico e si disgregano, pertanto non ha significato parlare di analisi limite ne tantomeno. calcolare le resistenze attritive.

## Riferimenti Bibliografici

BINDA L, CARDANI G. *Linee guida per la valutazione della qualità muraria*, in: *Reluis, progetto esecutivo 2006-2008, Progetto di ricerca n. 1, Valutazione e riduzione della vulnerabilità sismica di edifici in muratura, rendicontazione scientifica*. 1° anno, Novembre 2006.

BORRI A, DE MARIA A. *Indice di qualità muraria IQM e sue applicazioni nell'ambito delle NTC 2008*. L'Edilizia, Ed. De Lettera, 2009.

BORRI A. *L'indice di qualità muraria (IQM): Evoluzione ed Applicazione nell'ambito delle Norme Tecniche per le Costruzioni 2008*. Atti del XIII Congresso Nazionale ANIDIS. L'Ingegneria Sismica in Italia. Bologna, 2009.

BORRI A, CORRADI M, SPERANZINI E. *Caratterizzazione meccanica di murature del XX sec: alcune sperimentazioni*. Atti del XIII Congresso Nazionale ANIDIS. L'Ingegneria Sismica in Italia. Bologna, 2009.

## **8. VALUTAZIONE SPERIMENTALE DEL COEFFICIENTE DI ATTRITO PER ALCUNE TIPOLOGIE MURARIE**

### **8.1. Introduzione**

Lo scopo di questa parte della ricerca è quello di trovare, una correlazione fra l'IQM nel piano, determinato col metodo proposto da Borri, ed illustrato al capitolo precedente, ed il coefficiente di attrito sperimentale determinato tramite prove in situ su alcuni campioni murari. Inoltre si vuole fornire un range di valori accettabili del coefficiente di attrito per alcune tipologie murarie tipiche siciliane, in quanto l'evidenza delle prove sperimentali ha dimostrato come i valori convenzionalmente assegnati all'attrito muro-muro, pari a circa  $0,4 \div 0,45$  siano decisamente sottostimati per alcune tipologie murarie.

### **8.2. Descrizione della campagna di indagini**

Al fine di effettuare la correlazione fra IQM nel piano ed attrito sperimentale, è stato necessario avvalersi di rilievi e prove semidistruttive effettuate su campioni murari accuratamente selezionati per essere rappresentative delle tipologie indagate.

Le indagini sono state svolte nell'ambito di un'attività professionale parallela allo svolgimento del presente studio, e relativa alla "*verifica della vulnerabilità sismica per edifici strategici ai fini della protezione civile o rilevanti in caso di collasso a seguito di evento sismico, ai sensi dell'Ordinanza P.C.M. n° 3274/2003 e s.m.i.*".

Oggetto dello studio sono due tipologie murarie molto differenti fra loro ma entrambe tipiche delle costruzioni tradizionali dell'area siciliana:

- Tipologia in conci squadrate di pietra tenera (tufo, calcarenite) tipica delle aree ragusane e trapanese;
- Tipologia in conci lavici sbazzati tipica dell'area etnea

Per ognuna delle tipologie murarie selezionate, sono state effettuate 10 campionature; ogni campione è composto da:

- n°1 rilievo della tessitura muraria effettuato tramite osservazione diretta, previa rimozione dell'intonaco;
- n°2 prove a scorrimento effettuate rispettivamente in corrispondenza del punto in cui è stato effettuato il rilievo ed in corrispondenza di un altro paramento murario, caratterizzato da uguale tipologia muraria ma soggetto ad un diverso sforzo normale rispetto al primo<sup>18</sup>.
- n°2 prove con martinetto piatto per rilevare la tensione in esercizio nei paramenti in cui viene effettuata la prova a taglio, o in alternativa, due analisi dei carichi effettuate con le stesse finalità.

