

Risposta sismica dei muri di sostegno a gravità

E. CASCONI*, M. MAUGERI**, E. MOTTA***

SOMMARIO. In questa nota viene descritto un metodo per il calcolo degli spostamenti che subiscono i muri di sostegno a gravità a seguito di un evento sismico nel caso di terrapieno con estradosso orizzontale e terreno privo di coesione. Si è considerato un sistema muro-terreno a due gradi di libertà e sono state risolte mediante un metodo di integrazione diretta le equazioni di equilibrio dinamico che governano il comportamento del sistema, ottenendo in tal modo la risposta del muro nel tempo, espressa in termini di traslazioni e rotazioni.

Nella valutazione delle caratteristiche dinamiche del sistema si è tenuto conto della massa di terreno che partecipa al moto e dei fenomeni dissipativi che si manifestano durante le vibrazioni. La rigidità del terreno è correlata alle caratteristiche geometriche e meccaniche del sistema. Nel modello proposto viene impiegato un legame costitutivo del terreno di tipo elastoplastico incrudente che, rispetto ai legami rigido-plastico ed elastico-perfettamente plastico di norma utilizzati, permette di cogliere con migliore approssimazione il comportamento reale del terreno. È stato elaborato un codice di calcolo al fine di implementare il modello ed effettuare simulazioni numeriche utilizzando sia forzanti artificiali definite mediante leggi armoniche, sia forzanti sismiche per le quali si è fatto ricorso ad accelerogrammi digitalizzati di alcuni terremoti. Si è, infine, effettuato un confronto tra i risultati ottenuti con il modello proposto ed i risultati forniti da altri modelli disponibili in letteratura.

1. Premessa

La progettazione antisismica dei muri di sostegno fa di norma ricorso a metodi pseudostatici fondati sul criterio di equilibrio limite che, se da un lato conducono a risultati accettabili, sono, dall'altro, del tutto insufficienti per interpretare il reale comportamento del sistema muro-terreno durante un evento sismico.

L'azione del terremoto provoca, come è noto, variazioni nel regime delle spinte del terreno e produce spesso spostamenti permanenti delle strutture di sostegno la cui determinazione costituisce ancora un problema di non facile soluzione.

Circa la documentazione di casi reali la letteratura scientifica è alquanto povera. Solo pochi studi riportano i valori degli spostamenti subiti dai muri a causa di un sisma e si tratta comunque di situazioni particolari, come nel caso delle spalle di un ponte [SEED e WHITMAN, 1970] o di banchine portuali di notevole altezza [PITILAKIS e MOUTSAKIS, 1989]. D'altra parte il problema della determinazione degli spostamenti subiti dai muri di sostegno rigidi sottoposti ad una forzante esterna variabile nel tempo è stato affrontato, utilizzando approcci differenti, sotto ipotesi talvolta molto restrittive.

Quale che sia l'approccio seguito, la schematizzazione del terreno costituisce il passaggio più delicato per modellare correttamente l'interazione terreno-struttura. Il comportamento entro certi li-

miti elastico del terreno ha suggerito un approccio dinamico al problema basato sulle tradizionali molle di Winkler, la cui taratura ha un'influenza determinante sia nella valutazione degli spostamenti del muro, sia nella caratterizzazione del sistema in termini di frequenze proprie di vibrazione.

Nella valutazione delle rigidità delle molle che simulano il fenomeno di interazione è necessario tenere in considerazione, oltre alle caratteristiche del terreno anche la geometria del sistema complessivo muro-terreno. Non è inoltre trascurabile la capacità del terreno di dissipare parte dell'energia fornita dal sisma generando un fenomeno di smorzamento del moto.

Nel presente studio viene elaborato un modello fisico-matematico del comportamento del sistema muro-terreno sottoposto ad un'azione dinamica. L'integrazione numerica delle equazioni del moto che governano il problema consente di determinare gli spostamenti subiti dal muro, espressi in termini di traslazioni orizzontali e rotazioni. L'analisi è stata condotta utilizzando sia forzanti sinusoidali di generazione automatica, sia accelerogrammi digitalizzati di alcuni terremoti. L'utilizzazione delle forzanti sinusoidali si è rivelata particolarmente utile per la individuazione delle caratteristiche dinamiche dei sistemi presi in esame, mentre il ricorso agli accelerogrammi è di fondamentale importanza ai fini di vagliare l'attendibilità del modello per eventi sismici effettivamente verificatisi.

2. Richiami sulla modellazione del comportamento dinamico dei muri

Partendo dalla legge del moto di un blocco su un piano formulata da NEWMARK [1965] per lo studio

* Dott. Ing. Ernesto Cascone, Dottorando in Ingegneria Geotecnica.

** Prof. Ing. Michele Maugeri, Straordinario di Geotecnica.

*** Dott. Ing. Ernesto Motta, Ricercatore Confermato.
Facoltà di Ingegneria - Università di Catania.

del comportamento delle dighe in terra soggette ad un evento sismico, RICHARDS ed ELMS [1979] hanno proposto un modello per il calcolo degli spostamenti dei muri di sostegno a gravità basato essenzialmente sul concetto di accelerazione limite. Secondo questo modello il muro subisce una serie di piccole traslazioni verso valle che si verificano negli intervalli di tempo in cui l'accelerazione sismica è diretta verso monte e supera in modulo l'accelerazione limite prefissata. Non appena l'accelerazione al suolo diventa minore del valore limite, la velocità relativa muro-terreno decresce fino ad annullarsi ed il moto si arresta. Il legame forze spostamenti è pertanto rigido-plastico mentre il diagramma degli spostamenti nel tempo assume il caratteristico andamento a gradini in cui si alternano incrementi di spostamento e intervalli in cui non si verificano spostamenti relativi.

La scelta di un modello rigido-plastico comporta una drastica semplificazione nella schematizzazione del comportamento del terreno e non consente di prendere in considerazione il fenomeno di interazione terreno-struttura.

Un approccio dinamico al calcolo degli spostamenti dei muri basato su un legame forze spostamenti bilineare elastico perfettamente plastico è stato proposto da PRAKASH [1981] nel caso di muro soggetto a sola traslazione e da PRAKASH *et al.* [1981] nel caso di muro suscettibile di sola rotazione (Fig. 1a).

Le ipotesi alla base dei modelli proposti sono alquanto restrittive dal momento che il comportamento del sistema muro-terreno è stato disaccoppiato e le vibrazioni di carattere rotazionale sono considerate indipendentemente da quelle di natura traslazionale. In entrambi i casi, inoltre, l'analisi viene condotta per sole forzanti sinusoidali assumendo che lo spostamento residuo del muro dopo N cicli di carico sia pari ad N volte il valore dello spostamento residuo ottenuto per un solo ciclo di carico integrando nel tempo l'equazione del moto del sistema. Quest'ultima ipotesi non solo non è in accordo col progressivo deterioramento delle caratteristiche di resistenza del terreno che si verifica al crescere degli spostamenti permanenti, ma conduce altresì a valori dello spostamento finale tanto elevati da mettere in discussione l'applicabilità del modello stesso. Nel modello rotazionale infatti, rotazioni elevate renderebbero necessaria la valutazione degli effetti del secondo ordine geometrico che sono invece trascurati.

Un modello a due gradi di libertà per l'analisi dinamica degli spostamenti dei muri a gravità che tiene conto dell'effetto combinato della traslazione e della rotazione è stato proposto da REDDY *et al.* [1985]. Il sistema considerato è costituito dal muro di sostegno, dal terrapieno e dal terreno di fondazione.

La massa di tale sistema viene assunta pari alla massa del muro e concentrata nel suo baricentro geometrico mentre un letto di molle simula l'interazione tra la struttura ed il terrapieno (Fig. 1b).

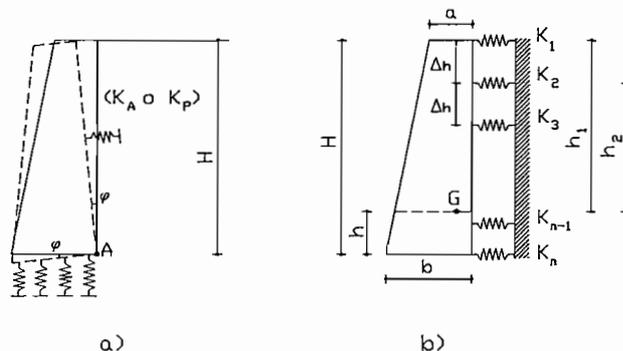


Fig. 1 - Esempi di modelli dinamici. a) PRAKASH *et al.* [1981]; b) REDDY *et al.* (1985).

Fig. 1 - Examples of dynamic models. a) PRAKASH *et al.* (1981); b) REDDY *et al.* (1985).

Le rigidità delle molle, valutate come le reazioni che si destano ai vincoli di una trave su n appoggi, soggetta ad un carico distribuito pari alla reazione del suolo, variano a seconda che il sistema si trovi in condizioni attive o passive. Anche in questo caso, inoltre, il moto al suolo viene assunto sinusoidale, e lo spostamento totale dopo N cicli di carico viene posto pari ad N volte lo spostamento residuo ottenuto in un ciclo.

Nel modello vengono trascurati per ipotesi lo smorzamento, l'attrito alla base e la massa che partecipa al moto. Secondo REDDY *et al.* [1985] ciò condurrebbe ad una sopravvalutazione degli spostamenti e si opererebbe pertanto a vantaggio di sicurezza. Tuttavia, se da un lato trascurando l'attrito alla base si opera a favore di sicurezza, dall'altro trascurando la massa del terreno che interagisce col muro si opera a sfavore di sicurezza. È pertanto opinabile che cumulando i due effetti si pervenga comunque a risultati conservativi. In ogni caso il modello risulta poco aderente alla realtà fisica e pertanto scarsamente applicabile ai casi reali.

Recentemente sono stati formulati alcuni modelli volti a cogliere il comportamento rotazionale dei muri. WHITMAN [1989] ha proposto un semplice modello teorico per il calcolo della rotazione dei muri e della spinta del terreno nel caso di forzanti dinamiche. Successivamente è stata effettuata una valutazione della rotazione plastica mediante un approccio pseudostatico [WHITMAN, 1992] secondo il quale il valore della rotazione è funzione del momento generato dalla spinta calcolata secondo il metodo di Mononobe-Okabe.

Un altro metodo per il calcolo degli spostamenti

dei muri di sostegno in cui l'interazione muro-terreno è modellata dal comportamento di molle elasto-plastiche è stato formulato da ELGAMAL e ALAMPALLI [1992] per il caso di muri a mensola. Il sistema studiato è supposto a due gradi di libertà ma è vincolato a traslare plasticamente soltanto verso valle.

Alcuni autori hanno utilizzato modelli di calcolo basati sull'applicazione del metodo degli elementi finiti.