Si riportano di seguito le tabelle di sintesi con l'ubicazione dei campioni e la descrizione delle indagini effettuate. I rilievi e i risultati delle prove sono riportati in dettaglio negli allegati finali.

---

<sup>18</sup> Per determinare un singolo valore dell'attrito sperimentale sono necessarie due prove a scorrimento su pannelli soggetti a diverso sforzo normale; la procedura seguita verrà meglio chiarita ai paragrafi seguenti.

<b>n° campione</b>	<b>Ubicazione del campione</b>	<b>Tipologia muraria</b>	<b>Rilievo paramento</b>	<b>Rilievo sezione</b>	<b>n° 2 prove scorrimento</b>	<b>n°2 martinetti piatti</b>
<b>1</b>	Teatro della concordia Via Hecce Homo 5, Ragusa (RG)	Muratura in conci di pietra tenera	X	-	X	X
<b>2</b>	Teatro della concordia Via Hecce Homo 5, Ragusa (RG)	Muratura in conci di pietra tenera	X	-	X	X
<b>3</b>	Teatro della concordia Via Hecce Homo 5, Ragusa (RG)	Muratura in conci di pietra tenera	X	X	X	X
<b>4</b>	Scuola elementare S. Alessandra Via S. Alessandra 10, Rosolini (SR)	Muratura in conci di pietra tenera	X	X	X	X
<b>5</b>	Palazzo Paternò Arezzi, Piazza Duomo, 5 Ragusa Ibla, (RG)	Muratura in conci di pietra tenera	X	-	X	X
<b>6</b>	Palazzo Paternò Arezzi, Piazza Duomo, 5 Ragusa Ibla, (RG)	Muratura in conci di pietra tenera	X	-	X	X
<b>7</b>	Palazzo ex I.P.A.I Via G. Di Vittorio 175, Modica (RG)	Muratura in conci di pietra tenera	X	-	X	X
<b>8</b>	Palazzo ex I.P.A.I Via G. Di Vittorio 175, Modica (RG)	Muratura in conci di pietra tenera	X	X	X	X
<b>9</b>	Ospedale Abela Ajello, Via Salemi, Mazara del Vallo	Muratura in conci di pietra tenera	X	X	X	X
<b>10</b>	Ospedale Abela Ajello, Via Salemi, Mazara del Vallo	Muratura in conci squadri di pietra tenera (tufo, calcarenite)	X	X	X	X

Tabella 8.1 - Indagini effettuate su muratura in conci di tufo squadro.

n° campione	Ubicazione del campione	Tipologia muraria	Rilievo paramento	Rilievo sezione	n° 2 prove scorrimento	n°2 martinetti piatti
11	Edificio Anagrafe, via Scuole, S. Gregorio, (CT)	Muratura in conci lavici sbozzati	X	X	X	-
12	Edificio Pro Loco, via Scuole, S. Gregorio, (CT)	Muratura in conci lavici sbozzati	X	X	X	-
13	Scuola elementare II Circolo Didattico, Via Vulcano, Paternò (CT)	Muratura in conci lavici sbozzati	X	X	X	X
14	Scuola elementare II Circolo Didattico, Via Vulcano, Paternò (CT)	Muratura in conci lavici sbozzati	X	X	X	-
15	ex Casa del Fanciullo, via delle terme 80, Acireale	Muratura in conci lavici sbozzati	X	-	X	X
16	ex Casa del Fanciullo, via delle terme 80, Acireale	Muratura in conci lavici sbozzati	X	-	X	X
17	Scuola primaria, via A. Diaz, Pisano, (CT)	Muratura in conci lavici sbozzati	X	X	X	-
18	Residenze per studenti Via Etna 431, Catania	Muratura in conci lavici sbozzati	X	-	X	X
19	Residenze per studenti Via Etna 431, Catania	Muratura in conci lavici sbozzati	X	-	X	-
20	Residenze per studenti Via Etna 431, Catania	Muratura in conci lavici sbozzati	X	-	X	-

Tabella 8.2 - Indagini effettuate su muratura in conci lavici sbozzati.

### 8.3. Metodologia di rilievo dei campioni murari

Il rilievo del paramento murario è stato effettuato tramite l'osservazione diretta previa la rimozione dell'intonaco; in alcuni casi, dove possibile, è stato effettuato

anche uno scasso per permettere l'osservazione della sezione muraria. Il rilievo dei campioni murari sui quali sono state effettuate le indagini diagnostiche è stato effettuato con l'intento di mettere in correlazione le caratteristiche della muratura con i dati numerici forniti dalle prove. A questo scopo si è resa necessaria, oltre che un'opportuna documentazione fotografica, la restituzione grafica del prospetto e della sezione. Questa fase rappresenta il risultato della rielaborazione del lavoro di rilievo svolto in situ. I campioni hanno un'estensione di almeno 1m x 1m in maniera tale da essere rappresentativi della tipologia rappresentata. Il rilievo è stato finalizzato a restituire la tessitura muraria, a verificare la presenza di listature o di ripianamenti, le dimensioni dei conci, la tipologia del materiale, la qualità e lo spessore medio dei filari di malta e tutti quei parametri necessari alla definizione del valore di IQM nel piano. Inoltre laddove possibile è stato effettuato il rilievo della sezione muraria, ne è stato misurato lo spessore, e verificata la presenza di collegamento nel caso di due paramenti, condizione necessaria per effettuare l'ipotesi di monoliticità. Il parametro di ingranamento in sezione è stato restituito tramite il metodo delle Linee di Minimo Tracciato nel caso di sezione osservabile, altrimenti tramite valutazione convenzionale.

#### **8.4. Metodologia di esecuzione delle prove di scorrimento e strumentazione utilizzata**

I meccanismi di rottura a taglio di un concio murario sollecitato nel proprio piano sono associati o allo scorrimento del concio lungo i giunti di malta, oppure alla rottura per fessurazione nella direzione normale alle isostatiche di trazione, che generalmente coincide con la diagonale del pannello murario. In questo paragrafo verrà illustrata una procedura che consente di stimare il coefficiente di attrito associato al meccanismo di rottura per scorrimento mediante una prova semidistruttiva effettuata tramite un martinetto idraulico, coerentemente al criterio di Mohr-Coulomb. Al fine di effettuare la prova viene preventivamente isolato un concio di muratura tramite la rimozione di un ricorso di malta verticale e del blocco adiacente dall'altro. Il concio rimane ammorsato alla parete attraverso le basi superiore ed inferiore e sulla faccia posteriore, e pertanto risulta sottoposto alla tensione normale di compressione agente sulla parete. Nella cavità lasciata libera dal concio rimosso viene inserito un martinetto idraulico. La prova consiste nell'applicare un'azione orizzontale sul concio precedentemente isolato, che viene fatta aumentare in maniera monotona registrando contemporaneamente gli spostamenti, fino a determinare un comportamento plastico indicativo dello scorrimento del concio. Gli spostamenti orizzontali del concio vengono misurati tramite opportune basi di misura, materializzate per mezzo di dischetti di riferimento con impronta conica, incollate rigidamente al paramento alla distanza iniziale di circa 200 mm, ed in modo tale che l'asse delle basi sia prossimo al piano di inserimento del martinetto nella muratura. La misura delle basi, ovvero la posizione relativa dei centri dei dischetti può essere rilevata con trasduttori elettronici oppure con comparatore bimillesimale; la pressione è misurata mediante manometro digitale



con risoluzione di 0.1 bar. Dal valore della pressione nel circuito idraulico connesso al martinetto viene stimato il valore del carico risultante applicato al concio e lo si correla alle deformazioni del concio stesso fino al determinarsi dello scorrimento. Tale procedura consente di determinare un legame costitutivo il cui tratto plastico è chiaramente individuabile. Il valore del carico risultante applicato è direttamente proporzionale alla pressione e all'area della superficie del martinetto, moltiplicate per un coefficiente  $K_m$ , funzione della rigidità del martinetto piatto, ottenuto sperimentalmente e funzione della pressione esercitata. Il valore di tale coefficiente risulta generalmente compreso nel range  $0.90 \div 0.95$ .