NADIM e WHITMAN [1983] hanno proposto un modello bidimensionale a deformazione piana che tiene conto della amplificazione del moto al suolo. L'ipotesi di base consiste nel supporre che tutte le deformazioni irreversibili si manifestino in superfici di rottura che sono modellate mediante elementi di giunto dotati di limitata resistenza al taglio, mentre il comportamento del terreno non soggetto alla rottura viene assunto elastico. Quest'ultima ipotesi non consente di cogliere le deformazioni permanenti che si manifestano nel terrapieno.

L'approccio teorico di AUBRY e CHOUVET [1985] è stato affiancato da una indagine sperimentale condotta mediante prove su tavole vibranti. Dalle prove sperimentali è emersa l'influenza delle rotazioni dei muri a gravità, l'andamento a gradini della risposta del muro e l'importanza degli effetti inerziali. Si è infatti osservato che a parità di sollecitazione esterna gli spostamenti e le rotazioni risultano più elevati per muri "pesanti" che non per muri "leggeri". Si è inoltre rilevato che le curve delle traslazioni e delle rotazioni nel tempo oscillano attorno ad una curva media che rappresenterebbe l'accumulazione dell'aliquota irreversibile dello spostamento. L'analisi è stata eseguita utilizzando forzanti armoniche e sismiche ed i risultati ottenuti hanno mostrato un buon accordo con le prove sperimentali. Tuttavia la validità delle prove su tavole vibranti è per certi versi discutibile data la difficoltà di realizzare in laboratorio le condizioni di confinamento che si riscontrano *in situ*.

Nel modello proposto da SIDDHARTHAN e NORRIS [1991] viene utilizzato un approccio elastico incrementale al fine di schematizzare il comportamento isteretico non lineare del terreno. Il muro, considerato rigido, e il terreno, non saturo e privo di coesione, sono rappresentati mediante elementi a deformazione piana. Come nel modello di NADIM e WHITMAN [1983], vengono impiegati elementi di giunto alla base del muro, all'interfaccia muro-terrapieno e lungo la superficie di rottura all'interno del terrapieno. Il legame tra sforzi tangenziali e deformazioni nel terreno è di tipo iperbolico [SIDDHARTHAN e MARAGAKIS, 1989] mentre il comportamento degli elementi di giunto viene assunto elastico perfettamente plastico.

AL-HOMOUD e WHITMAN [1992] hanno sviluppato un modello agli elementi finiti in cui il comportamento del terreno è schematizzato secondo un legame elastoplastico con legge di flusso associata. Dall'applicazione del modello è emerso che il moto di natura rotazionale costituisce l'aspetto predominante del moto complessivo del sistema.

In generale il metodo degli elementi finiti è adatto a studiare situazioni lontane dalle condizioni di collasso in quanto un'eventuale linea di rottura, ove si concentrino le deformazioni plastiche accumulate dal sistema, costituirebbe una discontinuità che difficilmente si presta ad essere modellata con elementi finiti, a meno di non ricorrere a sofisticati accorgimenti. L'utilizzazione di elementi di giunto prefissando la linea di rottura supera, in una certa misura, il problema della discontinuità ma vanifica il vantaggio degli elementi finiti perchè sostanzialmente delimita la parte di terreno che interagisce in modo significativo col muro. In definitiva, quindi, il metodo degli elementi finiti, così come applicato in letteratura, comporta le stesse limitazioni insite negli altri metodi sopra descritti.

3. Il modello del sistema muro-terreno

3.1. Ipotesi del modello

È noto che il comportamento di un campione di terreno sottoposto a cicli di carico e scarico è marcatamente non lineare e che all'aumentare del numero di cicli il campione accumula deformazioni plastiche permanenti. Si può d'altra parte osservare che durante una fase di scarico e nella successiva fase di ricarico il comportamento del campione risulta, con una certa approssimazione, reversibile e si presta, nell'ipotesi di trascurare i fenomeni di isteresi, ad essere modellato mediante un legame costitutivo elastico. In fase di ricarico, raggiunte le condizioni di massimo sforzo precedentemente sperimentate dal campione, si manifestano ulteriori deformazioni permanenti ed il campione si comporta come se fosse vergine secondo una legge elasto-plastica. In altri termini è come se il terreno non avesse memoria dei cicli d'isteresi, i quali, tra l'altro, presentano sovente ampiezza trascurabile.

Questo comportamento può essere modellato mediante una legge sforzi-deformazioni elasto-plastica lineare inelastica [BECCI e NOVA, 1987] nella quale si assumono due distinti valori del modulo elastico caratterizzanti rispettivamente la fase di scarico-ricarico e la fase di terreno vergine.

Utilizzando tale legame per lo studio del comportamento dinamico di un sistema costituito da un

muro di sostegno a gravità e dal terreno con cui esso interagisce, si rendono necessarie alcune ipotesi semplificative.

Si suppone innanzitutto che il moto del muro possa essere assimilato a quello di un corpo rigido. Ciò consente di impostare il modello dinamico su uno schema a masse concentrate limitando a due il numero di gradi di libertà del sistema. In particolare si assumono come spostamenti incogniti la traslazione orizzontale del muro e la rotazione intorno al suo piede di valle (Fig. 2a). Si assume inoltre che la massa di terreno che vibra insieme al muro sia pari a 0,8 volte la massa del cuneo di rottura di Rankine per spinta attiva [PRAKASH, 1981] e che sia trascurabile l'inerzia rotazionale del cuneo di terreno poiché esso non ruota rigidamente con il muro.

Per quanto riguarda la deformabilità del terreno, essa viene affidata ad un numero finito di molle il cui comportamento, diverso a secondo della loro ubicazione, riproduce lo schema concettuale sopra esposto. Infine, per tenere conto della capacità del terreno di dissipare parte dell'energia che viene trasmessa dal sisma ad ogni molla viene accoppiato uno smorzatore viscoso (Fig. 2b).

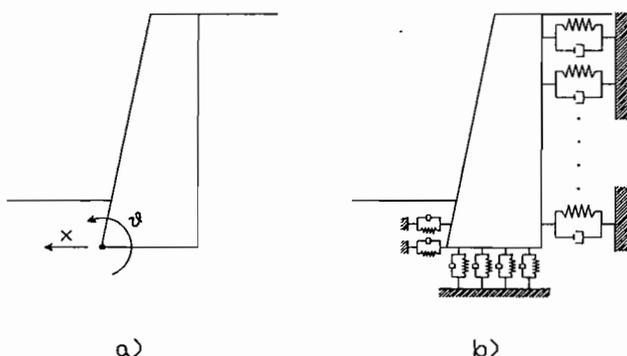


Fig. 2 - Modello proposto. a) Gradi di libertà del sistema; b) Schematizzazione del sistema muro-terreno.

Fig. 2 - Proposed model. a) Degrees of freedom of the system; b) Soil-wall model.

3.2. Equazioni del moto

Il calcolo degli spostamenti che subisce il sistema in esame costituisce il risultato della risoluzione simultanea di due equazioni di equilibrio dinamico, una per ciascun grado di libertà fissato.

In termini matriciali le equazioni assumono la forma

$$[M]\ddot{u} + [C]\dot{u} + [K]u = p(t) \quad (1)$$

ove $[M]$, $[C]$ e $[K]$ sono rispettivamente le matrici di massa, smorzamento e rigidità del sistema; u , \dot{u} , e \ddot{u} sono i vettori spostamento, velocità ed acce-

lerazione; $p(t)$ è il vettore di carico. La matrice di massa è una matrice diagonale i cui elementi non nulli sono la massa del sistema ed il momento d'inerzia del muro calcolato rispetto al centro di rotazione. La scelta di una modellazione elastoplastica del sistema comporta notevoli difficoltà nella definizione della matrice di smorzamento. La variabilità nel tempo delle proprietà meccaniche del terreno suggerirebbe infatti di procedere ad una definizione esplicita dei coefficienti della matrice $[C]$ piuttosto che il ricorso ai rapporti di smorzamento. Tuttavia è estremamente difficile stimare correttamente il valore di tali coefficienti, in special modo in casi, come quello in esame, in cui l'elemento da modellare è il terreno. Si è pertanto utilizzato il metodo di Rayleigh che consente di determinare $[C]$ come combinazione lineare delle matrici di massa e rigidità e che trova applicazione anche in altri modelli [IDRISS, *et al.*, 1974; SIDDHARTHAN e NORRIS, 1991].

Il vettore di carico infine si può mettere nella forma:

$$p(t) = M \cdot I \cdot \ddot{u}_g(t) \quad (2)$$

ove M è la massa del sistema, $I = [1, 0]$ è il vettore pseudostatico e $\ddot{u}_g(t)$ è l'accelerazione al suolo.

La risoluzione della equazione (1) è stata effettuata mediante integrazione diretta al passo nel tempo. In particolare, si è fatto uso del metodo alle differenze finite di Newmark considerando un passo temporale di integrazione pari a cinque millesimi di secondo.

3.3. Valutazione dei parametri di rigidità del modello

Le molle presenti nel sistema possono essere suddivise in tre gruppi:

- le molle orizzontali di monte, disposte sul paramento interno ad interasse costante Δz , simulano l'interazione tra il muro ed il terrapieno;
- le molle orizzontali di valle, disposte sul paramento esterno, simulano l'azione del terreno di valle e l'attrito tra la base del muro e il terreno;
- le molle verticali disposte sotto la base del muro garantiscono l'equilibrio alla traslazione verticale e contribuiscono alla rigidità rotazionale del sistema.

L'elemento caratterizzante della generica molla di monte è la rigidità relativa alla fase di scarico-ricarico K_{UR} . In generale tale rigidità, normalizzata rispetto ad una lunghezza, si può esprimere in funzione del modulo di scarico e ricarica E_{UR} :

$$K_{UR} = E_{UR} \cdot \Delta z / \Delta l \quad (3)$$

dove con Δl si è indicata una lunghezza che tiene conto dell'ampiezza della zona di terreno interessata dal moto del muro (Fig. 3), ed E_{UR} è dato da

$$E_{UR} = R_{UR} \cdot p_0 (p/p_0)^n \quad (4)$$

Nella (4) R_{UR} ed n sono coefficienti di rigidità sperimentali adimensionali, p_0 è una pressione di riferimento e p è la pressione media di confinamento. Assumendo p_0 unitaria e sostituendo la (4) nella (3) si ottiene in definitiva:

$$K_{UR} = R_{UR} \cdot p^n \cdot \Delta z / \Delta l \quad (5)$$

Ricordando che Δz è costante, ciascuna molla di monte risulta caratterizzata da un diverso valore di K_{UR} dipendente dalla pressione media di confinamento alla quota della molla; pertanto fissate le caratteristiche geometriche e meccaniche del problema risulta:

$$K_{URi} = K_{URi}(z_i) \quad (6)$$

ove z_i è la quota della molla i -esima rispetto al piano di campagna.