La forza risultante applicata dal martinetto al concio di muratura sarà pari a:

$$F = p K_m A_m \quad (8.1)$$

dove:

$p$  la pressione nel circuito idraulico del martinetto

$A_m$  area della superficie del martinetto

$K_m$  coefficiente funzione della rigidità del martinetto e della pressione esercitata

Assumendo che la resistenza a taglio del concio di muratura indagato si possa ritenere dovuta all'effetto combinato delle forze orizzontali e dei carichi verticali agenti nel piano del muro secondo il criterio di Mohr-Coulomb, operando secondo un'analisi limite, l'equilibrio in situazione di incipiente collasso risulta garantito dall'instaurarsi di tensioni tangenziali lungo superfici di scorrimento. Con riferimento al concio indagato è ragionevole assumere che lo scorrimento avvenga lungo i giunti orizzontali di malta, soggetti a tensione normale, il cui valore si può ritenere noto o in base ad un'analisi dei carichi oppure in base ai risultati di una prova con martinetto singolo; le tensioni normali lungo la

superficie posteriore del concio sono nulle.. Nell'ipotesi semplificativa di materiale elastico perfettamente plastico isotropo e omogeneo, generalmente adottata nei modelli di calcolo, l'equilibrio in fase plastica di scorrimento del concio si scrive:

$$F_u = A_s (\tau_0 + \mu \cdot \sigma) + A_v \tau_0 \quad (8.2)$$

con:

$A_s$  Area totale dei giunti orizzontali di malta lungo i quali avviene lo scorrimento;

$A_v$  Area della superficie di scorrimento verticale posteriore;

$\tau_0$  tensione tangenziale ultima in assenza di sforzo normale;

$\mu$  coefficiente di attrito;

$\sigma$  tensione normale sul concio.

Nella maggior parte delle indagini effettuate si è riscontrato che la faccia posteriore del concio risulta priva di malta, di conseguenza il relativo contributo di scorrimento risulta trascurabile.

L'equazione 8.2 contiene due incognite, ovvero la tensione tangenziale  $\tau_0$  e l'angolo d'attrito  $\mu$ ; l'esecuzione della prova in due pannelli soggetti a diversi valore della tensione normale consente di stimare entrambi i valori incogniti. Per ottenere un singolo valore sperimentale del coefficiente di attrito, sarà dunque necessario effettuare due prove, selezionando due paramenti afferenti alla stessa tipologia muraria, ma soggetti ad un diverso valore dello sforzo normale; i due pannelli possono essere individuati o a differenti piani dell'edificio, nel caso di tipologia muraria unica per più livelli, o in alternativa selezionando un muro di spina ed un muro d'ambito nel caso di tipologie murarie differenti ai diversi livelli.

Le prove di taglio sono state eseguite mediante l'uso di una apposita attrezzatura costituita da:

- a) Troncatrice Partner K3500 eventualmente utilizzata per isolare il concio di muratura da provare;
- b) Martinetto oleodinamico da 12 t, avente sezione pari a  $12,5 \text{ cm}^2$  azionato da una pompa idraulica manuale;
- c) Manometro digitale con sensibilità di misura di 0.1 bar;
- d) Comparatori bimillesimali per la lettura degli spostamenti delle singole stazioni di controllo.

## 8.5. Risultati delle indagini

Si riporta di seguito il riepilogo dei risultati ottenuti durante le indagini:

<b>denom. campione</b>	<b>coeff. attrito speriment.</b>	<b>valore iqm</b>	<b>denom. campione</b>	<b>coeff. attrito speriment.</b>	<b>valore iqm</b>
<b>Muratura in conci di pietra tenera</b>			<b>Muratura in conci lavici sbazzati</b>		
<b>1</b>	0,42	4,55	<b>11</b>	0,88	8,5
<b>2</b>	0,78	7,5	<b>12</b>	0,81	7
<b>3</b>	0,67	6,3	<b>13</b>	0,89	8
<b>4</b>	0,60	5,6	<b>14</b>	0,92	8,5
<b>5</b>	0,58	6,3	<b>15</b>	0,70	7,5
<b>6</b>	0,52	4,9	<b>16</b>	0,94	10
<b>7</b>	0,63	5,6	<b>17</b>	1,10	10
<b>8</b>	0,54	4,9	<b>18</b>	0,76	7,5
<b>9</b>	0,50	4,9	<b>19</b>	0,75	7
<b>10</b>	0,65	6,3	<b>20</b>	0,67	7

Tabella 8.3 - Risultati delle indagini effettuate

### 8.6. Correlazione fra IQM nel piano ed attrito sperimentale

I risultati delle prove sperimentali sono stati riportati in un diagramma cartesiano unitamente al rispettivo valore di IQM nel piano. Per ognuno dei campioni è stato così rappresentato un punto avente in ordinata il valore di IQM e in ascissa il valore del coefficiente di attrito misurato dalle prove. Sul diagramma la correlazione è rappresentata dalla curva esponenziale per la quale risulta minima la distanza rispetto ai punti rappresentativi dei campioni murari. L'indicatore  $R^2$  (massimo valore assumibile pari ad 1) rappresenta una misura di quanto la curva approssimi i valori puntuali. Esso è dato da:

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST}; \quad (8.3)$$

$$SSE = \sum (Y_i - Y_{pi})^2 \quad (8.4)$$

$$SST = \sum (X_i^2) - \frac{(\sum X_i)^2}{n} \quad (8.5)$$

dove

$Y_i$  valore dell'attrito sperimentale per la muratura  $i$ -esima;

$Y_{pi}$  valore dell'attrito previsto dalla curva di correlazione;

$X_i$  valore assunto dall'indice di qualità muraria per la muratura  $i$ -esima;

$n$  numero di valori disposizione.

La curva di correlazione è riportata di seguito insieme all'equazione della curva stessa ed al valore dell'indicatore  $R^2$ .