Il legame costitutivo adottato per le molle di monte è illustrato in Fig. 4. Si osserva che la generica molla è sempre compressa e la forza che la sollecita è compressa tra i valori corrispondenti agli stati limite attivo e passivo. Tali forze sono espresse dalle relazioni:

$$F_{inf_i} = \gamma z_i \cdot K_A \cdot \Delta z \quad (7)$$

$$F_{sup_i} = \gamma z_i \cdot K_P \cdot \Delta z \quad (8)$$

Inizialmente, quando lo spostamento è nullo, lo stato tensionale è di tipo K_0 e la forza che comprime le molle è

$$F_{0i} = \gamma z_i \cdot K_0 \cdot \Delta z \quad (9)$$

La molla di valle che simula l'interazione tra il muro ed il terreno a contatto con il paramento esterno ha comportamento duale rispetto alle molle di monte. La sua legge reologica è indicata in Fig. 5. Per tale molla è più immediato definire la rigidità K_{EP} del tratto a comportamento vergine mediante la relazione

$$K_{EP} = (F_{sup} - F_0) / s_m \quad (10)$$

dove s_m è uno spostamento medio al quale è lecito associare le condizioni di spinta passiva [PRAKASH, 1981].

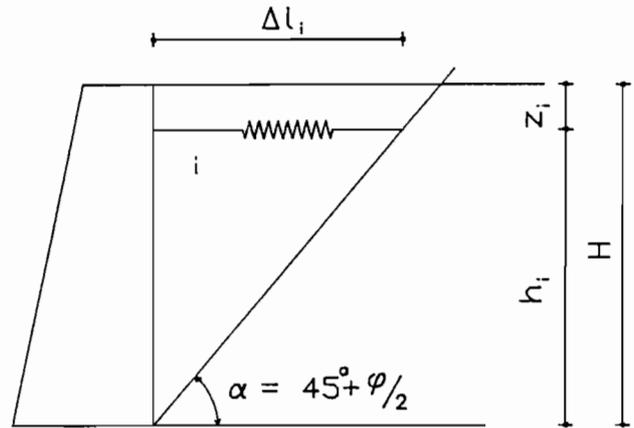


Fig. 3 - Definizione della lunghezza caratteristica Δl .
Fig. 3 - Definition of the characteristic length Δl .

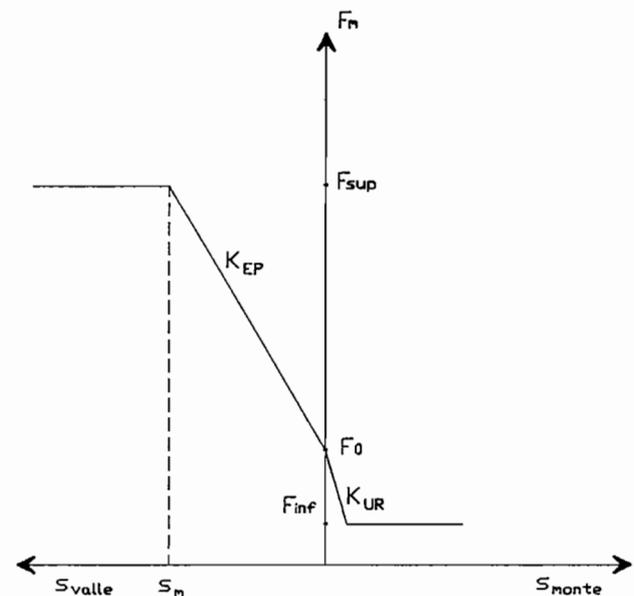


Fig. 4 - Legame costitutivo dell'interazione muro-terreno a monte.
Fig. 4 - Constitutive law of the backfill-wall interaction.

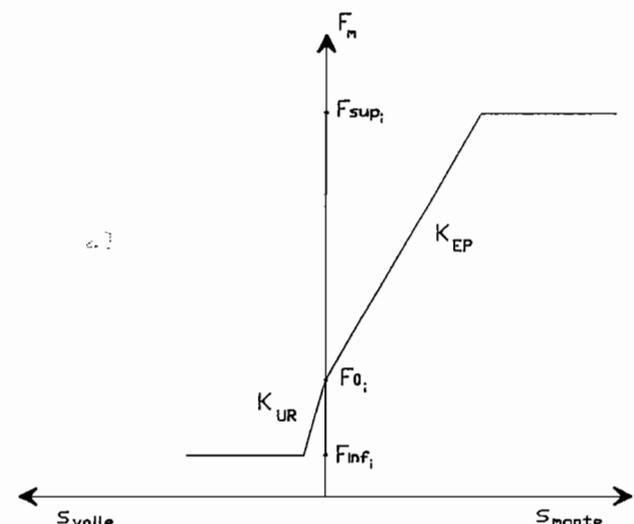


Fig. 5 - Legame costitutivo dell'interazione muro-terreno a valle.
Fig. 5 - Constitutive law of the embedment-wall interaction.

La molla orizzontale posta alla base del muro introduce nel sistema l'azione resistente dell'attrito fondazione-terreno contribuendo all'equilibrio dinamico del sistema. Il legame costitutivo della molla in questione è illustrato in Figura 6. L'azione esercitata dalla molla in fase elastica al generico istante t è:

$$F_m(t) = -K \cdot x(t) \quad (11)$$

ove K è la rigidezza e $x(t)$ è lo spostamento all'istante considerato. La molla raggiunge la condizione plastica quando la forza che la impegna attinge uno dei valori limite

$$F_{sup} = F_{inf} = W \tan \phi \quad (12)$$

ove W è il peso del muro; il valore iniziale della forza si ottiene imponendo la condizione di equilibrio statico all'istante $t=0$. Supponendo che la resistenza d'attrito sia interamente mobilitata allorchè abbia avuto luogo uno spostamento s prefissato, è possibile calcolare la rigidezza

$$K = W \tan \phi / s \quad (13)$$

L'equilibrio alla traslazione verticale è affidato alle molle poste al di sotto del muro (Fig. 7), le cui condizioni iniziali, individuate dal punto O , sono dettate dall'equilibrio statico del sistema. Poichè per il problema in esame le azioni orizzontali hanno importanza preminente rispetto a quelle verticali, la rigidezza K_{UR} di queste molle viene valutata in funzione della rigidezza della molla orizzontale di monte posta alla quota più bassa.

Infine, per tutte le molle eccetto che per quella che simula l'attrito alla base, si assume che il rapporto tra la rigidezza elastica K_{UR} e la rigidezza elastoplastica K_{EP} sia costante.

3.4. Descrizione del comportamento del sistema muro-terreno

Per meglio chiarire il funzionamento del modello, con riferimento alla Fig. 8, si esamini il comportamento di una molla di monte quando il sistema è sottoposto ad una forzante dinamica. Partendo dalle condizioni di riposo individuate dal punto O , supponiamo che il muro si sposti verso valle provocando una decompressione della molla in questione che si mantiene a rigidezza costante K_{UR} fino al punto A . Il tratto OA è elastico reversibile, pertanto il muro può oscillare tra la posizione iniziale e la posizione s_A senza accumulare spostamenti permanenti.

Non appena il valore della forza nella molla attinge il limite inferiore F_{inf} , se la velocità del sistema

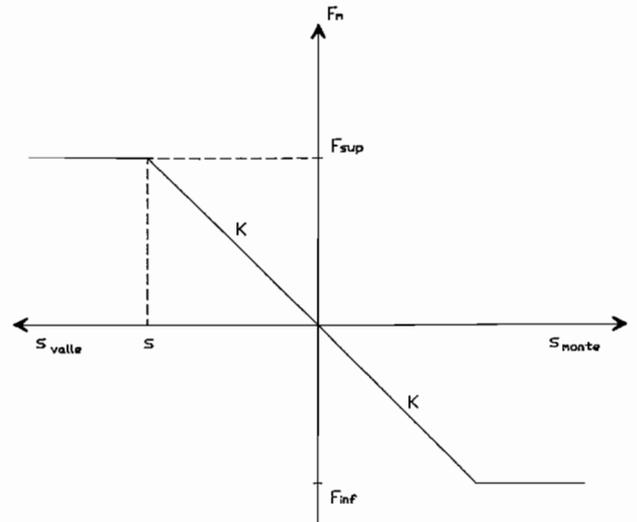


Fig. 6 - Legame costitutivo della resistenza d'attrito alla base del muro.
Fig. 6 - Constitutive law of the the wall base friction.

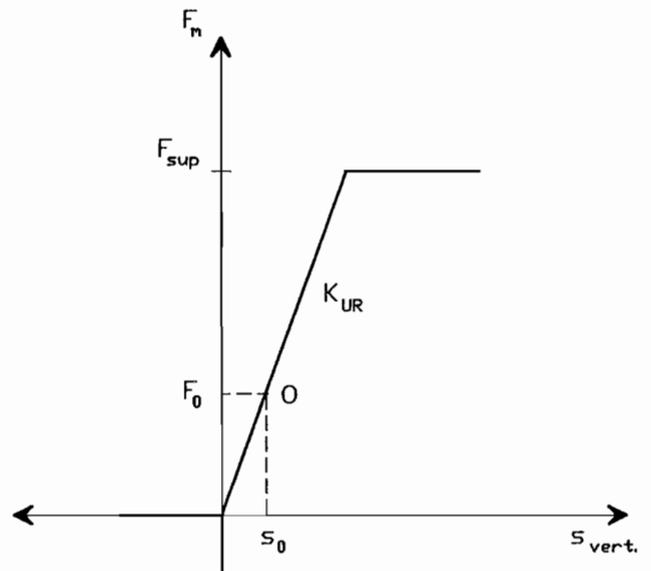


Fig. 7 - Legame costitutivo delle molle verticali.
Fig. 7 - Constitutive law of the vertical springs.

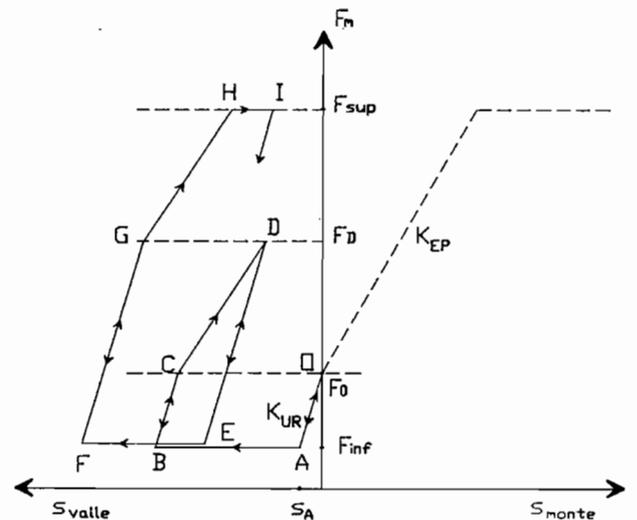


Fig. 8 - Comportamento della generica molla di monte sottoposta a cicli di carico e scarico.
Fig. 8 - Behaviour of a spring behind the wall subjected to unloading and reloading.