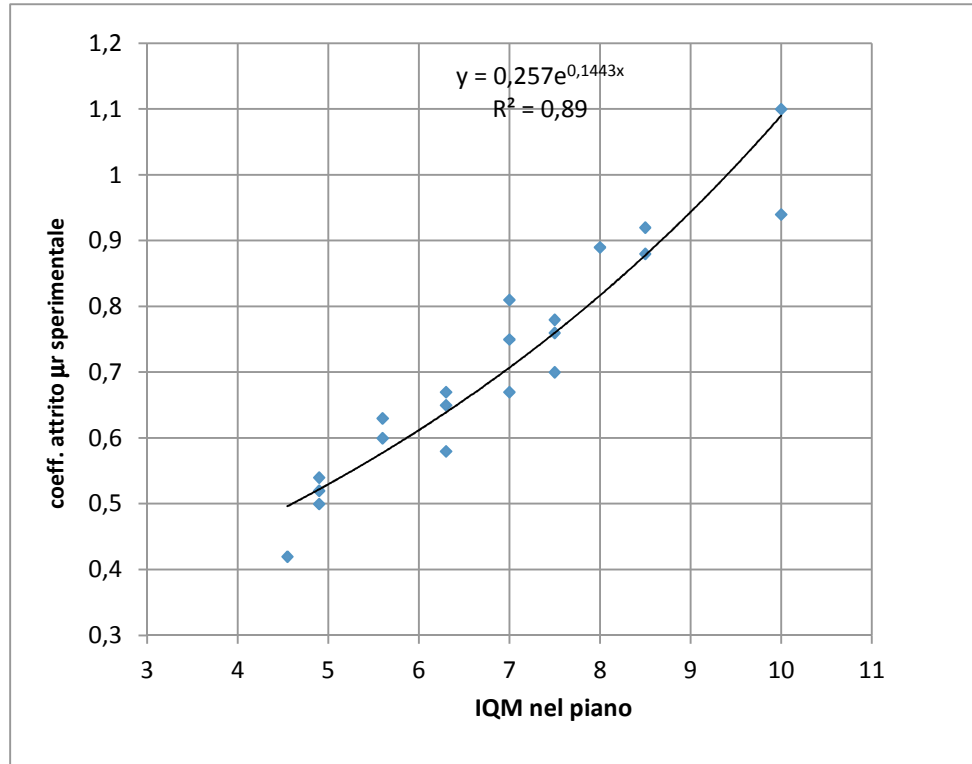


Figura 8.1 - Curva di correlazione ottenuta utilizzando tutti i valori sperimentali

Osservando il diagramma in Figura 8.1 si riscontra una discreta corrispondenza della correlazione utilizzando tutti i valori sperimentali a disposizione; l'indicatore R2 si attesta ad un valore di 0,89.

Volendo migliorare ulteriormente la curva di correlazione si è deciso di escludere i valore più alto e più basso. La curva di correlazione ottenuta escludendo tale valore è riportata in Figura 8.2.

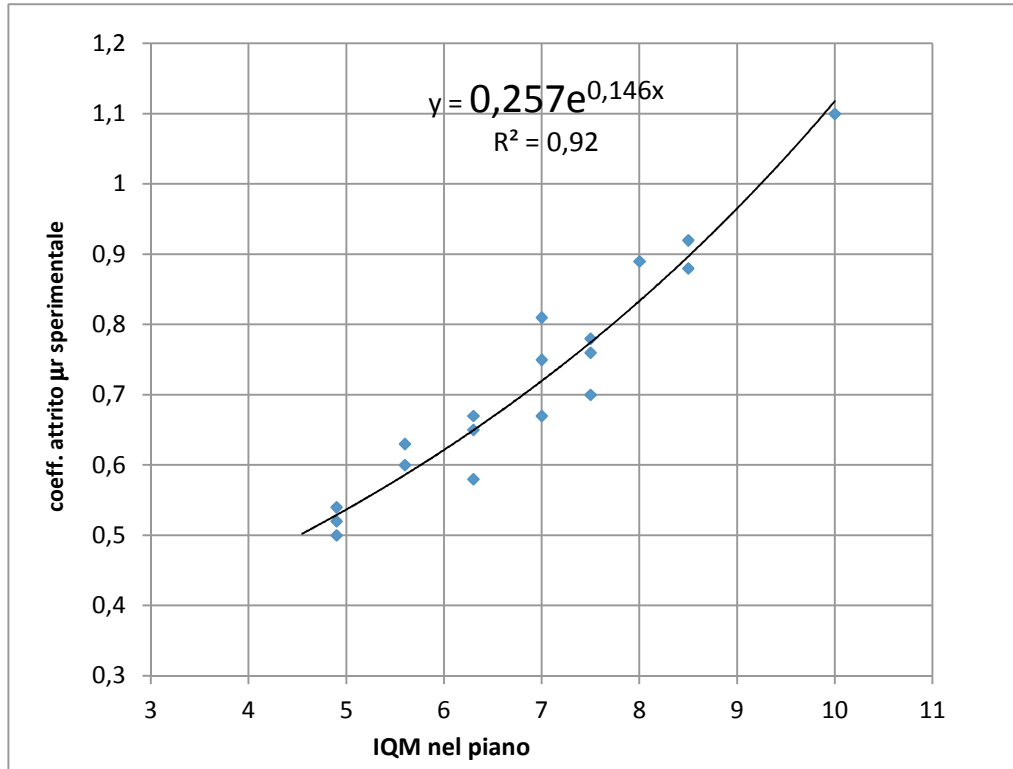


Figura 8.2 - Curva di correlazione ottenuta escludendo il valore sperimentale più alto.

È possibile osservare che eliminando i due suddetti valori la correlazione fra i valori di IQM nel piano assegnati ai singoli rilievi murari ed i valori sperimentali dell'attrito risulti soddisfacente, con un indicatore  $R^2=0,92$ . La correlazione così trovata è rappresentata dalla curva esponenziale di equazione:

$$y = 0,257 \cdot e^{0,146x} \quad (8.6)$$

La curva di correlazione permette di assegnare un valore di attrito ad una determinata tipologia muraria partendo dall'indice di qualità nel piano; così' per esempio avendo assegnato ad un determinato paramento murario un valore di IQM pari a 7 ed entrando nella curva con tale valore, si troverà un coefficiente di attrito pari a 0,73.

### 8.7. Determinazione di un intervallo di valori ammissibili per due tipologie murarie tipiche siciliane

Il comportamento meccanico delle murature storiche è affetto da notevoli incertezze, a causa della disomogeneità del materiale ed alle innumerevoli conformazioni possibili della tessitura muraria. Per questi motivi non sempre è possibile dare a priori un'indicazione certa su un determinato parametro, talvolta bisogna limitarsi a fornire un intervallo di valori accettabili. Questo atteggiamento è stato recepito anche dalla attuale normativa, il D.M. 14.01.2008, che relativamente alla caratterizzazione meccanica di murature esistenti, fornisce degli intervalli di valori massimi e minimi delle resistenze per alcune tipologie murarie. Tali intervalli sono riportati in tabella C8A.2.1 della circolare n.617/2009, che è riportata di seguito.

TIPOLOGIA MURATURA	$f_m$ N/cm <sup>2</sup>	$\tau_0$ N/cm <sup>2</sup>	$E$ N/cm <sup>2</sup>	$G$ N/cm <sup>2</sup>	$W$ kN/mc
	min-max	min-max	min-max	min-max	
<b>Muratura in pietrame disordinata (ciottoli, pietre erratiche irregolari)</b>	100 180	2,0 3,2	690 1050	230 350	19
<b>Muratura a conci sbozzati con paramento di limitato spessore e nucleo interno</b>	200 300	3,5 5,1	1020 1440	340 480	20
<b>Muratura in pietre a spacco con buona tessitura</b>	260 380	5,6 7,4	1500 1980	500 660	21
<b>Muratura in conci di pietra tenera</b>	140 240	2,8 4,2	900 1260	300 420	16
<b>Muratura in blocchi lapidei squadriati</b>	600 800	9,0 12,0	2400 3200	780 940	22
<b>Muratura in mattoni pieni e malta di calce</b>	240 400	6,0 9,2	1200 1800	400 600	18

Caratteristiche meccaniche min.- max. previste dal dm.14.01.08 per alcune tipologie murarie (Tab. c8a.2.1)



I dati raccolti durante le indagini sono stati utilizzati, oltre che per ricavare la curva di correlazione riportata al paragrafo precedente, per determinare un intervallo di valori ammissibili del coefficiente di attrito relativo alle tipologie murarie oggetto della ricerca. Lo scopo non è quello di dare un parametro certo univocamente determinato, quanto quello di fornire un'indicazione relativa al comportamento del solido murario e di integrare eventualmente quanto contenuto nella suddetta tabella C8A.2.1 con i valori relativi al coefficiente di attrito.

Le tipologie murarie studiate tramite la campagna di indagini trovano infatti riscontro nella classificazione proposta dalla normativa:

- La tipologia in *conci squadrati di pietra tenera* viene esplicitamente richiamata nella suddetta tabella di normativa;
- La tipologia in *conci sbazzati di pietra lavica* può essere assimilata a quella che in tabella C8A.2.1 viene denominata come *muratura in pietra a spacco con buona tessitura*.