è negativa (cioè diretta verso monte) si avrà un ritorno da A verso 0, altrimenti il sistema sperimenterà una escursione in campo plastico, la molla si supporrà snervata e si accumuleranno spostamenti plastici lungo il tratto AB. Se giunti in B il segno della velocità si inverte (divenendo negativo), si verifica un ritorno elastico con pendenza K_{UR} e la forza nella molla aumenta finché non si raggiungono le condizioni del punto C. In tale punto infatti la forza è pari al massimo valore che essa abbia mai sperimentato (cioè F_0) e pertanto la molla si comporta come se fosse vergine nei confronti di ulteriori incrementi di forza. La superficie di plasticizzazione della molla subisce un'espansione legata ad un fenomeno di incrudimento e la rigidità della molla passa dal valore K_{UR} al valore K_{EP} di terreno vergine.

Se la forza, raggiunto un valore F_D in D, comincia a diminuire in concomitanza di un aumento degli spostamenti, lo scarico (DE) avverrà elasticamente secondo la pendenza K_{UR} . Il tratto DE potrà, come OA, essere percorso reversibilmente fintanto che non si verifica una nuova escursione in campo plastico (EF). Quando la velocità diventa negativa si ha un ritorno elastico con rigidità K_{UR} (FG). In G, come precedentemente in C, il terreno è vergine per eventuali ulteriori incrementi di carico e l'incrudimento si manifesta lungo GH.

Se in H viene attinto il limite F_{sup} possono verificarsi due casi: se la velocità è negativa si ha una plasticizzazione della molla per compressione con spostamenti permanenti di segno negativo; se la velocità è positiva si ha uno scarico elastico con rigidità K_{UR} .

Notiamo infine che una volta attinto il valore F_{sup} la superficie di plasticizzazione non può subire ulteriori espansioni e i cicli assumono l'aspetto indicato in Fig. 9.

Il comportamento appena esaminato, oltre a chiarire il modo in cui la singola molla modella il terreno, attiene anche al complessivo funzionamento del modello proposto. Infatti il muro soggetto ad un moto al suolo, alle spinte dinamiche del terrapieno e alla resistenza d'attrito alla base, è libero di oscillare e di accumulare deformazioni plastiche permanenti percorrendo cicli del tipo descritto.

3.5. Codice di calcolo

Al fine di consentire l'applicazione del modello si è elaborato un codice di calcolo che attraverso la valutazione di tutti gli elementi che concorrono alla definizione della equazione matriciale del moto permette di calcolare il vettore degli spostamenti del muro.

I dati di input da fornire sono costituiti dalle ca-

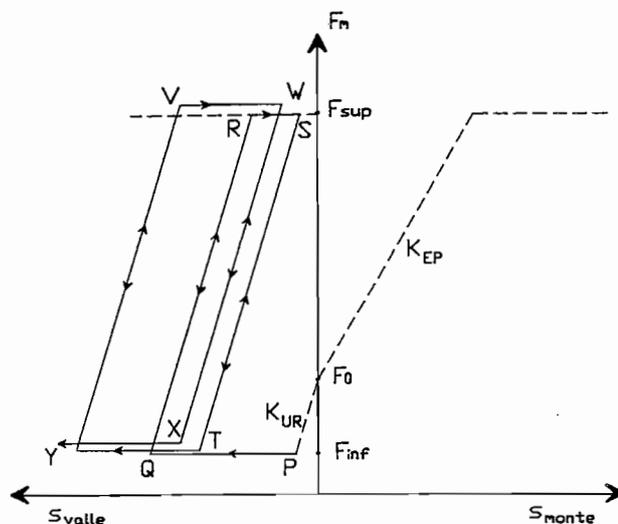


Fig. 9 - Comportamento della generica molla di monte sottoposta a cicli senza incrudimento.

Fig. 9 - Behaviour of a spring behind the wall subjected to unloading and reloading without hardening.

ratteristiche geometriche e geotecniche del sistema, dai parametri di rigidità e smorzamento del terreno e, qualora la forzante al suolo sia definita mediante una funzione armonica, dai valori dell'accelerazione di picco e della frequenza.

La prima fase computazionale del codice contiene le istruzioni necessarie per determinare tutte quelle grandezze che si mantengono costanti durante l'intera esecuzione del programma come ad esempio le masse, i momenti d'inerzia, le spinte, i fattori di sicurezza relativi alle verifiche pseudostatiche, i valori limite delle forze entro cui il comportamento delle molle si mantiene elastico. Assemblate inoltre la matrice di massa e la matrice di rigidità, mediante la risoluzione della equazione fondamentale della dinamica si determinano le frequenze ed i periodi propri di vibrazione del sistema.

La seconda fase computazionale è costituita da un ciclo all'interno del quale, istante per istante, viene eseguito un test di controllo sul comportamento delle molle e si effettua l'integrazione numerica del sistema di equazioni differenziali.

Nel caso di forzante sismica i valori dell'accelerazione al suolo vengono letti da archivi sequenziali di dati. Alla fine di ciascun passo di calcolo i risultati vengono immagazzinati in appositi archivi e i valori delle variabili necessarie per il successivo passo temporale vengono opportunamente aggiornati.

4. Simulazioni numeriche

4.1. Caratteristiche meccaniche e geometriche dei sistemi considerati

L'affidabilità del modello proposto ed il buon fun-

zionamento del codice di calcolo che lo implementa sono stati verificati in alcuni casi al duplice fine di valutare l'attendibilità dei risultati e al tempo stesso, di stimare alcuni dei parametri che governano il problema.

Poichè il modello si presta alla schematizzazione di terreni privi di coesione, si sono scelti tre tipi di sabbie: densa, mediamente densa e sciolta. Per la sabbia densa si sono adottati i parametri geotecnici $\gamma = 19 \text{ KN/m}^3$ e $\phi = 35^\circ$, per la sabbia mediamente densa $\gamma = 18 \text{ KN/m}^3$ e $\phi = 33^\circ$ e per la sabbia sciolta $\gamma = 17 \text{ KN/m}^3$ e $\phi = 30^\circ$; per i tre tipi di terreno considerati i parametri di rigidità utilizzati nella Eq. (5), scelti sulla base dell'analisi dei risultati sperimentali ottenuti da JAMIOLKOWSKI *et al.* [1985] relativamente alla sabbia del Ticino, sono rispettivamente $R_{ur} = 1200$, $n = 0,4$; $R_{ur} = 600$, $n = 0,45$; $R_{ur} = 400$, $n = 0,5$.

L'altezza dei muri è stata fissata pari a 3, 5 e 7 metri e affinché i risultati ottenuti nei diversi casi considerati fossero confrontabili sulla base di un criterio oggettivo, i muri sono stati progettati secondo il metodo pseudostatico con $k_h = 0,07$ in modo che i fattori di sicurezza allo scorrimento ad essi relativi risultassero prossimi a 1,5. La scelta del fattore di sicurezza allo scorrimento come valore di riferimento viene giustificata a posteriori per la modesta importanza che rivestono le rotazioni rispetto agli spostamenti di traslazione orizzontale.

Nel seguito si farà riferimento ai casi studiati con una lettera indicante il tipo di sabbia (D = densa, M = mediamente densa, S = sciolta) ed un numero indicante l'altezza del muro (3, 5, 7 m). Per esempio con D5 si intende il caso di un muro alto 5 m posto su sabbia densa.

4.2. Forzanti artificiali ed accelerogrammi

Le forzanti armoniche utilizzate sono state definite mediante leggi di accelerazione del tipo

$$a(t) = a_0 \sin(2\pi f_0 t) \quad (14)$$

ove $a_0 = a_{hg}$ è il valore di picco dell'accelerazione e f_0 è la frequenza. Nell'analisi effettuata si sono assunti per a_h i valori 0,1, 0,2, e 0,3 e per f_0 valori compresi tra 0,5 e 5 Hertz. Questi intervalli infatti coprono bene la casistica dei più ricorrenti eventi sismici.

Sebbene le forzanti armoniche siano di uso corrente nei problemi dinamici in quanto approssimano in maniera accettabile gli accelerogrammi dei terremoti, è pur vero che questi ultimi sono privi di quella regolarità nei picchi e nelle frequenze caratteristica delle prime.

Nella Tabella I sono elencati i terremoti presi in considerazione nell'analisi effettuata ed i valori delle accelerazioni di picco e delle durate delle registrazioni utilizzate nelle simulazioni numeriche. Data la sostanziale coerenza delle risposte ottenute, vengono riportati solo i risultati relativi agli accelerogrammi illustrati in Fig. 10 i quali, per le loro caratteristiche di contenuto in frequenza e di accelerazione sono sufficientemente rappresentativi della casistica studiata.

Tabella I - Terremoti considerati nell'analisi.

TERREMOTO	A_{max}	DURATA (sec.)
NIIGATA 1964	0.140 g	35
CODROIPO (FRIULI) 1976	0.053 g	10
TOLMEZZO (FRIULI) 1976	0.367 g	10
MONTENEGRO 1979	0.265 g	20
CITTÀ DEL MESSICO 1985	0.156 g	60
CATANIA 1990	0.240 g	30

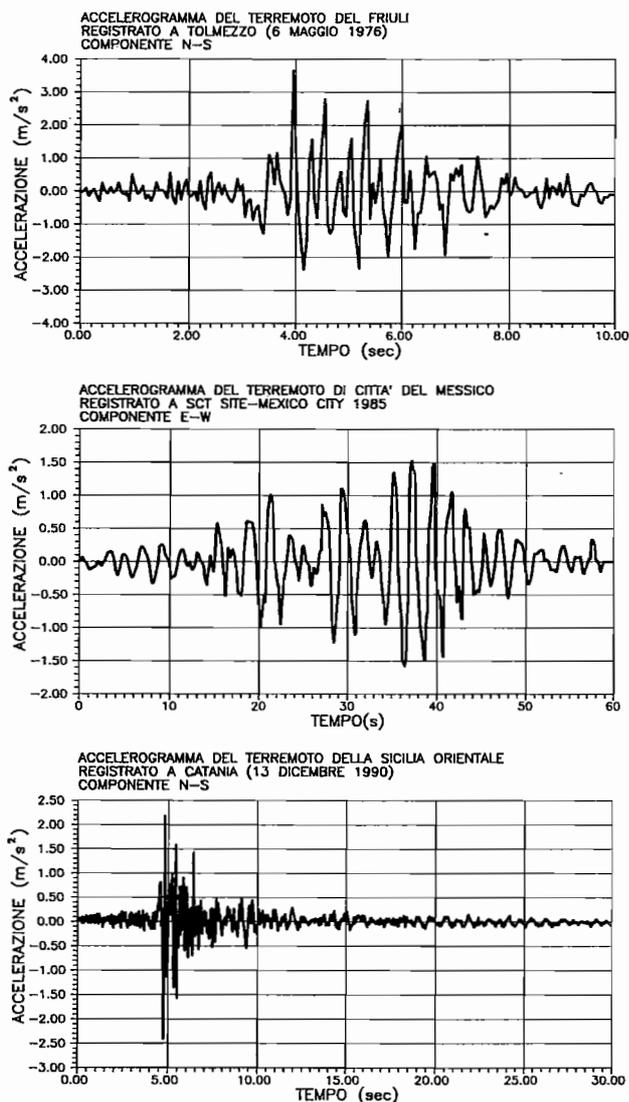


Fig. 10 - Accelerogrammi considerati.

Fig. 10 - Accelerograms considered in the analysis.

L'accelerogramma relativo al terremoto di Città del Messico del 1985, presenta accelerazione di picco pari a 0,156 g, frequenza, nell'intervallo di maggiore intensità, di circa 0,5 Hz ed ha una durata di 60 secondi. Da esso inoltre sono stati tratti altri due accelerogrammi mantenendo immutato l'asse dei tempi e scalando dei fattori 1,92 e 0,48 i valori delle accelerazioni, ottenendo così i picchi di accelerazione 0,3 g e 0,075 g. L'accelerogramma relativo alla registrazione di Tolmezzo del terremoto del Friuli del 1976, è caratterizzato da un picco di accelerazione di 0,367 g, da una frequenza, nell'intervallo 4 ÷ 6 secondi, di circa 4,5 Hz e da una durata di 10 secondi. Infine si è considerato l'accelerogramma relativo alla registrazione di Catania del terremoto della Sicilia Orientale del dicembre 1990 avente picco di accelerazione pari a 0,24 g, frequenza di circa 5,5 Hz e durata 30 secondi.

4.3. Determinazione delle frequenze proprie del sistema

Un primo risultato ottenuto mediante l'analisi con forzanti sinusoidali è attinente alla individuazione della frequenza propria del sistema. I valori delle pulsazioni relativi ai due gradi di libertà calcolati risolvendo l'equazione

$$[K] - \Omega[M] = 0 \quad (15)$$

ove Ω è il vettore delle pulsazioni e $[K]$ è la matrice ottenuta assemblando le rigidità iniziali elastiche delle molle, risultano molto alte e portano a periodi propri di vibrazione più bassi di quelli attendibili. In realtà le molle che simulano il comportamento del terreno dopo una fase elastica, di durata più o meno breve a seconda del valore del rapporto di smorzamento, si plasticizzano una dopo l'altra annullando quasi del tutto la rigidità del sistema. Si è allora scandagliato, prescindendo dalle frequenze proprie calcolate, il campo delle frequenze della forzante e si è osservato che lo spostamento finale subito dal muro dopo 10 secondi di eccitazione sinusoidale risulta sempre dell'ordine di $10^{-4} \div 10^{-5}$ metri, meno che in un campo di frequenze piuttosto ristretto in cui si manifestano spostamenti molto più elevati (intorno a 10^{-2} m). Ciò ha fatto pensare ad un fenomeno di risonanza ed ha consentito la valutazione indiretta della frequenza propria del sistema (Fig. 11).

Al fine di determinare direttamente le frequenze proprie senza dover ricorrere all'analisi delle frequenze per ciascun caso, facendo riferimento al comportamento del terreno per il quale la plasticizzazione consiste in una progressiva degradazione della rigidità, si è introdotto un coefficiente atto a ridurre

drasticamente la rigidità del sistema [SIDDHARTHAN e NORRIS 1991]. Operando in tal modo si è riscontrata un'ottima rispondenza tra i risultati dedotti mediante l'analisi delle frequenze e quelli ottenuti ponendo il coefficiente di degradazione della rigidità iniziale del sistema pari a 0,002. Calcoli eseguiti con altri fattori correttivi hanno fornito risultati meno soddisfacenti [CASCONE, 1991].

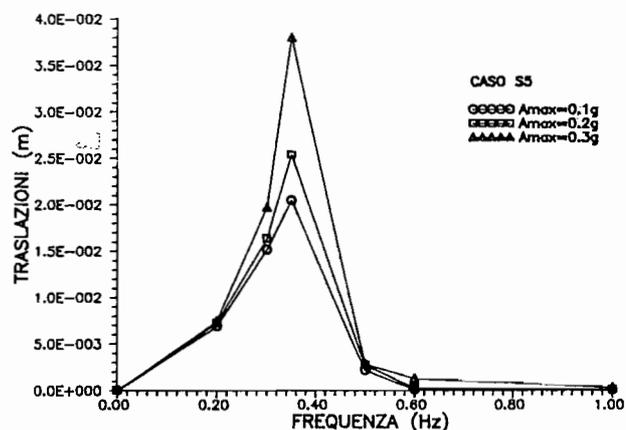
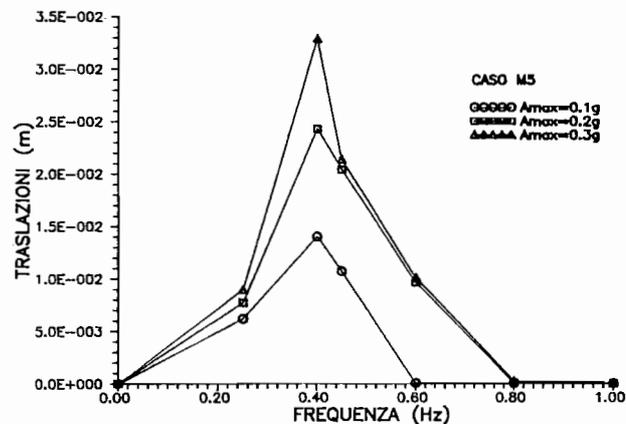
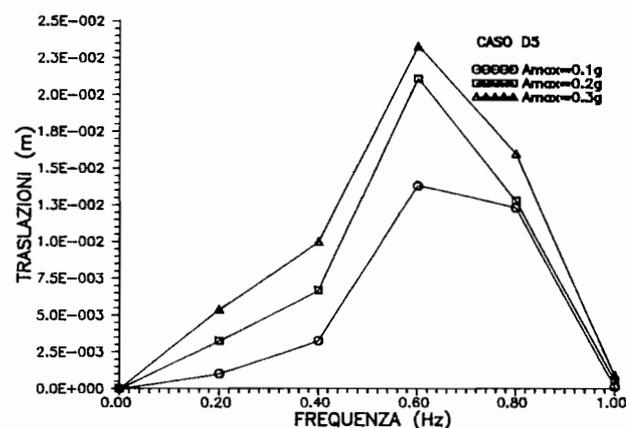


Fig. 11 - Analisi delle frequenze per muri di altezza $H = 5$ m.

Fig. 11 - Frequency analysis for 5 m-high walls.

4.4. Analisi degli spostamenti per forzanti armoniche

Il risultato più rilevante che si è ottenuto nell'analisi degli spostamenti nel caso di forzanti sinusoidali riguarda l'entità delle traslazioni orizzontali. I muri studiati sono soggetti a traslazioni permanenti solo quando il sistema è sottoposto ad una eccitazione avente frequenza bassa e prossima alla frequenza di risonanza (Fig. 12). Per forzanti a frequenza più elevata il sistema permane per lo più in campo elastico con oscillazioni molto piccole e non si verifica l'accumulazione di spostamenti permanenti significativi (Fig. 13). D'altra parte, anche in condizioni prossime alla risonanza, dopo 10 secondi di eccitazione sinusoidale il sistema presenta uno spostamento permanente verso valle alquanto limitato.

La Fig. 14 mostra l'influenza determinante che ha il rapporto di smorzamento ξ sia sulla durata della fase elastica iniziale che sull'entità degli spostamenti finali. Si osserva infatti che per elevati valori di tale parametro il sistema non compie escursioni in campo plastico ed al diminuire di esso si abbrevia la fase elastica con conseguente accumulazione di traslazioni permanenti tutt'altro che trascurabili. È opportuno far notare che ai cicli di carico e scarico cui è sottoposto il sistema sono associati dei cicli di dissipazione di energia di carattere isteretico ed è quindi più conforme al reale comportamento del terreno assumere valori di ξ non troppo elevati allo scopo di non pregiudicare l'attendibilità dei risultati a causa di una sopravvalutazione dei fenomeni dissipativi.

Per quanto riguarda le rotazioni, dall'analisi effettuata è emerso che l'effetto di queste sullo spostamento complessivo è poco significativo. Anche nei casi in cui si manifestano le rotazioni più elevate, queste, in valore assoluto, non superano come ordine di grandezza i 10^{-3} radianti che se per un verso determinano uno spostamento non trascurabile della testa del muro, per l'altro hanno carattere transitorio. In tutti i casi studiati la massima rotazione riscontrata presenta segno negativo, cioè, per il sistema di riferimento prescelto, è rivolta verso monte. Tale comportamento è in accordo coi risultati sperimentali ottenuti mediante prove in centrifuga su muri a mensola in scala ridotta [ORTIZ *et al.*, 1983]. Anche le rotazioni come le traslazioni orizzontali, dipendono più dalla frequenza che dal valore di picco dell'accelerazione al suolo e dipendono altresì dal rapporto di smorzamento.

In Fig. 15 è mostrato l'andamento della forza nella molla rispetto al tempo. È immediato riconoscere la fase elastica che dura circa 4 secondi e la successiva fase plastica attiva in cui il valore della forza rimane costante e pari alla forza limite inferiore della molla considerata.

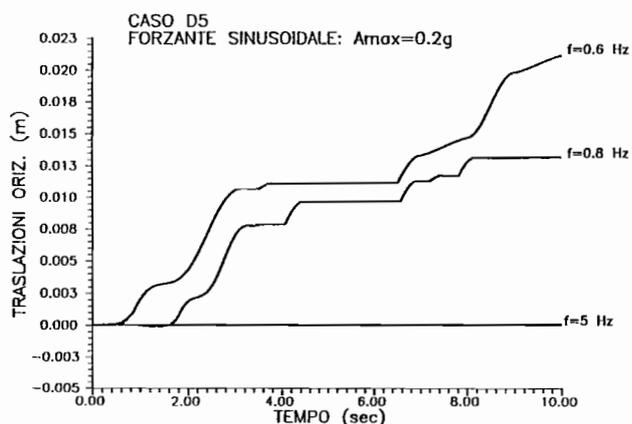


Fig. 12 - Risposta nel tempo delle traslazioni orizzontali al variare della forzante.

Fig. 12 - Horizontal displacement time history for different external loadings.

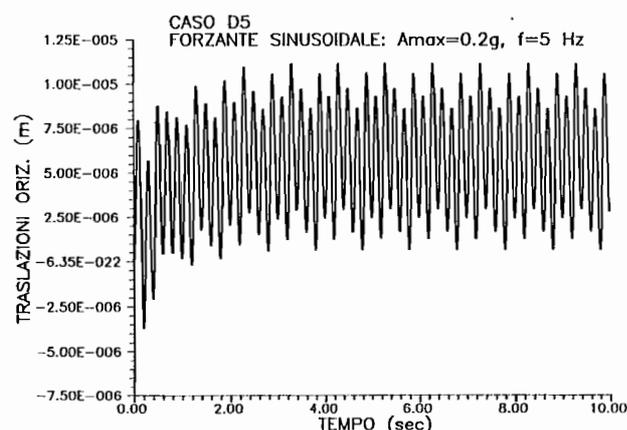


Fig. 13 - Risposta nel tempo delle traslazioni orizzontali nel caso di frequenza elevata.