L'intervallo di valori accettabili del coefficiente di attrito è stato calcolato per ognuna delle tipologie murarie trattate eliminando il valore più alto ed il valore più basso, e sottraendo ed aggiungendo alla media di tali valori la deviazione standard:

$$\Delta_x = \bar{x} \pm \sqrt{\frac{(\bar{x} - x_i)^2}{n-1}} \quad (8.7)$$

dove

$\bar{x}$      *valore medio delle prove sperimentali*

$x_i$      *valore ottenuto dalla singola prova*

$n$      *numero di prove*

Si riporta di seguito la tabella riassuntiva dei valori così trovati:

Tipologia muraria	$\mu_r$ med	s	$\mu_r$ Valori accettabili	
			max	min
<i>Muratura in blocchi squadrate di pietra tenera</i>	0,60	0,068	max min	<b>0,67</b> <b>0,53</b>
<i>Muratura in pietra lavica in conci sbozzati</i>	0,81	0,10	max min	<b>0,91</b> <b>0,71</b>

Tabella 7.3. Valori accettabili del coefficiente di attrito per le tipologie murarie trattate

Si può subito notare che la deviazione standard è maggiore nel caso della pietra sbozzata mentre i dati sono più omogenei per i conci squadrate di pietra tenera. Inoltre nel primo caso si hanno valori di attrito più alti. Questo fatto risulta facilmente comprensibile: i giunti orizzontali sui quali si realizza lo scorrimento sono meno regolari in una muratura realizzata in pietra sbozzata piuttosto che in una muratura in conci squadrate. Per questo motivo la resistenza ricavata dalla prova di scorrimento non è dovuta al solo attrito ma anche ad una componente relativa all'ingranamento dei conci. Il valore dell'attrito dipenderà molto dalla forma dei conci nel punto in cui è stata fatta la prova. Nel caso dei conci squadrate in pietra tenera la regolarità dei filari si traduce in un minor effetto dell'ingranamento e in una maggiore omogeneità dei risultati.

In entrambi i casi comunque il valore della deviazione standard e l'intervallo di valori di attrito risultano accettabili in relazione al numero di campioni effettuati.

## 8.8. Conclusioni

Il presente lavoro vuole essere un contributo allo studio dei meccanismi di collasso di pannelli murari sollecitati fuori piano. In particolare si è voluto dare un contributo alla definizione di un metodo di analisi da applicare in maniera efficace su larga scala senza perdere di vista la possibilità di controllare direttamente il fenomeno. L'innovazione consiste nel miglioramento di una metodologia di analisi statica equivalente molto utilizzata, l'analisi limite, che applicata alle murature non consente tuttavia la valutazione della dissipazione energetica. L'introduzione delle resistenze attritive, nell'equazione dei lavori virtuali, consente di valutare la dissipazione energetica che avviene durante il cinematiso e di descrivere in maniera più accurata un fenomeno, che nella realtà mostra una riserva di capacità a causa del suo comportamento dinamico (rocking).

Il contributo del lavoro vuole essere inoltre quello di dare un metodo applicativo per la valutazione delle resistenze attritive relative ad alcune tipologie murarie tipiche siciliane. Per finire, l'intento è quello di mostrare una corrispondenza fra due approcci fino a poco tempo fa considerati distinti: quello basato sull'analisi qualitativa della tessitura muraria e quello della sperimentazione fisica diretta mediante prove meccaniche per valutare le resistenze ed i parametri meccanici in gioco. Una procedura già accreditata in letteratura per la valutazione della qualità muraria è stata utilizzata per trovare una correlazione fra la qualità della muratura e l'attrito sperimentale. Si è mostrato come tale correlazione sia in grado di prevedere con sufficiente precisione i risultati sperimentali su pannelli murari esistenti. Si prevede in futuro di svolgere ulteriori prove sperimentali per confermare i primi risultati ed estenderli ad altre tipologie murarie.