Fig. 13 - Horizontal displacement time history in a case of high frequency.

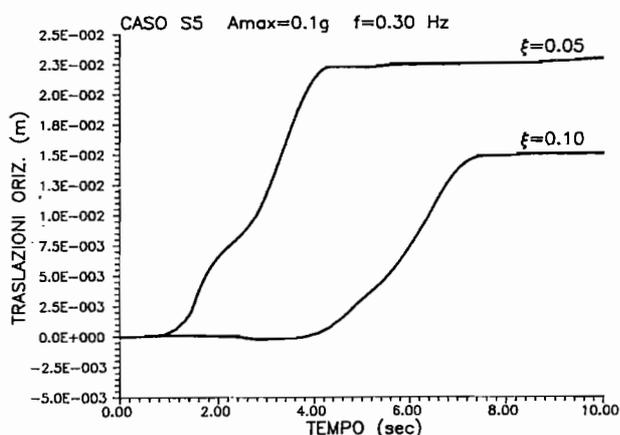


Fig. 14 - Effetto dello smorzamento sulle traslazioni orizzontali.

Fig. 14 - Effect of damping on horizontal displacements for sinusoidal ground acceleration.

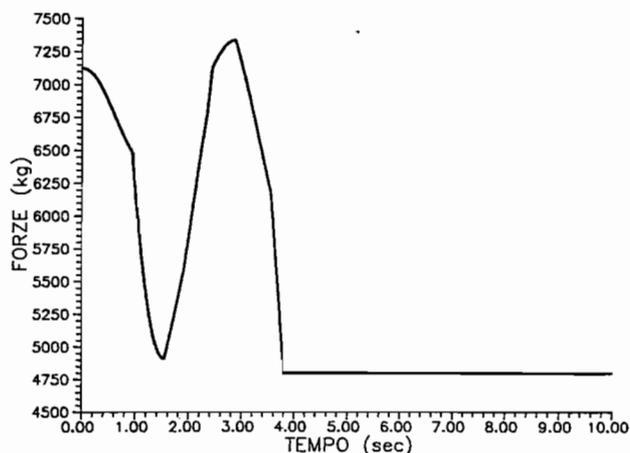


Fig. 15 - Andamento della forza in una molla nel tempo nel caso di forzanti sinusoidali.

Fig. 15 - Time history of the force exerted by a spring for sinusoidal ground acceleration.

4.5. Analisi degli spostamenti per forzanti sismiche

Utilizzando come input sismico i valori dell'accelerazione al suolo tratti dagli accelerogrammi sono state eseguite simulazioni numeriche per tutti i sistemi considerati nei due casi di rapporto di smorzamento ξ pari al 5% e al 10%.

L'andamento degli spostamenti traslazionali e rotazionali non differisce molto da quello ottenuto nel caso di forzanti armoniche, anche se si osserva una accentuata irregolarità legata al contenuto in termini di frequenza ed accelerazione del sisma.

L'influenza determinante della frequenza della forzante sull'entità delle traslazioni riscontrata nell'analisi con forzanti armoniche è stata pienamente confermata dall'analisi sismica. I massimi valori della traslazione orizzontale si sono infatti ottenuti studiando la risposta dei diversi sistemi sottoposti al terremoto di Città del Messico, la cui frequenza è prossima alle frequenze proprie dei sistemi considerati. Nella Tabella II sono riportati i valori degli spostamenti massimi traslazionali e rotazionali, s_{max} e ϑ_{max} rispettivamente, calcolati nei casi esaminati. Come si può osservare, i valori ϑ_{max} indicano che la massima oscillazione istantanea è sempre negativa, cioè, come nel caso delle forzanti armoniche, rivolta verso il terrapieno.

Passando da sistemi a sabbia densa a sistemi a sabbia sciolta per $\xi=0,10$ i valori s_{max} decrescono sensibilmente (Fig. 16). Al diminuire della densità infatti decresce la rigidità complessiva, e quindi la frequenza propria del sistema che si porta così a valori molto più bassi di quelli della frequenza della forzante sismica. Non è possibile trarre una conclusione analoga con riguardo alle rotazioni che d'altra parte risultano estremamente contenute. Per $\xi=0,05$ invece i valori massimi dello spostamento

Tabella II - Spostamenti massimi nel caso dell'accelerogramma di Città del Messico.

ξ	0,05		0,10	
	s_{max} (m)	ϑ_{max} (rad)	s_{max} (m)	ϑ_{max} (rad)
D3	0,006	$4,08 \cdot 10^{-5}$	$0,79 \cdot 10^{-2}$	$8,92 \cdot 10^{-5}$
D5	0,130	$5,73 \cdot 10^{-3}$	$3,68 \cdot 10^{-2}$	$8,80 \cdot 10^{-4}$
D7	0,093	$1,86 \cdot 10^{-2}$	$2,95 \cdot 10^{-2}$	$1,40 \cdot 10^{-4}$
M3	0,016	$1,60 \cdot 10^{-4}$	$0,93 \cdot 10^{-2}$	$9,54 \cdot 10^{-4}$
M5	0,140	$1,41 \cdot 10^{-2}$	$2,06 \cdot 10^{-2}$	$1,83 \cdot 10^{-3}$
M7	0,130	$1,73 \cdot 10^{-2}$	$2,37 \cdot 10^{-2}$	$7,88 \cdot 10^{-4}$
S3	0,009	$8,52 \cdot 10^{-5}$	$0,97 \cdot 10^{-2}$	$1,42 \cdot 10^{-3}$
S5	0,130	$1,90 \cdot 10^{-2}$	$0,03 \cdot 10^{-2}$	$1,14 \cdot 10^{-4}$
S7	0,150	$1,65 \cdot 10^{-2}$	$0,03 \cdot 10^{-2}$	$1,20 \cdot 10^{-4}$

Sabbia: D=Densa M=mediamente densa S=sciolta
Altezza muri: 3 m, 5 m, 7 m.

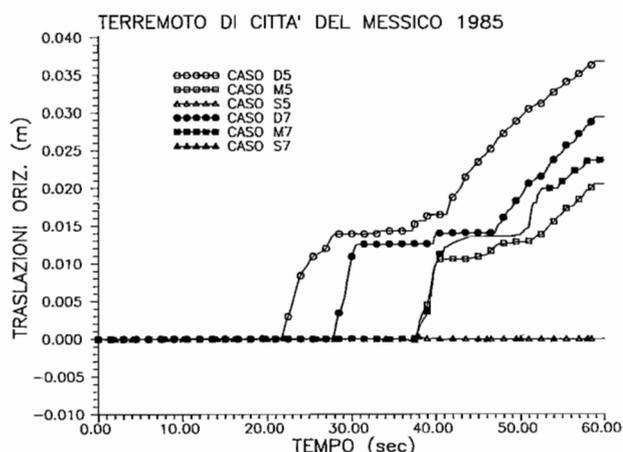


Fig. 16 - Traslazioni orizzontali di muri alti 5 e 7 m per differenti tipi di terreno (D=sabbia densa, M=sabbia mediamente densa, S=sabbia sciolta).

Fig. 16 - Horizontal displacements of 5 and 7 m-high walls for different soils (D=dense sand, M=medium dense sand, S=loose sand).

sono approssimativamente uguali a prescindere dal tipo di terreno considerato e le rotazioni raggiungono picchi dell'ordine di 10^{-2} radianti.

Con riferimento ai diagrammi tempo-spostamenti delle Figure 17, 18 e 19 ottenuti utilizzando come forzanti dinamiche gli accelerogrammi di Tolmezzo, di Città del Messico e Catania rispettivamente, è evidente come a parità di altre condizioni la frequenza della forzante risulti di gran lunga più significativa dell'accelerazione di picco. Si osserva inoltre che ai salti che si verificano nelle traslazioni corrispondono picchi di rotazione negativa. Ciò significa che nelle fasi di accelerazione del muro il sistema manifesta la propria risposta inerziale in forma rotazionale. Il peso dell'accelerazione di picco risulta d'altra parte, rilevante in condizioni prossime alla risonanza (Fig. 20).

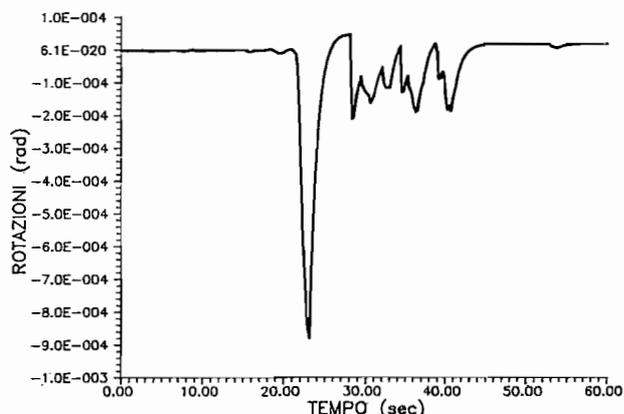
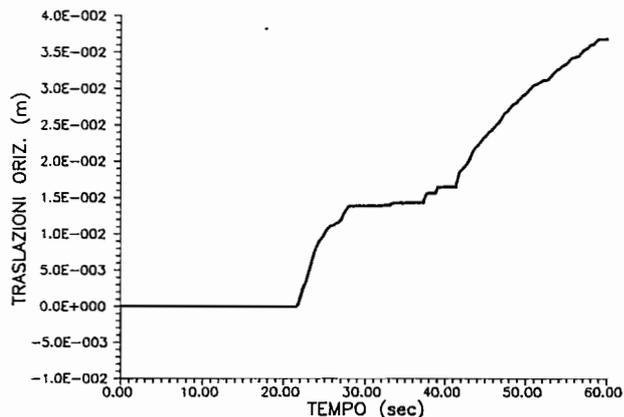
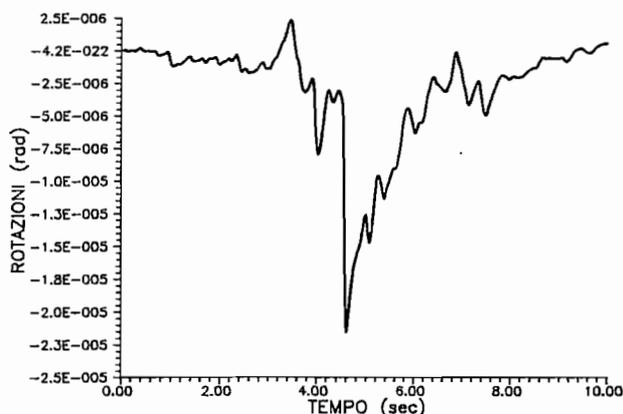
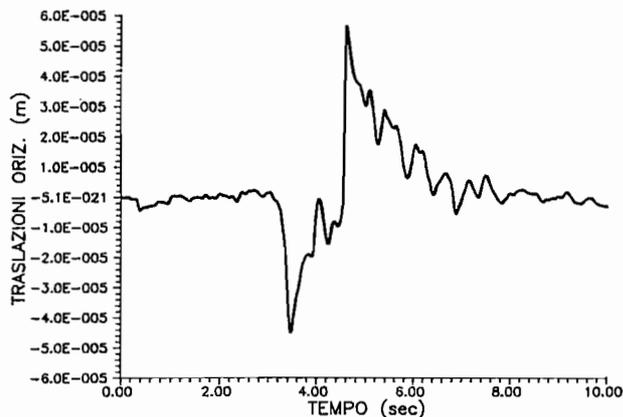


Fig. 17 - Diagrammi tempo-spostamenti nel caso dell'accelerogramma di Tolmezzo per muro alto 5 m su sabbia densa (caso D5).
 Fig. 17 - Displacement time history for a 5 m-high wall supporting dense sand backfill in the case of Tolmezzo accelerogram.

Fig. 18 - Diagrammi tempo-spostamenti nel caso dell'accelerogramma di Città del Messico per muro alto 5 m su sabbia densa (caso D5).
 Fig. 18 - Displacement time history for a 5 m-high wall supporting dense sand backfill in the case of Mexico City accelerogram.

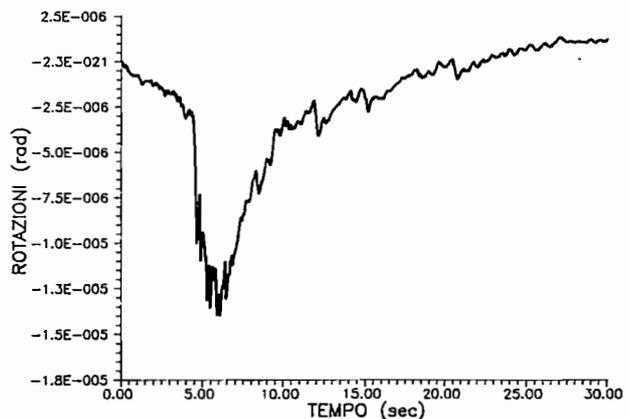
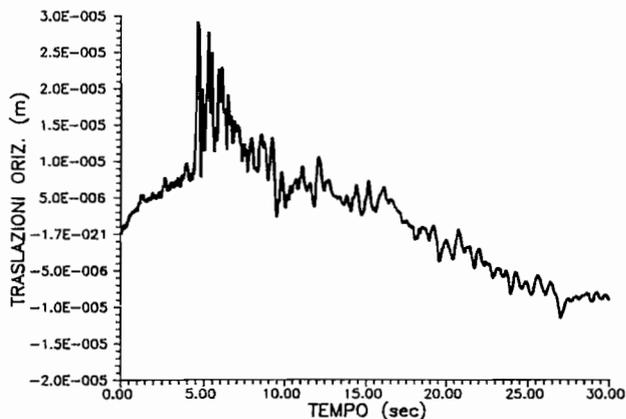


Fig. 19 - Diagrammi tempo-spostamenti nel caso dell'accelerogramma di Catania per muro alto 5 m su sabbia densa (caso D5).
 Fig. 19 - Displacement time history for a 5 m-high wall supporting dense sand backfill in the case of Catania accelerogram.

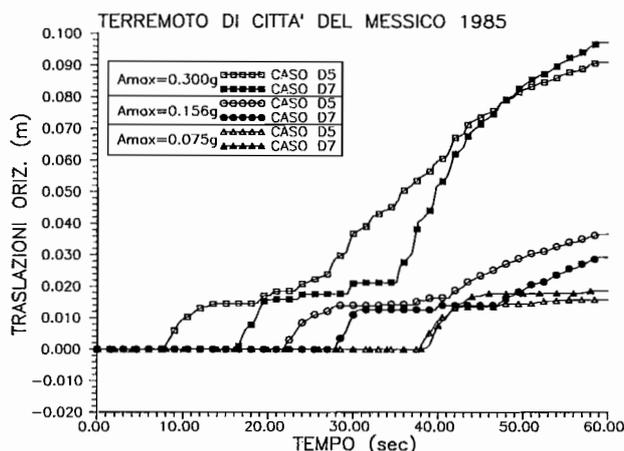


Fig. 20 - Effetto dell'accelerazione di picco sulle traslazioni orizzontali.
Fig. 20 - Effect of the peak ground acceleration on horizontal displacement.

Analogamente a quanto riscontrato nel caso di forzanti artificiali, all'aumentare dello smorzamento viscoso si registra una semplice diminuzione degli spostamenti (Fig. 21), in particolare passando dal 5% al 10% tale fenomeno risulta più accentuato per la sabbia sciolta.

Si è osservato infine che valori del rapporto di smorzamento superiori al 10% producono spostamenti permanenti solo in qualche caso e sempre di entità trascurabile in rapporto all'altezza del muro.

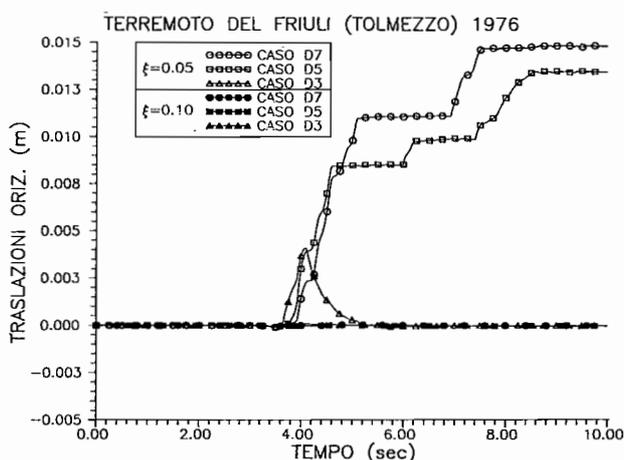


Fig. 21 - Effetto dello smorzamento sulle traslazioni orizzontali.
Fig. 21 - Effect of damping on horizontal displacements in the case of Tolmezzo accelerogram.

5. Discussione dei risultati

Per verificare la validità del modello proposto si sono confrontati i risultati ottenuti con quelli forniti da altri modelli o prove sperimentali.

I risultati ottenuti da PRAKASH [1981] sulle traslazioni e da PRAKASH *et al.* [1981] sulle rotazioni ricorrendo a forzanti armoniche, sono relativi a sistemi aventi frequenze naturali di vibrazione sensibilmente maggiori rispetto a quelle dei casi considerati in questo studio. Tuttavia si può osservare che i valori degli spostamenti calcolati per ciclo di forzante sono alquanto elevati. Per esempio un sistema avente frequenza pari a 2 Hz eccitato in condizioni di risonanza da una accelerazione al suolo che varia con legge sinusoidale con picco pari a 0,3 g traslerebbe, secondo Prakash, di 8 cm per ciclo, ovvero di 16 cm al secondo quando il rapporto di smorzamento vale 0,10.

L'approccio dinamico di REDDY *et al.* [1985] conduce a risultati che in una certa misura sono riproducibili dal modello descritto in questa nota. Il sistema muro-terreno studiato da REDDY *et al.* sottoposto ad una forzante sinusoidale con accelerazione massima $A_{max} = 0,25$ g e periodo $T_p = 0,3$ sec risponde con spostamenti traslazionali residui nulli per i cicli a comportamento elastico e con spostamenti pari a circa 9 mm per ciclo, quando si verificano escursioni in campo plastico. Imponendo le stesse condizioni al modello proposto si ottiene uno spostamento di 9 mm dopo il primo ciclo ed uno spostamento complessivo di 125 mm dopo otto cicli, contro i 72 mm previsti dal modello di REDDY *et al.* Quest'ultima divergenza è da ascrivere principalmente al fatto che il modello utilizzato in questo studio, a differenza di quello citato, tiene conto della degradazione che il terreno subisce all'aumentare del numero di cicli.

Un accordo qualitativo si è riscontrato tra i risultati ottenuti col modello proposto e quelli relativi alla risoluzione del problema mediante il metodo degli elementi finiti presentati da NADIM e WHITMAN [1982] e SIDDHARTHAN e NORRIS [1991]. Tanto nell'analisi effettuata mediante forzanti sinusoidali quanto in quella sismica, si è osservata una discreta rispondenza sia in termini di andamento della risposta nel tempo sia nei valori residui dello spostamento orizzontale. È tuttavia opportuno far rilevare che i risultati riportati negli studi citati e quelli qui esposti si riferiscono a condizioni di carico sensibilmente differenti. Limitatamente all'analisi sinusoidale, infatti, la durata dell'eccitazione considerata da Nadim e Whitman e da Siddharthan e Norris è molto breve e la frequenza imposta è elevata, pur tuttavia i valori della traslazione residua sono, in generale, prossimi a quelli ottenuti nei casi esaminati in questa nota dopo 10 secondi di eccitazione a bassa frequenza.

Altri studi [AL-HOMOUD e WHITMAN, 1992; WHITMAN, 1992] presentano valori della rotazione residua prossimi in modulo, ma di segno opposto, ai valori massimi delle rotazioni ottenuti in qualcuno dei casi

esaminati. D'altra parte i risultati presentati in questo studio sono complessivamente in buon accordo con risultati sperimentali ottenuti mediante prove in centrifuga [BOLTON e STEEDMAN, 1982; ORTIZ *et al.* 1983] dai quali si evince che l'aspetto traslazionale è preponderante rispetto a quello rotazionale e che è lecito attendersi anche spostamenti diretti verso il terrapieno.

Nella Tabella III sono riportati, per i sistemi presi in considerazione nella presente analisi, gli spostamenti traslazionali ottenuti dall'applicazione della relazione di RICHARDS ed ELMS [1979]

$$d = 0,087 \cdot V^2 / (Ag) \cdot (N/A)^{-4} \quad (16)$$

al caso dell'accelerogramma di Città del Messico.

Tabella III - *Spostamenti massimi nel caso dell'accelerogramma di Città del Messico secondo il metodo di Richard ed Elms.*

CASO	W_w (kN/m)	$\frac{1}{2}\gamma H^2$ (kN/m)	N	d (m)
D3	46,44	85,50	0,098	0,102
D5	129,00	237,50		
D7	252,84	465,50		
M3	52,92	81,00	0,104	0,080
M5	147,00	225,00		
M7	288,12	441,00		
S3	59,40	76,50	0,082	0,208
S5	165,00	212,50		
S7	323,40	416,50		

Sabbia: D = densa M = mediamente densa S = sciolta
Altezza muri: 3 m, 5 m, 7 m.

Nella (16) d è lo spostamento massimo del muro espresso in *inches*, V è la massima velocità sismica (in/sec), A è il coefficiente della massima accelerazione sismica ed N è il coefficiente dell'accelerazione critica cui corrisponde un fattore di sicurezza allo scorrimento unitario.

Poiché la (16) prescinde dalla geometria del sistema, gli spostamenti risultano indipendenti dall'altezza del muro. Dall'esame dei risultati ottenuti con l'analisi utilizzata nel presente studio si evince, d'altra parte, che gli spostamenti sono sensibilmente influenzati dalla frequenza propria del sistema considerato e, di conseguenza, dall'altezza del muro (Tab. II) e che tale influenza è più evidente per bassi valori del rapporto di smorzamento ξ .

La relazione di Richards ed Elms conduce pertanto, limitatamente ai casi esaminati, ad una sovrastima o ad una sottostima dello spostamento finale del sistema.

6. Conclusioni

Il metodo di analisi per la valutazione degli spostamenti di muri a gravità sviluppato in questo lavoro, è basato su un approccio dinamico al problema della interazione terreno-struttura per le opere di sostegno in condizioni sismiche.

Il modello utilizzato ha per oggetto un sistema composito muro-terreno a due gradi di libertà soggetto ad una accelerazione al suolo. Il principale elemento di novità rispetto ai modelli disponibili in letteratura che schematizzano il terreno con una serie di molle è quello di considerare tali molle a rigidità variabile con la posizione e di caratterizzarle con una legge costitutiva elasto-plastica inelastica specifica per ciascuna molla.

Malgrado la intrinseca complessità del problema studiato si è cercato di snellire al massimo il procedimento matematico che governa il metodo di calcolo degli spostamenti.

L'analisi condotta considerando sia forzanti armoniche che accelerogrammi reali ha portato a risultati di un certo interesse. In particolare il caso delle forzanti sinusoidali ha consentito di indagare sulle frequenze proprie di vibrazione dei sistemi considerati e di cogliere alcuni aspetti fondamentali del comportamento del sistema.

Dai risultati ottenuti effettuando un congruo numero di simulazioni numeriche si è osservato che il sistema muro-terreno sottoposto ad una eccitazione dinamica esterna subisce degli spostamenti sia traslazionali che rotazionali e che la risposta del sistema è caratterizzata da una fase a comportamento elastico durante la quale il muro oscilla intorno a configurazioni di equilibrio prossime a quella iniziale, e da una fase plastica nella quale il sistema accumula spostamenti permanenti.

Limitatamente alla casistica presa in esame in questo studio è emerso che il comportamento del sistema muro-terreno è notevolmente influenzato dalla capacità del terreno di dissipare parte dell'energia meccanica che gli viene fornita, dal contenuto in frequenza e, in misura minore, dal contenuto di accelerazione della forzante dinamica esterna.

In particolare si è osservato che l'accumulazione di spostamenti permanenti significativi di natura traslazionale ha luogo nei casi in cui il sistema è eccitato in condizioni prossime alla risonanza. In tali condizioni risultano inoltre più marcati gli effetti dello smorzamento e del livello di accelerazione.

Dall'analisi svolta è emerso che le rotazioni contribuiscono in maniera limitata ma non trascurabile al moto del sistema. Si è osservato che alle alte frequenze l'andamento delle rotazioni nel tempo è oscil-

lante attorno ad una curva media, mentre alle basse frequenze tali oscillazioni si fanno più irregolari con dei picchi talora elevati. Tuttavia in nessuno dei casi studiati si è rilevata l'accumulazione di spostamenti rotazionali permanenti di particolare importanza. Sembra quindi improbabile attendersi una situazione di collasso del muro per ribaltamento, tanto più che le rotazioni più elevate che sono state osservate si manifestano verso monte.

Dal confronto tra i risultati ottenuti con il modello proposto e quelli relativi all'analisi rigido-plastica degli spostamenti basata sul concetto di accelerazione critica emerge che, in taluni casi, quest'ultima risulta poco rappresentativa perchè effettuata prescindendo dall'analisi delle frequenze e dalla valutazione delle capacità dissipative del sistema muro-terreno.

Ringraziamenti

Il presente lavoro è stato svolto nell'ambito del finanziamento MURST 1990 di interesse nazionale (40%) coordinato dal Prof. Ing. R. Nova.

BIBLIOGRAFIA

- AL-HOMOUD A.S., WHITMAN R.V. (1992) - *Evaluating Tilt of Gravity Retaining Walls during Earthquakes*. Proc., 10th World Conf. Earthquake Engineering, Madrid.
- AUBRY D., CHOUVET D. (1985) - *Calcul sismique des murs de soutènement*. Génie Parasismique, Presses de l'École Nationale des Ponts et Chaussées.
- BECCI B., NOVA R. (1987) - *Un metodo automatico per il progetto di paratie*, Rivista Italiana di Geotecnica n. 1.
- BOLTON M.D., STEEDMAN R.S. (1982) - *Centrifugal Testing of Microconcrete Retaining Walls subjected to Base Shaking*. Proc., Soil Dynamics and Earthquake Engineering Conf., Southampton.
- CASCOE E. (1991) - *Analisi numerica degli spostamenti di muri a gravità in condizioni sismiche*. Tesi di laurea, Università di Catania, non pubblicata.
- ELGAMAL A.W., ALAMPALLI S. (1992) - *Earthquake Response of Retaining Walls: Full Scale Testing and Computational Analysis*. Proc., 10th World Conference on Earthquake Engineering, Madrid.
- IDRISS I.M., SEED H.B., SERFF N. (1974) - *Seismic Response by Variable Damping Finite Elements*. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, vol. C, n. 1.
- JAMIOLKOWSKI M. et al. (1985) - *Laboratory Validation of in-situ Tests*. Geotechnical Engineering in Italy, ISSMFE Golden Jubilee, Volume AGI.
- NADIM F., WHITMAN R.V. (1983) - *Seismically Induced Movement of Retaining Walls*. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, vol. CIX, n. 7.
- NEWMARK N.M. (1965) - *Effects of Earthquakes on Dams and Embankments*. Géotechnique, vol. XV, n. 2, London.
- ORTIZ L.A., SCOTT R.F., LEE J. (1983) - *Dynamic Centrifuge Testing of a Cantilever Retaining Wall*. Earthquake Eng. and Structural Dynamics, vol. II.
- PITILAKIS K., MOUTSAKIS A. (1989) - *Seismic Analysis and Behaviour of Gravity Retaining Walls-The Case of Kalamata Harbour Quay-wall*. Soils and Foundations, vol. XXIX, n. 1.
- PRAKASH S. (1981) - *Analysis of Rigid Retaining Walls during Earthquakes*. Int. Conf. on Recent Advances in Geotech. Earthq. Eng. and Soil Dynamics, University of Missouri-Rolla.
- PRAKASH S., PURI V.K., KHANDOKER J.U. (1981) - *Displacement Analysis of Rigid Retaining Walls in Rocking*. Int. Conf. on Recent Advances in Geotech. Earthq. Eng. and Soil Dynamics, University of Missouri-Rolla.
- REDDY R.K., SARAN S., VILADKAR M.N. (1985) - *Prediction of Displacements of Retaining Walls under Dynamic Conditions*. Bull. of the Indian Society of Earthquake Technology, vol. XXII, n. 3.
- RICHARDS R.JR., ELMS D.G. (1979) - *Seismic Behaviour of Gravity Retaining Walls*. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, vol. CV, n. 4.
- SEED H.B., WHITMAN R.W. (1970) - *Design of Earth Retaining Structures for Dynamic Loads*. Proc., Specialty Conf. on Lateral Stresses in Ground and Design of Earth Retaining Structures, ASCE, Cornell University, Ithaca, New York.
- SIDDHARTHAN R., MARAGAKIS E.M. (1989) - *Performance of Flexible retaining Walls supporting dry cohesionless soils under cyclic loads*. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, vol. XIII.
- SIDDHARTHAN R., NORRIS G.M. (1991) - *On the Seismic Displacement Response of Rigid Retaining Walls*. Soils and Foundations, vol. XXXI, n. 2.
- WHITMAN R.V. (1989) - *Seismic Design of Gravity Retaining Walls*. Proc. Int. Conf. Earthquake Resistant Construction and Design, Balkema, Rotterdam.
- WHITMAN R.V. (1992) - *Predicting Earthquake-Induced Tilt of Gravity Retaining Walls*. Proc., Int. Conf. Retaining Structures, Robinson College, Cambridge.

SUMMARY

Seismic response of gravity retaining walls

A two-degrees-of-freedom model for the prediction of seismically induced displacements of gravity retaining walls is presented in this paper.

Walls retaining horizontal backfills of dry cohesionless soil have been considered in the analysis. The soil-structure interaction is modelled by using closely spaced springs (Fig. 2) whose constitutive law is assumed to be elastic-plastic strain hardening. The force exerted by each horizontal spring depends on the lateral stress level at the position of the spring. Therefore the force can not exceed an upper or a lower bound represented by passive and active thrust respectively (Figs. 4 and 5). The last horizontal spring situated at the base of the wall provides the system with the shear resistance which is proportional to the weight of the wall. The upper or the lower bound is reached by the force in the spring when the shear strength is totally mobilized in one of the two (outward or inward) possible directions (Fig. 6). In order to satisfy equilibrium along the vertical direction, springs are disposed under the wall base. The behaviour of these springs is bounded by the bearing capacity of the soil (upper bound) and by the condition for which the rotation of the wall determines a total unloading of the spring (lower bound) (Fig. 7).

All the springs behave elastically until the experienced maximum stress is overcome. If this condition occurs the stiffness of the spring becomes lower as the soil is assumed to behave like it was virgin. When one of the bounds is reached the stiffness of the spring is assumed to be nil.

The equations of motion which rule the behaviour of the system are integrated in time domain using Newmark's step-by-step method.

Both sinusoidal ground acceleration and real earthquakes have been considered. The analysis performed using the former input acceleration showed the dependence of displacements on the frequency of the external load and allowed as well to evaluate the natural frequency of vibration of the soil-wall system (Fig. 11). The latter acceleration input was obtained by digitizing accelerograms of several earthquake acceleration records and allowed to verify the reliability of the computed values of both sliding and tilting.

The model was applied to nine soil-wall systems resulting from the combination of three different walls (3, 5 and 7 meters high) and three kinds of soil (S= loose, M= medium dense and D= dense sand). The main results of the analysis can be summarized as follows:

- sliding is a more likely form of permanent displacement than tilting;

- sliding occurs mainly if the system is excited next to resonance. In this case the wall after a short elastic phase starts moving in a step-wise way;

- the peak acceleration value seems to affect the displacement time histories only if the system is in resonant condition;

- the displacement time histories strongly depend on the damping forces mobilized by the soil during the motion of the system. Generally for high values of the damping ratio the system keeps vibrating elastically, on the contrary for low values of the damping ratio permanent displacements take place almost immediately;

- if the stiffness of the springs modelling the soil-wall interaction is high then very little oscillations can develop plastic conditions.

Other models available in the literature were briefly reviewed and some of their short-comings were pointed out. The comparisons performed in terms of results showed that the displacements obtained using elastic-plastic models and dynamic approaches qualitatively agree with those presented in this paper. On the other hand, it has been shown that rigid-plastic analysis based on the concept of critical acceleration does sometimes not provide a reliable interpretation of the behaviour of the wall.